

Armenante Davide

Progetto di macchine

Appunti del corso

2020

Prego comunque...

Prefazione

Prima che il lettore si immerga in questa appassionante lettura vorrei fare due precisazioni. L'impaginazione è tanto figa quanto il libro è scritto male, non si tratta di un elaborato professionale ma di appunti presi a lezione. Appreziate però, tutte le immagini sono state rifatte vettorialmente.

Trieste,

Davide Armenante
02, 2020

Indice

1	Compressori assiali	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Lavoro e triangoli di velocità	2
1.3	Termodinamica	8
1.4	Progettazione della schiera	10
1.4.1	Correlazioni di Howell	10
1.4.2	Condizioni fuori progetto	15
1.4.3	Criterio di carico	17
1.5	Schiere supersoniche	19
2	Turbine a flusso assiale e misto	23
2.1	Calcolo dei rendimenti	24
2.1.1	Rendimenti	25
2.2	Proprietà termodinamiche del flusso	28

Compressori assiali

1.1 Introduzione

I compressori assiali sono macchine relativamente recenti, si tratta di una macchina nata nel dopoguerra come componente per i gruppi turbina a gas in campo aeronautico. I primi motori aeronautici costituiti da gruppo turbogas sono stati inizialmente costruiti come compressori radiali. C'è una forte correlazione tra compressione ottenibile e rendimento, oggi qualsiasi turbogas salvo eccezioni specifiche si utilizzano compressori assiali.

Nel diagramma in figura 1.1 è presente il rendimento del compressore in funzione della velocità specifica (che ricordiamo essere la caratteristica di macchina). Si nota che all'aumentare della velocità specifica si va verso macchine assiali, fino ad un certo punto della storia le macchine assiali non hanno goduto di rendimenti competitivi. In rosso è presentata la curva dello stato attuale dei rendimenti per macchine assiali.

$$\omega_s = \frac{\sqrt{\phi}}{\psi^{3/4}} \cdot \sqrt{\left(\frac{D_e}{D_i}\right)^2 - 1}$$

$$\phi = \frac{Q}{u \cdot S}$$

$$\psi = \frac{\frac{\Delta h_{0is}}{u^2}}{2}$$

Nel diagramma termodinamico sono riportati gli stati 1: ingresso statore 2: uscita statore - entrata rotore 3: uscita rotore. Nella parte rotorica avviene il lavoro con un relativo aumento della velocità mentre nello c'è il recupero in termini di pressione. Nello studio della macchina assiale vengono fatte generalmente le seguenti assunzioni:

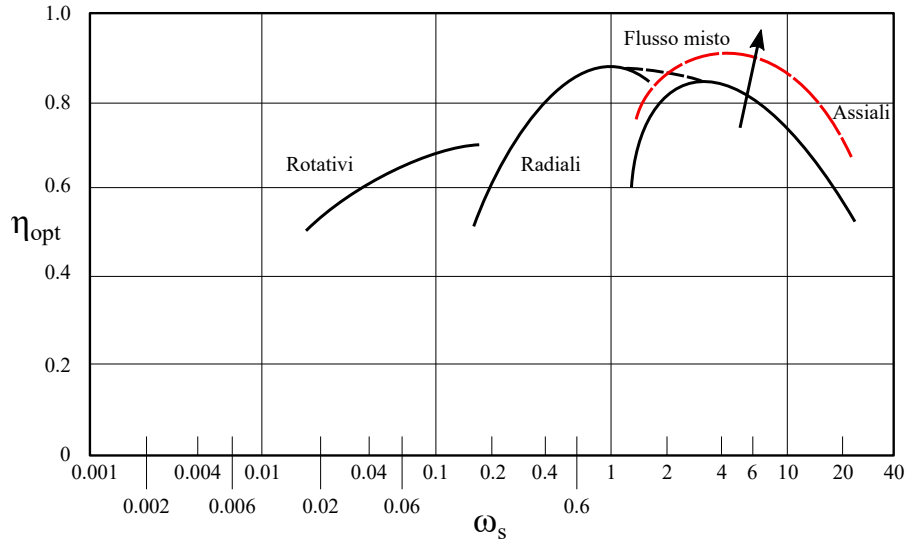


Figura 1.1: A destra le curve di rendimento per le macchine assiali. Si nota l'evidente aumento delle prestazioni (in rosso) rispetto alle prime macchine

- Flusso adiabatico;
- Stadio "normale" o "ripetuto": tutti gli stadi hanno gli stessi profili

$$c_1 = c_2 \Rightarrow h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01}$$

- Velocità assiale costante (coincide con la velocità meridiana)

$$c_{m1} = c_{m2}$$

- densità costante nello stadio

$$\rho = \text{cost.}$$

1.2 Lavoro e triangoli di velocità

Nel rotore si conserva la rotalpia

$$h_1 + \frac{1}{2}\omega_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}\omega_2^2 \quad (1.1)$$

Nello statore si conserva l'entalpia

$$h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}c_3^2 \quad (1.2)$$

Il lavoro scambiato è quello che avviene nella parte rotorica

$$\lambda = \frac{u \cdot c_{u2} - u \cdot c_{u1}}{u^2} = \frac{c_{u2} - c_{u1}}{u} \quad (1.3)$$

Posso quindi andare a disegnare i triangoli di velocità relativi allo stadio elementare. La componente meridiana e periferica sono costanti. Posso scrivere le relazioni che legano gli angoli con le velocità in uscita.

$$c_{u2} = u - \omega_{u2}$$

$$\omega_{u2} = c_m \tan \beta_2$$

$$c_{u1} = c_m \tan \alpha_1$$

Posso quindi scrivere

$$\lambda = 1 - \frac{\omega_{u2}}{u} - \frac{c_{u1}}{u} = 1 - \frac{c_m}{u} (\tan \beta_2 + \tan \alpha_1)$$

Ma definendo

$$\Phi = \frac{c_m}{u}$$

$$\lambda = 1 - \Phi (\tan \beta_2 + \tan \alpha_1) = 1 - k \cdot \Phi \quad (1.4)$$

Con k costante che dipende dalla geometria della macchina. Si tratta di una rappresentazione molto simile a quella nel caso delle pompe centrifuche nelle quali a sedona del valore di k si ha la curva caratteristica della pompa; questo viene chiarito meglio dal diagramma in figura 1.2. Andiamo ora a definire una

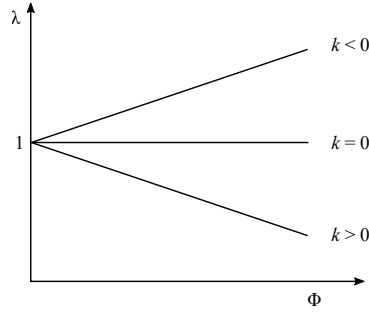


Figura 1.2

condizione particolare di progetto "lambda design" λ_d .

$$\lambda_d = 1 - k \cdot \Phi_d, \quad k = f(\lambda_d, \Phi_d)$$

Calcolo ora il rapporto λ/λ_d :

$$\frac{\lambda}{\lambda_d} = \frac{1}{\lambda_d} - \frac{\Phi}{\Phi_d} \left(\frac{1 - \lambda_d}{\lambda_d} \right), \quad 0.3 < \lambda_d < 0.4 \quad (1.5)$$

In figura 1.3 è rappresentato il diagramma caratteristico però in termini di rapporti rispetto alle condizioni di progetto. Si vede che nel caso ideale di $\lambda_d = 1$ il lavoro scambiato sarebbe indipendente dalla portata, sarebbe una situazione abbastanza attraente. Generalmente in un compressore, infatti, la

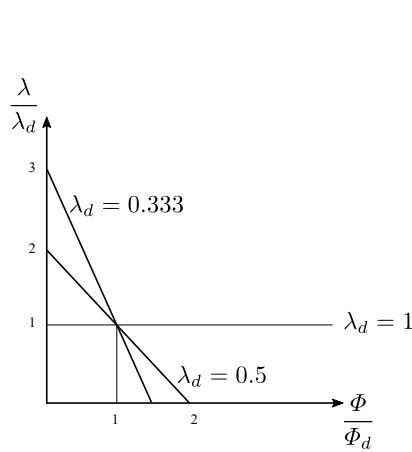


Figura 1.3

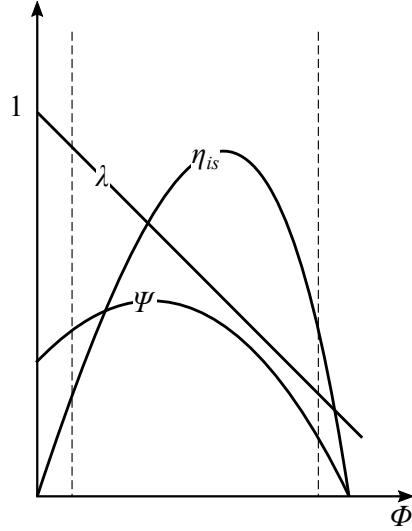


Figura 1.4

pressione di output è definita mentre la portata è regolata, $\lambda_d = 1$ avrei una macchina perfetta, il rapporto di pressione lo riuscirei sempre a mantenere e basta che regoli la portata per ottenere la pressione voluta. Purtroppo non è così perchè le palettature non si comportano in modo ideale, si hanno separazioni di vela, inspessimenti di strato limite... dal punto di vista realistico si riesce ad ottenere un λ_d definito come nell'equazione 1.5.

Come mostrato in figura 1.4 otterrò un comportamento non ideale che non avrà andamento rettilineo, avrò quindi un campo di utilizzo essendo limitato sia a portate basse che a portate alte.

Caratteristica reale:

$$\psi = \frac{\Delta h_{0is}}{u^2} = \lambda \cdot \eta_{is}, \quad \Delta h_{0is} = h_{30is} - h_{10} \quad (1.6)$$

Non abbiamo ancora detto nulla riguardo la forma della pala in funzione del grado di reazione (salto elaborato tra parte statorica e parte rotorica). Vado a sviluppare il grado di reazione della macchina:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad (1.7)$$

$$R = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2u(c_{u2} - c_{u1})} = \frac{(\omega_{u1} + \omega_{u2})(\omega_{u1} - \omega_{u2})}{2u(c_{u2} - c_{u1})}$$

$$\left. \begin{array}{l} c_{u2} = u - \omega_{u2} \\ c_{u1} = u - \omega_{u1} \end{array} \right\} \Rightarrow c_{u2} - c_{u1} = \omega_{u1} - \omega_{u2}$$

Definendo poi

$$\tan \beta_\infty = \frac{\tan \beta_1 + \tan \beta_2}{2}, \quad \Phi = \frac{c_m}{u}$$

Si ottiene

$$R = \Phi \tan \beta_\infty = \frac{\omega_{u\infty}}{u} \quad (1.8)$$

Lo stesso risultato poteva essere raggiunto nel seguente modo

$$\omega_{u1} = u - c_{u1} \Rightarrow R = \frac{1}{2} + \frac{\tan \beta_2 - \tan \alpha_1}{2} \cdot \Phi \simeq \frac{1}{2} + \cos \Phi \quad (1.9)$$

Quello che è importante notare è che:

$$R = 0.5 \rightarrow \beta_2 = \alpha_1$$

Il grado di reazione è costante con la portata e la palettatura sarà simmetrica.

Per rappresentare lo stadio al variare del grado di reazione andiamo per prima cosa a definire i triangoli di velocità come si vede in figura INSERISCI FIGURA. Posso quindi scrivere

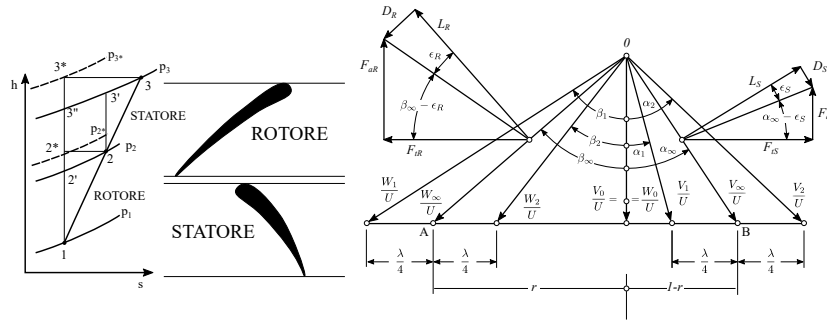


Figura 1.5

$$r \cdot \tan \beta_\infty = R$$

$$\lambda = \frac{\frac{\Delta h_0}{u^2}}{\frac{2}{2}} = \frac{u \Delta c_u}{u^2} = \frac{2 \Delta c_u}{u} = \frac{2 \Delta \omega_u}{u}$$

$$\frac{\Delta c_u}{u} = \frac{\Delta \omega_u}{u} = \frac{\lambda}{2}$$

Qual'ora si operi un cambio di portata vediamo che i triangoli di velocità non cambiano, quello che cambia è la cifra di flusso che passa da phi design a phi come si vede in figura 1.6. Possiamo classificare alcune condizioni notevoli

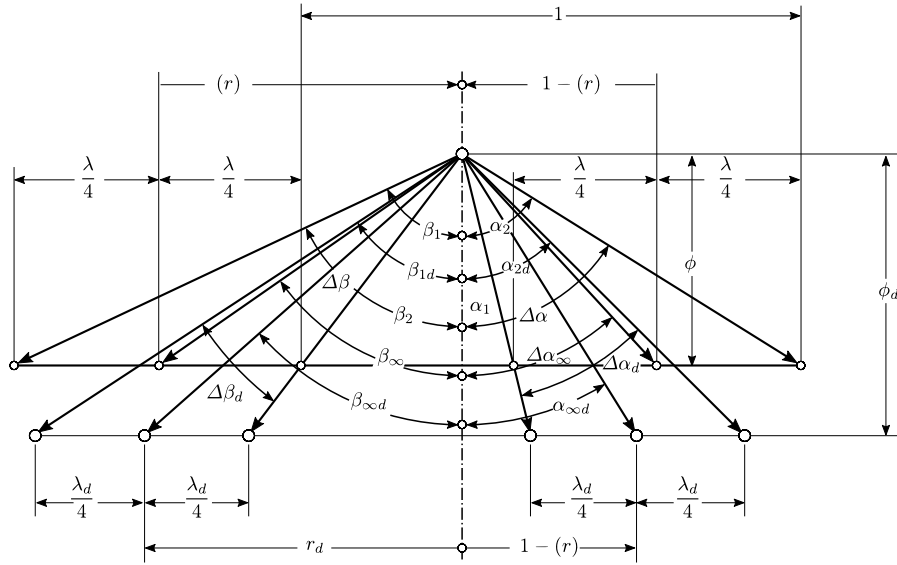


Figura 1.6

riportate in figura . Il primo caso con $r = 1 + \lambda/4$ è particolare in quanto si ha grado di reazione maggiore di uno, lo statore precede infatti il rotore. Mi ritrovo con una velocità di uscita puramente assiale.

Con grado di reazione $r = 1$ le velocità assolute ingresso uscita sono simmetriche.

Con $r = 1 - \lambda/4$ la velocità assoluta è puramente assiale, mentre quella dallo scarico non lo è.

Sono poi rappresentate le geometrie per gradi di reazione sempre più ridotti.

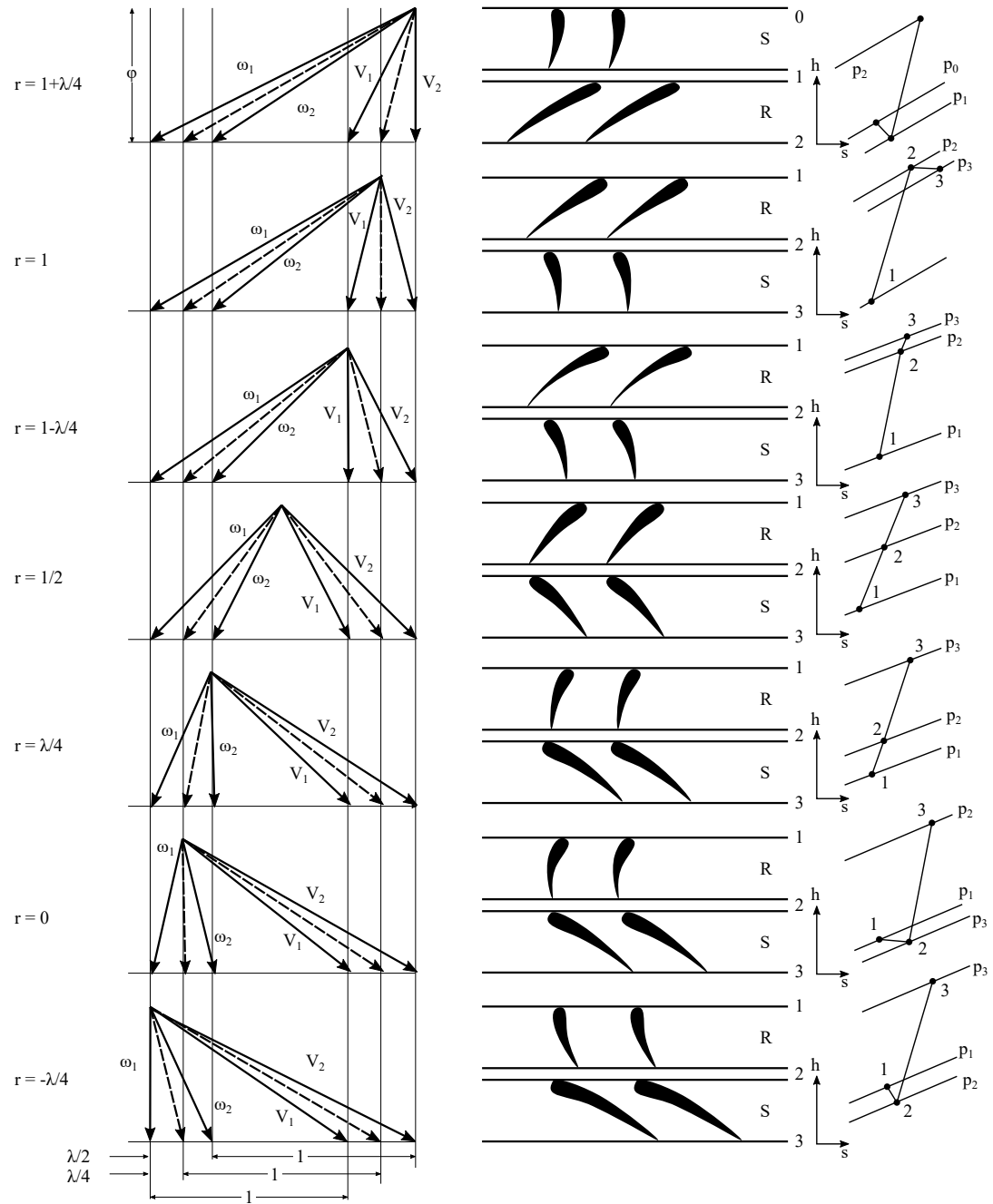


Figura 1.7

La soluzione $r = 1/2$ è la più diffusa e utilizzata eccetto per il primo e l'ultimo stadio in cui si vogliono distribuzioni di velocità particolari, velocità assoluta in uscita e poi in ingresso puramente assiale. In questa configurazione si avranno profili uguali ma specchiati, l'intervallo p1 p3 è poi diviso equamente in due parti uguali tra la parte statorica e la parte rotorica.

1.3 Termodinamica

Vediamo il calcolo del rendimento al variare della portata e del grado di reazione. Partiamo dalla definizione di rendimento isoentropico

$$\eta = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h_0} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \Delta h_0}$$

Dal primo principio:

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho}$$

ma

$$ds = 0 \Rightarrow dh = \frac{dp}{\rho}$$

Otteniamo quindi

$$\eta_{is} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \Delta h_0} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{\lambda}{2} u^2} \quad (1.10)$$

L'incremento di pressione totale si può però ulteriormente sviluppare come somma di incremento di pressione sviluppato nel rotore e nello statore

$$\Delta p = \Delta p_R + \Delta p_S = \frac{F_{aR}}{s_R} + \frac{F_{aS}}{s_S} = \frac{F_{tR} \cdot \tan(\beta_\infty - \varepsilon_R)}{s_R} + \frac{F_{tS} \cdot \tan(\alpha_\infty - \varepsilon_S)}{s_S}$$

Con ε_S , ε_R indice di efficienza del profilo Possiamo fare qualche assunzione. I profili hanno drag molto più piccolo del lift quindi

$$\tan \varepsilon_R \simeq \varepsilon_R = \frac{D_R}{L_R} \quad \tan \varepsilon_S \simeq \varepsilon_S = \frac{D_S}{L_S}$$

Utilizzando le componenti di forza del triangolo di velocità si ottiene

$$F_{tR} = \dot{m} \Delta \omega_u = \overbrace{s_R \cdot \rho \cdot c_m}^{\dot{m}} \cdot \overbrace{\lambda \cdot u \cdot \frac{1}{2}}^{\Delta \omega_u}$$

Analogamente riesco a fare la stessa cosa per la parte statorica

$$F_{tS} = \dot{m} \Delta c_m = s_S \cdot \rho \cdot \lambda \cdot \Phi \cdot u^2 \cdot \frac{1}{2}$$

Andando a sostituire

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \lambda u^2 [\Phi \tan(\beta_\infty - \varepsilon_R) + \Phi \tan(\alpha_\infty - \varepsilon_S)]$$

Ricordando le relazioni

$$R = \Phi \tan \beta_\infty$$

$$1 - R = \Phi \tan \alpha_\infty$$

$$\tan(\beta_\infty - \varepsilon_R) = \frac{\tan \beta_\infty - \tan \varepsilon_R}{1 + \tan \beta_\infty \tan \varepsilon_R} \simeq \frac{\tan \beta_\infty - \varepsilon_R}{1 + \tan \beta_\infty \cdot \varepsilon_R}$$

$$\tan(\alpha_\infty - \varepsilon_S) \simeq \frac{\tan \alpha_\infty - \varepsilon_S}{1 + \tan \alpha_\infty \cdot \varepsilon_S}$$

Otengo in fine la relazione del salto di pressione in funzione del grado di reazione e di λ :

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \lambda u^2 \left[\frac{R - \varepsilon_R \Phi}{\Phi + \varepsilon_R R} + \frac{1 - R - \varepsilon_S \Phi}{\Phi + \varepsilon_S (1 - R)} \right] \cdot \Phi \quad (1.11)$$

Posso dire che epsilon r è circa epsilon s. Il rendimento isoentropico ricordando l'equazione 1.10 diviene:

$$\eta_{is} = \left[\frac{R - \varepsilon_R \Phi}{\Phi + \varepsilon_R R} + \frac{1 - R - \varepsilon_S \Phi}{\Phi + \varepsilon_S (1 - R)} \right] \cdot \Phi \quad (1.12)$$

Cerco ora il coefficiente di reazione

$$\varepsilon_S \simeq \varepsilon_R = \text{cost} = \varepsilon$$

$$\frac{d\eta_{is}}{dR} = 0 \Rightarrow R_{opt} = 0.5 \text{ per } \forall \Phi$$

$$\eta_{|R=0.5} = 2\Phi \cdot \frac{1 - 2\varepsilon\Phi}{\varepsilon + 2\Phi}$$

Si ha quindi $R_{opt} = 0.5$. Naturalmente si vede che il rendimento del compressore è migliorato alla diminuzione di ε .

$$\frac{d\eta_{|R=0.5}}{d\Phi} = 0 \Rightarrow \Phi_{opt} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \varepsilon^2} - \varepsilon \right) \simeq \frac{1 - \varepsilon}{2}$$

Determino ora il rendimento ottimale in funzione di Φ

$$\eta_{max} = 1 + 2\varepsilon^2 - 2\varepsilon\sqrt{1 + \varepsilon^2} \simeq 1 - 2\varepsilon(1 - \varepsilon) \quad (1.13)$$

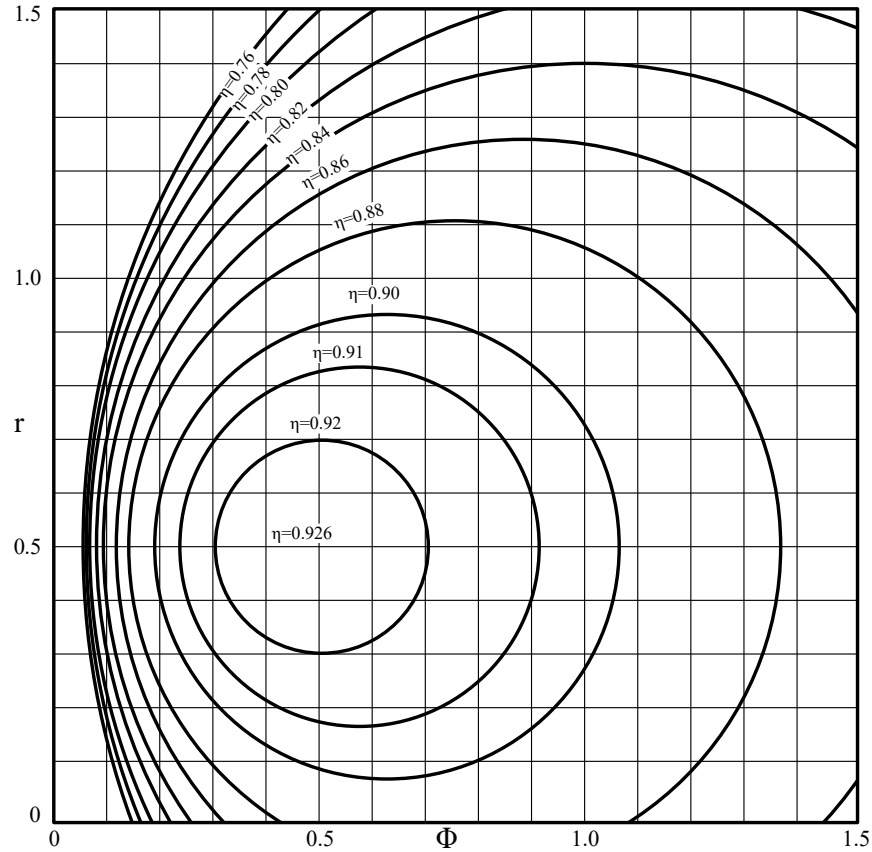


Figura 1.8: Curve isorendimento di uno stadio assiale in funzione del grado di reazione e coefficiente di portata per efficienza del profilo assegnata

1.4 Progettazione della schiera

1.4.1 Correlazioni di Howell

Sono presenti molteplici correlazioni per progettare una macchina assiale. Noi vedremo un filone di correlazioni, sono datate ma non hanno perso di validità. Anche nella progettazione di una nuova macchina è utile partire da un predimensionamento per poi andare a raffinare con strumenti moderni. Verrà quindi usato come passo preliminare. Si parte dalle seguenti riflessioni:

- La deflessione imposta alla corrente è limitata: nell'ordine delle decine di gradi (19, 20, 30 al massimo 40);
- Profili sottili a bassa curvatura.

Le perdite possono quindi essere suddivise in

- Perdite di anello;
- perdite di profilo;
- perdite per flussi secondari.

La perdita di profilo è direttamente correlata al c_D , sarà quella in cui si può andare maggiormente a lavorare. Il flusso all'interno del compressore è un moto elicoidale. Il flusso lambisce quindi la cassa della macchina, vi sarà quindi un attrito tra fluido e la parete, queste perdite le chiameremo perdite di "anello". Le perdite per flussi secondari sono state adeguatamente trattate nel capitolo precedente. Si andrà quindi a lavorare sulle perdite di profilo aggiungendo poi le altre due perdite tramite coefficienti di correlazione.

Le perdite di anello inducono un drag aggiuntivo correlato a quanto più è elevato lo sviluppo radiale della pala, definito H lo sviluppo radiale e s passo pale, si può scrivere

$$C_{Da} = 0.02 \cdot \frac{s}{H}$$

Abbiamo poi che la perdita per flussi secondari è correlata con il quadrato del coefficiente di portanza, quanto più io ho una portanza elevata quanto più impongo una deviazione, tanto più è probabile che abbia un instaurarsi di moti secondari.

$$C_{Da} = 0.018 \cdot C_L^2$$

Posso andare quindi a scrivere un coefficiente di resistenza complessivo

$$C_{Dtot} = C_D + C_{Da} + C_{Ds} = C_D + 0.02 \cdot \frac{s}{H} + 0.018 \cdot C_L^2$$

In figura 1.9 si vede come le varie perdite inficiano sull'efficienza della schiera. La progettazione preliminare con la correlazione di Howell, si va a cercare la relazione tra gli angoli geometrici in ingresso e uscita e gli angoli che deve avere il fluido. La prima correlazione di Howell dice che la condizione di riferimento, ovvero la deflessione che la corrente subisce nell'attraversamento delle pale (nominale) ε^* viene riferita rispetto alla deviazione di stallo ε_s

$$\varepsilon^* = 0.8 \cdot \varepsilon_s \quad (1.14)$$

In figura 1.10 è rappresentato l'andamento della deflessione in funzione dell'angolo di incidenza. Come si nota un tratto pressochè lineare seguito da un brusco cambiamento di curvatura. Quest'ultimo è facilmente individuabile, risulta quindi comodo utilizzarlo come punto di riferimento per individuare la deflessione nominale. Come deflessione nominale si utilizzerà quindi un valore che va a minimizzare le perdite, tenendo conto poi dei margini di operabilità. In figura 1.11 si riportano le nomenclature utilizzate in questo capitolo, è rappresentata la differenza tra angoli geometrici e fluidodinamici. La prima correlazione di Howell permette di calcolare gli angoli del flusso attesi da una

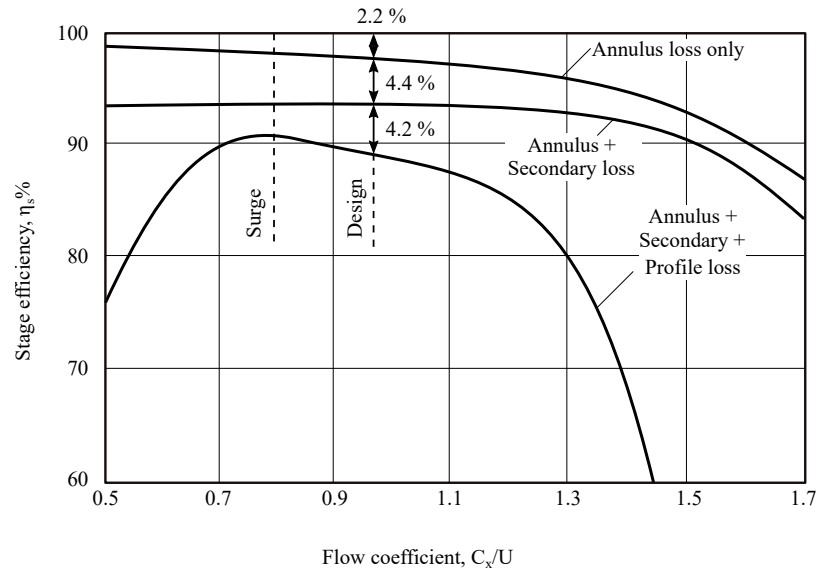


Figura 1.9

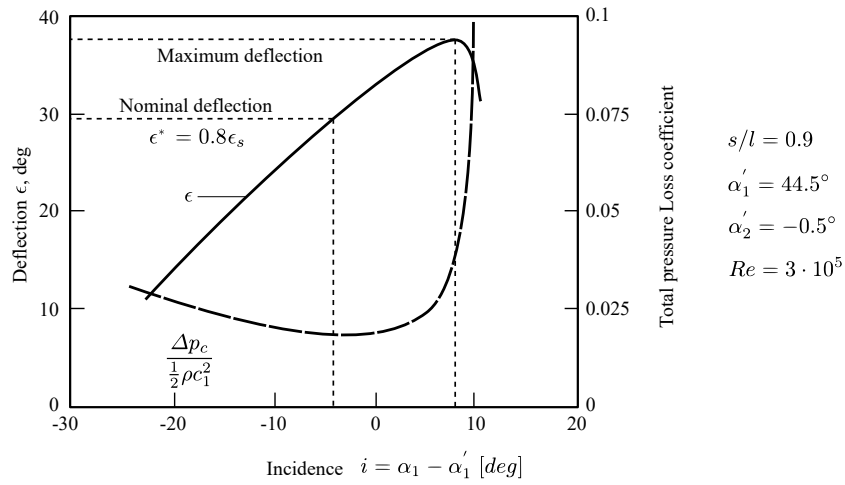


Figura 1.10

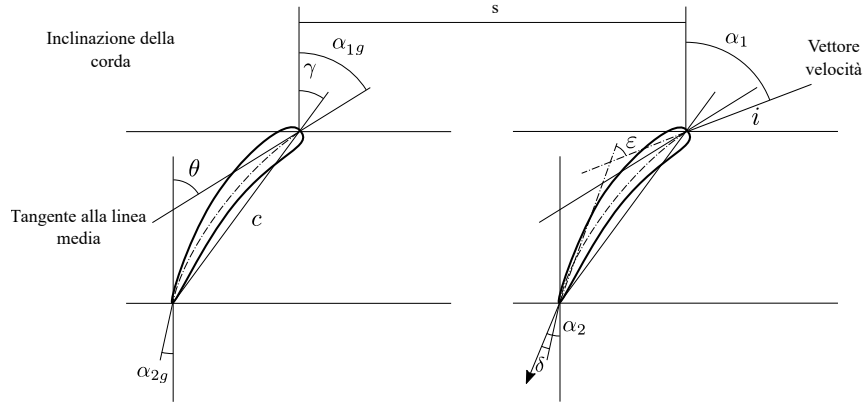


Figura 1.11

chiera di data solidità ($\varepsilon = \varepsilon^*$). La seconda correlazione di Howell permette di trovare, noti gli angoli di lusso, i corrispondenti valori degli angoli geometrici della schiera ($\varepsilon = \varepsilon^*$). La terza correlazione di Howell permette di calcolare le prestazioni in off-design, quando $\varepsilon \neq \varepsilon^*$. In figura 1.12 è rappresentata la prima correlazione di Howell al variare della solidità della schiera. Si nota che a parità di deflessione nominale si avrà una maggiore angolo in uscita per schiere più compatte. Si definisce il campo di validità della relazione

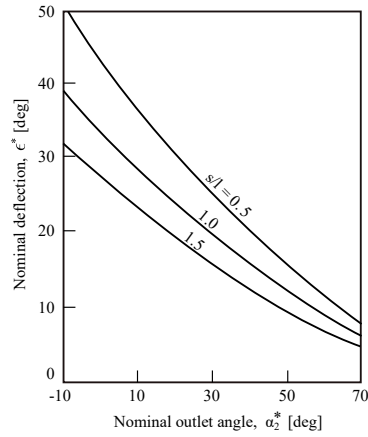


Figura 1.12

$$\varepsilon^* = f\left(\frac{s}{l}, \alpha_2^*, Re\right) \quad 20^\circ < \theta < 40^\circ$$

$$\varepsilon^* = f\left(\frac{s}{l}, \alpha_2^*\right) \quad Re > 3 \cdot 10^5$$

La deflessione nominale è definita come segue

$$\varepsilon^* = \alpha_1^* - \alpha_2^*$$

Le curve espresse come relazione tra gli angoli

$$\tan \alpha_1^* - \tan \alpha_2^* = \frac{1.55}{1 + 1.5 \frac{s}{l}}$$

La seconda correlazione di Howell mi dà il valore della deviazione δ , lo scostamento tra angolo geometrico e angolo effettivo del flusso in uscita. Si ha che δ dipende dai seguenti fattori

$$\delta = f\left(\theta, \text{forma della pala}, \frac{s}{l}, \gamma\right)$$

Si usa la seguente relazione

$$\delta^* = m\theta\left(\frac{s}{l}\right)^n$$

con $n = 1/2$ per schiere di compressore e $n = 1$ per schiere di IGV. Il coefficiente m è funzione della forma della pala, si ripete che queste sono correlazioni approssimative.

$$m = 0.23 \cdot \left(2 \cdot \frac{a}{l}\right)^2 + \frac{\alpha_2^*}{500}$$

Con queste correlazioni posso ridurre i gradi di libertà nella definizione della geometria. Infatti una volta scelti θ, σ , dalla seconda correlazione ottengo δ^* e dalla prima correlazione trovo ε^* . In questo modo posso definire

$$i^* = \varepsilon^* - \theta + \delta^*$$

$$\alpha_{1g} = \alpha_1^* - i^*$$

$$\alpha_{1g} = \alpha_2^* - \delta^*$$

Ora posso effettivamente disegnare la schiera.

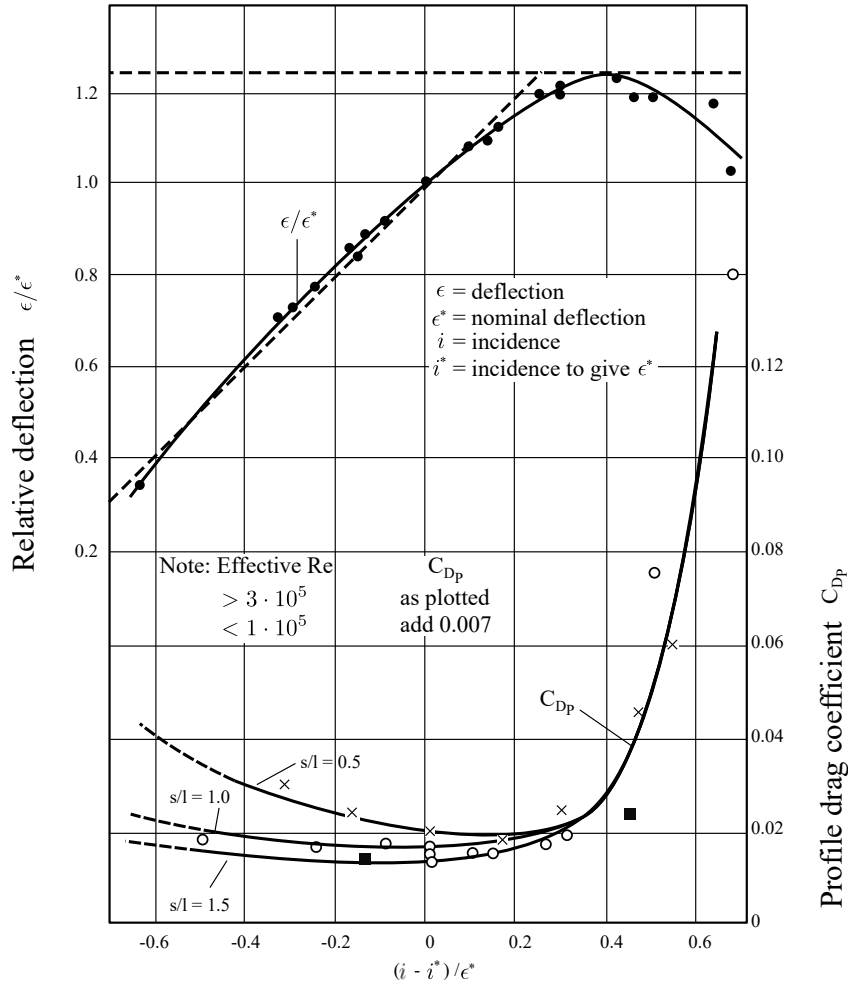


Figura 1.13

1.4.2 Condizioni fuori progetto

Si utilizzano delle ulteriori relazioni nelle quali si va a rapportare la deflessione relativa ϵ/ϵ^* rispetto alle altre caratteristiche (figura 1.13). Queste relazioni sono state ricavate per numeri di Mach bassi, vediamo cosa succede aumentando la velocità e quindi avvicinandosi alle condizioni soniche. In figura 1.14 si rapporta il coefficiente di pressione in funzione del numero di Mach in entrata. Il diagramma è riferito a condizioni specifiche. Si divide la curva in due parti da M_C , oltre questo Mach critico l'andamento delle pressioni sul singolo profilo, fin tanto che $M < M_C$ l'andamento è quello mostrato in figura. Al crescere

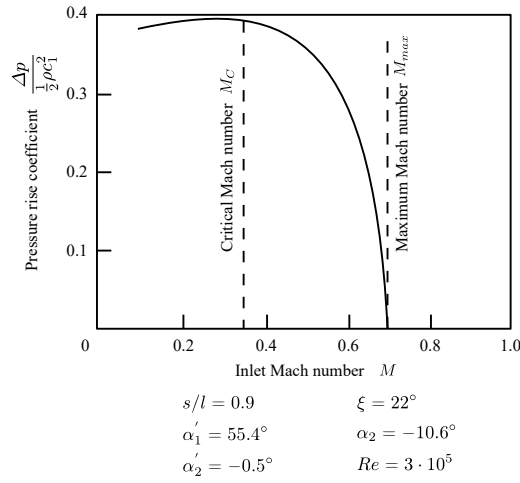


Figura 1.14

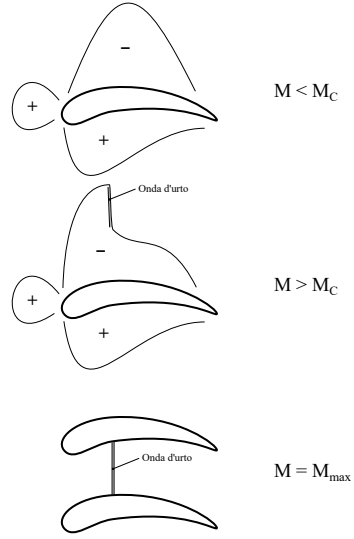


Figura 1.15: Campo di pressione attorno al profilo al variare del numero di Mach

di M il campo di pressione attorno al profilo si modifica con la possibile formazione di un'onda d'urto, il recupero di pressione varia anch'esso in maniera sensibile peggiorando le prestazioni del profilo. Nella condizione di M_{max} si ha un'onda d'urto che occupa l'intero condotto, sono in choking e la portata non può variare. In figura 1.16 ho le relazioni che mi correlano deflessione della

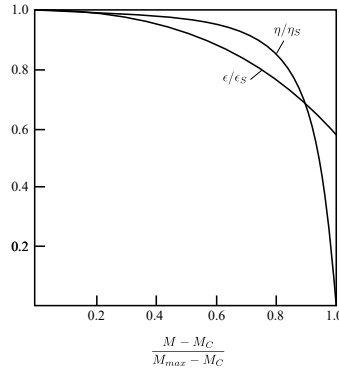


Figura 1.16

schiera e rendimento in funzione di una grandezza dipendente da M comple-

tamente definita una volta definiti M_C e M_{max} che ricordiamo essere specifici per condizioni fissate; soprattutto M_C è pesantemente influenzato dall'angolo di incidenza come si vede in figura 1.17.

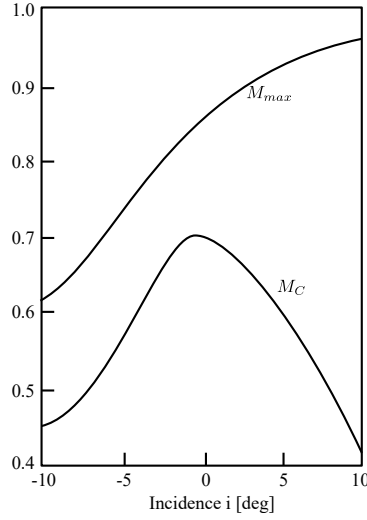


Figura 1.17

1.4.3 Criterio di carico

Al variare del numero di pale, a parità di lavoro svolto dalla macchina dovrò imporre diverse deflessioni, ne conseguirà un carico diverso sulla singola pala. Con poche pale dovrò infatti imporre deflessioni maggiori con un forte carico sul singolo profilo. Si va a fare una verifica, fissata la schiera e la solidità si va a calcolare il coefficiente di deflessione locale D_{loc} che dice quant'è la massima decelerazione a cui è soggetta la schiera (eq. 1.15). Si considera poi la riduzione di quantità di moto come nell'equazione 1.16 integrando sullo spessore occupato dalla scia, con V è velocità di riferimento mentre ν è la velocità come funzione della posizione. Fattore di diffusione locale

$$D_{loc} = \frac{V_{max} - V_2}{V_{max}} \quad (1.15)$$

$$\theta = \int_{\delta_P}^{\delta_S} \frac{\nu}{V} \left(1 - \frac{\nu}{V} \right) dy \quad (1.16)$$

Se ho molte pale, l'integrale diventa molto grande perchè potrei avere l'intero canale palare occupato dalla scia, quindi come criterio empirico utilizzo

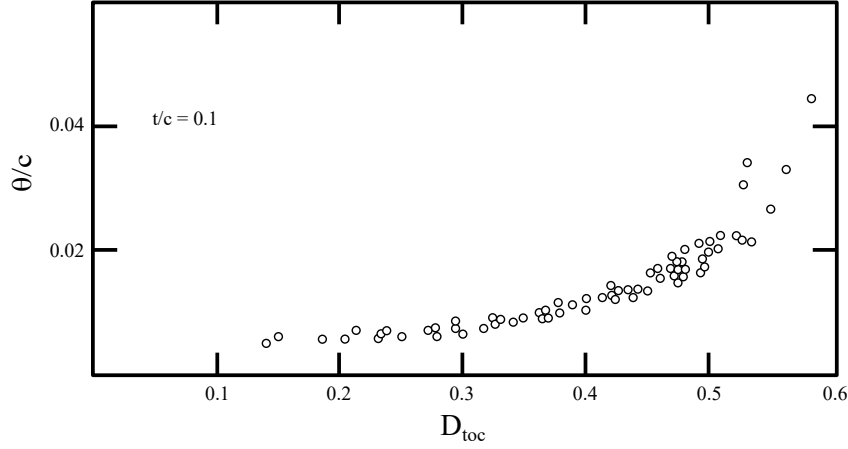


Figura 1.18

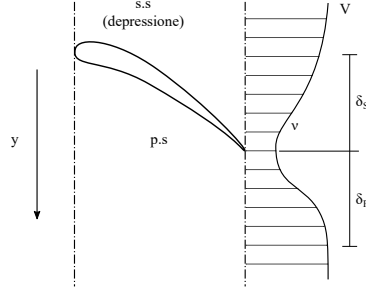


Figura 1.19

$$\frac{\theta}{c} < 0.2$$

In questo modo l'inspessimento di strato limite è considerato trascurabile rispetto alla corrente principale. Il valore di D si può calcolare anche attraverso differenti correlazioni (figura 1.20)

$$D = \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1} \right) + \left(\frac{V_{t1} - V_{t2}}{2\sigma V_1} \right) = \left(1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right) + \frac{\cos \alpha_1}{2\sigma} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$$

e come criterio empirico si usa

$$D \leq 0.4 \div 0.5$$

Infine si possono andare a cercare correlazioni rispetto allo strato limite come mostrato in figura 1.21 ma ciò non ha molto senso in quanto nel contesto moderno è proprio la parte di progettazione che si effettua per via numerica.

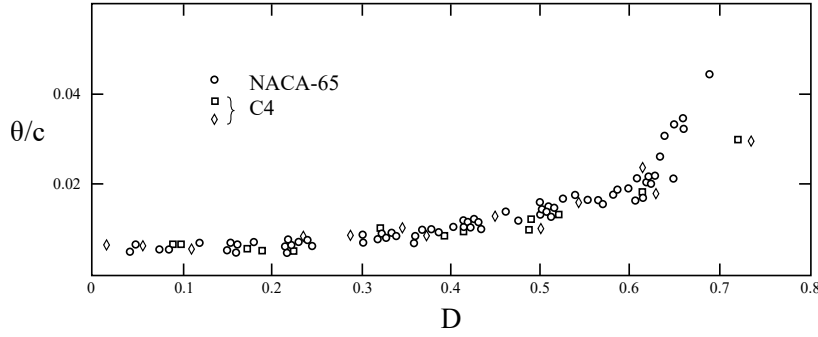


Figura 1.20

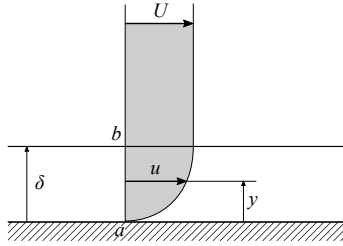


Figura 1.21

$$\Delta M = \int_0^\delta \rho u dy (U - u) = \rho \int_0^\delta u (U - u) dy$$

Spessore della quantità di moto dello strato limite

$$\theta = \frac{\Delta M}{\rho U^2} = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (1.17)$$

1.5 Schiere supersoniche

Fin'ora abbiamo parlato di schiere di copressori con deflusso subsonico debolmente comprimibile con rapporti di compressione modesti (10 - 20 peerc) partendo dal presupposto che il flusso in ingresso sia inferiore alla velocità sonica. Quindi

$$\begin{cases} M_1 < 1 \\ M_2 < 1 \end{cases}$$

Vediamo delle condizioni diverse. Si parlerà di compressore transonico se

$$\begin{cases} M_1 > 1 \\ M_2 < 1 \end{cases}$$

Nel caso in cui si arrivi in condizione soniche all'interno della macchina si faranno ulteriori distinzioni rispetto alla componente assiale: per $M_{1a} < 1$ si parlerà di *regime innescato* o *non innescato* mentre per $M_{1a} > 1$ si parlerà di *regime saturo*. Ulteriori possibilità che non hanno però rilevanza nei compressori sono

$$\begin{cases} M_1 < 1 \\ M_2 > 1 \end{cases}$$

In questo caso il flusso viene accelerato ma per definizione in un compressore cerco esattamente l'effetto opposto. Si ha poi

$$\begin{cases} M_1 > 1 \\ M_2 > 1 \end{cases}$$

in cui il flusso è interamente supersonico, non ha interessi applicativi.

Le schiere supersoniche trovano applicazioni particolari in campo aeronautico. Nel regime non innescato notiamo che è presente un'onda d'urto normale al flusso, si avrà una zona supersonica a monte della schiera, l'aumento di velocità naturalmente è dovuto all'aumento di spessore della schiera.

Nel regime innescato la perturbazione di pressione occupa integralmente il condotto palare, distinguo in maniera chiara, la portata è bloccata.

In regime saturo la componente assiale è superiore a 1, il blocco sonico è a monte della schiera, a monte si creano onde oblique che dissipano energia.

Questo tipo di deflusso consente un salto di pressione più elevato a scapito però di una pesante perdita in termini di rendimento.

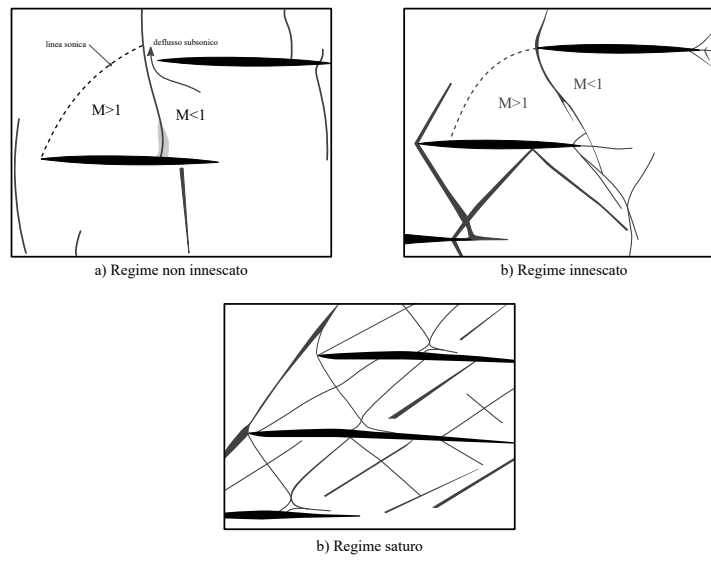


Figura 1.22

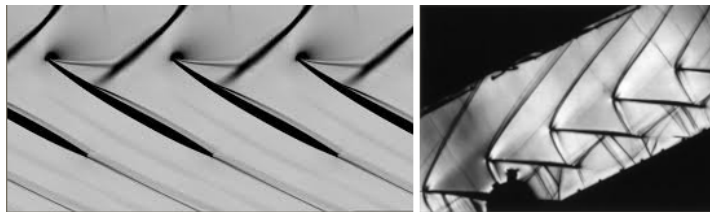


Figura 1.23

Turbine a flusso assiale e misto

Nel caso delle turbine non si parlerà di flusso assiale puro, è presente anche una significativa componente radiale. Nel caso di una turbina il salto entalpico per stadio è di gran lunga superiore all'analogo elaborabile dal compressore. Entalpia e temperatura decrescono molto rapidamente, l'ipotesi di avere densità costante e l'andamento delle pressioni a gradino tra stadi successivi non è più accettabile a causa proprio della dimensione del salto entalpico. Abbiamo temperature molto elevate, nel compressore è la qualità del design del profilo a dominare mentre nella turbina il limite costruttivo è dato dai materiali della palettatura che lavorano a temperature molto elevate e con deflessioni che vanno dai 50° a 180° . Il profilo aerodinamico utilizzato in un compressore

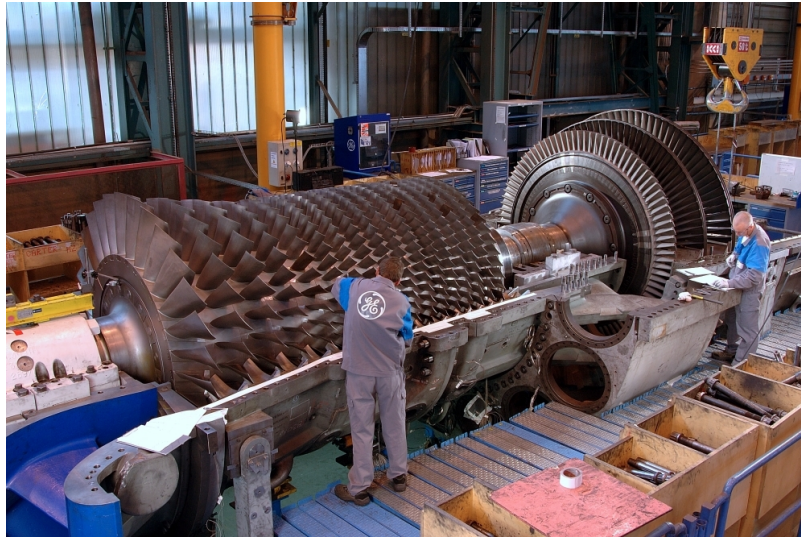


Figura 2.1

sarà quindi molto diverso da quello utilizzato in una turbina, quest'ultimo rappresenta più una effettiva variazione di condotto. Per andare a vedere come si presenta una turbina assiale facciamo riferimento all'immagine in figura 2.1, è rappresentata una turbina a gas ad uso terrestre. Le pale sono attorno ai 45 gradi, immaginando la parte statorica si avrà un grado di reazione di 0.5, probabilmente ad eccezione del primo stadio, a monte potrebbe esserci un IGV. Sono presenti 17 stadi di compressione e solo 3 di turbina.

Vediamo allora quali possono essere le varie configurazioni di turbina. Vi sono innanzitutto gli stadi ad azione $R = 0$

$$\begin{cases} \text{De laval,} & z_v = 1 \\ \text{Curtis,} & z_v = 2 \div 3 \\ \text{Reteau,} & z_v = 1 \end{cases}$$

Con z_v salti di velocità. Ci sono poi le turbine Parsons con $R = 5$. Si possono così andare a determinare i triangoli di velocità.

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \frac{\sin \alpha_1}{2z_v}, \text{ per } R = 0$$

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \sin \alpha_1, \text{ per } R = 0.5$$

Poi essendo α_1 piccolo si può scrivere $\sin \alpha_1 \simeq \alpha_1$ semplificando ulteriormente le espressioni.

2.1 Calcolo dei rendimenti

Andiamo ora a vedere quello che succede all'interno dello stadio di una turbina. Mi pongo su un sistema di riferimento con linea media del condotto palare come mostrato in 2.2. Non posso più assumere trascurabile la variazione di raggio. Il salto entalpico tra i punti $1 - 2_s$ è leggermente superiore a quello presente tra i punti $1_s - 2_{ss}$ questo a causa della divergenza delle isobare. A tal proposito si introduce il fattore di recupero f

$$(1 - R^*) \cdot \frac{c_i^2}{2}$$

$$(1 + f)r^* \cdot \frac{c_i^2}{2} \text{ salto tra } 1 \text{ e } 2_s$$

Questo fattore di recupero è fisicamente spiegabile dal fatto che la trasformazione non essendo puramente isoentropica causa un aumento della temperatura parzialmente recuperabile nell'attraversamento successivo.

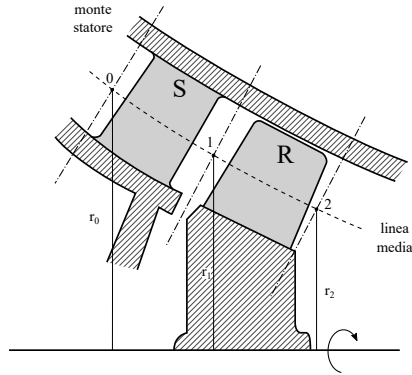


Figura 2.2

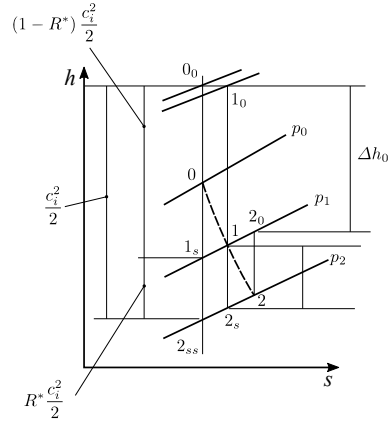


Figura 2.3

2.1.1 Rendimenti

Il rendimento è il seguente

$$\eta = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{2ss} - \Phi_E \frac{c_2^2}{2}} = \frac{\Delta h_0}{\Delta h_{ists} - \Phi_E \frac{c_2^2}{2}}$$

Il termine Φ_E rappresenta la quota cinetica a valle della turbina. Quando lo considero uguale a 1 sto considerando un rendimento total to total mentre se lo considero pari a zero sto considerando un rendimento total to static.

$$\begin{cases} \Phi_E = 1 \Rightarrow \eta = \eta_{tt} \\ \Phi_E = 0 \Rightarrow \eta = \eta_{ts} \end{cases}$$

Seguono ora una serie di definizioni. Cifra di lavoro

$$\psi = \frac{h_{00} - h_{2ss}}{\frac{u^2}{2}} = \frac{c_1^2}{u_1^2} = \frac{\Delta h_{ists}}{\frac{u^2}{2}}$$

Coefficiente di portata

$$\Phi_1 = \frac{c_{m1}}{u_1}$$

Grado di reazione

$$R^* = \frac{h_{1s} - h_{2ss}}{h_{00} - h_{2ss}} = \frac{\Delta h_{Ris}}{\Delta h_{ists}}$$

Energia cinetica totale

$$\frac{c_i^2}{h_{0_0} - h_{2_{ss}}}$$

Coefficiente di velocità periferica

$$k_{is} = \frac{u_1}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{\psi}}$$

Coefficiente di lavoro specifico totale

$$\lambda = \frac{h_{0_0} - h_{2_0}}{\frac{u^2}{2}} \frac{\Delta h_0}{\frac{u^2}{2}}$$

Voglio cercare la relazione tra il grado di reazione ideale e quello effettivo. Adimensionalizzo i triangoli di velocità. Ora non posso più riferirmi ad una sola velocità meridiana, questa diventa una grandezza di progettazione in quanto definisce le sezioni della macchina. Utilizzo quindi i rapporti tra velocità meridiane e tra i raggi.

$$\frac{c_{m2}}{c_{m1}}, \quad \frac{r_2}{r_1}$$

Adimensionalizzo tutte le grandezze con la velocità periferica u_1 . Chiaramente i triangoli di velocità saranno di dimensioni diverse. Posso ora andare a

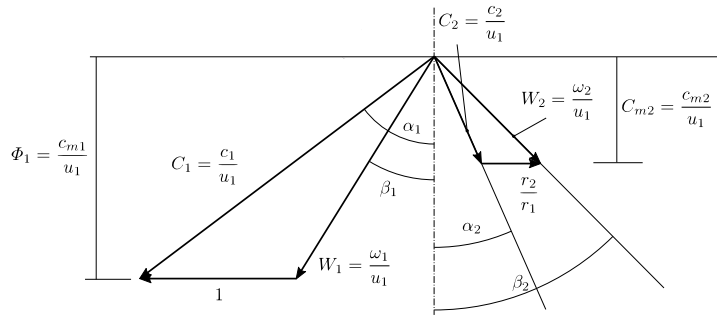


Figura 2.4

sviluppare l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{\Delta h_0}{\Delta h_{ists} - \Phi_E \frac{c_2^2}{2}} \cdot \frac{\frac{1}{u_1^2/2}}{\frac{1}{u_1^2/2}} = \frac{\lambda}{\psi - \Phi_E (C_2^2)} \quad (2.1)$$

Espandendo il numeratore

$$\lambda = \frac{\Delta h_0}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{2(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}{u_1^2} = 2 \left(C_{u1} - \frac{r_2}{r_1} C_{u2} \right)$$

Scrivo ora le velocità assolute adimensionalizzate in funzione del rendimento e del grado di reazione.

$$\frac{c_1^2}{2} = (1 - R^*) \frac{c_i^2}{2} \cdot \eta_s \Rightarrow c_1 = \sqrt{\eta_s (1 - R^*)} \cdot c_i$$

$$C_1 = \frac{c_1}{u_1} = \sqrt{\eta_s (1 - R^*)} \cdot \frac{c_i}{u_1}, \text{ con } \frac{c_i}{u_1} = \frac{1}{k_{is}}$$

Ottengo

$$C_1 = \frac{\sqrt{\eta_s}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \quad (2.2)$$

Vado a vedere la stessa cosa per le altre grandezze. Per espandere la velocità relativa adimensionalizzata utilizzo il teorema di Carnot

$$W_1^2 = C_1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot C_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)$$

ottengo

$$W_1 = \sqrt{1 + \frac{n_{is}}{k_{is}^2} (1 - R^*) - 2 \frac{\sqrt{\eta_s}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \cdot \sin \alpha_1}$$

Per quanto riguarda W_2 . Considero il salto entalpico e lo scrivo in funzione del fattore di recupero

$$h_2 - h_1 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \quad (2.3)$$

$$h_1 - h_2 = \frac{c_i^2}{2} \cdot R^* (1 + f) \eta_R$$

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \frac{c_i^2}{2} \cdot R^* (1 + f) \eta_R \cdot \left/ \frac{1}{u_1^2} \right.$$

$$W_2 = \sqrt{\frac{\eta_R (1 + f) R^*}{k_{is}^2} + \frac{\eta_s}{k_{is}^2} (1 + R^*) - \frac{2\sqrt{\eta_s}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \sin \alpha_1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} \quad (2.4)$$

Per quanto riguarda C_{m2}

$$C_{m2} = c_{m1} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} c_1 \cos \alpha_1 \cdot \frac{c_{m2}}{c_{m1}}$$

$$C_{m2} = C_1 \cos \alpha_1 \cdot \frac{c_{m2}}{c_{m1}}$$

ottengo

$$C_{m2} = \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \frac{\sqrt{\eta_s}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \cos \alpha_1 \quad (2.5)$$

Sono in grado essenzialmente di scrivere il rendimento come funzionale di tutte le grandezze viste

$$\eta = f\left(\psi, \Phi_R, R^*, k_{is}, f, \frac{c_{m2}}{c_{m1}}, \frac{r_2}{r_1}, \alpha_1, \eta_s, \eta_R\right)$$

I primi quattro parametri sono parametri unzionali, f dipende dalla divergenza delle isobare e quindi dalla natura del fluido, i tre parametri successivi sono parametri di progetto e infine gli ultimi due sono parametri della schiera rotorica e statorica. Possiamo tracciare un diagramma di rendimento total - static / total - total in funzione della cifra di lavoro.

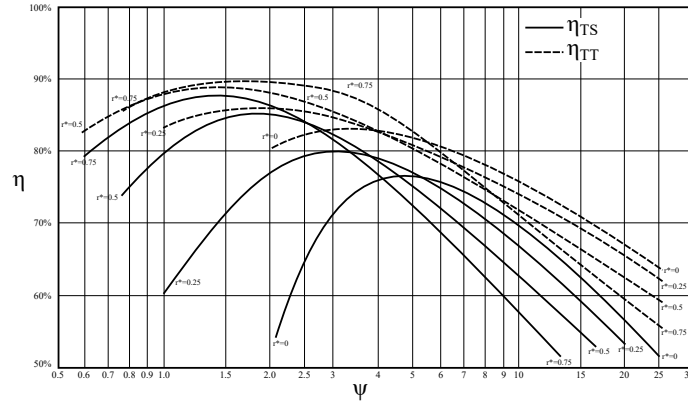


Figura 2.5

2.2 Proprietà termodinamiche del flusso

Si possono ora andare a calcolare le proprietà termodinamiche del flusso nell'attraversamento della turbina. Si definisce il numero di Mach periferico come segue

$$M_u = \frac{u_1}{a_{0_0}}$$

Posso però esprimere la velocità acustica a monte della turbina in funzione dell'entalpia totale

$$a_{0_0} = \sqrt{kRT_{0_0}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} (c_p - c_v) T_{0_0}} = \sqrt{h_{0_0} (k - 1)}$$

$$\psi = \frac{h_{0_0} - h_{2ss}}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{c_i^2}{u_1^2} = \frac{\Delta h_{ists}}{\frac{u_1^2}{2}}$$

$$\frac{c_i^2}{2} = \psi \frac{u_1^2}{2} \frac{a_{0_0}^2}{a_{0_0}^2} = \frac{\psi}{2} M u^2 (k - 1) h_{0_0}$$

$$h_{1s} = h_{0_0} - (1 - R^*) \frac{c_i^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - (1 - R^*) \frac{k - 1}{2} \psi M_u^2 \right]$$

$$h_{2ss} = h_{0_0} - \frac{c_i^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - \frac{k - 1}{2} \psi M_u^2 \right]$$

$$\frac{c_1^2}{2} = \eta_s \frac{c_i^2}{2} (1 - R^*)$$

$$h_1 = h_{0_0} - \frac{c_1^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - (1 - R^*) \frac{k - 1}{2} \eta_s \psi M_u^2 \right]$$

$$h_2 = h_{0_0} - \Delta h_0 - \frac{c_2^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - \left(\eta_{ts} + \frac{C_2^2}{\psi} \right) \frac{k - 1}{2} \psi M_u^2 \right]$$

