دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکدهٔ مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

کنترل خطی

پاسخ تمرین ۲

نام و نام خانوادگی	آرمین حسین خلج
شمارهٔ دانشجویی	۴۰۲۱۶۷۷۳
تاریخ	آبان ۱۴۰۴

فهرست مطالب

۱ سوال ۱ ۲

۲ سوال ۲ ۳

۳ سوال ۳ ۴

۱ سوال ۱

با توجه به شکل میتوان فهمید که :

$$e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.434 \qquad \text{(بالا زدگی Mp \%)}$$

$$\frac{3.2}{\zeta\omega_n} = 1.3 \qquad \text{(زمان نشست با معیار ts ۲ \%)}$$

با توجه به رابطهٔ (۱)

$$\boxed{\zeta \approx 0.256}$$

با قرار دادن مقدار $\zeta \approx 0.256$ در رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{3.2}{\zeta\omega_n} = 1.3$$

$$\frac{3.2}{0.256\,\omega_n} = 1.3$$

$$\boxed{\omega_n \approx 9.616}$$

$$T(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{92.467k}{s^2 + 4.92s + 92.467}$$

حال می‌توانیم k را از مقدار پیک محاسبه کنیم. اگر ζ را در رابطهٔ (۱) قرار دهیم، داریم:

$$1 + e^{-\frac{\pi(0.256)}{\sqrt{1-(0.256)^2}}} \approx 1 + 0.435 = 1.435$$

با توجه به اینکه مقدار پیک در شکل 2.27 است، مقدار k برابر است با:

$$k = \frac{2.27}{1.435} \approx 1.58$$

پس در نتیجه $T(s)$ می‌شود:

$$T(s) = \frac{146.09}{s^2 + 4.92s + 92.467}$$

$$T(s) = \frac{G(s)}{G(s)+1} \Rightarrow G(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)}$$

$$T(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}, \qquad H(s) = 1$$

$$G(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{\dfrac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}}{1-\dfrac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}} = \frac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2-k\omega_n^2}.$$

با جایگذاری مقادیر

$$\zeta = 0.256, \quad \omega_n =, \quad k = 1.58$$

$$\omega_n^2 = (9.616)^2 =, \qquad k\omega_n^2 = 1.58 \times 92.467 = 146.09786,$$

$$2\zeta\omega_n = 2 \times 0.256 \times 9.616 = 4.923392, \qquad \omega_n^2 - k\omega_n^2 = 92.467 - 146.09786 = -53.63086.$$

$$\boxed{G(s) = \frac{146.09786}{s^2+6.15424\,s-53.63086}}$$

۲ سوال ۲

تابع تبدیل حلقه بسته:

$$T(s) = \frac{KG(s)}{KG(s)+1}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{k}{s^2+4s+3+k}$$

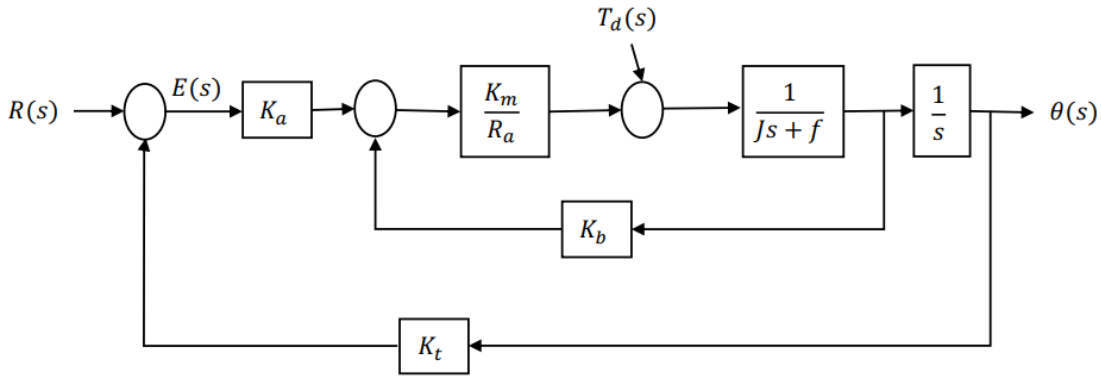
$$2\zeta\omega_n = 4 \quad \zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega_n = 2\sqrt{2}$$

پس باید :

$$(3+k)^2 = \omega_n^2 = 8$$

$$[\, k = -0.171 \qquad k = -5.82 \,]$$

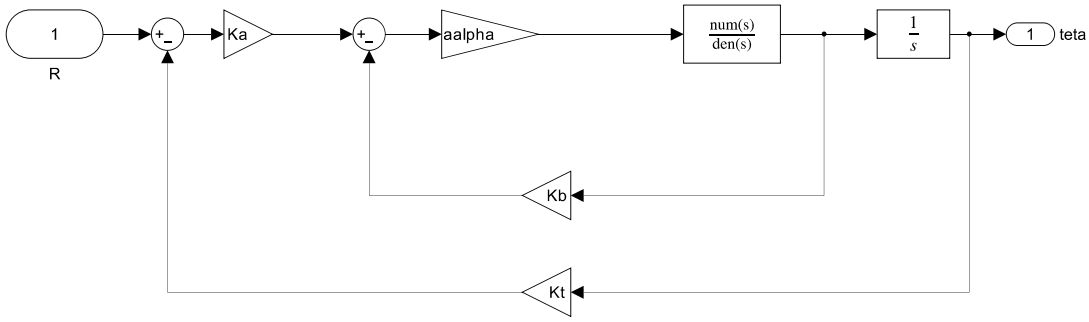
۳ سوال ۳



شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم کنترل وضعیت موتور DC

(حلقه بسته)
$$\frac{\Theta(s)}{R(s)} = \frac{K_a \frac{K_m}{R_a} \frac{1}{Js+f} \frac{1}{s}}{1 - (\frac{K_m}{R_a} \cdot \frac{-1}{Js+f} . k_b + K_a . \frac{K_m}{R_a} \cdot \frac{-1}{Js+f} \cdot \frac{1}{s} . k_t)} = \frac{0.02}{s^2 + 0.4s + 0.02}$$

(حلقه باز)
$$\frac{\Theta(s)}{R(s)} = \frac{K_a \frac{K_m}{R_a} \frac{1}{Js+f} \frac{1}{s}}{1 - (\frac{K_m}{R_a} \cdot \frac{-1}{Js+f} . k_b)} = \frac{\Theta(s)}{R(s)} = \frac{0.02}{s(s+0.4)}$$



Editor - C:\Users\aminh\OneDrive\Desktop\pr2\untitleyd.m

untitleyd.m

```
Kt = 0;
Kb = 0.5;
f  = 0.2;
J  = 1;
Ra = 2;
Km = 0.8;
Ka = 0.05;
aalpha = Km / Ra;


modelname = 'untitled';


open_system(modelname);


[A,B,C,D] = linmod(modelname);
sys_lin = ss(A,B,C,D);
G_tf_all = tf(sys_lin);

G11 = G_tf_all(1,1);

[num, den] = tfdata(G11, 'v');


s = sym('s');
G_sym = poly2sym(num, s) / poly2sym(den, s);
G_sym = simplify(G_sym);


disp('(تابع تبدیل (نمادین:');
pretty(G_sym)
```

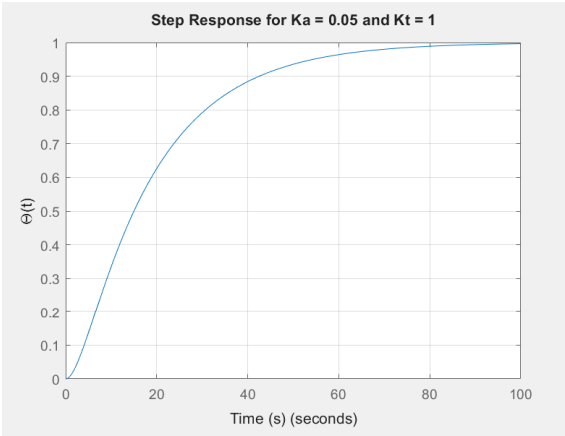
Command Window

```
>> untitleyd
:(تابع تبدیل (نمادین
          1
---------------
     2
50 s  + 20 s + 1

>> untitleyd
:(تابع تبدیل (نمادین
        1
--------------
s (5 s + 2) 10

>>
```

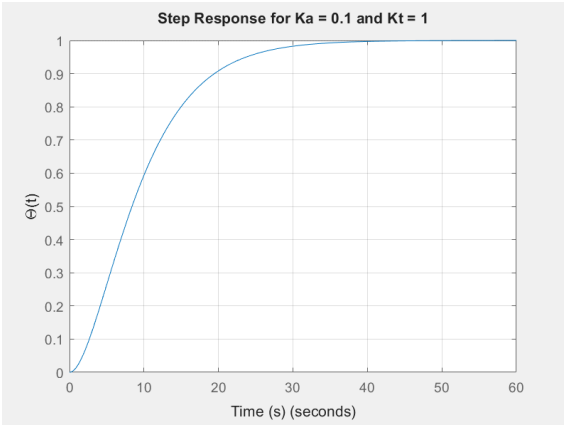
حلقه بسته

حلقه باز

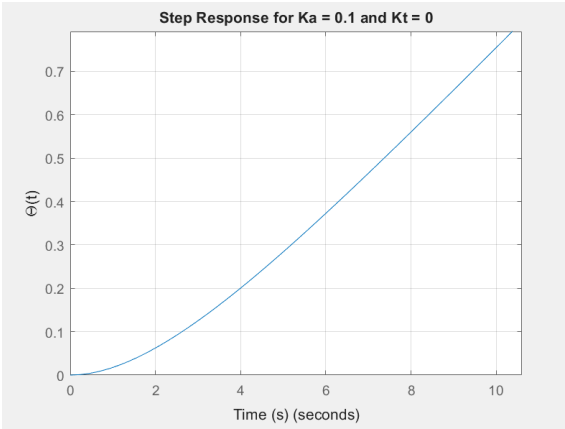
مشاهده میشود که نتایج متلب با حل دستی یکسان است فقط در متلب صورت و مخرج هر دو تابع تبدیل در ۵۰ ضرب شده



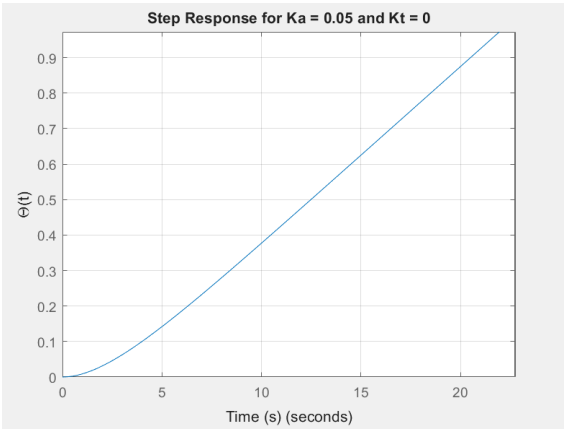
شکل ۲: فرامیرایی



شکل ۳: میرایی مرزی



شکل ۴: نامیرا و ناپایدار



شکل ۵: نامیرا و ناپایدار