

KU LEUVEN

MODELLERING EN SIMULATIE

Practicum 1:
Monte Carlo-simulaties

Armin Halilovic - r0679689

2 December 2016

Contents

1	Oplossingen	2
1.1	Geometrische Brownse bewegingen	2
1.1.1	Opgave 2	2
1.1.2	Opgave 4	2
1.1.3	Opgave 5	3
1.2	Simuleren van scenario's voor pensioensparen	3
1.2.1	Opgave 6	3
1.2.2	Opgave 13	4
1.2.3	Opgave 14	5
1.2.4	Opgave 16	6
1.2.5	Opgave 17	6
1.2.6	Opgave 18	7
1.2.7	Opgave 19	7
1.2.8	Opgave 20	7
1.3	Evaluatie	7
1.3.1	Opgave 21	7
1.3.2	Opgave 22	8
1.3.3	Opgave 23	8
	Appendices	9
A	Code	9
A.1	Opgaves	9
A.1.1	Opgave 2	9
A.1.2	Opgave 3	9
A.1.3	Opgave 4	9
A.1.4	Opgave 5	10
A.1.5	Opgave 6	10
A.1.6	Opgave 7	11
A.1.7	Opgave 8	11
A.1.8	Opgave 9	12
A.1.9	Opgave 10	12
A.1.10	Opgave 11	12
A.1.11	Opgave 12	13
A.1.12	Opgave 13	13
A.1.13	Opgave 14	14
A.1.14	Opgave 15	14
A.1.15	Opgave 16	14
A.1.16	Opgave 18	15
A.2	Extra Functies	15
A.2.1	r0679689.brownianMove	15
A.2.2	r0679689.compareSavingsAlternatives	15
A.2.3	r0679689.logYields	16

1 Oplossingen

In deze sectie worden antwoorden op de vragen in het practicum gegeven. De code voor alle opgaven staat onder appendix A.

1.1 Geometrische Brownse bewegingen

1.1.1 Opgave 2

Bereken de driftfactor μ en de volatiliteit σ voor de twee fondsen die je hebt ingeladen in opgave 1 en neem deze op in je verslag. Rapporteer 3 beduidende cijfers.

Output van de code:

```
Driftfactor en volatiliteit voor VTI: 0.00623 en 0.0436
Driftfactor en volatiliteit voor BNP: 0.00466 en 0.0268
```

1.1.2 Opgave 4

Simuleer 10 willekeurige paden van het aandelenfonds VTI. Als invoer geef je de μ en σ die je in opgave 2 berekende, als initialPrice neem je de meest recente marktprijs die je op <http://www.morningstar.com/stocks/ARCX/VTI/quote.html> kunt raadplegen en als lengte van de simulatie months kies je 60 maanden. Plot deze tien paden op eenzelfde grafiek. Welke initiele prijs heb je gebruikt voor de 10 paden? Vermeld ook de datum. Zien de paden die je gegenereerd hebt er uit zoals de koers van VTI van de afgelopen 5 jaar? Motiveer grondig indien je meent van niet.

De gebruikte initialPrice was \$114.55. Dit was de waarde op 25/11/2016.

Op figuur 1 is te zien dat de gesimuleerde paden lijken op het werkelijk pad van het aandelenfonds (wel met een ander startpunt). De gegenereerde paden zouden nog meer lijken op de koers indien de paden op meer punten zouden worden gesimuleerd (bv per dag ipv per maand).



Figure 1: links: werkelijk pad van VTI, rechts: 10 gesimuleerde paden

1.1.3 Opgave 5

Vergelijk de empirische cumulatieve distributiefunctie van de log-rendementen van opeenvolgende maanden van het fonds VTI met de cumulatieve distributiefunctie van het model, i.e., $N(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2, \sigma^2)$. Als modelparameters μ en σ kies je de overeenkomstige populatiestatistieken die je in opgave 2 hebt berekend. Maak een figuur van deze twee functies en neem deze op in het verslag. Kan je op basis van deze figuur besluiten dat de geobserveerde log-rendementen van VTI gedurende de laatste 184 maanden inderdaad bij benadering voldoen een normale verdeling met gemiddelde $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$ en standaardafwijking σ^2 ?

Op figuur 2 zien we dat de grafieken van de cumulatieve distributiefuncties ongeveer samen vallen. Hieruit kunnen we besluiten dat de log-rendementen inderdaad bij benadering voldoen aan een normale verdeling met gemiddelde $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$ en standaardafwijking σ^2 .

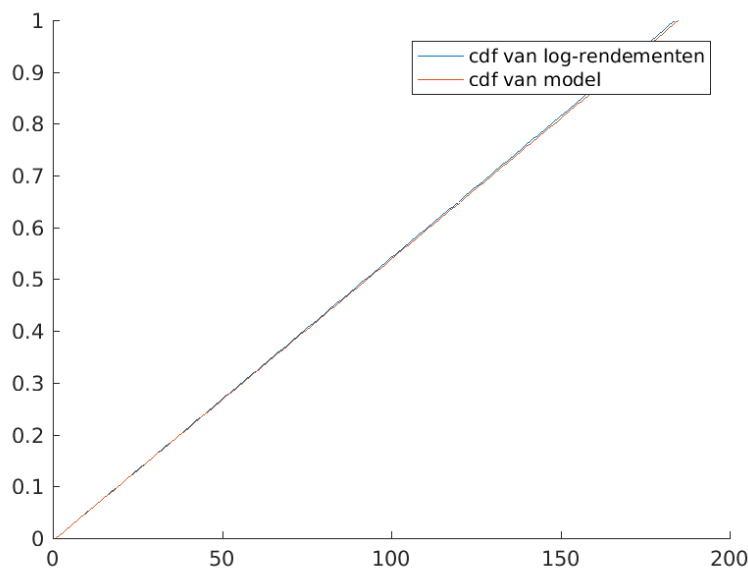


Figure 2

1.2 Simuleren van scenario's voor pensioensparen

1.2.1 Opgave 6

Hoeveel geld heb je na 40 kwartalen gestort als je start met een spaarbudget per kwartaal van €500?

Output van de code:

Gestort geld na 40 kwartalen met startbudget van 500 euro: 21899.44

1.2.2 Opgave 13

Simuleer het rendement voor elk van de 3 scenario's na 40 kwartalen (10 jaar) wanneer je spaarbudget €750 per kwartaal bedraagt. Voor de spaarrekening zullen we de extreem gunstige getrouwheidspremie van 3.0% hanteren. Maak histogrammen van de gesimuleerde rendementen van de fondsen. Hoeveel bedraagt het rendement (uitgedrukt in %) van de spaarrekening?

Output van de code:

```
Spaarrekening rendement: 0.118304
Aandelenfonds VTI rendementen: min -0.514990, max 4.734315, mean 0.525865, median 0.452880
Pensioenfonds BNP rendementen: min -0.297107, max 2.142379, mean 0.387006, median 0.363345
```

Het rendement van de spaarrekening bedraagt 11.83% na 10 jaar.

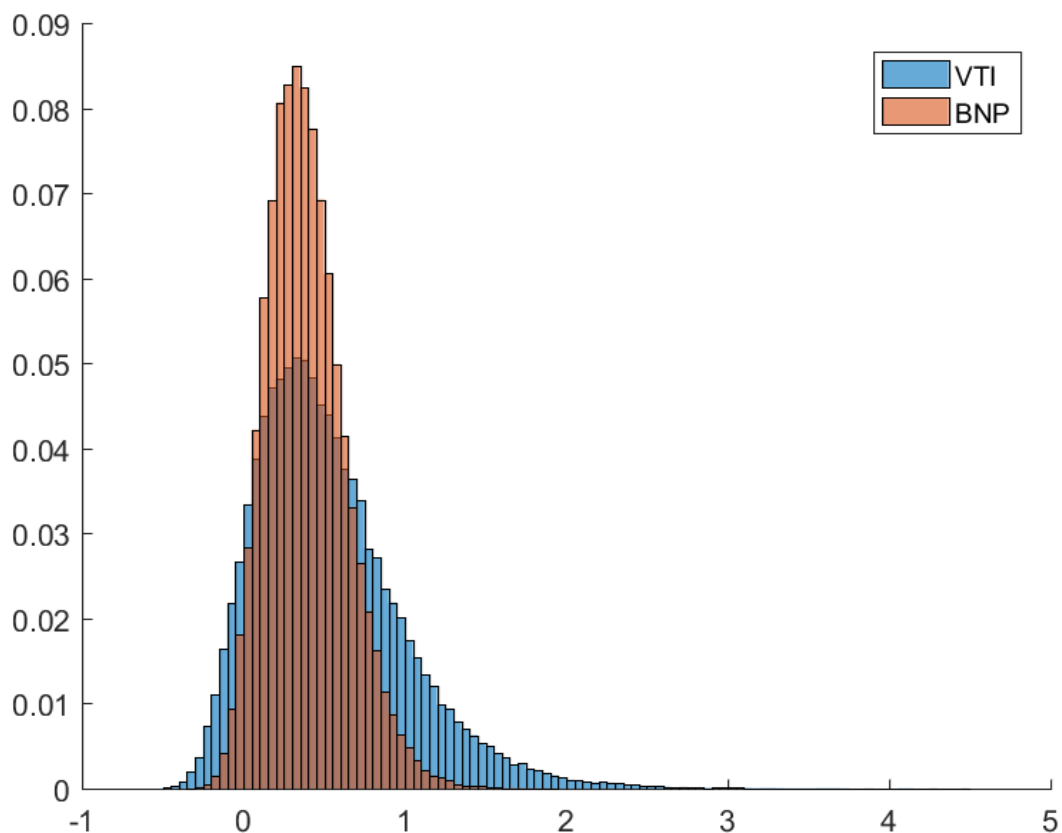


Figure 3: Histogrammen van rendementen voor de fondsen na 40 kwartalen

1.2.3 Opgave 14

Voer de voorgaande simulatie ook uit voor $4 * (60 - x)$ kwartalen, waarbij x je leeftijd is. Maak dezelfde figuur opnieuw en neem deze op in het verslag. Bespreek je resultaten. Valt er iets bijzonder op in deze figuur?

Output van de code:

```
Spaarrekening rendement: 0.559096
Aandelenfonds VTI rendementen: min -0.587350, max 126.814567, mean 5.310819, median 3.916414
Pensioenfonds BNP rendementen: min -0.334121, max 18.799478, mean 2.205920, median 1.954154
```

De gebruikte x was 22.

Het rendement van de spaarrekening bedraagt 55.91% na 38 jaar. Het verschil tussen het rendement van de spaarrekening en de gemiddelde rendementen van de fondsen is sterk gestegen. Daarnaast is het ook opmerkelijk dat er heel erg grote rendementen mogelijk zijn met het VTI aandelenfonds, terwijl het mogelijk verlies maar amper is toegenomen.

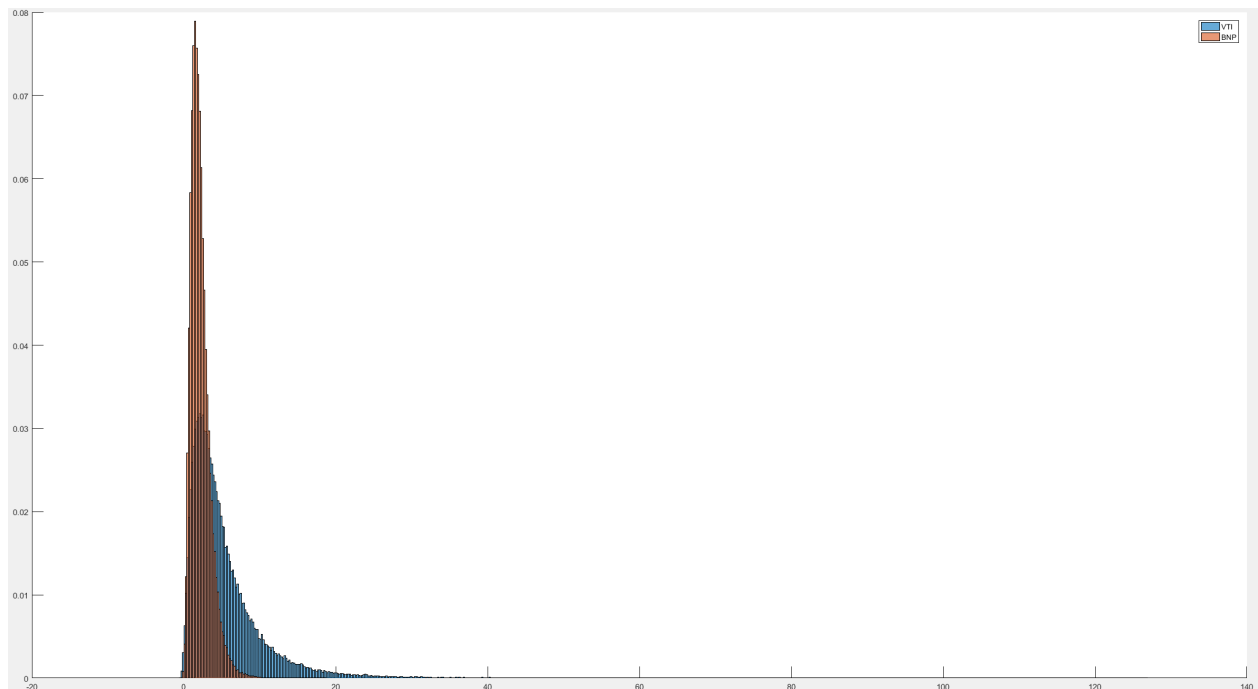


Figure 4: Histogrammen van rendementen voor de fondsen na 152 kwartalen

1.2.4 Opgave 16

Simuleer het rendement van het BNP-pensioenfonds na 160 kwartalen wanneer je de volgende spaarbudgetten (per kwartaal) zou aanhouden: €125, €250, €500, €1000 en €2000. Hoeveel bedraagt de mediaan van het eindrendement in deze vijf gevallen? Wat valt op? Verklaar dit bijzondere fenomeen.

Output van de code:

Gegevens over de eindrendementen: min 2.236039, max 3.299977, mean 2.681874, median 2.557744

De mediaan van het eindrendement in de vijf gevallen bedraagt 2.56. Ik merk echter geen bijzonder fenomeen op.

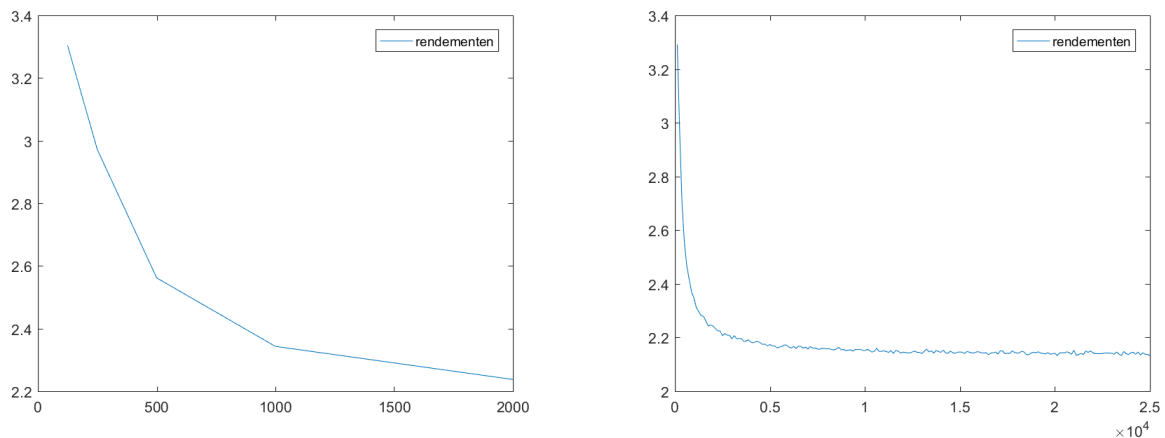


Figure 5: links: rendementen met de gegeven budgetten, rechts: rendementen met budgetten tot 25000

1.2.5 Opgave 17

Bij welk spaarbudget per kwartaal haal je het hoogste verwachte eindrendement wanneer je in het wettelijk stelsel van pensioensparen je geld belegt in het 'BNP Paribas B Pension Balanced Classic' fonds?

Het hoogste verwachte rendement wordt behaald wanneer de teruggave via de belastingsaangifte en de waarde van het fonds (op het laatste moment) maximaal zijn. Hiervan kunnen we enkel het eerste besturen.

De eerste teruggave ($= taxReturnRate * sum(investments(q - 5 : q - 2))$) moet dus gelijk zijn aan €282. Dit gebeurt wanneer het budget gelijk is aan €235. In dat geval investeer je in je eerste jaar €940 en krijg je het daaropvolgende jaar een maximale teruggave.

1.2.6 Opgave 18

Simuleer het rendement van het VTI-fonds na 160 kwartalen wanneer je de volgende spaarbudgetten (per kwartaal) zou aanhouden: €125, €250, €500, €1000 en €2000. Hoeveel bedraagt de mediaan van het eindrendement in deze vijf gevallen? Wat valt op? Verklaar.

Output van de code:

Gegevens over de eindrendementen: min 5.684835, max 6.129065, mean 5.959699, median 5.987950

De mediaan van het eindrendement in de vijf gevallen bedraagt 5.96.

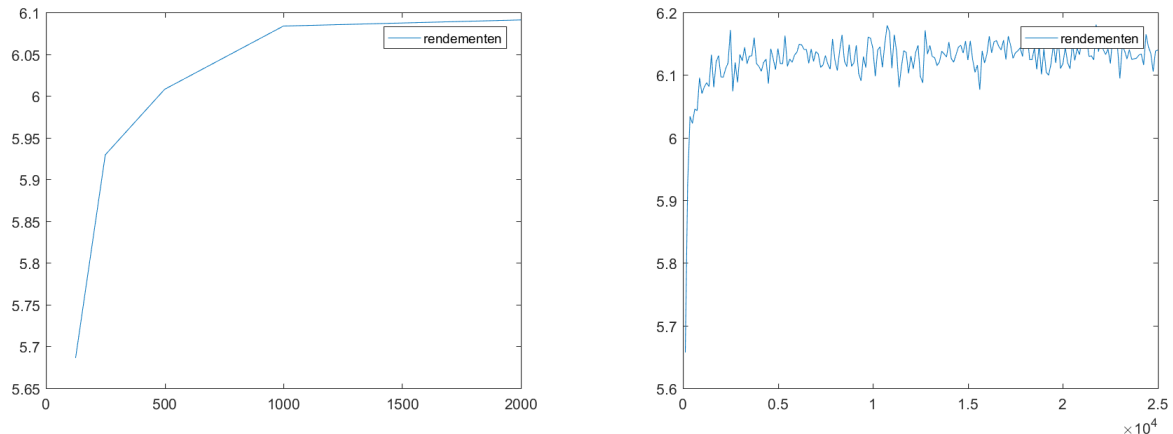


Figure 6: links: rendementen met de gegeven budgetten, rechts: rendementen met budgetten tot 25000

1.2.7 Opgave 19

Bij welk spaarbudget per kwartaal haal je het hoogste verwachte eindrendement wanneer je je geld belegt in het 'Vanguard Total Stock Market Index Fund' fonds?

Vanuit de linkse grafiek in figuur 6 lijkt het mogelijk om een ongelimiteerd eindrendement te behalen. Op de rechtergrafiek valt echter op dat er een limiet lijkt te zijn op het eindrendement met een waarde rond 6.13. Dit is ongeveer een bedrag van €3500.

1.2.8 Opgave 20

Alle voorgaande experimenten indachtig, welke strategie zou jij aanbevelen voor pensioensparen? Dit mag een combinatie van meerdere technieken zijn.

Uitgaande van de simulaties in opgave 14 en figuur 4 zou ik aanbevelen om in een aantal distributiefondsen gelijkaardig aan VTI te investeren. Op de grafiek is zichtbaar dat in deze simulatie er gigantisch veel winst mogelijk is terwijl het maximaal mogelijk verlies relatief weinig is. Als er verlies wordt geleden met een fonds, dan zal hoogstwaarschijnlijk de winst met een ander fonds dat verlies tegengaan.

1.3 Evaluatie

1.3.1 Opgave 21

Hoeveel tijd heb je gespendeerd aan het oplossen van de opdrachten? Hoeveel tijd heb je gespendeerd aan het schrijven van het verslag?

Ik heb ongeveer 19 uur gespendeerd aan het oplossen van de opdracht en 4 uur aan het schrijven van het verslag.

1.3.2 Opgave 22

Denk je dat de resultaten van dit practicum realistisch zijn? Hebben de resultaten je verrast? Zou je zelf een vermogen willen opbouwen via het wettelijke stelsel? Waarom wel of niet? Welke strategie zou je zelf verkiezen?

Ik heb het gevoel dat de resultaten niet realistisch zijn, waarschijnlijk door dat ik ergens fouten heb gemaakt. Er lijkt een heel grote kans op grote winst te zijn in het VTI fonds, terwijl de kans op verlies vrij klein is.

Zelf weet ik nog niet welke strategie is zou verkiezen, maar het is zeker iets waar ik later meer research moet over doen. Ik heb zeker nuttige dingen bijgelerd om een betere keuze te kunnen maken.

1.3.3 Opgave 23

Welke bedenkingen heb je bij dit practicum? Was de opgave (veel) te gemakkelijk, (veel) te moeilijk of van een gepaste moeilijkheidsgraad? Wat zou je zelf anders aangepakt hebben? Was de terminologie voldoende duidelijk?

De moeilijkheidsgraad van dit practicum lijkt me in orde. Ik heb ongeveer even veel tijd gespendeerd als aan het eerste practicum (van de 2) van een ander vak van 6 studiepunten.

De terminologie was voldoende duidelijk, maar af en toe waren de specificaties onduidelijk. Bijvoorbeeld waar pas je het dividendrendement op toe om de dividend te berekenen?

Of moet voor de rendementen nog rekening gehouden worden met eindbelastingen? Ergens staat "De eindbelasting nemen we niet op in onze simulatie", maar dit lijkt me onlogisch aangezien het geld dat je werkelijk terug zou krijgen lager is dan path(end) en de eindbelasting verschillend is voor de verschillende fondsen in de opgave).

Appendices

A Code

A.1 Opgaves

A.1.1 Opgave 2

```
function [mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(s)
% estimates parameters of log-yields of given price evolution vector

    x = r0679689_logYields(s);

    sigma = std(x);
    % "de standaardafwijking van de log-rendementen is een
    % schatter voor de populatiestandaardafwijking sigma"

    mu = mean(x) + 0.5 * sigma^2;
    % "Het gemiddelde van de log-rendementen is dan een schatter
    % voor het populatiegemiddelde mu - 0.5 * sigma^2"

end
```

```
% Bereken de driftfactor mu en de volatiliteit sigma voor de twee fondsen die je hebt ingeladen in opgave 1 en neem deze op in je verslag.
```

```
load('Funds.mat')

[mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(S(:, 1));
mu = round(mu, 3, 'significant');
sigma = round(sigma, 3, 'significant');

fprintf('Driftfactor en volatiliteit voor VTI: %f en %f \n', [mu, sigma])

[mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(S(:, 2));
mu = round(mu, 3, 'significant');
sigma = round(sigma, 3, 'significant');

fprintf('Driftfactor en volatiliteit voor BNP: %f en %f \n', [mu, sigma])

clear
```

A.1.2 Opgave 3

```
function [path] = r0679689_simulatePath(initialPrice, mu, sigma, months)
% Simulate a Brownian motion
    path = zeros(1, months);
    path(1) = initialPrice;

    for m = 2:months
        path(m) = r0679689_brownianMove(path(m-1), mu, sigma, 1);
    end
end
```

A.1.3 Opgave 4

```
% Simuleer 10 willekeurige paden van het aandelenfonds VTI.
```

```
close all
```

```

load('Funds.mat')

[mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(S(:, 1));
length = 60; % 60 months
initialPrice = 114.55; % taken from http://www.morningstar.com/stocks/ARCX/VTI/quote.html, on
25/11/2016
initialPrice = initialPrice * 0.94; % convert to euro

fig = figure;
hold on;
for i = 1:10
    path = r0679689_simulatePath(initialPrice, mu, sigma, length);
    plot(path);
end
hold off;
saveas(fig, 'ex4.png');

clear

```

A.1.4 Opgave 5

% Vergelijk de empirische cdf van de log-rendementen van opeenvolgende maanden van het fonds VTI met de cdf van het model

```

close all
load('Funds.mat')

[f1, x1] = ecdf(r0679689_logYields(S(:, 1)));

[mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(S(:, 1));
[f2, x2] = ecdf(normrnd(mu - 0.5 * sigma^2, sigma^2, length(S(:, 1)), 1));

fig = figure;
hold on;
plot(f1);
plot(f2);
hold off;
legend('cdf van log-rendementen', 'cdf van model');
saveas(fig, 'ex5.png');

clear

```

A.1.5 Opgave 6

```

function [capital] = r0679689_investedCapital(budget, quartals)
% calculates invested budget after given amount of quartals
    capital = 0;

    while quartals > 0
        if quartals >= 4
            capital = capital + 4 * budget;
            quartals = quartals - 4;
        else
            capital = capital + quartals * budget;
            quartals = 0;
        end

        budget = budget * 1.02;
    end
end

```

% Hoeveel geld heb je na 40 kwartalen gestort als je start met een spaarbudget per kwartaal van 500 euro?

```
investedCapital = r0679689_investedCapital(500, 40);  
fprintf('Gestort geld na 40 kwartalen met startbudget van 500 euro: %.2f\n', investedCapital)
```

A.1.6 Opgave 7

```
function [path, yield] = r0679689_simulateSaving(budget, rate, quartals)  
% Simulates the path of a savings account with given start budget and interest rate after a given amount of quartals  
  
investedCapital = r0679689_investedCapital(budget, quartals);  
  
path = zeros(1, quartals);  
path(1) = budget;  
deposits = zeros(1, 4);  
deposits(1) = budget;  
  
withholdingTax = 0.15;  
  
for q = 2:quartals  
    % find which quartal of the year it is  
    quartal = mod(q, 4);  
    if quartal == 0  
        quartal = 4;  
    end  
  
    netBudget = budget;  
  
    % loyalty bonus  
    if q > 4  
        bonus = deposits(quartal) * rate * (1-withholdingTax);  
  
        netBudget = netBudget + bonus;  
        deposits(quartal) = deposits(quartal) + bonus;  
    end  
  
    % add money to savings account  
    path(q) = path(q-1) + netBudget;  
    deposits(quartal) = deposits(quartal) + budget;  
  
    if mod(q, 4) == 0  
        budget = budget * 1.02;  
    end  
end  
  
yield = (path(end) - investedCapital) / investedCapital;  
  
end
```

A.1.7 Opgave 8

```
function [path] = r0679689_simulateQuarterlyPath(price, mu, sigma, quartals)  
% Simulates a possible path of the worth of a fund over a given amount of quartals  
  
path = zeros(1, quartals);  
path(1) = price;  
  
for q = 2:quartals  
    path(q) = r0679689_brownianMove(path(q-1), mu, sigma, 3);  
end  
end
```

A.1.8 Opgave 9

```
function [path, yield] = r0679689_simulateFundInvestingPath(budget, pricePath, quartals)
% Simulate the path of the worth of investing in a distribution fund with a certain pricePath
% path = "de totale nettoinventariswaarde van alle fractionele aandelen"
% during main calculation, path = amount of shares
% after main calculation, path = total net worth of shares at each quartal

    investedCapital = r0679689_investedCapital(budget, quartals);

    transactionCosts = 10; % 10 euros
    stockMarketTax = 0.0027; % 0.27%
    dividendYield = 0.0195; % 1.95%
    dividendTax = (1-0.15) * (1-0.30); % 15% bronbelasting & 30% roerende voorheffing
    dividendYieldNet = dividendYield * dividendTax; % 1.16025%
    quarterlyDividentYieldNet = dividendYieldNet / 4; % 0.2900625%

    path = zeros(1, quartals);
    path(1) = (budget - transactionCosts) * (1 - stockMarketTax) / pricePath(1);

    for q = 2:quartals
        % each quartal, receive dividends
        dividend = path(q-1) * pricePath(q) * quarterlyDividentYieldNet;

        % calculate net budget to buy shares
        budgetNet = (budget + dividend - transactionCosts) * (1 - stockMarketTax);

        % buy new shares with budget and dividend ("Dit ganse bedrag wordt dan
        % onmiddellijk opnieuw geïnvesteerd in VTI-aandelen.")
        path(q) = path(q-1) + budgetNet / pricePath(q);

        % budget increases with 2% each year
        if mod(q, 4) == 0
            budget = budget * 1.02;
        end
    end

    path = path .* pricePath; % convert shares into the money they are worth
    yield = (path(end) - investedCapital) / investedCapital;
end
```

A.1.9 Opgave 10

```
function [yields] = r0679689_simulateFundInvesting(budget, quartals, historicalPrice, N)
% Monte Carlo simulation of periodical investments in a distribution fund

    % estimate parameters for the evolution of the fund's worth
    [mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(historicalPrice);
    yields = zeros(1, N);

    for q = 1:N
        % simulate a price path for the worth of the fund
        pricePath = r0679689_simulateQuarterlyPath(historicalPrice(end), mu, sigma, quartals);

        % simulate the yield of investing in the fund with the simulated path
        [~, yield] = r0679689_simulateFundInvestingPath(budget, pricePath, quartals);

        yields(q) = yield;
    end
end
```

A.1.10 Opgave 11

```

function [path, yield] = r0679689_simulatePensionFundInvestingPath(budget, pricePath, quartals)
% Simulate the path of the worth of investing in a pension fund with a certain pricePath
% during main calculation, path = amount of shares
% after main calculation, path = total net worth of shares at each quartal

    investedCapital = r0679689_investedCapital(budget, quartals);

    runningCosts = 0.0125; % 1.25%, unclear what to do with this
    initialFee = 0.03; % 3% "Om fractionele eenheden van het BNP-fonds aan te kopen"
    taxReturnRate = 0.30; % 30% of last year's investment
    maxTaxReturn = 282; % 282 euro

    path = zeros(1, quartals);
    investments = zeros(1, quartals);
    path(1) = budget * (1 - initialFee) / pricePath(1);

    for q = 2:quartals
        % calculate net budget to buy shares
        budgetNet = budget * (1 - initialFee);

        % yearly tax return, assume first investment was in january
        if q > 5 && mod(q, 4) == 2
            taxReturn = min(maxTaxReturn, taxReturnRate * sum(investments(q-5:q-2)));
            budgetNet = budgetNet + taxReturn * (1 - initialFee);
        end

        % buy new shares
        path(q) = path(q-1) + budgetNet / pricePath(q);
        investments(q) = budgetNet;

        % budget and max return increase with 2% each year
        if mod(q, 4) == 0
            budget = budget * 1.02;
            maxTaxReturn = maxTaxReturn * 1.02;
        end
    end

    path = path .* pricePath; % convert shares into the money they are worth
    yield = (path(end) - investedCapital) / investedCapital;
end

```

A.1.11 Opgave 12

```

function [yields] = r0679689_simulatePensionFundInvesting(budget, quartals, historicalPrice, N)
% Monte Carlo simulation of periodical investments in a pension fund

    % estimate parameters for the evolution of the fund's worth
    [mu, sigma] = r0679689_estimateParameters(historicalPrice);
    yields = zeros(1, N);

    for q = 1:N
        % simulate a price path for the worth of the fund
        pricePath = r0679689_simulateQuarterlyPath(historicalPrice(end), mu, sigma, quartals);

        % simulate the yield of investing in the fund with the simulated path
        [, yield] = r0679689_simulatePensionFundInvestingPath(budget, pricePath, quartals);
        yields(q) = yield;
    end
end

```

A.1.12 Opgave 13

```
% Simuleer het rendement voor elk van de 3 scenario's na 40 kwartalen (10 jaar)
% wanneer je spaarbudget 750 euro per kwartaal bedraagt.
```

```
close all
```

```
r0679689_compareSavingsAlternatives(750, 40, 100000, 0.05, 'ex13');
```

A.1.13 Opgave 14

```
% Simuleer het rendement voor elk van de 3 scenario's na  $4 * (60 - x)$  kwartalen
% wanneer je spaarbudget 750 euro per kwartaal bedraagt, waarbij  $x$  je leeftijd is.
```

```
close all
```

```
r0679689_compareSavingsAlternatives(750, 4*(60-22), 100000, 0.2, 'ex14');
```

A.1.14 Opgave 15

```
% Simuleer het rendement voor elk van de 3 scenario's na 40, 80, 120 en 160 kwartalen
% wanneer je spaarbudget steeds  $(250 + x)$  euro per kwartaal bedraagt, waarbij  $x$  de laatste 3 cijfers van je
    studentnummer zijn.
```

```
close all;
x = 689;
```

```
N = 100000;
N = 10000;
```

```
for q = 40:40:160
    r0679689_compareSavingsAlternatives(250+x, q, N, 0.05, strcat('ex15-', int2str(q), '-quarters'));
end
```

A.1.15 Opgave 16

```
% Simuleer het rendement van het BNP-pensioenfonds na 160 kwartalen
% met volgende spaarbudgetten: 125, 250, 500, 1000 en 2000.
```

```
close all
load('Funds.mat')
```

```
budgets = [125, 250, 500, 1000, 2000];
quartals = 160;
N = 100000;
```

```
yields = zeros(1, length(budgets));
```

```
for i=1:length(budgets)
    pensionYields = r0679689_simulatePensionFundInvesting(budgets(i), quartals, S(:,2), N);
    yields(i) = mean(pensionYields);
end
```

```
fig = figure;
plot(budgets, yields);
legend('rendementen');
saveas(fig, 'ex16.png');
```

```
fprintf('Gegevens over de eindrendementen: min %f, max %f, mean %f, median %f\n', [min(yields), max(yields),
    mean(yields), median(yields)])
```

A.1.16 Opgave 18

```
% Simuleer het rendement van het VTI-fonds na 160 kwartalen
% met volgende spaarbudgetten: 125, 250, 500, 1000 en 2000.

close all
load('Funds.mat')

budgets = [125, 250, 500, 1000, 2000];
quartals = 160;
N = 100000;

yields = zeros(1, length(budgets));

for i=1:length(budgets)
    fundYields = r0679689_simulateFundInvesting(budgets(i), quartals, S(:,1), N);
    yields(i) = mean(fundYields);
end

fig = figure;
plot(budgets, yields);
legend('rendementen');
saveas(fig, 'ex18.png');

fprintf('Gegevens over de eindrendementen: min %f, max %f, mean %f, median %f\n', [min(yields), max(yields),
    mean(yields), median(yields)])
```

A.2 Extra Functies

A.2.1 r0679689_brownianMove

```
function [next_price] = r0679689_brownianMove(current_price, mu, sigma, t)
% Simulate the brownian movement for t months

    if nargin < 4
        t = 1;
    end

    next_price = current_price * exp((mu - 0.5*sigma^2)*t + sigma*sqrt(t)*randn);
end
```

A.2.2 r0679689_compareSavingsAlternatives

```
function [savingsYield, yieldF, yieldP] ...
    = r0679689_compareSavingsAlternatives(budget, quartals, N, binWidth, imageName)
load('Funds.mat')

if exist('S', 'var') == 0
    error('Price history vector S not found')
end

savingsRate = 0.03; % 3%
[, savingsYield] = r0679689_simulateSaving(budget, savingsRate, quartals);
fprintf('Spaarrekening rendement: %f\n', savingsYield);

yieldF = r0679689_simulateFundInvesting(budget, quartals, S(:,1), N);
fprintf('Aandelenfonds VTI rendementen: min %f, max %f, mean %f, median %f\n', [min(yieldF), max(yieldF),
    mean(yieldF), median(yieldF)])

yieldP = r0679689_simulatePensionFundInvesting(budget, quartals, S(:,2), N);
fprintf('Pensioenfondsen BNP rendementen: min %f, max %f, mean %f, median %f\n', [min(yieldP), max(yieldP),
    mean(yieldP), median(yieldP)])
```

```
fig = figure; hold all;
%binWidth = 0.02*max(max(yieldsPensionF), max(yieldsPensionP));
histogram(yieldF, 'BinWidth', binWidth, 'Normalization', 'probability');
histogram(yieldP, 'BinWidth', binWidth, 'Normalization', 'probability');
legend('VTI', 'BNP');

saveas(fig, strcat(imageName, '.png'));
end
```

A.2.3 r0679689_logYields

```
function [x] = r0679689_logYields(s)
% returns log yields of the given vector
x = log( s(2:length(s)) ./ s(1:length(s)-1) );
end
```
