Variables aleatorias discretas

Distribución de probabilidad geométrica

Ejericicio N° 1 La probabilidad de que una llamada de un vendedor a domicilio sea una venta es igual a 0.02. Si sus llamadas son independientes.

a) Determine el modelo de probabilidad del número de llamadas que realiza el vendedor hasta que consigue su primera venta. ¿Cuál es la probabilidad de que su primera venta ocurra en la sexta llamada?

   Definimos a Y como el número de llamadas que realiza un vendedor hasta obtener su primera venta. El valor de p es 0.02. Nos piden la probabilidad $P[Y = 6]$. En `R` la variable aleatoria está definido de otra manera, por ejemplo, se define al parámetro `x` de la función `dgeom()` como el número de fracasos para obtener el primer éxito. Para este caso, Y representa el número de llamadas hasta que ocurra la primera venta. Si $Y = 6$, eso quiere decir que ocurrirán 5 fracasos, entonces $X = 5$.

```
p <- 0.02
dgeom(x = 5, prob = 0.02)
```

```
## [1] 0.01807842
```

Se cree que cierto virus ha invadido un colegio atacando al 5% de los niños. Si tales niños son examinados uno por uno.

a) En promedio, ¿Cuántos deberían ser examinados hasta encontrar el primero atacado con el virus?

   Definimos nuestra variable aleatoria Y como el número de niños examinados hasta encontrar el primero atacado por el virus. Además, definimos a p como la probabilidad de que al examinar un niño, éste se encuentre contagiado. Su valor es $p = 0.05$.Entonces, el valor esperado $E[Y]$ será igual a:

```
p <- 0.05      # probabilidad de exito
VE_Y <- 1/p    # valor esperado VE
VE_Y
```

```
## [1] 20
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el doceavo niño examinado sea el quinto niño encontrado atacado por el virus?

```
# hay 7 fracasos
# deben ocurrir 5 exitos
dnbinom(x = 7, size = 5, prob = 0.05)
```

```
## [1] 7.201603e-05
```

Distribución de probabilidad binomial negativa

Ejericio N° 1 Un proceso de producción se detiene automáticamente apenas detecte la cuarta unidad defectuosa. Si en el proceso 1 de cada 100 unidades producidas resulta defectuosa.

a) Obtenga el modelo de probabilidad del número de unidades producidas hasta que se detenga el proceso. ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso se detenga en la décima unidad producida?

   Para que se detenga en la décima unidad producida, el décimo tuvo que ser la cuarta unidad defectuosa. En las unidades defectuosas, hay 6 unidades no defectuosas.

```
# 6 es el numero de fracasos
# 4 es el numero de exitos que deben ocurrir
dnbinom(x = 6, size = 4, prob = 0.01)
```

```
## [1] 7.908433e-07
```

Ejericio N° 2 Cada llamada de un vendedor por teléfono puede resultar una venta con probabilidad 0.3. Suponga que sus llamadas son independientes.

a) En promedio, ¿cuántas llamadas debería efectuar hasta tener 12 ventas?

   Definimos nuestra variable Y como el número de llamadas hasta obtener nuestra primera venta y p como la probabilidad de realizar una venta. El valor de p es 0.3.

Distribución de probabilidad hipergeométrica

Ejercicio 1 Una empresa importadora recibe semanalmente un embarque de 500 unidades de un producto. La empresa controla la cantidad del producto probando 10 unidades del producto escogidos al azar de cada embarque (se entiende uno por uno sin reposición) y observa el número X de unidades que no cumplen las especificaciones. Rechaza el lote si más de uno no cumple las especificaciones.

a) Obtenga el modelo de probabilidad de X. ¿Con qué probabilidad se rechaza el embarque en una semana cualquiera?

   Sea X el número de unidades que no cumplen las especificaciones. Entonces X tiene distribución hipergeométrica con parámetros (N, n, A). N es el número de unidades ($N = 500$), n es el número de extracciones sucesivas ($n = 10$) y A es el número de aciertos que hay en el total de unidades ($A = 50$). Entonces $X \sim Hyper(N, n, A)$. Luego, nos piden calcular la $P[X > 1]$.

```
aciertos <- 50      # A
no_aciertos <- 450  # N - A
extracciones <- 10  # n

# dhyper(x = 0:1, m = aciertos, n = no_aciertos, k = extracciones)
1-phyper(q = 1, m = aciertos, n = no_aciertos, k = extracciones)
```

```
## [1] 0.2634975
```

Distribución de probabilidad de Poisson

Ejercicio N° 1 La empresa "Textil P&C" produce un tipo de tela en rollos de 100 metros. El número de defectos que se puede encontrar al desenrollar la tela es una variable aleatoria de Poisson con un promedio de 4 defectos por cada 20 metros de tela.

a) ¿Qué probabilidad hay de que al desenrollar un rollo de tela cualquiera, se encuentre menos de tres defectos en los primeros 50 metros?

   Nos piden calcular $P[X < 3]$

```r
lambda <- 10
ppois(q = 2, lambda = lambda)
```

```
## [1] 0.002769396
```

b) Calcule la probabilidad de que al desenrrollar la tela no se encuentre defectos en el primer segmento de 5 metros de tela.

   Nos piden calcular $P[X = 0]$

```r
lambda_b <- 1
dpois(x = 0, lambda = lambda_b)
```

```
## [1] 0.3678794
```

c) Si se desenrollan 5 rollos de tela escogidos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no se encuentre defectos en el primer segmento de 5 metros de tela en al menos dos de ellas?

   Nos piden $P[Y \geq 2] = 1 - P[Y < 2]$

```r
prob_exito <- dpois(x = 0, lambda = lambda_b)
1-pbinom(q = 1, size = 5, prob = prob_exito)
```

```
## [1] 0.6053943
```