مدالیته‌های مختلف تصاویر پزشکی:

برای بررسی بیمار از جنبه‌های فیزیکی مختلف، مدالیته‌های مختلفی که هر کدام مزایای خاص خود را دارند می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. از مهم‌ترین مدالیته‌های تصاویر پزشکی می‌توان X-ray، Magnetic Resonance Imaging (MRI)، Computer Tomography (CT) و غیره را نام برد. در ادامه به اختصار به معرفی MRI خواهیم پرداخت.

تصویربرداری تشدید مغناطیسی ((Magnetic Resonance Imaging (MRI) روشی پرتونگارانه در تصویربرداری تشخیصی پزشکی و دامپزشکی است که در دهه‌های اخیر بسیار فراگیر شده‌است و بر اساس رزنانس مغناطیسی هسته است.

شکل۱-۱ یک دستگاه پویشگر ام آر آی ۳ تسلا از نوع Philips Achieva

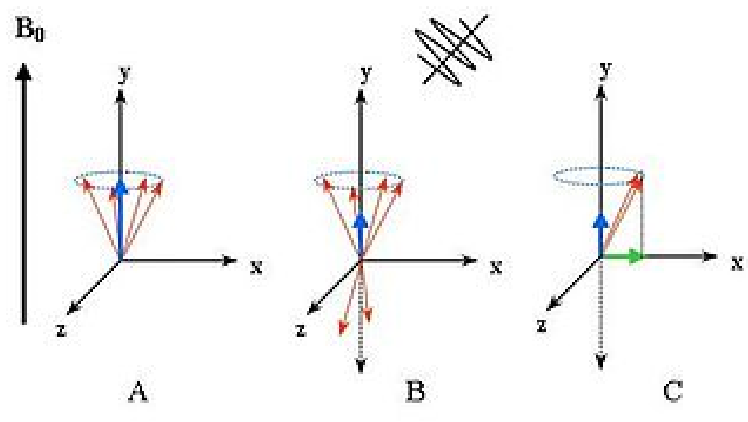
اساس MRI مبتنی بر حرکت اسپینی هسته‌های اتم هیدورژن موجود در بدن است. این اسپین‌ها از اسپین‌های فردی پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته، ناشی می‌شود. با توجه به اینکه در اتم هیدورژن فقط یک پروتون وجود دارد، خود هسته یک اسپین خالص یا گشتاور زاویه‌ای دارد. این گشتاور زاویه‌ای را هسته‌های MR می‌نامند. با توجه به اینکه هسته‌های اتم هیدروژن دارای حرکت و بار مثبت هستند، طبق قانون القای فارادی به‌طور خود به خود یک گشتاور مغناطیسی پیدا می‌کنند؛ و با قرار گرفتن در یک میدان مغناطیسی خارجی مرتب می‌شوند. برخی هسته‌های اتم هیدروژن با میدان هم راستا می‌شوند، و تعداد کمتری از هسته‌ها پاد موازی با میدان مغناطیسی هم راستا می‌شوند. تأثیر میدان مغناطیسی خارجی ایجاد یک نوسان اضافی برای هسته‌های هیدروژن حول خود میدان است که این حرکت را، حرکت تقدیمی (Precession) می‌نامند. برای آنکه تشدید هسته‌های هیدروژن رخ دهد، یک پالس RF با همان فرکانس حرکت تقدیمی به کار می‌رود. اعمال پالس RF که سبب تشدید هسته‌ها می‌شود را تحریک می‌نامند. در نتیجه این تشدید هسته‌های هیدروژن هم راستا با میدان مغناطیسی خارجی باقی نمی‌مانند. به زاویه‌ای که بین هسته‌های هیدروژن و میدان مغناطیسی خارجی ایجاد

می‌شود، زاویه تکان Flip Angle (FA) می‌گویند. اگر این زاویه ۹۰ درجه باشد بیشترین مقدار انرژی به کویل‌های گیرنده القاء می‌شود. طبق قانون القاء فارادی اگر یک کویل گیرنده در صفحه حرکت این میدان مغناطیسی قرار گیرد، ولتاژ در کویل القاء می‌شود. وقتی میدان مغناطیسی عرض صفحه کویل را قطع کند، سیگنال MR تولید می‌شود. این سیگنال نقاط فضای k یا فوریه را تشکیل می‌دهد، با تبدیل فوریه گرفتن از این فضا تصویر نهایی بدست می‌آید.

با ام آر آی می‌توان در جهات فوقانی-تحتانی (Transverse or Axial View) ، چپ‌راستی (Sagittal Plane) و پس‌وپیش (Coronal View) و حتّی در جهات اُریب و مایل تصویرگیری نمود. یک سیستم ام آر آی از سه میدان مغناطیسی استفاده می‌کند:

۱. میدان خارجی ثابت و قوی (B_0)
۲. میدان ضعیف گرادیانی متغیر
۳. میدان حاصل از پالس RF الکترومغناطیسی B_1

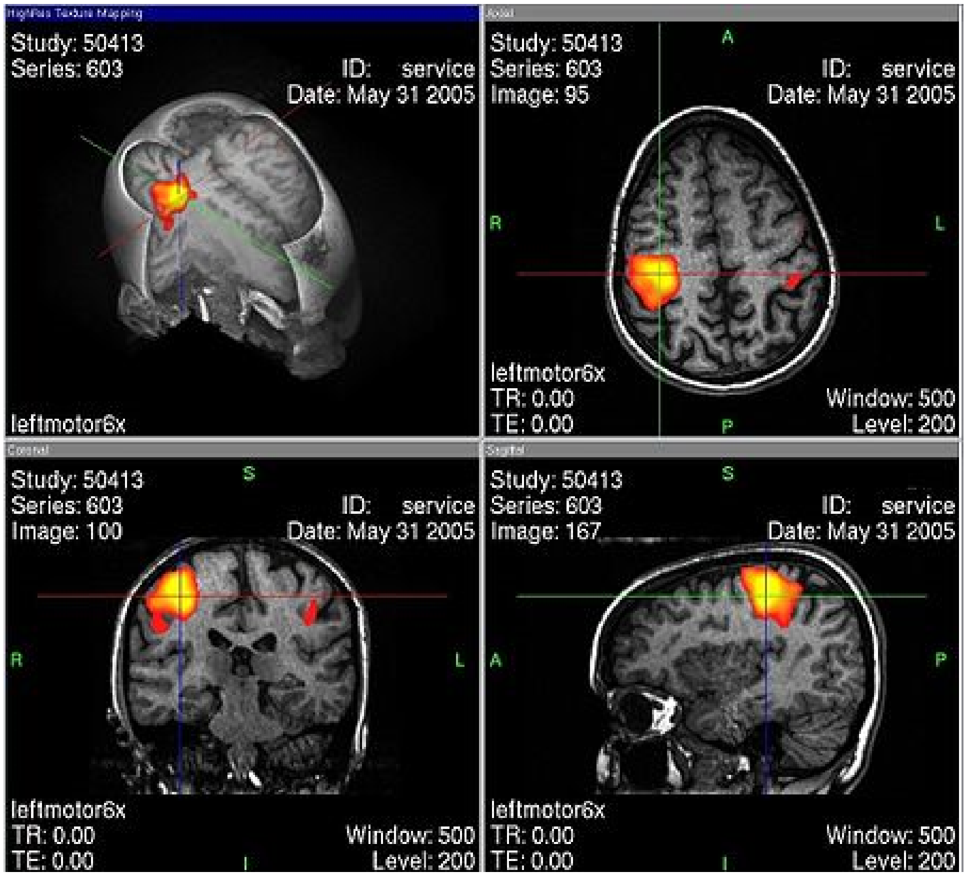
در واقع ام آر آی روشی است که از خاصیت مغناطیسی بافت‌ها استفاده کرده و تولید تصویر می‌کند. اصول پایهٔ MRI بر این اساس است که هسته‌های بعضی از عناصر، وقتی در میدان مغناطیسی قوی قرار می‌گیرند، با نیروی مغناطیسی در یک راستا قرار می‌گیرند.



شکل ۱-۲ چگونگی قرار گرفتن اسپین‌های هسته‌ای در میدان مغناطیسی و نوسان با فرکانس لارمور

قدرت سیگنالی که در MRI بوجود می‌آید به دو عامل دانسیته (چگالی) پروتون‌ها و زمان‌های استراحت T1 و T2بستگی دارد. T1 مدت زمانی است که ۶۳٪ ممان مغناطیسی طولی یک پروتون پس از برانگیختگی، از راستای عمودبرمیدان به راستای موازی میدان مغناطیسی باز می‌گردد. همچنین T2 مدت زمانیست که ممان مغناطیسی عرضی یک پروتون پس از برانگیختگی، به ۳۷٪ مقدار اولیه خود تنزل می‌یابد. اکثر

فرایندهای پاتولوژیک، موجب افزایش زمان استراحتِ T1 و T2 یا همان Relaxation time آن‌ها می‌شوند و لذا در مقایسه با بافت‌های طبیعی اطراف، در تصاویر T1-weighted سیگنال پایین‌تر (تیره رنگ تر) و در تصاویر T2-wighted سیگنال بالاتر (روشن‌تر یا سفیدتر) خواهند داشت.



شکل ۱-۳ مکانیزم ثبت ام آر آی کارکردی (fMRI)

آزمایش هفتم: مقدمات پردازش تصویر در MATLAB

در این جلسه به بررسی نحوه تعریف مختصات و کار با تصاویر در محیط متلب خواهیم پرداخت.

۱. ذخیره‌سازی تصاویر دیجیتال:

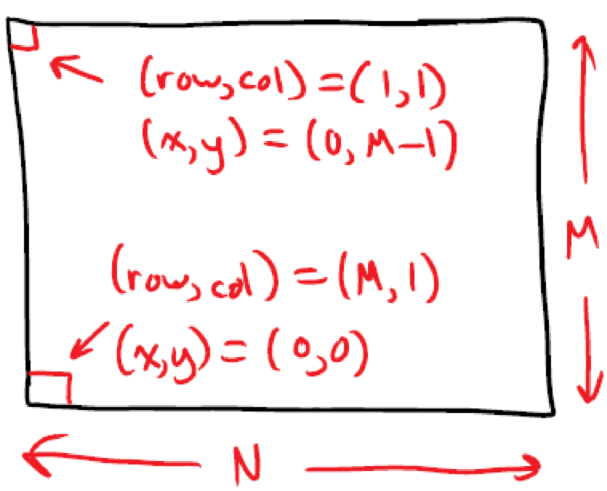
- تصاویر نیز مانند دیگر اشیا در برنامه‌نویسی، تنها آرایه‌هایی از اعداد می‌باشند که ممکن است 2D، 3D یا حتی از مرتبه‌های بالاتر باشند. شدت رنگ‌های اصلی در سیستم RGB (Red, Green, Blue) به صورت

Sliceهایی از آرایه‌های 3D اولیه می‌باشند. هر المان از آرایه‌های عددی 2D یک تصویر را یک پیکسل (Pixel) می‌گویند.

- با توجه به 2D یا 3D بودن آرایه عددی تصویر مربوطه، به ترتیب سیستم‌های پرکاربرد سطح خاکستری (Gray Level) یا رنگی (معمولاً RGB) به کار برده می‌شود. هرچند در این درس به صورت معمول از تصاویر سطح خاکستری استفاده خواهد شد.

۲. مختصات تصویر در متلب:

- همانطور که پیش‌تر بیان شد، در متلب، تصاویر مانند آرایه‌های دوبعدی یا سه‌بعدی از اعداد دیده می‌شوند که سیستم مختصات‌دهی برای عناصر آن‌ها، بر حسب سطر (row) و ستون (column) می‌باشد (شکل زیر). اما سیستم مختصات‌دهی ایده‌آل برای تصاویر، سیستم دکارتی می‌باشد که مبدا مختصات (نقطه (0,0)) در گوشه پایین سمت چپ تصویر قرار داشته و مختصات x و y پیکسل‌ها با حرکت به ترتیب به سمت راست و بالا مشخص می‌شوند. همچنین در متلب برای اندیس‌دهی به عنصر شماره اول از عدد ۱ استفاده می‌شود، برخلاف زبان‌های برنامه‌نویسی معروفی چون C، C++ و پایتون که اندیس‌دهی از صفر شروع می‌شود. بنابراین هنگام پردازش و کار با تصویر در متلب باید این موارد را دقت نمایید. تصویر زیر به درک تفاوت‌های بیان شده کمک می‌کند:



که در آن:

$$\begin{cases} x = col - 1 \\ y = M - row \end{cases}$$

$$\begin{cases} row = M - y \\ col = x + 1 \end{cases}$$

۳. یادآوری اجمالی سری فوریه:

می‌دانیم که اگر تابع پیوسته f دارای شرایط دیریکله باشد (یا به اصطلاح یک تابع "nice" و N-periodic باشد)، می‌توان آن را با استفاده از بسط فوریه به صورت زیر بیان کرد:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kx}{N}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kx}{N}\right)\right]$$

که در عمل، تابع f با تعداد محدودی از ضرایب (مثلاً m تا) تقریب زده می‌شود:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{m} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kx}{N}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kx}{N}\right)\right]$$

همچنین می‌توان بسط فشرده‌شده زیر را نیز به کار برد:

$$f(x) = \sum_{k=-m}^{m} C_k \left(\cos\left(\frac{2\pi kx}{N}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi kx}{N}\right)\right)$$

ثابت کنید:

$$C_k = \frac{a_k - ib_k}{2} \quad \text{و} \quad C_{-k} = \frac{a_k + ib_k}{2}$$

۴. یادآوری اجمالی تبدیل فوریه (Fourier Transform (FT)):

می‌دانیم برای تابع پیوسته $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ که دارای شرایط دیریکله باشد، تبدیل فوریه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i \omega x}$$

که $F(\omega)$ در واقع بیان‌کننده محتوای فرکانسی تابع f می‌باشد.

۵. تبدیل فوریه گسسته (Discrete Fourier Transform (DFT)):

با فرض گسسته و محدود بودن تابع f به صورت $f_n; n = 0,1, \ldots, N-1$، DFT برای این تابع به صورت زیر قابل تعریف است:

$$F_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi i n k}{N}}; \quad k = 0,1, \ldots, N-1$$

$$f_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{\frac{2\pi i n k}{N}}; \quad n = 0,1, \ldots, N-1$$

بار محاسباتی برای محاسبه ضرایب DFT برای یک تابع گسسته یک بعدی با N المان، $O(N^2)$ می‌باشد که با توجه به این بار محاسباتی سنگین، در عمل از الگوریتم Fast Fourier Transform (FFT) استفاده شده که بار محاسباتی را به $O(Nlog(N))$ کاهش می‌دهد.

یکی از پرکاربردترین تبدیل‌های فوریه برای توابع معروف در پردازش تصویر، تبدیل فوریه تابع ضربه ($\delta(x)$ Delta Dirac) می‌باشد که به صورت زیر قابل بیان است:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases}; \quad s.t.: \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) = 1 \quad and \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-c) f(x) dx = f(c)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i\omega x} = \delta(\omega)$$

۶. تبدیل فوریه دو بعدی (2D Fourier Transform) :

برای تابع $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ تبدیل فوریه دو بعدی به صورت زیر قابل تعریف است:

$$F(\omega,\lambda) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, e^{-2\pi i(\omega x+\lambda y)} dx\, dy$$

قابل ذکر است که تبدیل فوریه دو بعدی به صورت زیر جداپذیر است:

$$F(\omega,\lambda) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-2\pi i(\omega x)} dx}_{Apply\ FT\ along\ x-dim}\ e^{-2\pi i(\lambda y)} dy}_{Apply\ FT\ along\ y-dim}$$

نکته بالا راهکاری برای محاسبه تبدیل فوریه توابع N بعدی در اختیار قرار می‌دهد.

۷. عملگر کانوولوشن (Convolution):

کانوولوشن دو تابع پیوسته f و g به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(x-\tau) d\tau$$

این تعریف برای توابع گسسته به صورت زیر در می‌آید:

$$(f * g)_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{n-k}\,; \quad n = 0, \dots, N-1$$

اگر تبدیل فوریه توابع f و g را به ترتیب $F(\omega)$ و $G(\omega)$ در نظر بگیریم و عملگر تبدیل فوریه و معکوس تبدیل فوریه را نیز به ترتیب $\mathcal{F}\{.\}(\omega)$ و $\mathcal{F}^{-1}\{.\}(x)$ بنامیم:

$$\mathcal{F}\{(f * g)(x)\}(\omega) = \mathcal{F}\{f(x)\}(\omega).\mathcal{F}\{g(x)\}(\omega) = F(\omega)G(\omega)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{(F * G)(\omega)\}(x) = f(x)g(x)$$

نکته بالا برای توابع گسسته به صورت زیر قابل بیان است:

$$\mathcal{F}\{(f * g)_n\}_k = F_k G_k$$

خلاصه این مباحث به همراه بار محاسباتی نیز در شکل زیر آمده‌است:

$$\begin{tikzcd}
f_n, g_n \arrow[rr, "(f*g)_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{n-k} \quad n=0,\dots,N-1", "\text{Direct comp.} \to O(N^2)"'] \arrow[d, "O(N\log N)"'] \arrow[rr, bend right=60, "O(N\log N)"] & & f*g \\
F_k, G_k \arrow[rr, "O(N)"'] & & F_k \cdot G_k \arrow[u, "O(N\log N)"']
\end{tikzcd}$$

۸. ویژگی‌های تبدیل فوریه:

- تاثیر scale بر تبدیل فوریه:

$$\mathcal{F}\{f(\alpha x)\}(\omega) = \frac{1}{\alpha}\mathcal{F}\{f(x)\}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$$

نتیجه: رابطه عکس فشردگی و باز شدگی حوزه زمان (مکان) با حوزه فرکانس

- تاثیر shift زمانی بر تبدیل فوریه:

$$g_n = f_{n-d} \to G_k = e^{-\frac{2\pi i d k}{N}} F_k$$

- تاثیر Rotation بر تبدیل فوریه:

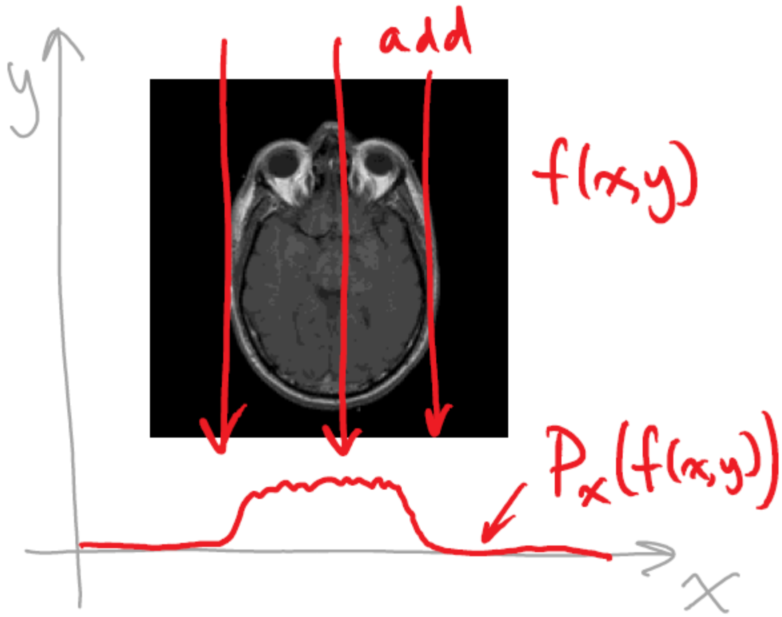
$$\mathbf{x}: time(space)vector, \qquad \mathbf{R}: rotation\ matrice, \quad \mathcal{F}\{f(\mathbf{Rx})\}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{R}F(\boldsymbol{\omega})$$

که در آن $\mathcal{F}\{.\}$ و $F(\omega)$ به ترتیب عملگر تبدیل فوریه و حاصل تبدیل فوریه در حوزه فرکانس می‌باشند. به طور خلاصه این رابطه بیان میکند که تبدیل فوریه یک تصویر دوران‌یافته معادل با دوران تبدیل فوریه تصویر اولیه می‌باشد.

- رابطه Projection با تبدیل فوریه:

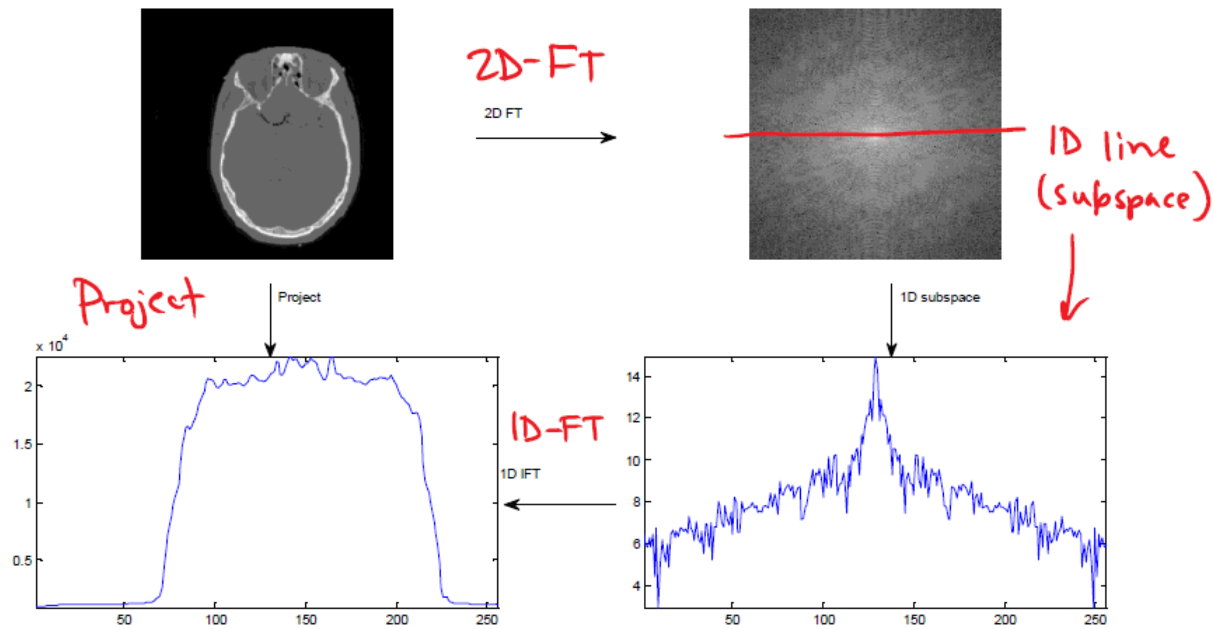
می‌توان Projection (Radon) یک تصویر در راستای محور x را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mathcal{P}_x\{f(x,y)\}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$$



تبدیل فوریه $\mathcal{P}_x\{.\}$ را نیز می‌توان بر حسب تبدیل فوریه دوبعدی تصویر $f(x,y)$ به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathcal{F}\{\mathcal{P}_x\{f(x,y)\}(x)\} = F(\omega,0)$$



۹. تعریف گرادیان بر روی تصاویر سه بعدی $f(x,y,z)$:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}; \quad |\nabla f| = \sqrt{\frac{\partial f}{\partial x}^2 + \frac{\partial f}{\partial y}^2 + \frac{\partial f}{\partial z}^2}$$

با توجه به ذات گسسته تصاویر، تقریب گسسته بردار گرادیان در راستای هر محور (به عنوان مثال x) به صورت زیر بیان می‌شود:

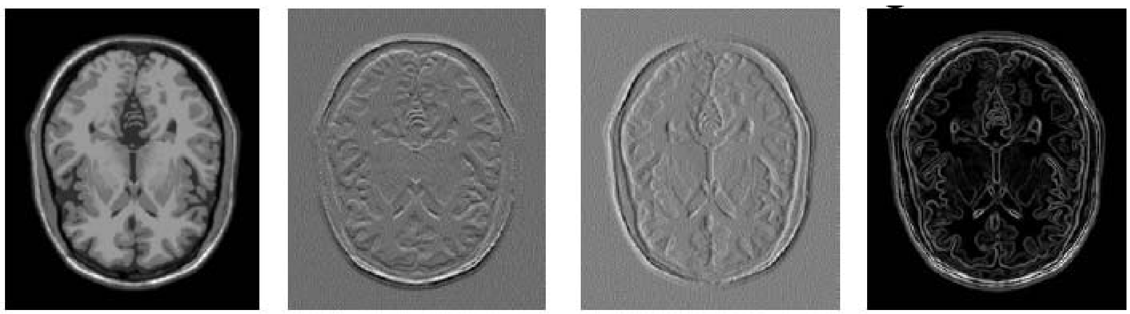
$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \approx f_{i+1} - f_i$$

در واقع در این رابطه، Δx برابر با یک پیکسل در راستای محور x در نظر گرفته شده‌است. رابطه بالا به forward differencing معروف است. به همین صورت، backward differencing هم به صورت زیر قابل تعریف است:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx f_i - f_{i-1}$$

در این مورد هم Central differencing به صورت $\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1}-f_{i-1}}{2}$ تعریف می‌شود.

به عنوان مثال، در شکل زیر، مشتق central عمودی، افقی و همچنین اندازه بردار گرادیان در همه پیکسل‌ها با استفاده از محاسبه این مشتق‌ها آمده‌است:



شکل ۱-٤: از چپ به راست: شکل اصلی، مشتق عمودی، مشتق افقی و اندازه بردار گرادیان

با توجه به مثال بالا مشاهده می‌شود که بردار گرادیان می‌تواند به صورت ابتدایی لبه‌های قوی تصاویر را تشخیص دهد.

شبیه‌سازی‌ها:

- **Q1**: تصویر t1.jpg در پوشه **S1_Q1_utils** را با استفاده از دستور imread بخوانید، با دستور imshow آن را نمایش داده و در ادامه slice اول آن را در نظر بگیرید. ابتدا برای تمرین تبدیل فوریه تک بعدی، *DFT* سطر ۱۲۸ام این تصویر را محاسبه کرده و دامنه و فاز آن را در کنار هم رسم کرده و تا حد امکان آن را تحلیل کنید. سپس، پس از تبدیل فرمت داده‌های تصویر به فرمت double، تبدیل دوبعدی این تصویر را با استفاده از دستور fft2 محاسبه کرده و لگاریتم اندازه تبدیل فوریه تصویر را در کنار تصویر اصلی با استفاده از دستور imshow نمایش داده و تا حد امکان تحلیل کنید. کاربرد fftshift را برای نمایش مناسب‌تر تبدیل فوریه دو بعدی مطالعه کرده و به کار بگیرید.

- **Q2**: یک تصویر باینری G به صورت یک دایره به شعاع ۱۵ در مرکز یک صفحه ۲۵۶ در ۲۵۶ ایجاد کنید. می‌توانید از دستور ndgrid استفاده کنید. سپس یک تصویر باینری دیگر F به این صورت که شدت روشنایی المان‌های (۵۰،۱۰۰) و (۱۲۰،۴۸) به ترتیب ۱ و ۲ هستند. در ادامه، تصویر باینری اول، تصویر باینری دوم و کانوولوشن این دو تصویر را در کنار هم رسم کرده و نتیجه را تحلیل کنید. نکته: برای بازگشت از حوزه فوریه به حوزه مکان می‌توانید از دستور ifft2 استفاده کنید. تصویر pd.jpg در پوشه **S1_Q2_utils** را خوانده و slice شماره اول آن را در نظر بگیرید. این تصویر را با تصویر G کانوولوشن کرده و نتیجه را تحلیل کنید. همچنین علت محو شدگی (blurring) تصویر نتیجه را تحلیل کنید.

- **Q3**: (امتیازی) با استفاده از مفهوم zero padding در حوزه فرکانس، تصویر ct.jpg در پوشه **S1_Q3_utils** را در حوزه مکان، zoom-in کنید.

- **Q4_1**: در این سوال، هدف ایجاد یک شیفت مکانی برای تصویر اولیه با استفاده از پردازش در حوزه فوریه و سپس بازگشت به حوزه مکان می‌باشد. تصویر ct.jpg در پوشه **S1_Q4_utils** را خوانده و slice شماره اول آن در نظر بگیرید. سپس، تصویر اولیه را ۲۰ واحد به سمت راست و ۴۰ واحد به سمت پایین شیفت مکانی دهید. دقت کنید که این کار را در حوزه فوریه انجام داده و سپس به حوزه مکان بازگردید. در انتها اندازه تبدیل فوریه کرنل شیفت‌دهنده را رسم کرده و تحلیل کنید.

- **Q4_2**: تصویر ct.jpg در پوشه **S1_Q4_utils** را خوانده و slice شماره اول آن در نظر بگیرید. سپس با استفاده از دستور imrotate یک کرنل دوران با زاویه ۳۰ درجه ساخته و روی تصویر اولیه اعمال کرده و در

کنار تصویر اولیه نمایش دهید. تبدیل فوریه این دو تصویر را کنار هم رسم کرده و تحلیل کنید. همچنین سعی کنید با دوارن در حوزه فوریه، دوران‌یافته تصویر اولیه را بسازید.

- **Q5**: در این سوال، هدف تولید نتایجی مانند شکل ۱-۴ می‌باشد. بدین منظور، تصویر t1.jpg در پوشه **S1_Q5_utils** را بخوانید. سپس با استفاده از دستور circshift، نسخه مشتق central عمودی، افقی و همچنین اندازه بردار گرادیان را برای این تصویر محاسبه کرده و همه این موارد را در کنار تصویر اصلی نمایش دهید و اثر تشخیص لبه‌های افقی و عمودی و مایل را بررسی کنید.

- **Q6**: در مورد روش‌های پیشرفته‌تر لبه‌یابی تصاویر، مانند روش‌های Sobel و Canny، تحقیق کرده و این روش‌ها را بر روی تصویر سوال قبل اعمال کرده و تفاوت‌ها را بررسی کنید.