

## Задача 15

Задача 15.

Акобян А.А.  
20 МАГ-ИАД

$X_1$	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
$X_2$	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$Y$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1

Найти:  $P_2(Y=0/X_1=1, X_2=1)?$   
 $P_2(Y=1/X_1=1, X_2=1)?$

Решение:

Оценим априорные вероятности.

$$P_2(Y=0) = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$P_2(Y=1) = \frac{5}{10} = 0,5$$

$Y$	0	1
	0,5	0,5

$$P_2(X_1=0/Y=0) = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$P_2(X_1=0/Y=1) = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$P_2(X_1=1/Y=0) = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$P_2(X_1=1/Y=1) = \frac{3}{5} = 0,6$$

$Y$	$X_1=0$	$X_1=1$
0	0,6	0,4
1	0,4	0,6

$$P_2(X_2=0/Y=0) = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$P_2(X_2=0/Y=1) = \frac{0}{5} = 0$$

$$P_2(X_2=1/Y=0) = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$P_2(X_2=1/Y=1) = \frac{5}{5} = 1$$

$Y$	$X_2=0$	$X_2=1$
0	0,4	0,6
1	0	1

$$P_2(Y|X) = \frac{P_2(Y) \cdot P_2(X|Y)}{P_2(X)}$$

$$P_2(Y=0/X_1=1, X_2=1) = \frac{P_2(Y=0) \cdot P_2(X_1=1/Y=0) \cdot P_2(X_2=1/Y=0)}{P_2(X_1=1, X_2=1)}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,6}{0,5 \cdot 0,6 + 1 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = \frac{0,12}{0,3 + 0,12} = \frac{0,12}{0,42} \approx \underline{\underline{0,285}}$$

$$P_2(Y=1/X_1=1, X_2=1) = \frac{P_2(Y=1) \cdot P_2(X_1=1/Y=1) \cdot P_2(X_2=1/Y=1)}{P_2(X_1=1, X_2=1)}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 0,6 \cdot 1}{0,42} = \frac{0,3}{0,42} \approx \underline{\underline{0,714}}$$



# Задача 40

Задача 40

$N$  - кол-во <sup>из</sup> отриц. класс ~~класс~~

$P$  - кол-во <sup>из</sup> полож. класс ~~класс~~

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN} = \frac{TP}{P} \quad (1)$$

$$TNR = \frac{TN}{TN + FP} = \frac{TN}{N} \quad (2)$$

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP} = \frac{TP}{TP + N - TN} \quad (3)$$

$$NPV = \frac{TN}{FN + TN} = \frac{TN}{TN + P - TP} \quad (4)$$

		TRUE	
		POS	NEG
PREDICT	POS	TP	FP
	NEG	FN	TN

из (1)  $\Rightarrow TP = P \cdot TPR$

из (2)  $\Rightarrow TN = N \cdot TNR$

из (3)  $\Rightarrow TN = TP \left(1 - \frac{1}{PPV}\right) + N$

из (4)  $\Rightarrow \emptyset$

$$TP = TN \cdot \left(1 - \frac{1}{NPV}\right) + P$$

имеем систему линеар. уравнений из 1  
4 неизвестных (по условию задачи) и из  
4 уравнений  $\Rightarrow$  Можно найти все  
4 неизвестные

# Задача 41

4/.

$$1) \begin{cases} PPV_1 = PPV_2 \\ TPR_1 = TPR_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} TNR_1 = TNR_2 \\ NPV_1 = NPV_2 \end{cases}$$

обозначим.

~~P - кол-во из класса~~

const P - кол-во эл-ов из полож. класса

const N - кол-во эл-ов из отриц. класса.

$$\begin{cases} PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{TP}{TP+N-TN} \\ TPR = \frac{TP}{TP+FN} = \frac{TP}{P} \Rightarrow \text{~~TP}_1 = TP_2 \end{cases}~~$$

$$(1) TPR_1 = TPR_2 \Rightarrow \frac{TP_1}{P} = \frac{TP_2}{P} \Rightarrow TP_1 = TP_2 = TP$$

$$\text{~~PPV}_1 = PPV_2 \Rightarrow \frac{TP}{TP+N-TN_1} = \frac{TP}{TP+N-TN_2} \Rightarrow~~$$

$$\Rightarrow TN_1 = TN_2 = TN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FN_1 = FN_2 = FN, FP_1 = FP_2 = FP$$

$$\Rightarrow \begin{cases} TNR_1 = TNR_2 \\ NPV_1 = NPV_2 \end{cases}$$

$$2. \left\{ \begin{array}{l} TNR_1 = TNR_2 \\ NPV_1 = NPV_2 \end{array} \right. \stackrel{?}{\Rightarrow} \left\{ \begin{array}{l} PPV_1 \stackrel{?}{=} PPV_2 \\ TPR_1 \stackrel{?}{=} TPR_2 \end{array} \right.$$

$$TNR = \frac{TN}{TN + FP} = \frac{TN}{N}$$

$$NPV = \frac{TN}{FN + TN} = \frac{TN}{TN + P - TP}$$

$$(1) TNR_1 = TNR_2 \Rightarrow \frac{TN_1}{N} = \frac{TN_2}{N} \Rightarrow TN_1 = TN_2 = TN$$

$$NPV_1 = NPV_2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{TN}{TN + P - TP_1} = \frac{TN}{TN + P - TP_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TP_1 = TP_2 = TP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FP_1 = FP_2 = FP \text{ u } FN_1 = FN_2 = FN$$

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} PPV_1 = PPV_2 \\ TPR_1 = TPR_2 \end{array} \right.$$



3.

ROC-кривая строится с помощью  
TPR и FPR

$$TPR = \frac{TP}{P}$$

$$FPR = \frac{FP}{N}$$



$$\text{precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$\text{recall} = TPR = \frac{TP}{P}$$

$$FPR_1 = FPR_2$$

Если ROC-кривые совпадают  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} TPR_1 = TPR_2 \\ FPR_1 = FPR_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{TP_1}{P} = \frac{TP_2}{P} \\ \frac{FP_1}{N} = \frac{FP_2}{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} TP_1 = TP_2 = TP \\ FP_1 = FP_2 = FP \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Precision-Recall-кривые тоже совпа-  
дают такое обратное утв.

Задача 42.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y^{(i)}$	0	0	0	0	0	1	1	1	1
$g(x^{(i)})$	0,75	0,15	0,14	0,23	0,09	0,10	0,66	0,82	0,50

Используем эти же таблицы по формуле  $g(x^{(i)})$

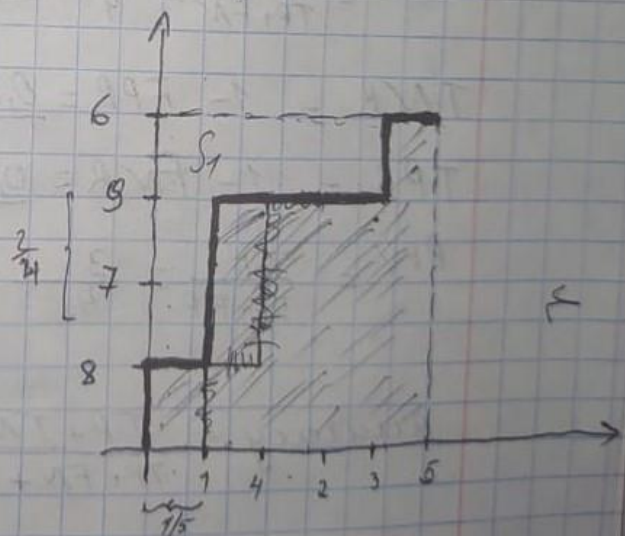
$i$	8	1	7	9	4	2	3	6	5
$y^{(i)}$	1	0	1	1	0	0	0	1	0
$g(x^{(i)})$	0,82	0,75	0,66	0,50	0,23	0,15	0,11	0,10	0,09

$$AUC = 1 - S_1$$

$$S_1 = \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$AUC = 1 - 0,3 = \underline{0,7}$$





i	8	1	7	9	4	2	3	6	5
y(i)	1	0	1	1	0	0	0	1	0
g(x <sup>(i)</sup> )	0,82	0,75	0,66	0,50	0,23	0,15	0,11	0,10	0,08
I(g(x <sup>(i)</sup> ))	1	1	1	1	0	0	0	0	0

$$TP = 3 \Rightarrow FN = 4 - 3 = 1$$

$$TN = 4 \Rightarrow FP = 5 - 4 = 1 \quad \text{TRUE}$$

$$FPR = \frac{FP}{FP+TN} = \frac{1}{5} = \underline{0,2}$$

	1	0
1	TP=3	FP=1
0	FN=1	TN=4

$$FNR = \frac{FN}{TP+FN} = \frac{1}{4} = \underline{0,25}$$

$$TNR = 1 - FPR = \underline{0,8}$$

$$TPR = 1 - FNR = \underline{0,75}$$

$$PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{3}{4} = \underline{0,75}$$

$$\text{accuracy} = \frac{TP+TN}{TP+FN+TN+FP} = \frac{7}{9} \approx \underline{0,78}$$

$$\text{error} = 1 - \text{accuracy} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9} \approx \underline{0,22}$$

$$F1 = 2 \cdot \frac{PPV \cdot TPR}{PPV+TPR} = 2 \cdot \frac{0,75 \cdot 0,75}{0,75+0,75} = \frac{1,125}{1,5} = \underline{0,75}$$