

Planteamiento Matemático Seguidor Solar

Grupo Numero: 1

Para calcular los ángulos de control pitch y roll del seguidor solar de 2 ejes basados en la posición solar (elevación θ y azimut α), necesitamos desarrollar las ecuaciones que relacionen estos ángulos. El objetivo es que el panel solar quede perpendicular a los rayos solares incidentes.

1. Primeramente, se empieza a definir el sistema de coordenadas, en tres dimensiones, donde:
 - El eje **X** apunta al Este
 - El eje **Y** apunta al Norte
 - El eje **Z** apunta al Zenith (90° de elevación)

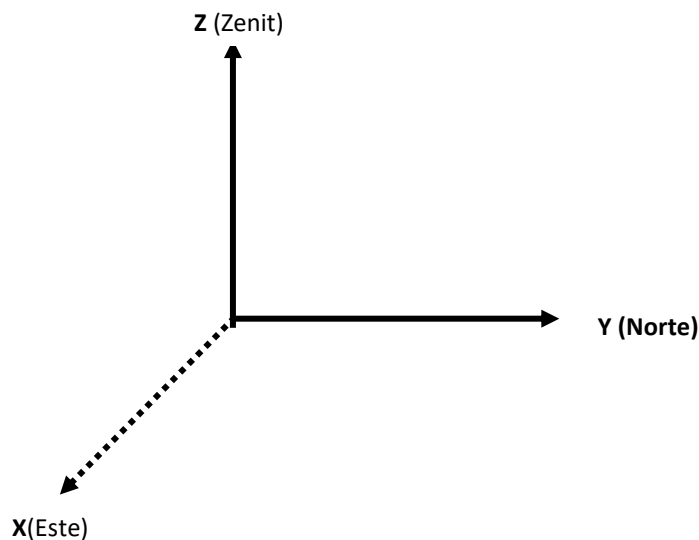


Figura 1 Sistema de coordenadas.

2. Seguimos con la posición solar, la cual se define mediante dos ángulos:

- θ : como ángulo de elevación desde el horizonte
- α : como el ángulo azimutal, va desde el norte en sentido horario.

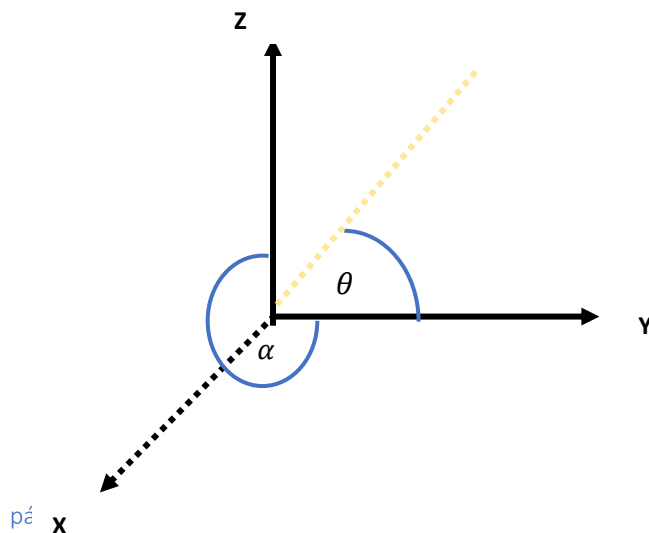


Figura 2 Sistema de coordenadas con ángulos θ y α .

3. Luego de esto se procede a obtener los datos para empezar con los cálculos, se va a obtener el vector solar (**S**) el cual representa la dirección del sol tal como se mostró en la Figura 2.

Para obtener las componentes de S:

- a) Componente x (Este): La proyección del vector solar en el plano horizontal (xy) tiene una longitud de $\cos(\theta)$. De esta proyección, la componente en dirección Este es $\sin(\alpha)$. Por lo tanto:

$$S_x = \cos(\theta) * \sin(\alpha) \quad \text{Ec. 1}$$

- b) Componente y (Norte): la proyección en el plano horizontal es $\cos(\theta)$. La componente en dirección Norte de esta proyección es $\cos(\alpha)$. Por lo tanto:

$$S_y = \cos(\theta) * \cos(\alpha) \quad \text{Ec. 2}$$

- c) Componente z (Zenith): La componente vertical es simplemente $\sin(\theta)$. Por lo tanto:

$$S_z = \sin(\theta) \quad \text{Ec. 3}$$

De Ec1, Ec2 y Ec3 tenemos el vector unitario de S de la siguiente manera:

$$S = [\cos(\theta) * \sin(\alpha), \cos(\theta) * \cos(\alpha), \sin(\theta)] \quad \text{Ec. 4}$$

4. Otra cosa a analizar es la manera en como rota el panel solar, esté rota en dos ejes p: pitch (rotación alrededor del eje Este-Oeste) r: roll (rotación alrededor del eje Norte-Sur).

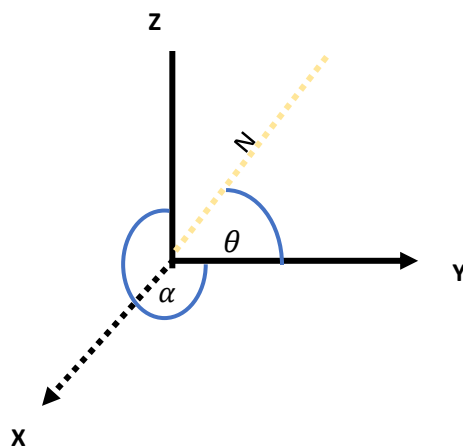


Figura 3 Sistema de coordenadas con Rotación N.

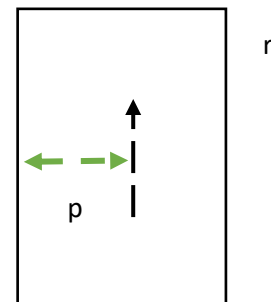


Figura 4 Rotación de pitch y roll.

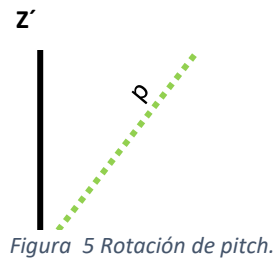
Para obtener las ecuaciones o el vector N se va a usar **matrices de rotación**, las cuales se utilizan para transformar vectores en un espacio tridimensional. Cada matriz representa una rotación alrededor de un eje específico.

- **Matriz de Rotación de Pitch (rotación alrededor del eje x):**

$$R_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(p) & -\sin(p) \\ 0 & \sin(p) & \cos(p) \end{pmatrix}$$

La primera fila es [1, 0, 0] porque la rotación alrededor del eje x no afecta a la coordenada x.

Las otras filas representan cómo se transforman las coordenadas **y** y **z**, para ello nos basamos de trigonometría básica, la rotación de pitch podemos observar en el siguiente sistema:



Así de este plano yz se obtienen las siguientes ecuaciones.

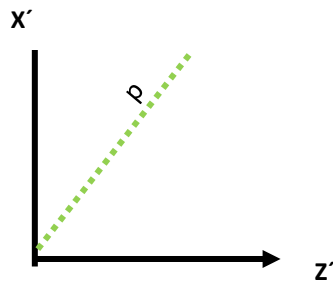
$$\begin{aligned} \text{➤ } y' &= y * \cos(p) - z * \text{sen}(p) & \text{Ec. 5} \\ \text{➤ } z' &= y * \text{sen}(p) + z * \cos(p) & \text{Ec. 6} \end{aligned}$$

- **Matriz de Rotación de Roll (rotación alrededor del eje y):**

$$Rr = \begin{pmatrix} \cos(r) & 0 & \text{sen}(r) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(r) & 0 & \cos(r) \end{pmatrix}$$

La segunda fila es [0, 1, 0] porque la rotación alrededor del eje y no afecta a la coordenada y.

Las otras filas representan cómo se transforman las coordenadas x y z:



Como resultado se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{➤ } x' &= x * \cos(r) + z * \text{sen}(r) & \text{Ec. 7} \\ \text{➤ } z' &= -x * \text{sen}(r) + z * \cos(r) & \text{Ec. 8} \end{aligned}$$

5. Cálculo del vector Normal.

Como se observaba en la Figura.3 se tendrá un vector Normal del panel solar, se tiene este vector porque es clave en la orientación del panel solar ya que representa la

dirección perpendicular a su superficie. Es fundamental para alinear el panel con el sol y maximizar la eficiencia energética. Además, simplifica los cálculos de los ángulos de rotación necesarios (pitch y roll) para ajustar la orientación del panel, facilitando el control en sistemas de seguimiento solar.

Vamos a tener un vector normal inicial: $N_i = [0,0,1]$ **Ec. 9**

Lo que se va a hacer es aplicar las rotaciones obtenidas de pitch y roll (R_p y R_r) al vector N_i , para así obtener el vector Normal (N).

$$N = R_r * R_p * B_i \quad \text{Ec. 10}$$

Reemplazando los datos en la Ec.9 tenemos lo siguiente:

$$N = \begin{pmatrix} \cos(r) & 0 & \sin(r) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(r) & 0 & \cos(r) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(p) & -\sin(p) \\ 0 & \sin(p) & \cos(p) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El orden para multiplicar matrices es de derecha a izquierda, por tanto:

$$N = \begin{pmatrix} \cos(r) & 0 & \sin(r) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(r) & 0 & \cos(r) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(p) \\ \cos(p) \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \sin(r) * \cos(p) \\ -\sin(p) \\ \cos(r) * \cos(p) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 11}$$

6. Condición de perpendicularidad

Para que se cumpla que el panel solar este perpendicular al sol los vectores S y N deben de ser iguales.

Por tanto, tomando la **Ec.4** y la **Ec.10** igualamos para obtener un nuevo vector.

$$S = N$$

$$\cos(\theta) * \sin(\alpha) = \sin(r) * \cos(p) \quad \text{Ec. 12}$$

$$\cos(\theta) * \cos(\alpha) = -\sin(p) \quad \text{Ec. 13}$$

$$\sin(\theta) = \cos(r) * \cos(p) \quad \text{Ec. 14}$$

7. Resolución para pitch.

Usando la **Ec.13** despejamos para encontrar roll.

$$p = \arcsen(-\cos(\theta) * \cos(\alpha)) \quad \text{Ec. 15}$$

De esta manera encontramos una fórmula para el ángulo controlador de pitch.

8. Resolución para roll.

Para encontrar el ángulo de control roll vamos a usar la **Ec.14**

$$\cos(r) = \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(p)}$$

Luego

$$r = \arccos\left(\frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(p)}\right)$$

Donde: θ es el ángulo de elevación solar α es el ángulo azimutal solar

Este planteamiento matemático detallado muestra cómo, dado los ángulos de posición solar (elevación θ y azimut α), podemos calcular los ángulos de control (pitch p y roll r) necesarios para orientar el panel solar perpendicularmente a los rayos solares incidentes, maximizando así la exposición a la luz solar y la generación de energía.

Consideraciones adicionales:

Tabla 1. Consideración de ángulos de control.

Función	Rango
arcsen	$[-\pi/2, \pi/2]$
arccos	$[0, \pi]$