



دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر رضا انتظاری ملکی

پاییز ۱۳۹۹

---

## تمرین سری اول

### تحلیل و طراحی الگوریتم ها

زهرا حسینی - علیرضا مرادی

تاریخ تحویل : ۱۷ مهر ساعت ۲۳:۵۹:۵۹

---

## قوانین

- در صورت مشاهده هرگونه تقلب، به ازای هر بار تقلب نمره کل آن تمرین صفر در نظر گرفته می شود و همچنین یک نمره (نمره منفی) از نمره کل تمرین ها کسر می شود.
- در صورت وجود هرگونه سوال از طریق گروه تلگرام یا تیمز مطرح کنید. (لطفا پی وی پیام ندهید.)
- ۱۰ درصد از نمره هر تمرین به تمیزی و نظم پاسخ های ارسالی شما تعلق گرفته است، لازم است به موارد زیر توجه کنید:

۱. خوانا و مرتب بنویسید.

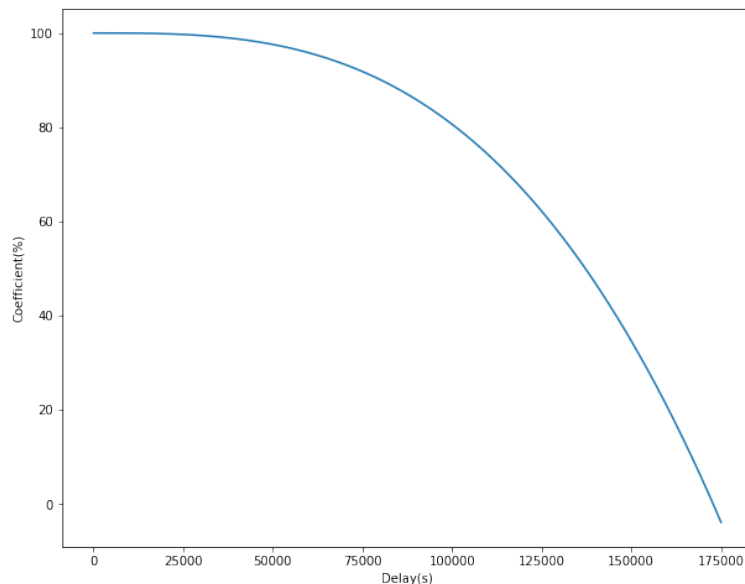
۲. از نرم افزارهایی جهت اسکن کردن تمرین های خود استفاده کنید و چک کنید که نور تصاویر مناسب هستند. مانند:

CamScanner, Microsoft Office Lens, Adobe Scan, ...

۳. به طور عمودی عکاسی کنید.

۴. پاسخ هر سوال را به طور جداگانه در کوئرا آپلود کنید.

- محور افقی این نمودار مقدار تاخیر به ثانیه و محور عمودی ضریب اعمالی در نمره تمرین است



شکل ۱: نمودار تاخیر



## سوالات

### ۱ Binary Search (۱۵ نمره)

حداکثر تعداد مراحل که توسط binary search انجام می‌شود تا بتواند یکی از عناصر آرایه‌ی  $[1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34]$  را پیدا کند، چند است؟ تحلیل خود را به صورت کامل بنویسید.

### ۲ Merge Sort (۱۵ نمره)

الگوریتم Merge Sort را برای آرایه‌ی  $[12, 6, 9, 7, 12, 15, 3, 10]$  اجرا کنید. برای هر مرحله تغییرات حاصل در آرایه را نشان دهید.

### ۳ Odd Coin (۲۰ نمره)

تعداد زیادی سکه و یک وزنه که فقط می‌تواند به شما نشان دهد که کدام طرف آن سنگین‌تر (یا مساوی) است در اختیار شما قرار گرفته است. دقیقاً یکی از سکه‌ها از بقیه‌ی سکه‌ها سبک‌تر است و باقی سکه‌ها هم وزن هستند.

۱. الگوریتمی ارائه کنید که با کمترین میزان مقایسه سکه‌ی سبک‌تر را پیدا کند.

۲. با نوشتن کامل روابط، پیچیدگی زمانی اجرای این الگوریتم را بدست آورید.

### ۴ Majority Element (۲۰ نمره)

اگر آرایه‌ی  $A[1..n]$  را یک آرایه با  $n$  عنصر در نظر بگیریم. عضوی از آرایه‌ی  $A$  را که بیشتر از  $n/2$  بار در آرایه تکرار شده باشد، majority element می‌نامیم. یک الگوریتم تقسیم و غلبه با مرتبه زمانی  $O(n \log n)$  بنویسید که مشخص کند آرایه‌ی داده شده‌ی  $A[1..n]$  دارای majority element است یا خیر؟ در صورت وجود آن را پیدا کند. به طور کامل توضیح دهید.

### ۵ Tree Construction (۲۰ نمره)

استاد درس ساختمان داده در حال آماده کردن مطالب برای درس الگوریتم بود ولی به علت حواس پرتی تمامی گره‌های درخت دودویی که ساخته بود را گم کرد. با این حال او پیمایش pre- و post-order این درخت دودویی را هنوز گم نکرده است. پیمایش‌ها بصورت زیر است:



## تحلیل و طراحی الگوریتم ها      تمرین سری اول

---

pre-order: *IQJHLEMVOTSBRGYZKCAFPNUDWX*

post-order: *HEMLJVQSGYRZBTCPUDNFWXAKOI*

یک الگوریتم تقسیم و غلبه برای حل این سوال پیشنهاد دهید تا در کمترین زمان و قبل از اینکه استاد مسئله‌ی ما پیمایش‌ها را نیز گم کند درخت دودویی را بسازد.

۱. مراحل ساخت درخت را نمایش داده و الگوریتم خود را به طور کامل توضیح دهید.

۲. پیچیدگی زمانی این الگوریتم چگونه است؟