### Description d'article

Armand Fouquiau, Romany Stéphane

Université Paris-Sud

Octobre 2017

Cette article a pour but de de combler le vide littéraire concernant une famille de programmes stochastique : Stochastic Mixed-Integer Convexe Programs.

Toutes les décisions prises pour chaques scénarios à l'instant t-1 sont prises en compte à l'instant t. La fonction d'association  $X(\xi_s) = x_s$  implique que  $x_s$  dépend des variables aléatoires de la distribution  $\xi$ .

La prise de décision se fait suivant des scénarios des sous problèmes de la forme :  $f(x_s, \xi_s) = min \{f_s(x_s) \mid x_s \in C_s, x_s \in \mathbb{R}^{n_r} \times \mathbb{Z}^{n_z}\}$ Avec  $n = n_r + n_z$ , la taille du vecteur  $x_s$ 

#### Etat de l'art

L'algorithme Progressive Hedging (Haies progressive) a été inventer en 1991 par R. Rockafellar et West,

#### Etat de l'art

L'algorithme Progressive Hedging (Haies progressive) a été inventer en 1991 par R. Rockafellar et West,

Si on relaxe l'ensemble des contraintes de nonaticipativité noté ici  $\mathcal{N}$ , On peut convertir le problème P en problème convexe.

Accordingly, letting  $\mathcal Y$  represent the set of feasible dual multipliers, the ordinary Lagrangian, achieved through the dualization of the constraint  $X-\hat X=0$ .

On introduit des multiplicateurs Lagrangiens  $\lambda_s \, \forall s=1\dots S$  En multipliant ces multiplicateurs par les probabilités  $p_s$  pour chaque scénario s, on obtient  $p_s \lambda_s$ . Ces valeurs doivent être interpretées comme les multiplicateurs duals des contraintes de nonanticipativité accocié au scénario s.

La somme de tous les coefficients  $p_s \cdot \lambda_s = 0$ 

On interprète l'équation (1) comme une extention du Lagrangien  $\mathcal{L}(X,\hat{X},\Lambda)$ .

Avec les termes :

 $\|x_s - \hat{x}_s\|_2^2$  qui permet une meilleur prise de décision,  $\|\lambda_s - \hat{x}_s^{-1}\|_2^2$  avec k, un itération de l'algorithme PH,  $\rho$ , une constante positive qui accumule l'impacte des deux précédentes quantités, au fil des itérations de l'algorithme PH.

L'algorithme PH règle certains problèmes de séparabilités due à la présence des termes  $\hat{x}_s$ 

Problématique Etat de l'art Approches/Méthodes Etudiées PH Branch and Bound

Les optimisations peuvent être faites pour chaque scénario indépendant, au regard de chaque variable  $(X,\hat{X},\Lambda)$ 

# Progressive hedging

On instaure  $\hat{x}^0$  en tant que minimum de la fonction objective  $f(x_s, \Xi_s)$ . Cela leur permet d'obtenir une borne inférieure.

## Progressive hedging

lci mettre le code de l'algo.

L'algorithme de base PH heuristique peut trouver des valeurs qui ne respectent pas les contraintes de nonanticipativité, alors que l'algorithme PH-BAB écarte les solutions ne respectant pas ses dernières. Pour chaque nouveaux noeuds crées,  $\sigma^+,\ \sigma^-$  on garde la même contrainte de réalisabilité :  $Q^\sigma=Q^{\sigma^+}=Q^{\sigma^-}$ 

Les meilleurs solvers du marché peuvent détecter la consistance de  $C_s^{\sigma}$  c'est à dire calculer en temps fini  $\mathcal{N} \cap (\times_{s=1}^S C_s^{\sigma})$  pour déterminer la réalisabilité de chaque relaxations de la fonction objective  $z(\sigma)$  Avec  $C_s^{\sigma} \Leftrightarrow C_s \cap Q_s^{\sigma}$ : l'ensemble des  $x_s$  réalisables pour chaque scénario individuel.

### Cas des programmes stochastiques à 2 niveaux

Problématique Etat de l'art Approches/Méthodes Etudiées PH Branch and Bound Résultats

La partie intéressante est de considérer que les programmes stochastiques Mixed-integer convexes ne contiennent que des variables binaires au premier niveau. C'est à dire que les vecteurs  $x_s$  du premier niveaux sont de la forme  $x_1 = (0, 1, 1, 0...)$ .

Problématique Etat de l'art Approches/Méthodes Etudiées PH Branch and Bound

 ${\cal N}$  n'est pas significatif pour le deuxieme niveau. On peut construire les conditions de nonanticipativité en se basant sur les solutions du premier niveau, pour chaque scénario seul.

Problématique Etat de l'art Approches/Méthodes Etudiées PH Branch and Bound

En général, quand on décompose un scénario, l'algorithme PH-BAB peut s'arréter sur des noeuds où les conditions de nonanticipativité  ${\cal N}$ 

Problématique Etat de l'art Approches/Méthodes Etudiées PH Branch and Bound **Résultats** 

## Conclusion/Perspective