

(1) با فرض این که آرایه نامرتبی را در اختیار داریم، insert فقط از  $O(1)$  خواهد بود و همیشه در انتهای آرایه اضافه می‌کنیم. برای remove bottom، که در واقع باید median آرایه را پیدا کنیم و اعداد کوچکتر یا مساوی آن را حذف کنیم. می‌دانیم که برای یافتن median، الگوریتم خطی وجود دارد که برای هر عضو تعداد کوچکترها از آن را می‌شماریم و اگر  $\lfloor n/2 \rfloor$  آن را برمی‌گردانیم و پس از اجمال آنا باید با  $O(n)$  تمام کوچکتر یا مساوی‌ها را پاک کنیم (که  $n/2$  تا است).

برای تحلیل سرشکن این سؤال از روش حسابداری استفاده می‌کنیم. اگر فرض کنیم هزینه هر INSERT، 3\$ باشد، در واقع برای اضافه کردن هر عنصر به آرایه، یک دلار را صرف می‌کنیم چون  $O(1)$  است. حال برای تمام عناصر موجود 2\$ داریم.

2\$	2\$	2\$	2\$	2\$		
5	2	3	6	9		

حال روی هر کدام از عناصر باید برای پیدا کردن median باید هزینه  $O(n)$  برای مقایسه شدن داده شود پس 1\$ هم اینجا از دست می‌دهند. اما حالا برای پاک کردن عناصری که پیدا شده اند، نیاز به هزینه‌ای نداریم پس 1\$ باقی مانده از نیمه حذف شده را به آیت‌های باقی مانده می‌دهیم تا مجدداً آرایه‌ای با 2\$ روی همه عناصرش داشته باشیم. با توجه به این که این مدل شاری همواره اعتبار ما مثبت بود، پس صحیح است. در بدترین حالت برای  $n$  عنصر  $n$  تا insert انجام می‌دهیم (چون ~~remove half~~ هزینه‌اش صفر بود) پس  $O(3n)$  می‌شود که بر تعداد یعنی  $n$  تا عملیات تقسیم می‌کنیم و برای هر عملیات  $O(3)$  یا همان  $O(1)$  خواهیم داشت.