

برای اثبات این که یک مساله NP - Complete است ابتدا ثابت میکنیم که NP است یعنی باید اثبات کنیم که در زمان چند جمله ای verify می شود. این گواهی یک زیرمجموعه از ریوس است که شامل ریوس متعلق به مجموعه مستقل است . ما می توانیم این راه حل را با چک کردن این که هر جفت از راس ها غیر مجاور هستند را تایید کنیم ، اگر فقط تایید کنیم که آن ها یالی به یکدیگر ندارند. این می تواند در زمان چندجمله ای انجام شود. پس مسئله NP است.

به منظور اثبات اینکه مساله مجموعه مستقل NP - hard است , ما یک کاهش از یک مسئله NP - hard به این مسئله را انجام خواهیم داد . ما یک کاهش را انجام خواهیم داد که از آن مساله clique را می توان به مساله independent set کاهش داد .

هر نمونه از مساله clique شامل گراف G و یک عدد صحیح k می تواند به گراف مورد نیاز G' تبدیل شود . ما گراف G' را به روش زیر میسازیم:

V' : تمام ریوس گراف G بخشی از گراف G' هستند .

E' : برعکس یال های E ، یعنی تمام یال هایی که وجود ندارند. (complement)

گراف G' گراف مکمل G است . زمان مورد نیاز برای محاسبه گراف مکمل G مستلزم یک پیمایش در تمام ریوس و یال ها است . پیچیدگی زمانی این امر $O(V + E)$ است . این کاهش را می توان با دو مرحله زیر به اثبات رساند:

- فرض کنیم که گراف G دارای یک clique با اندازه k است . حضور clique نشان می دهد که k راس در G وجود دارد که در آن هر یک از ریوس با یک یال با راس های باقیمانده متصل می شوند . این نشان می دهد که از آنجاییکه این یال ها در G قرار دارند ، بنابراین نمی توانند در G' حضور داشته باشند. در نتیجه ، این k راس در مجاورت یکدیگر در G' قرار ندارند و در نتیجه یک مجموعه مستقل از اندازه k تشکیل می دهند .

- فرض می کنیم که گراف مکمل G' مجموعه ای مستقل از ریوس اندازه k دارد . هیچ یک از این ریوس یک یال با هیچ راس دیگری ندارند . وقتی گراف برای بدست آوردن G تکمیل می شود ، این k راس یک یال را به اشتراک می گذارد و از این رو در مجاورت یکدیگر قرار می گیرند . بنابراین گراف G یک clique با اندازه k دارد .

بنابراین می‌توانیم بگوییم که یک مجموعه مستقل از اندازه k در گراف G وجود دارد اگر یک دسته از اندازه k در G' (گراف مکمل) وجود داشته باشد. بنابراین، هر نمونه از مساله مجموعه مستقل می‌تواند به یک نمونه از مساله clique کاهش یابد. بنابراین، مجموعه مستقل NP-hard است. و چون ثابت کردیم که NP است، یعنی NP-complete می‌باشد.