Английский экономист Френсис Эджворт, F. Edgeworth, (8.02.1845-13.02.1926) родился в Ирландии и получил образование в области античных и современных языков. В возрасте 17 лет он поступил в Тринити Колледж в Дублине, где изучал французский, немецкий, испанский и итальянский языки. Математику, скорее всего, освоил самостоятельно и всегда считал, что современные методы математики может постичь каждый. Его работы были насыщены математическими понятиями и формулами, уровень которых был выше понимания тех, кто занимался в то время этическими проблемами. Первая публикация — «Новые и старые методы этики» относится к 1877 г., а в 1881 г. он опубликовал работу «Математическая физика: приложения математики в этике». Эта работа, экономическая по своей сути, изобиловала математическими формулами и выглядела как «исчисление экономики». В ней, например, формулировались такие понятия, как «способность к счастью» и «способность к работе». В этой же работе были представлены его оригинальные идеи, основанные на понятии обобщенной функции полезности. К 1885 г. относится его работа «Методы статистики», где были представлены приложения и интерпретация тестов для сравнения средних величин. В 1888 г. Ф. Эджворт получил место профессора политической экономии в Королевском Колледже в Лондоне, а в 1891 г. он переехал в Оксфорд и работал там до ухода на пенсию в 1922 г. С 1891 по 1926 г. являлся первым редактором «Экономического журнала».

Ф. Эджворту принадлежат такие понятия как «кривая безразличия», «контрактная кривая» и «ядро экономики». Специалистам в области математической экономики хорошо известен так называемый «ящик Эджворта», с помощью которого можно моделировать процесс «чистого» обмена товарами между двумя участниками. По сути дела, этот анализ опирается на понятие парето-оптимального решения, которое Ф. Эджвортом в случае двух критериев использовалось до того, как его в общем виде ввел В. Парето.

Итальянский экономист и социолог Вильфредо Парето, V. Pareto. (15.7.1848-20.8.1923) родился в Париже. В 1855 г. его семья вместе с ним вернулась в Италию, где он, окончив Туринский политехнический институт в 1869 г., получил специальность гражданского инженера. Первые два года его обучения были посвящены, в основном, математике и физике, а его выпускная работа называлась «Фундаментальные принципы равновесия твердых тел». Впоследствии интерес к математике не ослабнет, что сыграет важную роль в становлении В. Парето как крупнейшего спениалиста в области математической экономики. Кроме того. он интересовался биологией, экономикой, знакомился с трудами социальных мыслителей. После окончания института он двадцать лет проработал в индустриальной сфере — сначала в Римской железнодорожной компании, став ее первым директором, а с 1874 г. управляющим директором акционерного общества, которому принадлежали металлургические заводы во Флоренции.

В начале 90-х годов В. Парето резко изменил свою жизнь, переехал в Швейцарию и с 1893 г. начал работать в Лозаннском университете (Швейцария), замещая Л. Вальраса. С 1894 г. — он профессор кафедры политической экономии этого университета.

Первая крупная работа В. Парето — это двухтомный «Курс политической экономии» (1896—1897 гг.), основанный на читаемых им университетских лекциях.

В своей наиболее влиятельной книге «Руководство по политической экономии» он продолжил развитие теории чистой экономики, заложил основы современной экономики благосостояния и ввел понятие «оптимума Парето», как состояния, которое не может быть улучшено ни одним из участников экономики без ухудшения положения по крайней мере какого-то одного из остальных участников. В настоящее время оптимум Парето играет важную роль в экономических исследованиях, принятии решений и теории игр.

С середины 90-х годов В. Парето стала привлекать социология. После длительных исследований в этой области он выпустил в свет в 1916 г. четырехтомный «Трактат по общей социологии». Умер он в 1923 г. близ Женевы.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ния 51, 155

Аддитивность отношения предпочте- - - - алгебраический 114

– – – алгоритмический 116

Аксиома Парето 35	<ul><li>– – – геометрический 113</li></ul>
Алгоритм построения множества не-	- не являющийся ни в коей мере более
доминируемых решений (оценок) 30,	важным, чем другой критерий 49
40, 129	<ul><li>– оптимальности 18</li></ul>
<ul><li>– – Парето 39</li></ul>	– эффективности 18
<ul> <li>учета информации об относитель-</li> </ul>	Коэффициент относительной важности
ной важности критериев 124	для двух критериев 12, 46, 49, 156
Группа критериев 77	— — — групп критериев 12, 78, 80, 156
<ul> <li>– несравнимо более важная, чем</li> </ul>	Лицо, принимающее решение 9, 17, 152
другая группа 80	Множество возможных оценок 18
	— — решений 16, 152
Задача математического программирования 19	<ul><li>– решении 10, 132</li><li>– выбираемых оценок 18, 19</li></ul>
•	<ul><li>выбираемых оценок 16, 19</li><li>выбираемых решений 16, 152</li></ul>
<ul><li>– многокритериальная 19</li><li>– многокритериального выбора 9, 21,</li></ul>	– выпуклое 52
- многокритериального выоора <i>9</i> , 21, 43, 159	<ul><li>– выпуклое 32</li><li>– недоминируемых решений 28</li></ul>
<ul><li>трехкритериальная 91</li></ul>	<ul><li>недоминируемых решении 28</li><li>недоминируемых оценок 30</li></ul>
	<ul><li>– недоминируемых оценок зо</li><li>– Парето 10, 36, 67</li></ul>
Инвариантность отношения предпоч-	<ul><li>– парето то, зо, от</li><li>– парето-оптимальных оценок (векто-</li></ul>
тения 52	ров) 37
<ul> <li>критерия 000</li> </ul>	<ul><li>– парето-оптимальных решений 36</li></ul>
<ul> <li>множества Парето 72</li> </ul>	•
Информация об относительной важ-	Набор информации об относительной
ности критериев 12, 155	важности критериев 119
<ul><li>– – – взаимно независимая 161</li></ul>	Непротиворечивый набор векторов 112
<ul><li>– – – существенная 117</li></ul>	Область компромиссов 10
Конус выпуклый 52	Однородность отношения 51, 155
<ul><li>двойственный 84, 87—88, 123</li></ul>	Ортант неотрицательный 54
<ul><li>конечнопорожденный 53</li></ul>	<ul><li>неположительный 000</li></ul>
– многогранный (полиэдральный) 53	Относительная важность для двух кри-
<ul><li>– острый 52</li></ul>	териев 46
<ul><li>порожденный векторами 53, 61</li></ul>	<ul><li>– – – групп критериев 77</li></ul>
<ul><li>целей 92</li></ul>	Отношение бинарное 22
Критериальное пространство 18	<ul><li>– асимметричное 23</li></ul>
Критерий векторный 6, 18, 152	<ul><li>– антисимметричное 23</li></ul>
- качества 18	<ul><li>– иррефлексивное 23</li></ul>
<ul><li>– линейный 000</li></ul>	— полное 24
<ul> <li>несравнимо более важный, чем дру-</li> </ul>	<ul><li>– рефлексивное 23</li></ul>
гой критерий 49	<ul><li>– симметричное 23</li></ul>
<ul> <li>непротиворечивости набора векто-</li> </ul>	<ul><li>– транзитивное 23</li></ul>
ров 113, 118	<ul><li>– частичное 24</li></ul>

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- инвариантное относительно линейного положительного преобразования 23, 51, 52, 104
- конусное 55
- линейного порядка (линейный порядок)
- мажорантное 126
- порядка (порядок)24
- лексикографическое 25, 49–50
- предпочтения 20, 152
- строгого порядка (строгий порядок) 24, 26
- предпочтения 20

Оценка векторная 18

- выбираемая 19
- недоминируемая 30
- парето-оптимальная 37
- сверху 67

Принцип Эджворта-Парето (принцип Парето) 37

Пространство возможных векторов 18 Произведение декартово 5, 22

Расстояние между конусами 136 Решение выбранное 16

- недоминируемое 28, 29
- парето-оптимальное 36

Согласованность отношения предпочтения с критериями 35

173

Сужение множества Парето 14, 60, 64, 157

Теорема о полноте первая 137

– вторая 141

Фундаментальная совокупность решений системы однородных линейных неравенств 62, 108, 121

Хаусдорфово расстояние между множествами 134

Целевые функции 18

Шкала 99

- абсолютная 69

- интервалов 71

- качественная 71

- количественная 71

- критерия 73

– отношений 70

– порядковая 71

разностей 70

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов. Основы теории. М.: Наука, 1990. 236 с.
- 2. Барыкин Е.Е., Воропаева Ю.А., Косматов Э.М., Ногин В.Д., Харитонова Н.Е. Оптимизация годовой производственной программы энергетического объединения // Электрические станции. 1991. 4. С. 9—13.
- 3. Березовский Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кемпнер Л.М. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты. — М.: Наука, 1989. — 128 с.
- 4. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. М.: Наука, 1983. 336 с.
- 5. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 296 с.
- 6. *Карманов В.Г.*, *Федоров В.В.* Моделирование в исследовании операций. М.: Твема, 1996. 102 с.
- 7. *Кини Р.Л., Райфа X.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981.
  - 8. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. М.: Наука. 1979.
- 9. *Ларичев О.И.* Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987.
- 10. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2000.  $296 \, \mathrm{c}$ .
  - 11. *Лейхтвейс К.* Выпуклые множества. М.: Наука, 1985. 336 с.
- 12. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и по-иск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997. 240 с.
- 13. *Меньшикова О.Р., Подиновский В.В.* Построение отношения предпочтения и ядра в многокритериальных задачах с упорядоченными по важности неоднородными критериями// ЖВМиМФ. 1988. **28** (5). С. 647—659.
- 14. Методы оптимизации в экономико-математическом моделировании / Под ред. *Е.Г. Гольштейна.* М.: Наука, 1991. 446 с.
- 15. *Миллер Дж.* Магическое число семь плюс минус два. О некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию // Инженерная психология. М.: Прогресс. 1964.
- 16. *Ногин В.Д.* Новый способ сужения области компромиссов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1976. **5**.
- 17. *Ногин В.Д. и др.* Основы теории оптимизации. М.: Высшая школа, 1986. 384 с.
- 18. Ногин В.Д. Определение и общие свойства относительной важности критериев // Процессы управления и устойчивость. СПб.: Изд-во СпбГУ, 1998. С. 373-381.
- 19. *Ногин В.Д.* Использование количественной информации об относительной важности критериев в принятии решений // Научно-технические ведомости СПбГТУ. -2000. -1. -C. 89–94.

ЛИТЕРАТУРА 175

- 20. Ногин В.Д. Теоремы о полноте в теории относительной важности критериев// Вестник СпбГУ, сер.: мат., мех., астр. -2000. -40 (25). -C. 13-18.
- 21. *Ногин В.Д.*, *Толстых И.В.* Использование набора количественной информации об относительной важности критериев в процессе принятия решений // ЖВМиМФ. 2000. **40** (**11**). С. 1593—1601.
- 22. *Ногин В.Д.* Логическое обоснование принципа Эджворта-Парето // ЖВМи $M\Phi$ . 2002. 7.
- 23. *Плаус С.* Психология оценки и принятия решений. М.: Филинъ, 1998. 368 с.
- 24. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи с однородными и равноценными критериями // ЖВМиМФ. — 1975. — **15** (2). — С. 330—334.
- 25. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности критериями // Автоматика и телемеханика. 1976. 2. С. 118—127.
- 26. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.
  - 27. Психологические измерения: Пер. c англ. яз. M.: Мир, 1967. 196 c.
  - 28. *Рокафеллар Р.* Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973. 368 с.
- 29. *Саати Т., Кернс К.* Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991.
- 30. *Салуквадзе М.Е.* О задаче линейного программирования с векторным критерием качества // Автоматика и телемеханика. 1972. 5. С. 99—105.
- 31. Схрейвер  $\Phi$ . Теория линейного и целочисленного программирования. Т. 1. М.: Мир, 1991. 368 с.
- 32. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.-352 с.
- 33. *Фишберн П*. Теория полезности // Исследование операций. Методологические основы и математические методы. Т. 1. М.: Мир. 1981. С. 448—480.
  - 34. *Черников С.Н.* Линейные неравенства. М.: Наука, 1968. 352 с.
- 35. *Штоейер Р.* Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992.
- 36. Charns A., Cooper W.W., Ferguson R.O. Optimal estimation of execute compensation by linear programming // Management Science. -1955. -1 (2).
- 37. Charns A., Cooper W.W. Management models and industrial applications of linear programming (Appendix B) / N.Y.: John Wiley and Sons, 1961. 1.
- 38. *Noghin V.D.* Estimation of the set of nondominated solutions // Numerical Functional Analysis and Applications. 1991. 12 (5, 6). P. 507—515.
- 39. *Noghin V.D.* Upper estimate for a fuzzy set of nondominated solutions // Fuzzy Sets and Systems. -1994. -67. -P.303-315.
- 40. *Noghin V.D.* Relative importance of criteria: a quantitative approach // J. Multi-Criteria Decision Analysis. 1997. **6**. P. 355–363.
- 41. Noghin V.D. What is the relative importance of criteria and how to use it in MCDM // «Multiple Criteria Decision Making in the New Millenium», Proceedings of the XV International Conference on MCDM (ed. by M Köksalan, S. Zionts) in Ankara, Turkey (July, 2000). Springer, 2001. P. 59–68.
- 42. Saaty T.L. Multicriteria decision making. The analytic hierarchy process. Pittsburgh: RWS Publications, 1990. 287 p.
- 43. Yu P.L. Multiple-criteria decision making: concepts, techniques, and extensions. N.Y.—L.: Plenum Press, 1985. 388 p.

## Владимир Дмитриевич Ногин

## ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ: количественный подход

Редактор И.Л. Легостаева Оригинал-макет Л.В. Тарасюк, Ю.В. Горбунов Обложка А.Ю. Алехина

ЛР № 071930 от 06.07.99 Подписано в печать 00.00.2002. Формат  $60\times90~1/_{16}$ . Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,0. Уч. изд. л. 11,0. Тираж 00 экз. Заказ № .