

Esercizi sulla logica proposizionale

Tutorato di Fondamenti di Informatica

xx/xx/2024

Martin Gibilterra

Università di Catania

✉ martingibilterra@gmail.com

🐙 github.com/w8floosh

Soddisfacibilità, contraddizione e tautologia

Considerare le seguenti formule ben formate e dire se sono soddisfacibili, contraddittorie o tautologie.

1. $\neg(p \Rightarrow p)$
2. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
3. $(p \Rightarrow p) \Rightarrow \neg p$
4. $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$
5. $\neg(q \Rightarrow \neg(q \Rightarrow p))$
6. $(p \Rightarrow r) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow ((\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow r))$

Verità

Quali delle seguenti fbf sono vere?

1. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \models p \Rightarrow q$

2. $\neg(p \Rightarrow p) \ (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

3. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q), \neg(p \Rightarrow p) \models (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

Completa la dimostrazione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg\neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

- | | |
|--------------------------------|-------------|
| 1. ?? | (Ak) |
| 2. ?? | (ipotesi) |
| 3. ?? | (MP(1, 2)) |
| 4. ?? | (A \neg) |
| 5. ?? | (MP(3, 4)) |
| 6. $\neg P \Rightarrow \neg P$ | (teorema) |
| 7. ?? | (MP(5, 6)) |

Assiomi e regole:

$$(Ak) \quad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \quad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$

Completa la dimostrazione

Soluzione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg\neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

- | | |
|--|-------------|
| 1. $\neg\neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg\neg P)$ | (Ak) |
| 2. $\neg\neg P$ | (ipotesi) |
| 3. $\neg P \Rightarrow \neg\neg P$ | (MP(1, 2)) |
| 4. $(\neg P \Rightarrow \neg\neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P)$ | (A \neg) |
| 5. $(\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P$ | (MP(3, 4)) |
| 6. $\neg P \Rightarrow \neg P$ | (teorema) |
| 7. P | (MP(5, 6)) |

Assiomi e regole:

$$(Ak) \quad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \quad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$

Completa la dimostrazione

Soluzione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg\neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

- | | |
|--|-------------|
| 1. $\neg\neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg\neg P)$ | (Ak) |
| 2. $\neg\neg P$ | (ipotesi) |
| 3. $\neg P \Rightarrow \neg\neg P$ | (MP(1, 2)) |
| 4. $(\neg P \Rightarrow \neg\neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P)$ | (A \neg) |
| 5. $(\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P$ | (MP(3, 4)) |
| 6. $\neg P \Rightarrow \neg P$ | (teorema) |
| 7. P | (MP(5, 6)) |

Assiomi e regole:

$$(Ak) \quad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \quad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$

Costruisci la dimostrazione

Usando la logica proposizionale, si supponga di avere un insieme di variabili proposizionali $V = a, b, c$ e le regole e gli assiomi sulla destra. Si costruisca una dimostrazione di b partendo dall'ipotesi $\neg\neg b$. e dal teorema $\neg a \Rightarrow \neg a$

- | | |
|--|-------------|
| 1. $\neg\neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg\neg P)$ | (Ak) |
| 2. $\neg\neg P$ | (ipotesi) |
| 3. $\neg P \Rightarrow \neg\neg P$ | (MP(1, 2)) |
| 4. $(\neg P \Rightarrow \neg\neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P)$ | (A \neg) |
| 5. $(\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P$ | (MP(3, 4)) |
| 6. $\neg P \Rightarrow \neg P$ | (teorema) |
| 7. P | (MP(5, 6)) |

Assiomi e regole:

$$(Ak) \quad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \quad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$