Project Wetenschappelijk Programmeren 2015-2016 (2^e zittijd)

Indienen uiterlijk op maandag 22 augustus om 9.00 uur (elektronisch en afgedrukt).

1) Los het stelsel

$$\sum_{j=1}^{n}(1+i)^{j-1}x_j = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad 1 \leq i \leq n$$

op voor $n = 10, \ldots, 15$ met Gauss-eliminatie met partiële pivotering. Bereken ook het conditiegetal van de coëfficiëntenmatrix en bespreek je berekende oplossing.

2) Beschouw de data $(x_i, f_i), i = 0, \ldots, 20$ met $x_i = i - 10$ en $f_i = (-1)^i$.

- Bereken de veelterminterpolant door alle data. Welke graad gebruik je? Bespreek je resultaat.
- Bereken voor de gegeven data de natuurlijke kubische spline. Vind je de eindcondities geschikt voor de data?
- Bereken een aantal kleinste-kwadraten veeltermbenaderingen. In welke basis druk je de veelterm uit?
- Bereken een trigonometrische veelterminterpolant. Wat is het voordeel van equidistante datapunten te hebben?
- Bereken een trigonometrische kleinste-kwadraten approximant. Kies je een even/oneven aantal termen?

Vermeld bij elk lineair stelsel dat je oplost (Vandermonde, tridiagonaal, rechthoekig) het conditiegetal.

3) Beschouw de functie

$$f(x) = 1 + T_6(x), \qquad -1 \leq x \leq 1,$$

waarbij $T_6(x)$ de Chebyshev veelterm is van graad 6 zoals gedefinieerd in de cursus. Bereken eerst de exacte integraal (mbv `Maple`)

$$I = \int_{-1}^{1} f(x)\, dx,$$

die de oppervlakte tussen de x-as en de curve $f(x)$ uitdrukt. Bereken ook (mbv `Matlab`) de volgende drie numerieke benaderingen met 2 beduidende cijfers:

- de samengestelde trapeziumregel voor I,
- I via een Gauss-Legendre integratieregel,
- Monte Carlo integratie van I.

Vermeld voor elk van de 3 methodes hoeveel knooppunten je nodig hebt om de gevraagde nauwkeurigheid te bekomen.

Succes!