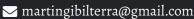
Esercizi sulla logica proposizionale

Tutorato di Fondamenti di Informatica xx/xx/2024

Martin Gibilterra

Università di Catania



github.com/w8floosh

Soddisfacibilità, contraddizione e tautologia

Considerare le seguenti formule ben formate e dire se sono soddisfacibili, contraddittorie o tautologie.

- 1. $\neg(p \Rightarrow p)$
- 2. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
- 3. $(p \Rightarrow p) \Rightarrow \neg p$
- 4. $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$
- 5. $\neg (q \Rightarrow \neg (q \Rightarrow p))$
- 6. $(p \Rightarrow r) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow ((\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow r))$

Verità

Quali delle seguenti fbf sono vere?

1.
$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \models p \Rightarrow q$$

2.
$$\neg(p \Rightarrow p) (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

3.
$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q), \neg(p \Rightarrow p) \vDash (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

Completa la dimostrazione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg \neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

1. ?? 2. ??	(Ak) (ipotesi)		Assiomi e regole:
3. ?? 4. ??	(MP(1,2)) $(A \neg)$	(Ak)	$\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$
5. ?? 6. ¬P ⇒ ¬ P 7. ??	(MP(3,4)) (teorema) (MP(5,6)	$(A \neg)$	$(\neg \beta \Rightarrow \neg \alpha) \Rightarrow ((\neg \beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$

Completa la dimostrazione

Soluzione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg\neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

$$\begin{array}{lll} \text{1.} & \neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) & \text{(Ak)} \\ \text{2.} & \neg \neg P & \text{(ipotesi)} \\ \text{3.} & \neg P \Rightarrow \neg \neg P & \text{($MP(1,2)$)} \\ \text{4.} & (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P) & \text{($A\neg$)} \\ \text{5.} & (\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P & \text{($MP(3,4)$)} \\ \text{6.} & \neg P \Rightarrow \neg P & \text{(teorema)} \\ \text{7.} & P & \text{($MP(5,6)$)} \end{array}$$

Assiomi e regole:

$$(Ak) \qquad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \qquad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$

Completa la dimostrazione

Soluzione

Si supponga di dover dimostrare P in logica proposizionale utilizzando l'ipotesi $\neg\neg P$ e il teorema $\neg P \Rightarrow \neg P$ (assunto come già dimostrato).

$$\begin{array}{lll} \text{1.} & \neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) & \text{(Ak)} \\ \text{2.} & \neg \neg P & \text{(ipotesi)} \\ \text{3.} & \neg P \Rightarrow \neg \neg P & \text{(MP(1,2))} \\ \text{4.} & (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P) & \text{(A} \neg) \\ \text{5.} & (\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P & \text{(MP(3,4))} \\ \text{6.} & \neg P \Rightarrow \neg P & \text{(teorema)} \\ \text{7.} & P & \text{(MP(5,6))} \end{array}$$

Assiomi e regole:

$$(Ak) \qquad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \qquad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$

Costruisci la dimostrazione

Usando la logica proposizionale, si supponga di avere un insieme di variabili proposizionali V = a, b, c e le regole e gli assiomi sulla destra. Si costruisca una dimostrazione di b partendo dall'ipotesi $\neg\neg b$. e dal teorema $\neg a \Rightarrow \neg a$

$$\begin{array}{lll} 1. & \neg P \Rightarrow (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) & (Ak) \\ 2. & \neg \neg P & (\text{ipotesi}) \\ 3. & \neg P \Rightarrow \neg \neg P & (MP(1,2)) \\ 4. & (\neg P \Rightarrow \neg \neg P) \Rightarrow ((\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P) & (A\neg) \\ 5. & (\neg P \Rightarrow \neg P) \Rightarrow P & (MP(3,4)) \\ 6. & \neg P \Rightarrow \neg P & (\text{teorema}) \\ 7. & P & (MP(5,6)) \end{array}$$

Assiomi e regole:

$$(Ak) \qquad \alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \alpha)$$

$$(A\neg) \qquad (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \Rightarrow ((\neg\beta \Rightarrow \alpha) \Rightarrow \beta)$$