بسمه تعالی

آزمایشگاه پردازش سیگنال و تصاویر پزشکی

آزمایش هشتم؛ حذف نویز تصاویر پزشکی

نام استاد:

دکتر سپیده حاجی‌پور

نام دانشجویان:

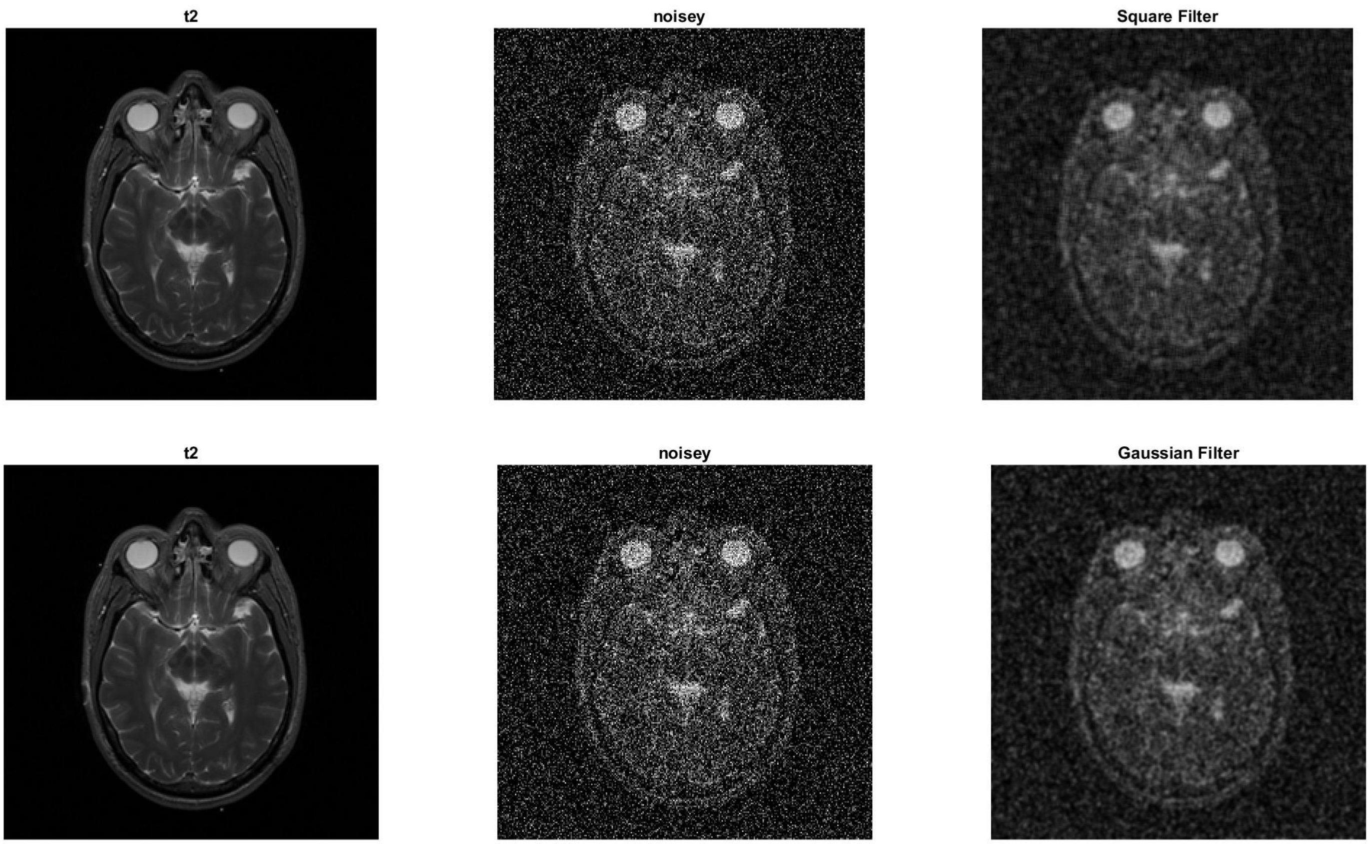
مهدی نوروزی ۹۷۱۰۲۵۹۳

آرمین نوردی ۹۹۱۰۵۱۲۹

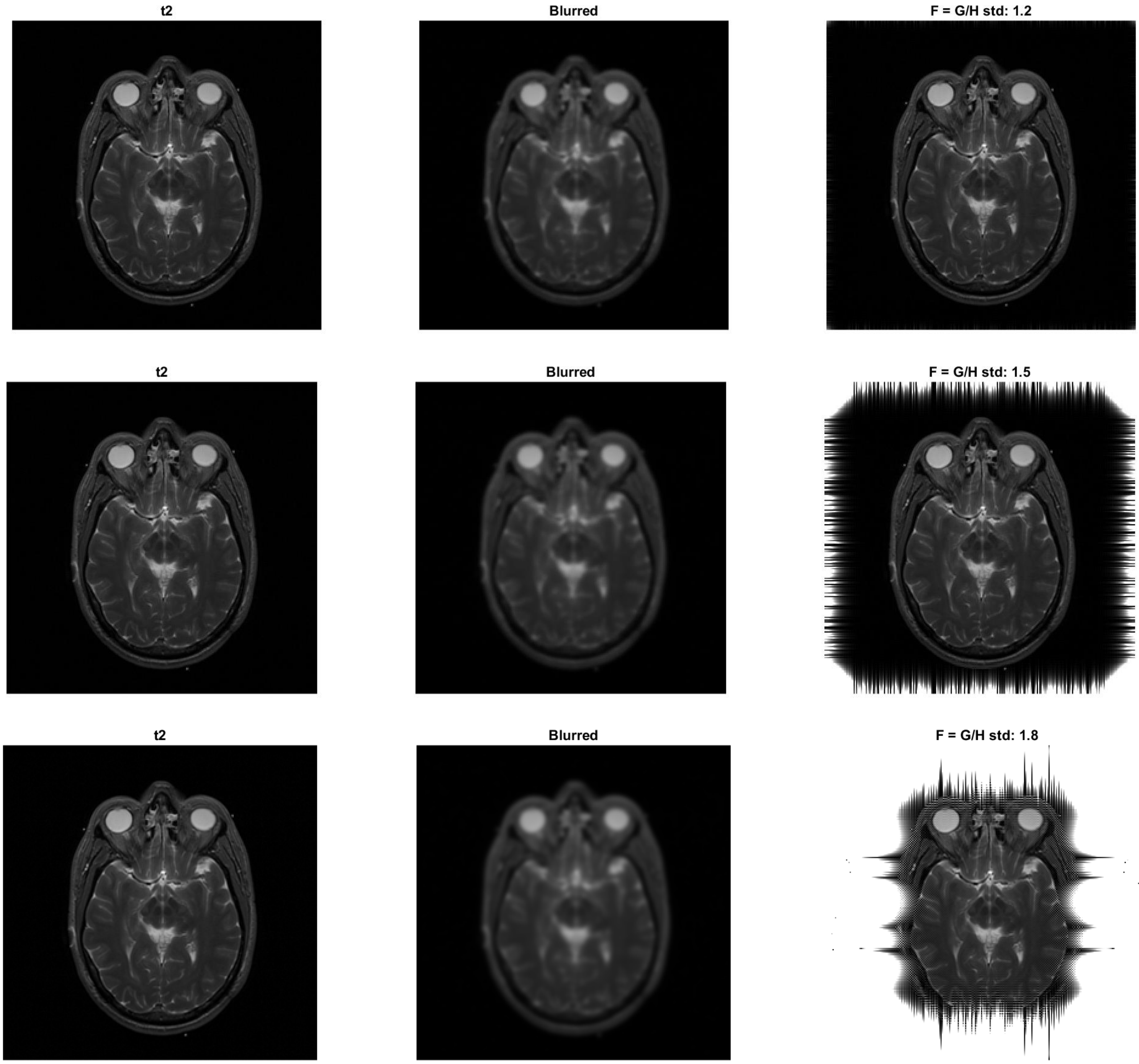
تاریخ تحویل:

۱۴۰۲/۱۰/۶

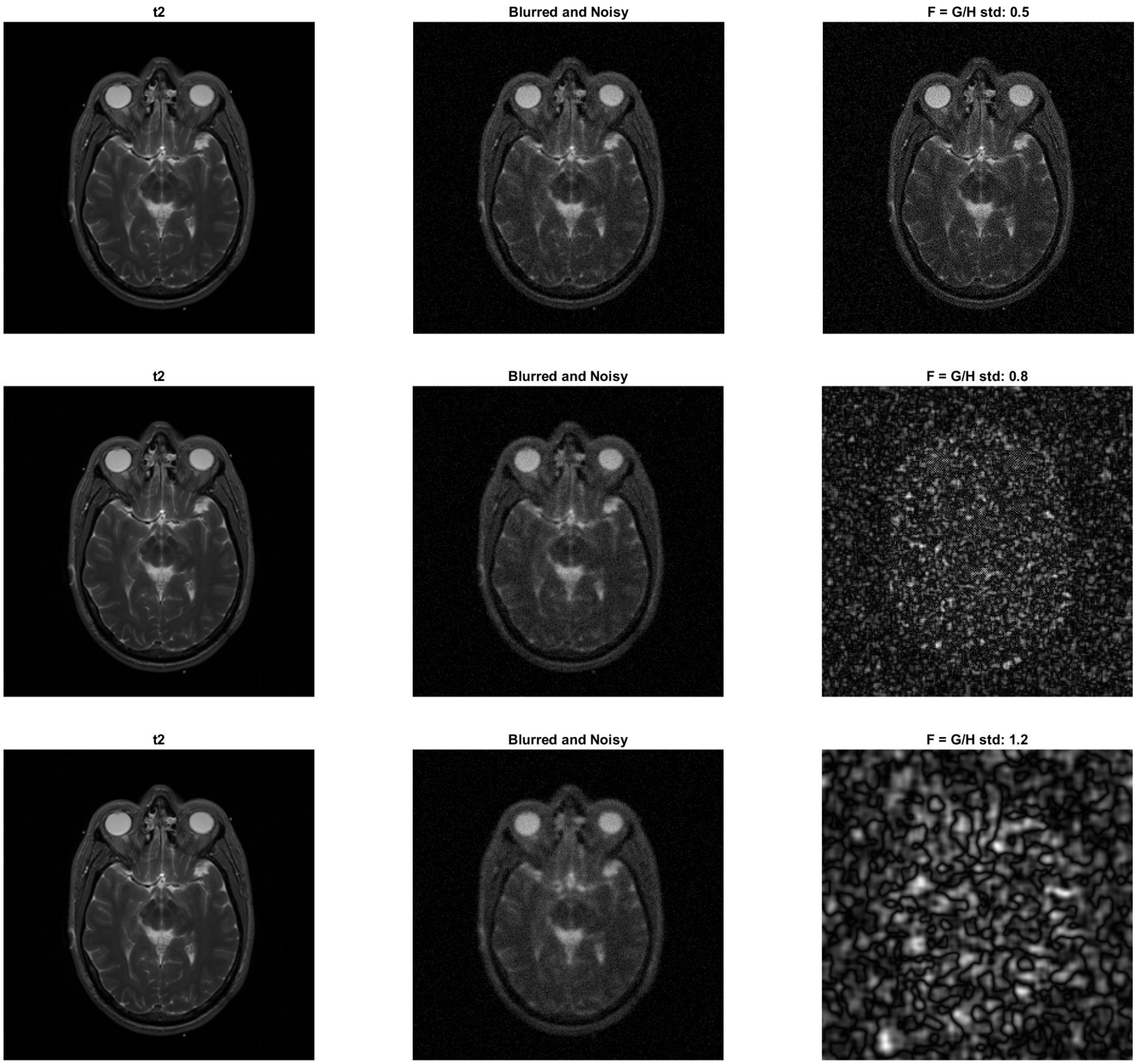
Q1) ابتدا اسلایس اول تصویر t2 را با نویز گاوسی با واریانس ۱۵ (نرمال‌شده برحسب مقیاس روشنایی؛ ۲۵۵) جمع کرده و تصویر نویزی را می‌سازیم. سپس آن را یکبار با کرنل مربعی (نرمالیزه) و بار دیگر با کرنل گاوسی، فیلتر (کانوالو) می‌کنیم؛ بدین معنا که تصاویر را در حوزه‌ی فوریه در هم ضرب می‌کنیم. در هر دو حالت می‌توان دید که مولفه‌های فرکانس بالا (افزایش نقطه‌ای شدت روشنایی) از بین رفته‌اند اما در عین حال تصویر دچار محوشدگی شده‌است. البته می‌بینیم که به علت کمبود اعوجاج فرکانسی در فیلتر گاوسی، در خروجی حاصل از آن محوشدگی اندکی کمتر بوده و نیز جزئیات تصویر بهتر حفظ شده‌اند.



Q2) برای ساخت تصویر محوشده‌ی دریافتی (g)، ابتدا یک کرنل گاوسی با واریانس دلخواه را به کمک تابع Gaussian ساخته و آن را در تصویر اصلی (اسلایس اول t2) کانوالو می‌کنیم. برای بازیابی تصویر اصلی (f) از روی تصویر محوشده ($g = f*h$) با داشتن فوریه‌ی فیلتر محوکننده (h) کافیست در حوزه‌ی فرکانس حاصل تقسیم $G/_H$ را به‌دست آورده و آن را به حوزه‌ی مکان برگردانیم. مشاهده می‌کنیم که این روش برای کرنل‌های محوکننده با انحراف معیار (σ) کمتر از حدود ۱/۵ عملکرد مناسبی دارد و تصویر اصلی را به خوبی بازیابی می‌کند. اما با افزایش تدریجی واریانس h، که منجر به یکنواخت شدن توزیع کرنل و نتیجتاً صفر شدن مولفه‌های فرکانس بالای فوریه‌ی آن (صفر شدن لبه‌های H) می‌شود، می‌بینیم که لبه‌های حاصل تقسیم نیز به بی‌نهایت میل می‌کنند و پیکسل‌های تصویر نهایی به تدریج از لبه‌ها، سفید (ماکزیمم) می‌شوند. این اتفاق به دلیل ناپایداری تقسیم فوریه‌ی h رخ می‌دهد.



برای بررسی تاثیر نویز، به تصویر محوشده، نویزی گاوسی با واریانس ۰/۰۰۱ اضافه می‌کنیم و سپس تقسیم را انجام می‌دهیم. با توجه به حساسیت تقسیم به مقدار H، می‌دانیم که واریانس محوشدگی بالا می‌تواند اثر نویز را تقویت کرده و خروجی را نامطلوب کند. این پدیده در تصاویر زیر مشهود است، با این تفاوت که برخلاف حالت بدون نویز، حتی انحراف معیارهای بالای ۰/۵ هم عملکرد بازیابی را مختل می‌کنند تا جایی که در حدود ۱/۲ تصویر خروجی دیگر قابل تشخیص نیست.

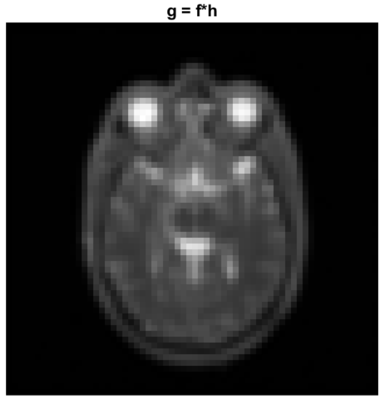


Q3) برای اجتناب از مشکلات تقسیم در فوریه، کانولوشن در حوزه‌ی مکان را با ضرب ماتریسی معادل‌سازی می‌کنیم تا با معکوس‌کردن این فرآیند بتوانیم از روی g و h به f برسیم. برای تولید هر خانه در خروجی کانولوشن، ابتدا فیلتر را به اندازه‌ی r-1 و c-1 شیفت (حلقوی) می‌دهیم و سپس دو ماتریس را درایه به درایه در هم ضرب می‌کنیم. برای تبدیل این فرآیند به ضرب ماتریسی کافیست با برداری‌کردن، ضرب درایه به درایه را مدل کنیم. پس D را به‌گونه‌ای می‌سازیم که هر سطرش با ضرب در برداری‌شده‌ی تصویر اصلی یک خانه از خروجی کانولوشن را بسازد. بنابراین هر سطر D از برداری‌شده‌ی ماتریس فیلتر شیفت‌یافته ساخته می‌شود. پس از ساختن D از روی h و طبق معادله‌ی ماتریسی g = Df، به کمک معکوس D (در واقع شبه‌معکوس، برای معکوس‌پذیر کردن D) می‌توان g را به‌دست آورد. پس از افزودن نویز گاوسی با انحراف‌معیار ۰/۰۵ به تصویر محوشده با فیلتر h = [0 1 0; 1 2 1; 0 1 0]، روش بازیابی با شبه‌معکوس را پیاده کرده و به نتایج زیر می‌رسیم.

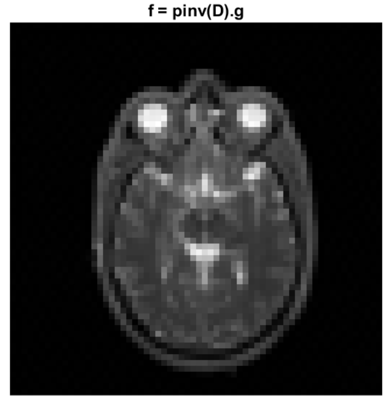
در حالت عادی این روش، تصویر اصلی (کم‌حجم‌شده) را به خوبی بازیافته و لبه‌های تصویر را مجدداً نمایان کرده‌است. اما در حالت نویزی به دلیل اینکه D و معکوس آن مجزای از نویز محاسبه شده‌اند، پس از اعمال آن‌ها روی تصویر نویزی با این واریانس ذکر شده، خروجی کاملاً به‌هم می‌ریزد؛ مشابه اتفاقی که در سوال قبل رخ داده‌بود.

t2

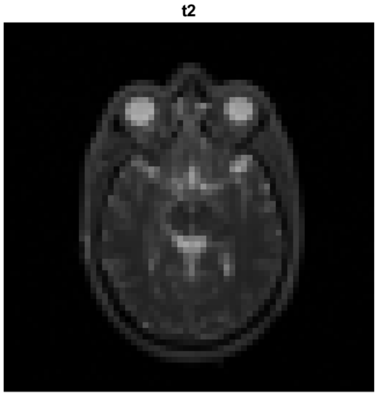
g = f*h



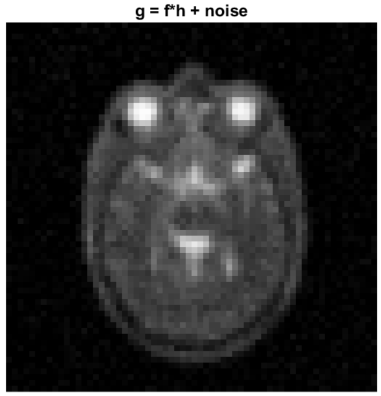
f = pinv(D).g



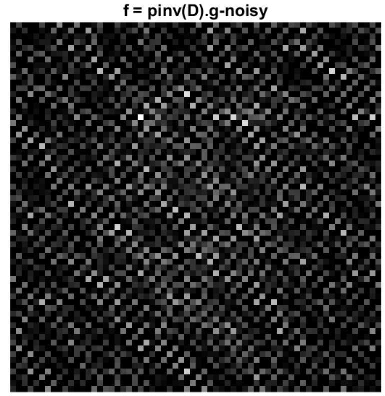
t2



g = f*h + noise



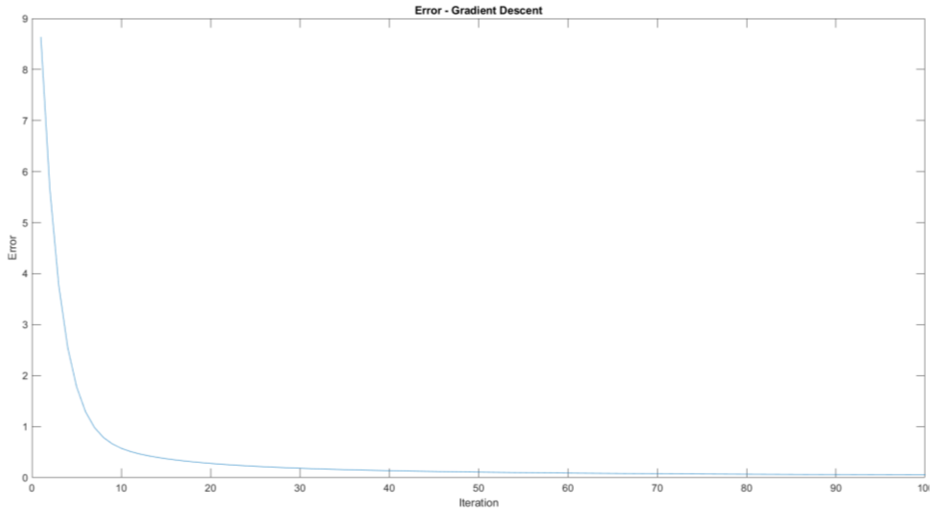
f = pinv(D).g-noisy

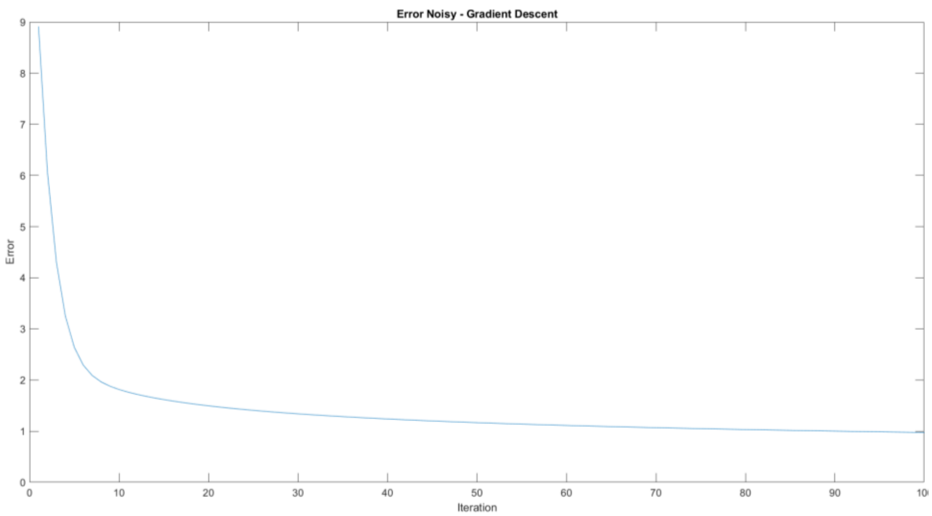


Q4) در مرحله‌ی آخر و برای حل معادله‌ی ماتریسی، به‌جای معکوس، از روش کاهش گرادیان برای یافتن بهترین f استفاده می‌کنیم (به نحوی که تابع هزینه، یعنی اندازه‌ی اختلاف، را کمینه کند). در این روش، گرادیان تابع هزینه را نسبت به f محاسبه کرده و هر بار f را با افزودن β- برابر گرادیان، به‌روز می‌کنیم. **اثبات:**

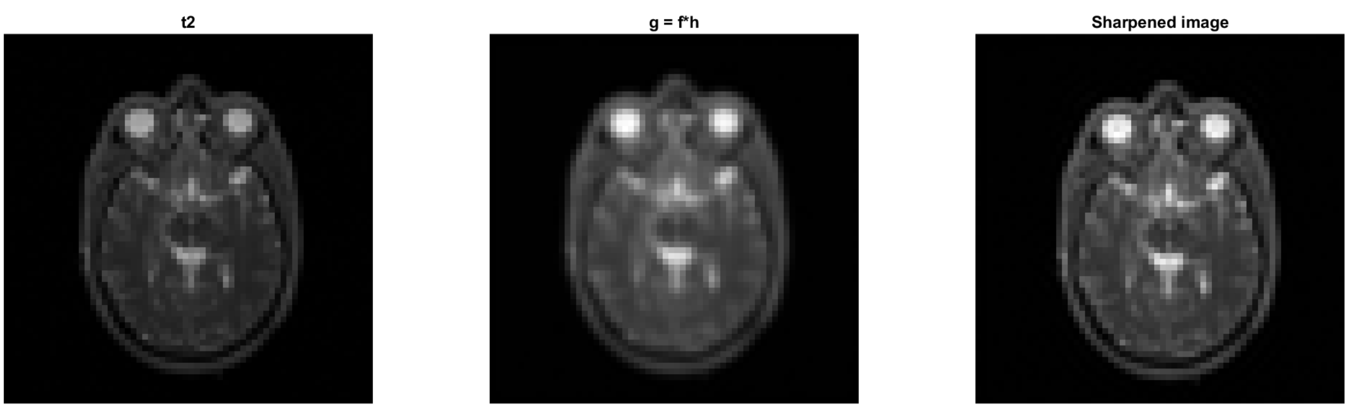
$$-\frac{1}{2}\nabla_f \|g - Df\|^2 = -\frac{1}{2}\frac{d}{df}(-Df)[2(g - Df)] = D^T(g - Df) \quad \Rightarrow \quad f_{k+1} = f_k + \beta D^T(g - Df)$$

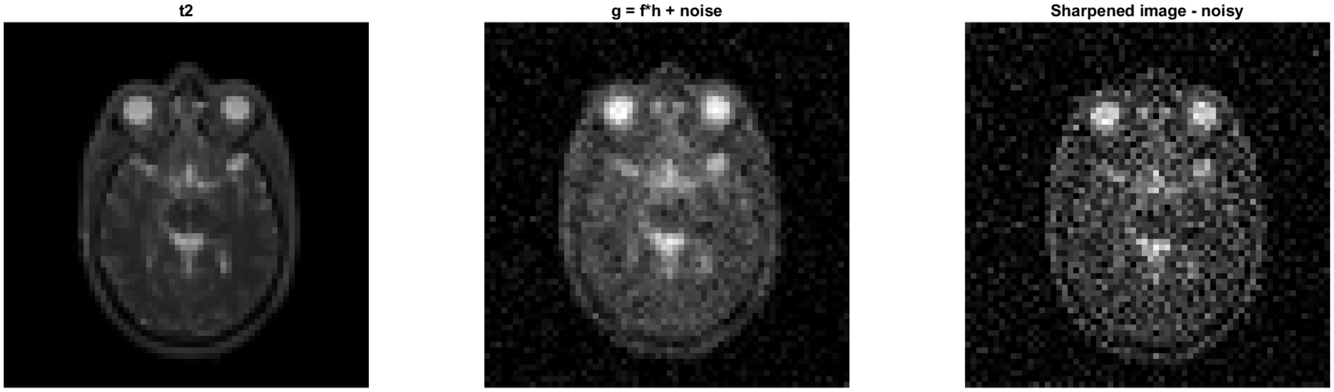
این روش را برای ماتریس h و نویز عنوان شده در سوال قبل پیاده می‌کنیم و تا ۱۰۰ تکرار پیش می‌بریم. همزمان اندازه‌ی تابع اختلاف (روی مجموع درایه‌ها) را نیز در هر تکرار رصد می‌کنیم. با مقایسه‌ی نمودار خطا در دو حالت عادی و نویزی می‌بینیم که در هر دو، بعد از حدود ۴۰ تکرار، خطا به حد ثابتی همگرا می‌شود. این مقدار در حالت عادی به صفر میل می‌کند اما در شرایط نویزی نمی‌توان دقیقاً به تصویر اولیه رسید و مجموع مربعات خطا در حدود ۱ واحد (شدت روشنایی) باقی می‌ماند.





نتایج این روش در حالات عادی و نویزی مطابق زیر است. مشاهده می‌کنیم که بازیابی تصویر با کاهش گرادیان در هر دو حالت بهتر از روش‌های دیگر صورت می‌گیرد (البته که به دلیل مدل نشدن مستقل نویز در معادله‌ی ماتریسی، در خروجی نویزی با تصویر اصلی اختلاف داریم). علت این برتری، به‌روزرسانی و نزدیک کردن مستقیم و پله‌پله‌ی f به تصویر g است، بدون استفاده از هرگونه فرمت معکوس.





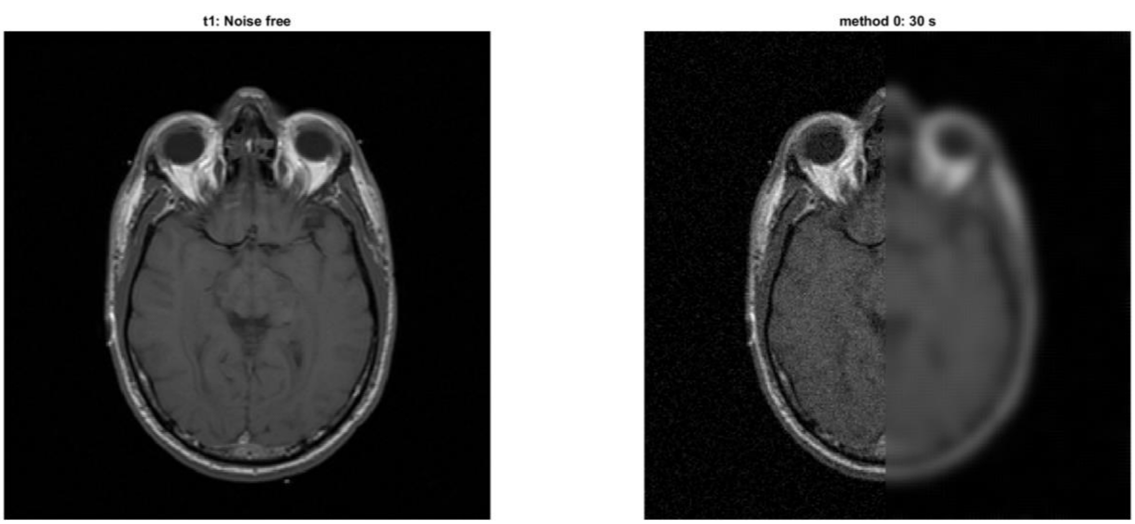
Q5) روش Anisotropic Diffusion یک فرآیند iterative است که در هر مرحله با توجه به گرادیان نقاط تصویر، شدت روشنایی را در تصویر پخش می‌کند؛ بدین معنا که با هموار کردن نقاط مجاور، نوعی محوشدگی به تصویر اعمال می‌کند. تفاوت اصلی این روش با فیلترهای عادی، توجه آن به مشخصات تصویر و اعمال هموارسازی بر اساس میزان تغییر روشنایی در فضا است. این روش سعی می‌کند به کمک گرادیان، لبه‌ها و خطوط تصویر را تشخیص داده و آن را حفظ کند، در حالی که سایر تغییرات نقطه‌ای (که احتمالاً همان اثرات نویز هستند) را محو می‌کند. میزان پخش‌شدگی (diffusion) را تابع c (که تابعی از مکان و گرادیان نقاط است) تعیین می‌کند.

این روش در واقع به‌دست آمده از یک فرآیند کاهش گرادیان با هدف کمینه کردن نوعی معیار انرژی (مجموع میزان تغییرات نقاط) در تصویر است. با انجام محاسبات، رابطه‌ی منفی گرادیان (به‌روزرسانی تصویر (I) در هر تکرار (t)) به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = div(c(x.y.t)\nabla I) = c(x.y.t)\Delta I + \nabla c \cdot \nabla I$$

پس این روش را با افزودن ضریبی از عبارت بالا به تصویر و به‌روزرسانی آن می‌توان پیاده کرد.

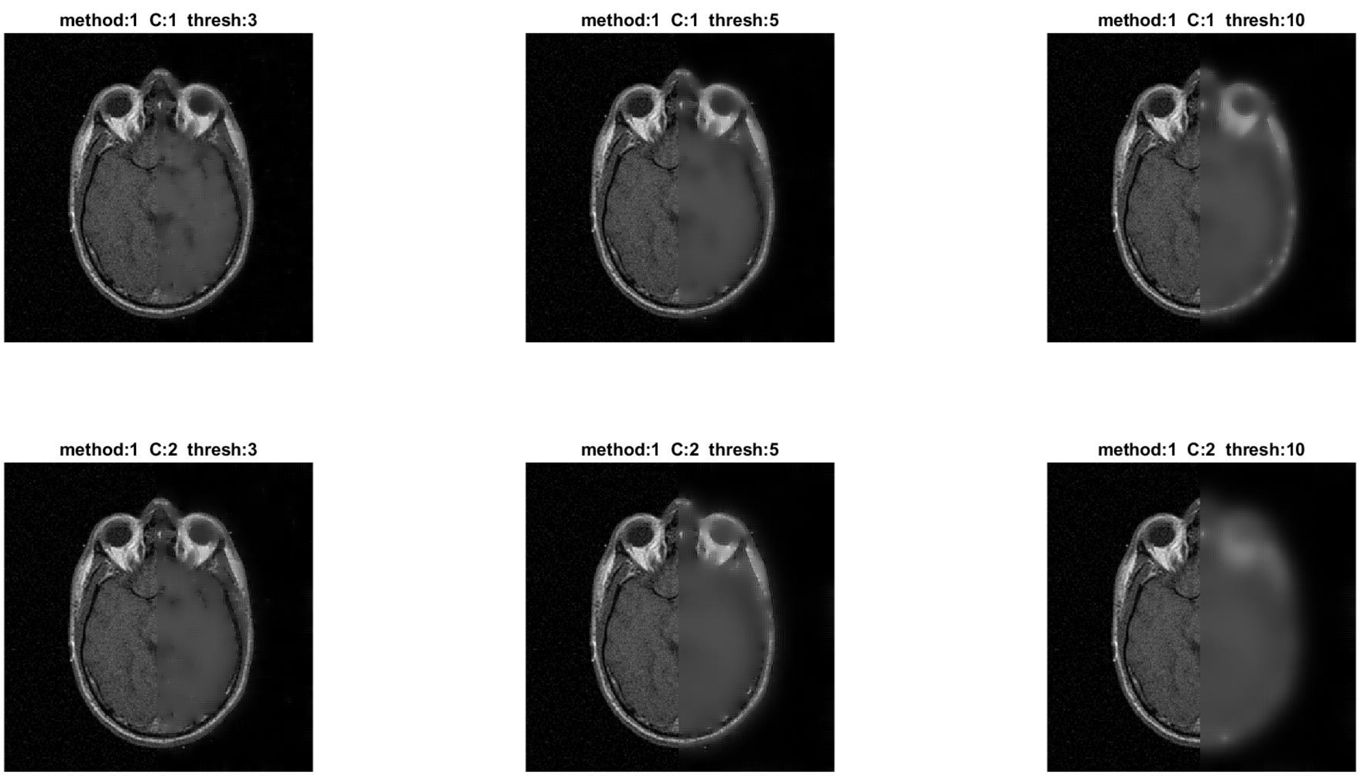
در کد داده شده سه راه برای پیاده‌سازی وجود دارد. در ساده‌ترین راه (method 0)، تنها از بخش اول عبارت فوق (ضرب c در لاپلاسین (جمع مشتقات دوم) تصویر) استفاده می‌شود و c نیز ثابت و مستقل از گرادیان نقاط تعریف می‌شود. در این شرایط محوشدگی به صورت یکنواخت روی همه‌ی نقاط اعمال می‌شود.



در راه دوم (method 1) همچنان فقط بخش اول عبارت برای به‌روزرسانی استفاده می‌شود اما c دیگر تابعی از گرادیان نقاط است. در راه سوم (method 2) نیز از همین c استفاده می‌شود با این تفاوت که هر دو بخش عبارت به‌روزرسانی نیز به‌کار گرفته می‌شود. دو رابطه برای ساخت تابع c بر حسب گرادیان وجود دارد و در هر دو، میزان اهمیت لبه‌ها و تاثیرشان بر پخش‌شدگی توسط پارامتر K کنترل می‌شود.

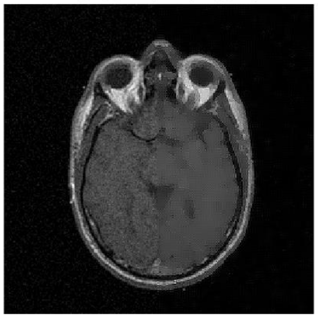
$$c(\|\nabla I\|) = e^{-\left(\frac{\|\nabla I\|}{k}\right)^2} \quad , \quad c(\|\nabla I\|) = \frac{1}{1+\left(\frac{\|\nabla I\|}{k}\right)^2}$$

در شکل زیر عملکرد راه دوم (method 1) برای هر دو حالت تابع c و به ازای K (edge threshold) های مختلف را در کنار هم مقایسه می‌کنیم. می‌بینیم که با افزایش K در هر دو تابع، محوشدگی بیشتر شده و لبه‌ها به تدریج از بین می‌روند. به علاوه مشاهده می‌شود که تابع اول در هر سه حالت، خروجی با کیفیت‌تری نسبت به تابع دوم دارد. البته در مقایسه‌ی تمامی این حالات با نتایج method 0، برتری این روش بر روش ساده مشهود است.



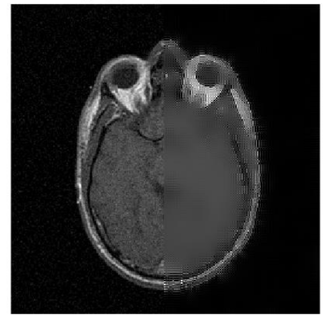
با بررسی عملکرد روش سوم (method 2)، برتری آن نسبت به دو روش قبلی دیده می‌شود. همچنین تاثیر محوکنندگی افزایش K و نیز برتری تابع اول در اینجا هم مشاهده می‌شود. نکته‌ی قابل توجه دیگر اما توانایی این روش در حفظ لبه‌های اصلی (مرز جمجمه) تصویر حتی با وجود افزایش K و محوشدگی زیاد است.

method:2 C:1 thresh:3



method:2 C:1 thresh:5

method:2 C:1 thresh:10



method:2 C:2 thresh:3

method:2 C:2 thresh:5

method:2 C:2 thresh:10