دانشگاه تهران

دانشکده علوم و فنون نوین

مکاترونیک

پروژه درس

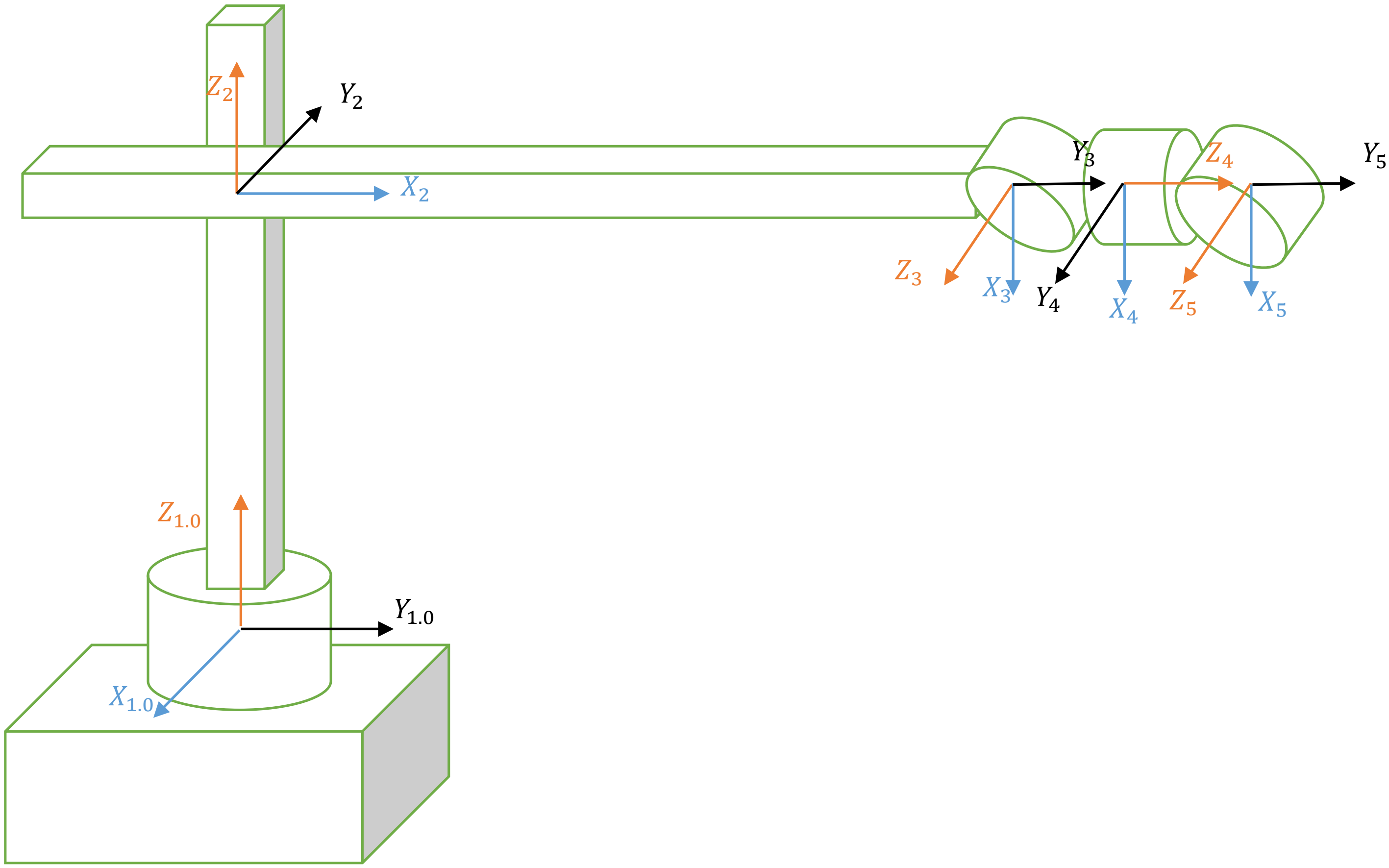
رباتیک پیشرفته

استاد

دکتر عالی پور

آرمان بختیاری


GMFRobotics
M-100



۱) با توجه به آنکه کاتالوگ مربوط به ربات فوق موجود نمیباشد، با بررسی ربات های مشابه ماتریس ممان اینرسی های زیر را برای ربات انتخاب میکنیم.

$$I1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \quad I2 = \begin{pmatrix} 0.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad I3 = \begin{pmatrix} 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0.32 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$I4 = \begin{pmatrix} 0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0 & 0.12 \end{pmatrix} \quad I5 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.22 \end{pmatrix}$$

۲) هر چند بر روی شکل فوق جهت خوانا بودن ۳ دستگاه مختصات آخر را جدا رسم

کرده ایم اما برای سادگی origin دستگاه های ٤ و ٥ را هم

منطبق بر origin دستگاه ۳ در نظر میگیریم.

D-H Parameters:

i	α(i-1)	a(i-1)	di	θi
1	0	0	0	θ1
2	0	0	d2	90
3	90	L	0	θ3
4	-90	0	0	θ4
5	90	0	0	θ5

۳) ابتدا ماتریس های تبدیل بین لینک ها را با توجه به جدول D-H استخراج مینماییم.

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c\theta1 & -s\theta1 & 0 & 0 \\ s\theta1 & c\theta1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} c\theta3 & -s\theta3 & 0 & L \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta3 & c\theta3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} c\theta4 & -s\theta4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta4 & -c\theta4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} c\theta5 & -s\theta5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta5 & c\theta5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$
{}^0_2T = \begin{bmatrix} -s1 & -c1 & 1 & 0 \\ c1 & -s1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\qquad
{}^0_3T = \begin{bmatrix} -s1c3+s3 & s1s3+c3 & c1 & -Ls1 \\ c1c3 & -c1s3 & s1 & c1L \\ s3 & c3 & 0 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^0_4T = \begin{bmatrix} -s1c3c4+s3c4-c1s4 & s1c3s4-s3s4-c1c4 & s1s3+c3 & -Ls1 \\ c1c3c4-s1s4 & -c1c3s4-s1c4 & -c1s3 & c1L \\ s3c4 & -s3s4 & c3 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^0_5T = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & -Ls1 \\ c1c3c4c5-s1s4c5-c1s3s5 & -c1c3c4s5+s1s4s5-c1s3c5 & -c1c3s4-s1c4 & c1L \\ s3c4c5+c3s5 & -s3c4s5+c3c5 & s3s4 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

x1 = -s1c3c4c5+s3c4c5-c1s4c5+s1s3s5+c3s5

x2 = s1c3c4s5-s3s5c4+c1s4s5+s1s3c5+c3c5

x3 = -s1c3s4+s3s4+c1c4

موقعیت مجری نهایی با توجه به ماتریس تبدیل لینک آخر نسبت به مبدا که از حاصل ضرب همه ی ماتریس تبدیل ها بدست می آید، قابل محاسبه است. بدین گونه که ۳ درایه اول ستون آخر ماتریس تبدیل موقعیت مجری نهایی را مشخص میکنند (مستطیل سبز رنگ) و ۳ سطر و ۳ ستون اول آن جهت گیری فضایی آن را (مستطیل قرمز رنگ).

$$
{}^0_5R
$$

$$
{}^0_5T = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & -Ls1 \\ c1c3c4c5-s1s4c5-c1s3s5 & -c1c3c4s5+s1s4s5-c1s3c5 & -c1c3s4-s1c4 & c1L \\ s3c4c5+c3s5 & -s3c4s5+c3c5 & s3s4 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

x1 = -s1c3c4c5+s3c4c5-c1s4c5+s1s3s5+c3s5

x2 = s1c3c4s5-s3s5c4+c1s4s5+s1s3c5+c3c5

x3 = -s1c3s4+s3s4+c1c4

٤) برای بدست آوردن پارامتر های اویلر ابتدا باید مشخص نمود که کدام یک از پارامتر ها از ۰٫۵ بزرگتر است، سپس باقی پارامتر ها را بر مبنای آن بدست آوریم. با استفاده از کد متلب EulerParameters مقادیر پارامتر ها را به نزدیک ترین عدد صحیح

روند میکنیم. حاصل آنست که ε_4 بزرگترین پارامتر بوده و باقی پارامتر ها را طبق فرمول زیر محاسبه میکنیم. حاصل در کد متلب قابل مشاهده است.

$$ {}_5^0R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} $$

$$ \varepsilon_4 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + r_{11} + r_{22} + r_{33}} $$

$$ \varepsilon_1 = \frac{r_{32} - r_{23}}{4\varepsilon_4} $$

$$ \varepsilon_2 = \frac{r_{13} - r_{31}}{4\varepsilon_4} $$

$$ \varepsilon_3 = \frac{r_{21} - r_{12}}{4\varepsilon_4} $$

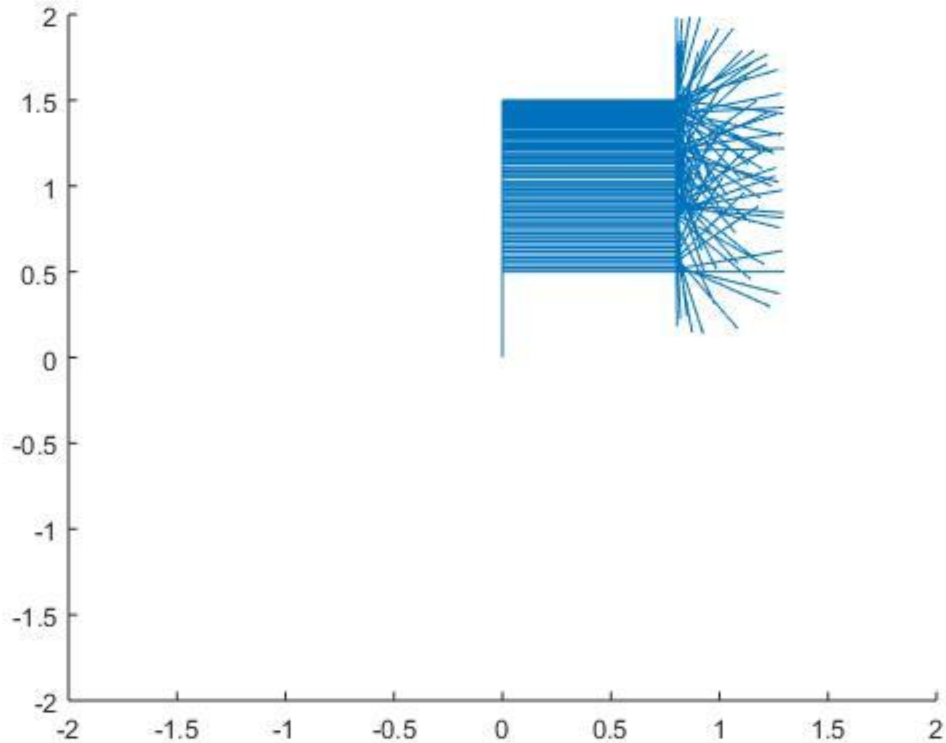
$$ \theta = 2\cos^{-1}\varepsilon $$

$$ W_x = \frac{\varepsilon_1}{\sin\frac{\theta}{2}} $$

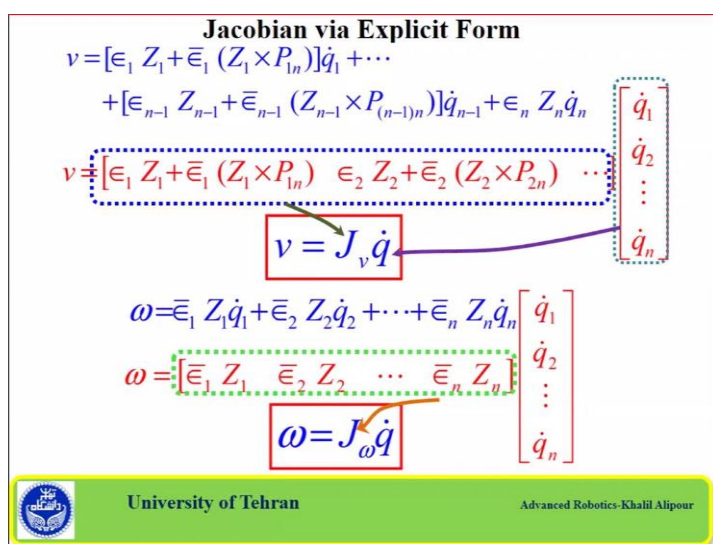
$$ W_y = \frac{\varepsilon_2}{\sin\frac{\theta}{2}} $$

$$ W_z = \frac{\varepsilon_3}{\sin\frac{\theta}{2}} $$

۵) بر اساس کد متلب WorkSpace فضای کاری ربات را در دو بعد شبیه سازی می کنیم. دقت شود که لینک نهایی به طور اغراق آمیزی در نظر گرفته شده است تا حاصل کار مشهود تر باشد.



۶و۷) کد متلب ForwardKinematics شامل هر دو بخش است. ابتدا به روش صریح و از فرمول های زیر یکبار ژاکوبین حساب شده است.



سپس با استفاده از یک حلقه for، ژاکوبین را بار دیگر بر اساس فرمول های بازگشتی زیر محاسبه کرده ایم.

$$^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_{\ \ i}R.{}^{i}\omega_i + \dot{\theta}_{i+1}.{}^{i+1}Z_{i+1}$$

$$^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_{\ \ i}R.({}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}) + \dot{d}_{i+1}.{}^{i+1}Z_{i+1}$$

$$\begin{pmatrix} {}^{0}v_n \\ {}^{0}\omega_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{0}_{n}R & 0 \\ 0 & {}^{0}_{n}R \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} {}^{n}v_n \\ {}^{n}\omega_n \end{pmatrix}$$

۸) با توجه به آنکه ۳ مفصل نهایی ربات منطبق بر هم است، برای بدست آوردن سینماتیک معکوس از روش پایپر استفاده می کنیم. به کمک مد متلب InverseKinematics ابتدا $\theta 1$ و d2 را برحسب x,y,z، موقعیت لینک نهایی ربات بدست می آوریم.

```
- (4*cos(theta1))/5 - (4967757600021511*sin(theta1))/50706024009129176059868128215040 == x
  (4967757600021511*cos(theta1))/50706024009129176059868128215040 - (4*sin(theta1))/5 == y
                                                                                   d2 == z
```

که زاویه اول را هم در آن از فرمان atan2 میتوان محاسبه کرد.

در ادامه نیز با توجه به ماتریس معادل ۳ زاویه اویلری و فرمول های مربوط به روش پایپر، ۳ زاویه آخر را نیز بر حسب x,y,z بدست میاوریم.

$$R_{Z'Y'X'}$$

$$^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha.c\beta & c\alpha.s\beta.s\gamma - s\alpha.c\gamma & c\alpha.s\beta.c\gamma + s\alpha.s\gamma \\ s\alpha.c\beta & s\alpha.s\beta.s\gamma + c\alpha.c\gamma & s\alpha.s\beta.c\gamma - c\alpha.s\gamma \\ -s\beta & c\beta.s\gamma & c\beta.c\gamma \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} \cos\beta = c\beta = \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2} \\ \sin\beta = s\beta = -r_{31} \end{array}\right\} \rightarrow \beta = A\tan 2(-r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2})$$

```
theta4= simplify(atan2(-R0(3,1),sqrt(R0(1,1).^2 + R0(2,1).^2)))
theta5= atan2(R0(3,2)/cos(theta4),R0(3,3)/cos(theta4))
theta3= atan2(R0(2,1)/cos(theta4),R0(1,1)/cos(theta4))
```

۹) از آنجا که ربات دارای ۵ مفصل است، ژاکوبین حاصل نیز ۵*٦ خواهد بود و مربعی نیست. به همین خاطر برای بدست آوردن دترمینان آن و نهایتا برابر با صفر قرار دادن آن، میبایست ابتدا ماتریس ژاکوبین را در ترنسپوز آن ضرب کنیم و مقادیر ویژه ماتریس حاصلضرب را که ماتریسی مربعی است محاسبه کنیم.

۱۰) برای استخراج دینامیک ربات از روش نیوتن-اویلر از روابط زیر استفاده می کنیم. تنها باید در خاطر داشت که برای اعمال اثر نیروی گرانش باید شتاب لینک اول را برابر با شتاب گرانش قرار داد.

Iterative Newton and Euler Dynamic Formulation

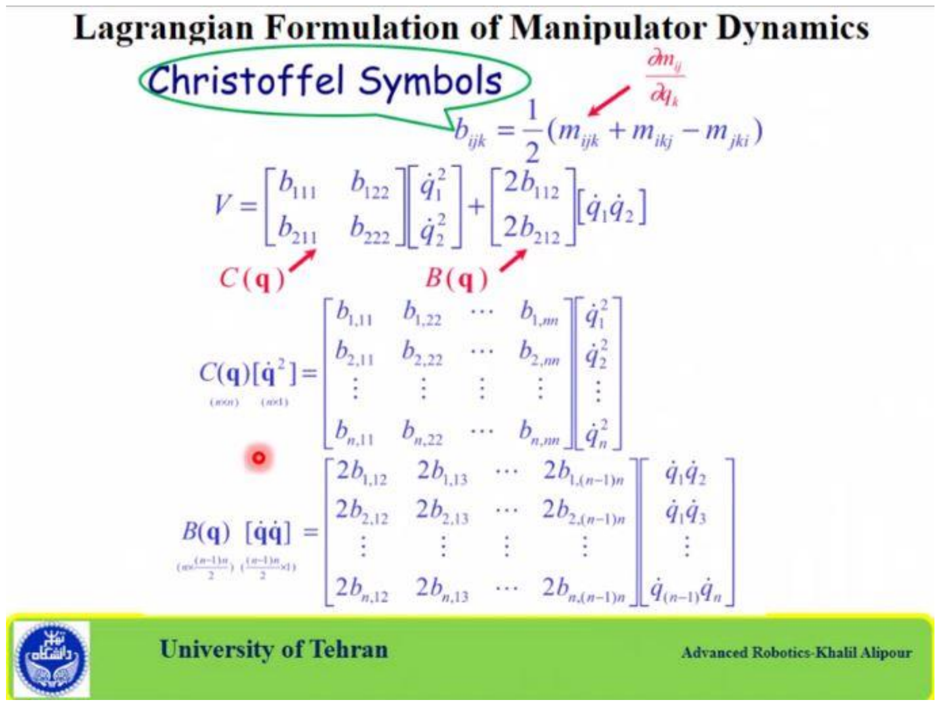
Outward iterations: i : 0 ⟶ 5

$$
\begin{aligned}
{}^{i+1}\omega_{i+1} &= {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_{i} + \dot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\
{}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} &= {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\dot{\omega}_{i} + {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_{i} \times \dot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\
{}^{i+1}\dot{v}_{i+1} &= {}^{i+1}_{i}R({}^{i}\dot{\omega}_{i} \times {}^{i}P_{i+1} + {}^{i}\omega_{i} \times ({}^{i}\omega_{i} \times {}^{i}P_{i+1}) + {}^{i}\dot{v}_{i}) \\
&\quad + 2\,{}^{i+1}\omega_{i+1} \times \dot{d}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{d}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}. \\
{}^{i}\dot{v}_{C_i} &= {}^{i}\dot{\omega}_{i} \times {}^{i}P_{C_i} + {}^{i}\omega_{i} \times ({}^{i}\omega_{i} + {}^{i}P_{C_i}) + {}^{i}\dot{v}_{i} \\
{}^{i+1}F_{i+1} &= m_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} \\
{}^{i+1}N_{i+1} &= {}^{C_{i+1}}I_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{C_{i+1}}I_{i+1}\,{}^{i+1}\omega_{i+1}
\end{aligned}
$$

University of Tehran — Advanced Robotics-Khalil Alipour

و برای استخراج روابط از روش لاگرانژ نیز از فرمول های زیر استفاده می کنیم.

$$
M = \sum_{i=1}^{n} \left(m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_{Ci} J_{\omega_i}\right)
$$



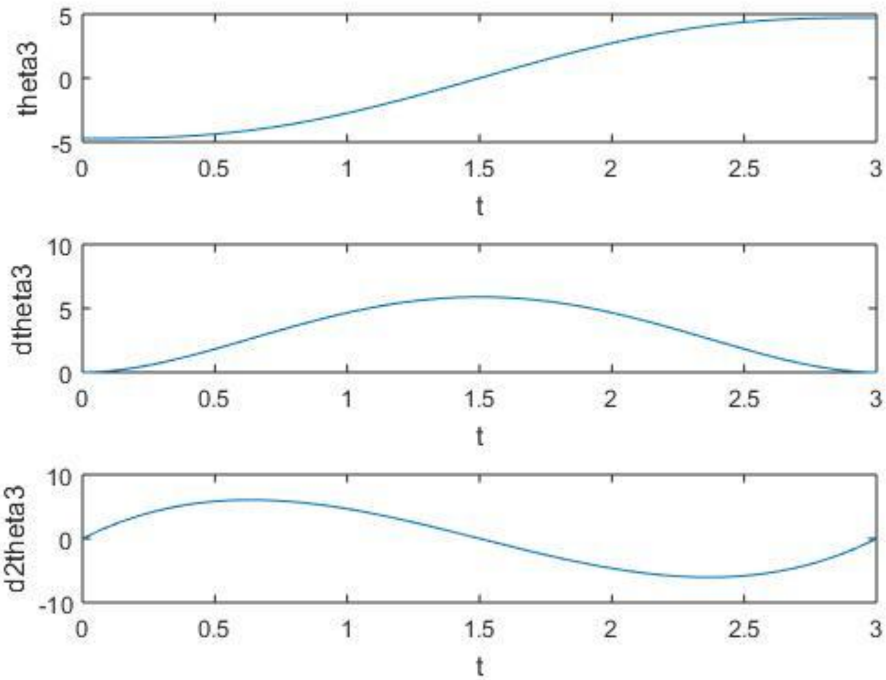
$$G = -(J_{v_1}^T(m_1 g) + J_{v_2}^T(m_2 g) + \cdots + J_{v_n}^T(m_n g))$$

۱۱) در این بخش برای هر کدام از متغیر های مفاصل یک تراژکتوری Polynomial از مرتبه ۵ در نظر میگیریم. هر Polynomial از ٦ ضریب تشکیل شده است که با دانستن مقادیر اولیه و نهایی متغیر های مفصلی، سرعت آنها و شتاب آنها بدست می آید. برای این منظور از فرمول زیر استفاده می کنیم.

$$C = \begin{pmatrix} c0 \\ c1 \\ c2 \\ c3 \\ c4 \\ c5 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 1 & t0 & t0\text{^}2 & t0\text{^}3 & t0\text{^}4 & t0\text{^}5 \\ 0 & 1 & 2t0 & 3t0\text{^}2 & 4t0\text{^}3 & 5t0\text{^}4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t0 & 12t0\text{^}2 & 20t0\text{^}3 \\ 1 & tf & tf\text{^}2 & tf\text{^}3 & tf\text{^}4 & tf\text{^}5 \\ 0 & 1 & 2tf & 3tf\text{^}2 & 4tf\text{^}3 & 5tf\text{^}4 \\ 0 & 0 & 2 & 6tf & 12tf\text{^}2 & 20tf\text{^}3 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} q0 \\ \dot{q}o \\ \ddot{q}0 \\ qf \\ \dot{q}f \\ \ddot{q}f \end{pmatrix}$$

$$Q = TC \quad \Rightarrow \quad C = T^{-1}Q$$

برای نمونه، نمودار های حاصله از تراژکتوری جوینت سوم را در زیر مشاهده می کنیم که از حالت سکون با شتاب صفر حرکت می کند و به حالت سکون با شتاب صفر میرسد.



theta3
dtheta3
d2theta3
t