

Если начальный размер массива 1, а при заполнении он увеличивается в 2 раза, то массив расширяется на каждой 2^m операции `append` ($m \in \mathbb{N}$).

Пусть $k = \log_2 n$ (округление вверх до целого).

Копирование элементов массива в новый массив происходит за $O(2^{m-1})$. При этом будет не более k расширений массива.

Сумма всех примитивных операций:

$$\sum_{i=0}^k 2^i = \frac{1 - 2^{k+1}}{1 - 2} = 2^{k+1} - 1 \quad (1)$$

Итак, $2^{k+1} > 2^k - 1 = n$.

Из этого следует, что всего потребуется $O(n)$.