



آمار در ابعاد بالا

نیم سال اول ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱

مدرس: سید ابوالفضل مطهری دستیار: مهسا محمدی

تاریخ تحویل تا آخر روز جمعه ۵ آذر.

سوال ۱

در یک فضای K بعدی به تعداد $K + 1$ نقطه که توامان در یک زیر فضای affine قرار نمی گیرند را در نظر بگیرید. نمونه های X_1, \dots, X_n را به صورت مستقل و یکنواخت از شکلی که از ترکیب محدب نقاط بدست می آیند، تولید شده است. می خواهیم ثابت کنیم که اگر مشاهدات به صورت $Y_i = X_i + N_i$ باشد که در آن N_i ها دارای توزیع گوسی مستقل با واریانس σ^2 می باشند آنگاه

$$\mathbb{P} \left(\left\| \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - \mathbb{E}[Y] \right\| > \epsilon \right) \leq \delta.$$

مطلوبست محاسبه بهینه مقدار δ .

سوال ۲

فرض کنید $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع L -Lipschitz باشد و بردار تصادفی $[X_1, \dots, X_n]^T$ گوسی با میانگین صفر و کوواریانس ماتریس Σ باشد. آیا متغیر $f(X) - \mathbb{E}[f(X)]$ زیر گوسی است؟
در صورت مثبت بودن پارامتر زیرگوسی و در صورت منفی بودن دلیل آنرا بیان نمایید.
تحقیق نمایید که قضیه ۲۶.۲ کتاب به چه صورت می تواند برای توزیعهای غیر گوسی تعمیم یابد. به عنوان مثال می توانید تعیین کنید که توزیع بایستی چه خواصی داشته باشد تا قضیه را بتوان بدون فرض گوسی بودن اثبات نمود.

سوال ۳

ثابت کنید که اگر توزیع X زیرگوسی با پارامتر σ و میانگین صفر باشد آنگاه متغیر تصادفی $X^2 - \mathbb{E}[X^2]$ یک زیر نمایی است. مطلوبست پارامترهای زیر نمایی.

سوال ۴

سوال ۱۲.۲ کتاب را حل نمایید.

سوال ۵

سوال ۴.۲ کتاب را حل نمایید.