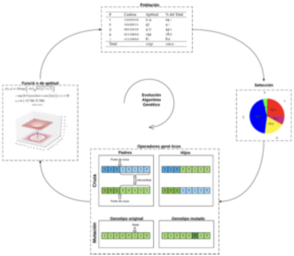
Descafeinando la Inteligencia Computacional:

Algoritmos Genéticos

Dr. Gregorio Toscano Pulido
email: *gtoscano@cinvestav.mx*
Cinvestav
Tamaulipas

Introducción

John Henry Holland



Características

Podemos enfatizar las siguientes características del algoritmo genético:

- Representación flexible (binaria).
- Operadores genéticos: Cruza y Mutación
- Elitismo para converger.

Componentes básicos del AG

- Representación
- Población inicial
- Función de evaluación
- Operadores genéticos
- Valores de parámetros

Representación

Técnicas de Representación

- Cadenas Binarias (Tradicional)
- Códigos de Gray (Binaria)
- Punto Flotante (Binaria)
- Punto Flotante (Real)
- Punto Flotante (Entera)
- Expresiones S en LISP (Programación Genética)
- Listas Binarias de Longitud Variable (messy-GA)
- Híbridos (AG Estructurado)

Número de bits requeridos?

$$b = \left\lfloor \log_2(n) \right\rfloor + 1$$

Podemos discretizar el rango de cada variable fijando una precisión deseable y posteriormente se tratan esos valores como si fueran enteros.

Ejemplo:

$-1.5 \leq x \leq 2.0$

Precisión: 3 dígitos

$$L = \left\lfloor \log_2[(l_{sup} - l_{inf})10^{prec}] \right\rfloor + 1$$
$$L = \left\lfloor \log_2((2.0 + 1.5) \times 10^3) \right\rfloor + 1$$
$$L = \lfloor 11.77 \rfloor + 1$$
$$L = 12 \text{ bits}$$

Decodificación

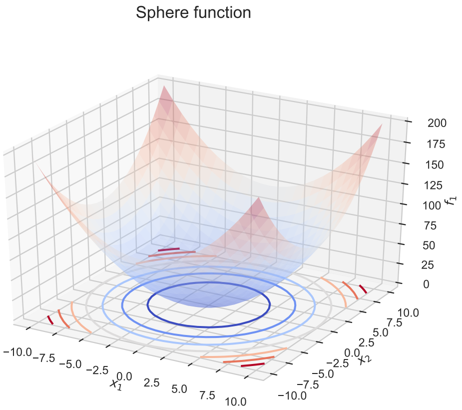
Decodificación

- 0 = 0000000 (valor mínimo = límite inferior)
- $2^8 - 1$ = 1111111 (valor máximo = límite superior)
- Binario a decimal (fenotipo).
- $l_{inf} + \frac{valor\ entero}{2^L - 1} * (l_{sup} - l_{inf})$

Selección

Función esfera

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

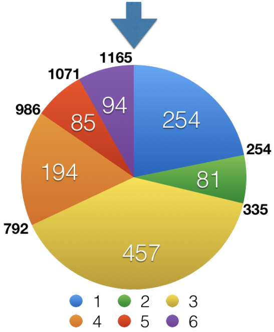


Selección Proporcional (Ruleta)

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94

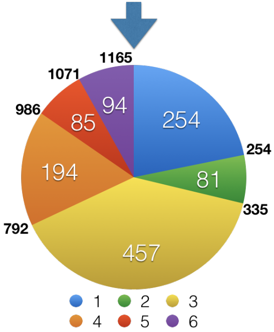
Selección Proporcional (Ruleta)

#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



Selección Proporcional (Ruleta)

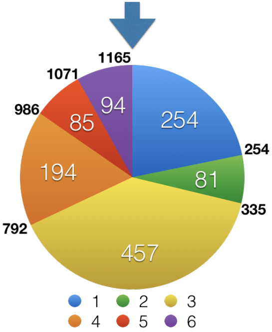
#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



#	Rnd	# Sel	Cadena	Apt
1	693			

Selección Proporcional (Ruleta)

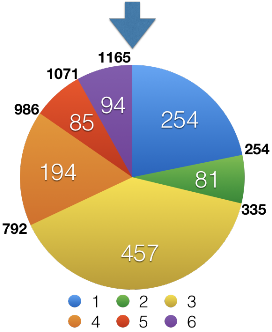
#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



#	Rnd	# Sel	Cadena	Apt
1	693	3	111001001	457

Selección Proporcional (Ruleta)

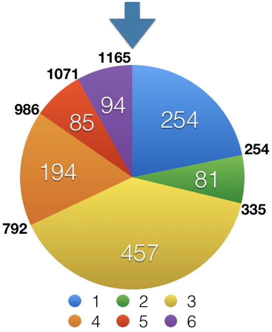
#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



#	Rnd	# Sel	Cadena	Apt
1	693	3	111001001	457
2	262			

Selección Proporcional (Ruleta)

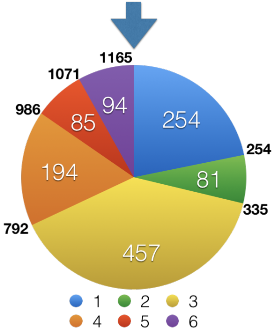
#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



#	Rnd	# Sel	Cadena	Apt
1	693	3	111001001	457
2	262	2	001010001	81

Selección Proporcional (Ruleta)

#	Cadena	Apt	Frac	%
1	011111110	254	0.22	21.8
2	001010001	81	0.07	7.0
3	111001001	457	0.39	39.2
4	011000010	194	0.17	16.7
5	001010101	85	0.07	7.3
6	001011110	94	0.08	8.1
	Totales	1165	1.0	100.0



#	Rnd	# Sel	Cadena	Apt
1	693	3	111001001	457
2	262	2	001010001	81
3	28	1	011111110	254
4	1152	6	001011110	94
5	179	1	011111110	254
6	351	3	111001001	457
			Total:	1597

Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2
1	6	2
2		

Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	Apt 2
1	6	2	94	81
2				

Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2
1	6	2	94	>	81
2					

Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2	Gana
1	6	2	94	>	81	6
2						

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2	Gana	Apt
1	6	2	94	>	81	6	94
2							

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2	Gana	Apt
1	6	2	94	>	81	6	94
2	4	1	194		254		

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2	Gana	Apt
1	6	2	94	>	81	6	94
2	4	1	194	<	254	1	254

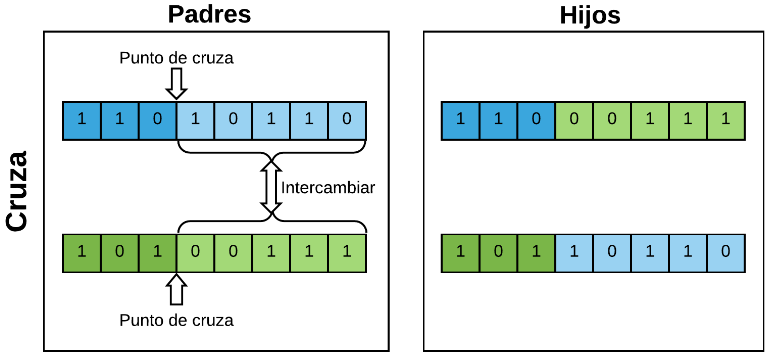
Selección por torneo binario

#	Cadena	Apt
1	011111110	254
2	001010001	81
3	111001001	457
4	011000010	194
5	001010101	85
6	001011110	94
	Totales	1165

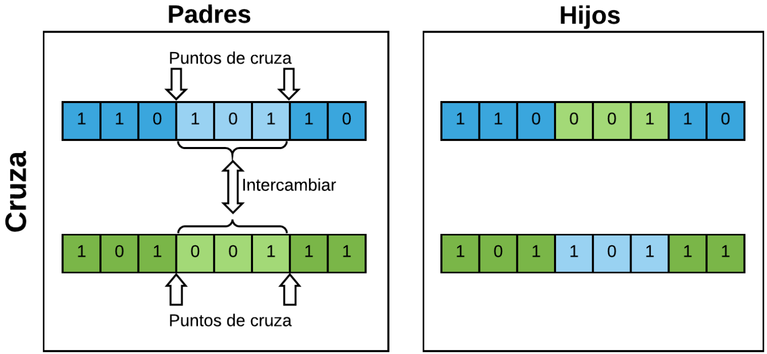
#	Ind 1	Ind 2	Apt 1	<>	Apt 2	Gana	Apt
1	6	2	94	>	81	6	94
2	4	1	194	<	254	1	254
3	4	2	194	>	81	4	194
4	3	1	457	>	254	3	457
5	2	5	81	<	85	5	85
6	5	3	85	<	457	3	457
							1541

Cruza

Reproducción Usando un Punto de Cruza

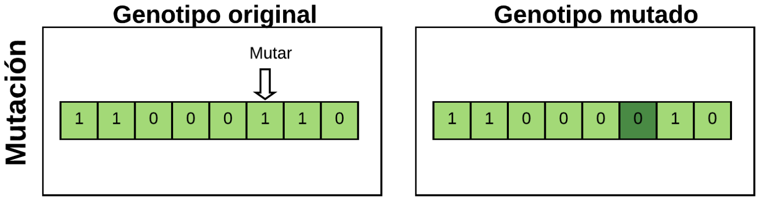


Reproducción Usando Dos Puntos de Cruza



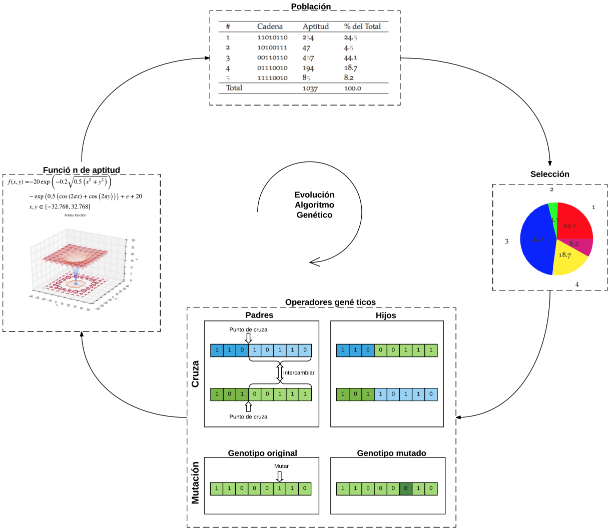
Mutación

Mutación


Mutación
Genotipo original
Mutar
1 1 0 0 0 1 1 0
Genotipo mutado
1 1 0 0 0 0 1 0

Algoritmo

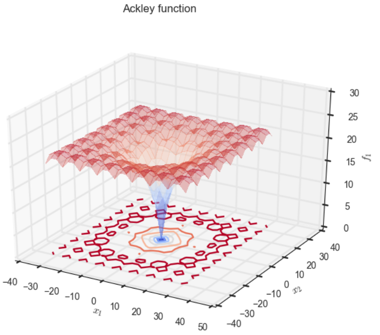
Algoritmo genético



Inicializar parámetros;
$t \leftarrow 0$;
Crear población inicial $\mathscr{P}(0)$;
for *each* $x_i \in \mathscr{P}(0)$ **do**
    Evaluar individuo x_i;
repeat
    Seleccionar $\mathscr{P}' de \mathscr{P}(t)$;
    Cruzar $\mathscr{P}'$;
    Mutar $\mathscr{P}'$;
    Aplicar elitismo;
    for *each* $x_i \in \mathscr{P}'$ **do**
        Evaluar individuo x_i;
    $\mathscr{P}(t+1) \leftarrow \mathscr{P}'$;
    $t \leftarrow t+1$;
until *se cumpla criterio de terminación*;

Función de Ackley

$$f(x,y) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{0.5\left(x^2+y^2\right)}\right)$$
$$-\exp\left(0.5\left(\cos\left(2\pi x\right)+\cos\left(2\pi y\right)\right)\right)$$
$$+e+20$$
$$x, y \in [-32.768, 32.768]$$

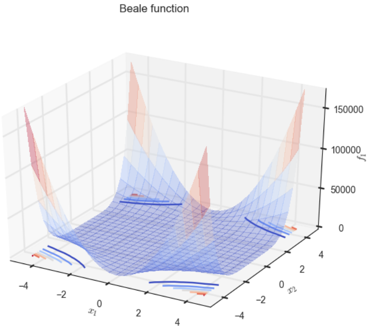


Función de Beale

$$f(x,y) = (1.5 - x + xy)^2 + \left(2.25 - x + xy^2\right)^2 + \left(2.625 - x + xy^3\right)^2$$

$$x, y \in [-4.5, 4.5]$$

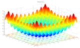
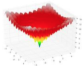
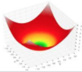
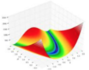
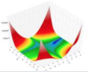
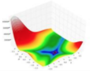
$$f(x^* = 3, y^* = 0.5) = 0$$



Otras funciones

https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization

Test functions for single-objective optimization [edit]

Name	Plot	Formula	Global minimum	Search domain
Rastrigin function		$f(\mathbf{x}) = An + \sum_{i=1}^{n} \left[x_i^2 - A\cos(2\pi x_i)\right]$ where: $A = 10$	$f(0,0) = 0$	$-5.12 \le x, y \le 5.12$
Ackley's function		$f(x,y) = -20\exp\left[-0.2\sqrt{0.5\left(x^2+y^2\right)}\right] - \exp\left[0.5\left(\cos 2\pi x + \cos 2\pi y\right)\right] + e + 20$	$f(0,0) = 0$	$-5 \le x, y \le 5$
Sphere function		$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$f(x_1, \dots, x_n) = f(0, \dots, 0) = 0$	$-\infty \le x_i \le \infty, 1 \le i \le n$
Rosenbrock function		$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100\left(x_{i+1} - x_i^2\right)^2 + \left(x_i - 1\right)^2\right]$	$\text{Min} = \begin{cases} n=2 & \rightarrow \quad f(1,1) = 0, \\ n=3 & \rightarrow \quad f(1,1,1) = 0, \\ n>3 & \rightarrow \quad f(\underbrace{1,\dots,1}_{n \text{ times}}) = 0 \end{cases}$	$-\infty \le x_i \le \infty, 1 \le i \le n$
Beale's function		$f(x,y) = \left(1.5 - x + xy\right)^2 + \left(2.25 - x + xy^2\right)^2 + \left(2.625 - x + xy^3\right)^2$	$f(3, 0.5) = 0$	$-4.5 \le x, y \le 4.5$
Goldstein–Price function		$f(x,y) = \left[1 + \left(x+y+1\right)^2\left(19 - 14x + 3x^2 - 14y + 6xy + 3y^2\right)\right] \left[30 + \left(2x - 3y\right)^2\left(18 - 32x + 12x^2 + 48y - 36xy + 27y^2\right)\right]$	$f(0,-1) = 3$	$-2 \le x, y \le 2$

- Coello Coello, Carlos A. Introducción a los Algoritmos Genéticos. Soluciones Avanzadas. Tecnologías de Información y Estrategias de Negocios, Año 3, Número 17, pp. 5–11, Enero de 1995.

`http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/revistas/genetico.pdf.gz`

Dr. Gregorio Toscano Pulido <*gtoscano@cinvestav.mx*>

`http://www.tamps.cinvestav.mx/~gtoscano`