



دکتر رضا انتظاری ملکی

پاییز ۱۳۹۹

تمرین سری ششم

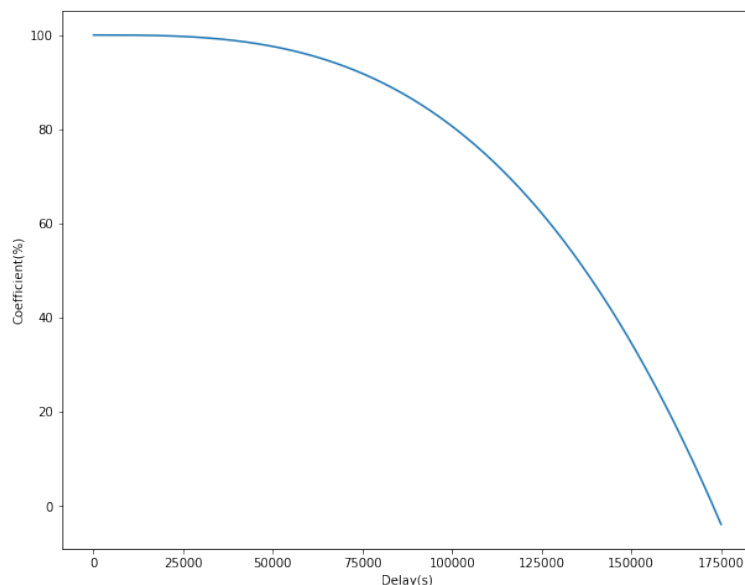
تحلیل و طراحی الگوریتم ها

پویا کبیری - پریسا یل سوار

تاریخ تحویل: ۱۰ دی ساعت ۲۳:۵۹:۵۹

قوانین

- در صورت مشاهده‌ی هرگونه تقلب، به ازای هر بار تقلب نمره‌ی کل آن تمرین صفر در نظر گرفته می‌شود و همچنین یک نمره (نمره منفی) از نمره‌ی کل تمرین‌ها کسر می‌شود.
- در صورت وجود هرگونه سوال از طریق گروه تلگرام یا تیمز مطرح کنید. (لطفا پی‌وی پیام ندهید.)
- ۱۰ درصد از نمره‌ی هر تمرین به تمیزی و نظم پاسخ‌های ارسالی شما تعلق گرفته است، لازم است به موارد زیر توجه کنید:
 ۱. خوانا و مرتب بنویسید.
 ۲. از نرم افزارهایی جهت اسکن کردن تمرین‌های خود استفاده کنید و چک کنید که نور تصاویر مناسب هستند. مانند: CamScanner, Microsoft Office Lens, Adobe Scan, ...
 ۳. به طور عمودی عکاسی کنید.
 ۴. پاسخ هر سوال را به طور جداگانه در کوئرا آپلود کنید.
- محور افقی این نمودار مقدار تاخیر به ثانیه و محور عمودی ضریب اعمالی در نمره تمرین است



شکل ۱: نمودار تاخیر

سوالات

۱ Floyd-Warshall (۱۵ نمره)

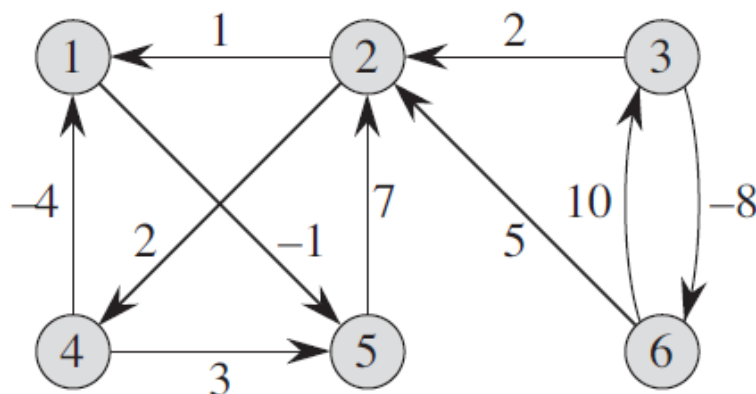
نشان دهید که پیاده سازی زیر از الگوریتم Floyd-Warshall صحیح است و در مقایسه با نسخه اصلی الگوریتم به فضای $\Theta(n^2)$ نیاز دارد.

FLOYD-WARSHALL'(W)

```
1  n = W.rows
2  D = W
3  for k = 1 to n
4      for i = 1 to n
5          for j = 1 to n
6               $d_{ij} = \min(d_{ij}, d_{ik} + d_{kj})$ 
7  return D
```

۲ Johnson (۱۵ نمره)

با استفاده از الگوریتم Johnson کوتاهترین مسیر را بین تمام جفت رئوس گراف زیر پیدا کنید. مقادیر h و \hat{w} بدست آمده از الگوریتم را نشان دهید.

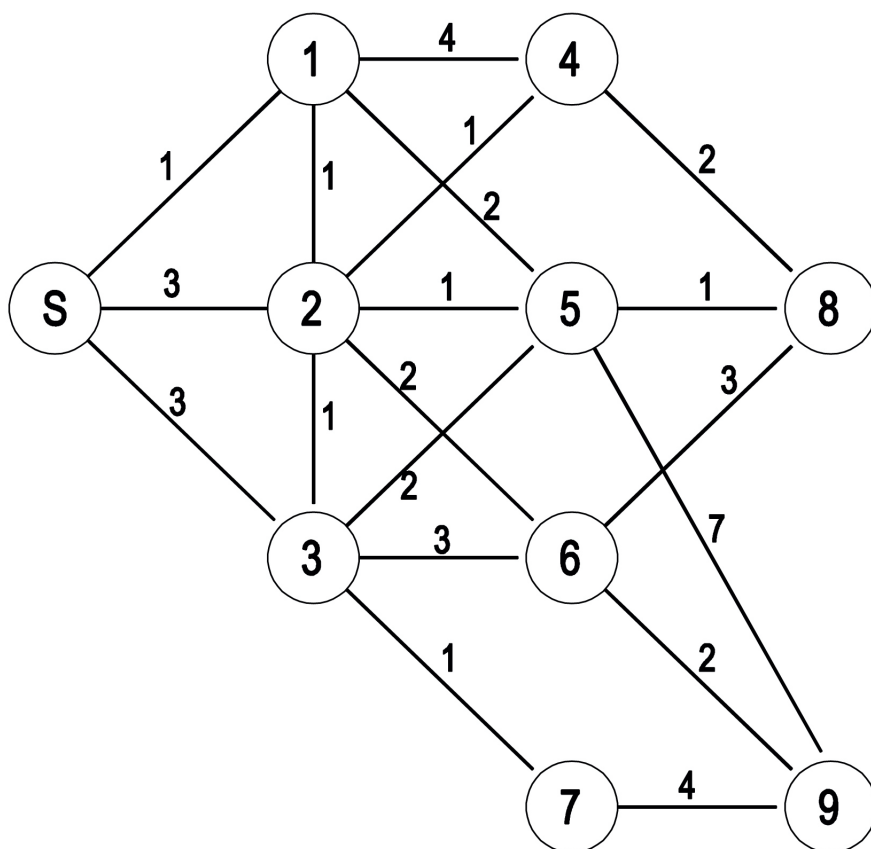


۳ Bellman-Ford (۲۰ نمره)

فرض کنید گراف وزن‌دار و جهت‌دار $G = (V, E)$ یک دور منفی (negative weight cycle) نیز دارد. الگوریتم بهینه‌ای ارائه دهید که رئوس چنین دوری را پیدا کند. نشان دهید الگوریتم شما صحیح است.

۴ Dijkstra (۲۰ نمره)

الگوریتم دایکسترا را برای گراف زیر و با شروع از گره S اجرا کنید. مقادیر کوتاه‌ترین مسیر از گره S را بر روی هر گره نشان دهید.



۵ Minimum Spanning Tree (۲۰ نمره)

گراف زیر را در نظر بگیرید. یکبار با استفاده از الگوریتم Kruskal و یکبار با استفاده از الگوریتم Prim درخت پوشای کمینه را پیدا کنید. این دو الگوریتم را از نظر پیچیدگی زمانی مقایسه کنید. تفاوت عملکرد این دو الگوریتم بر روی گراف‌های Dense و Sparse و همبند (Connected) و غیرهمبند را توضیح دهید.

