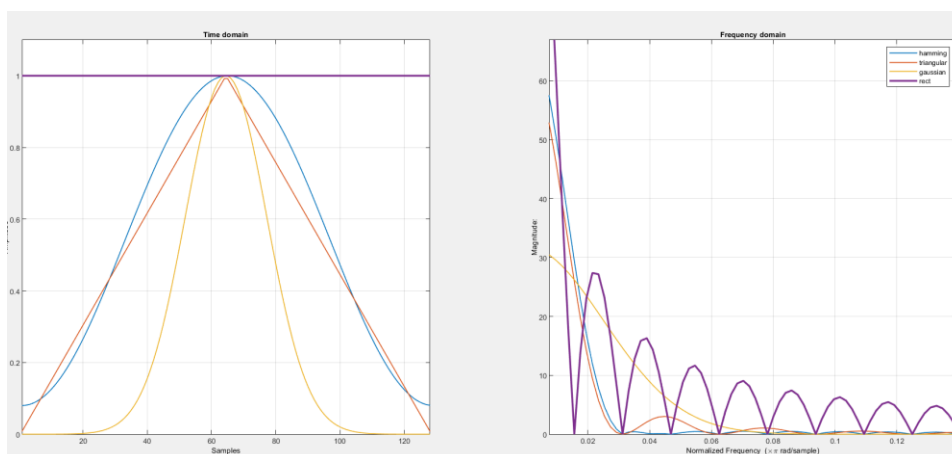


EEG تمرین کامپیوتری 1 - 99105129

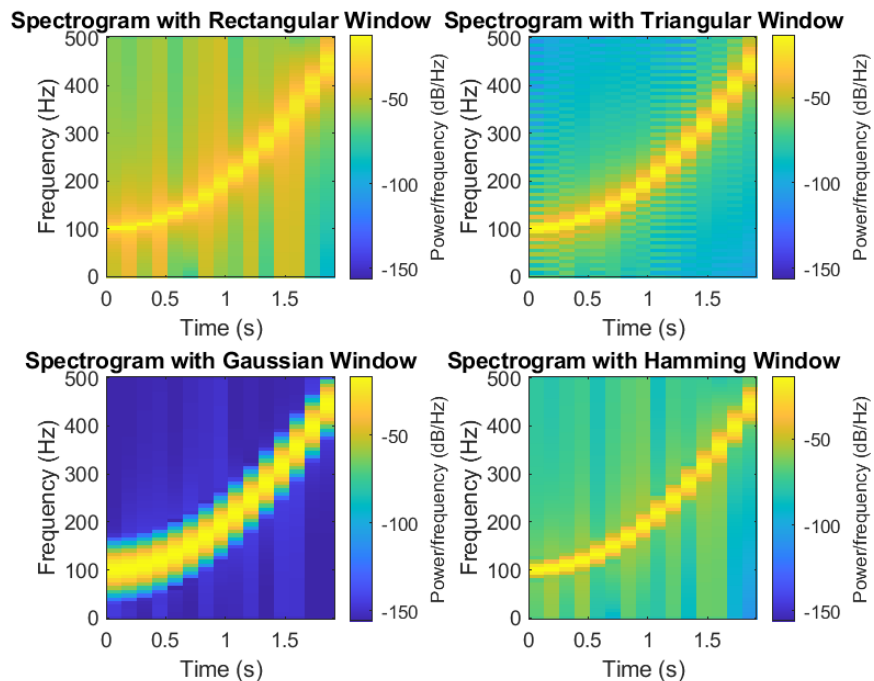
1.

(الف)

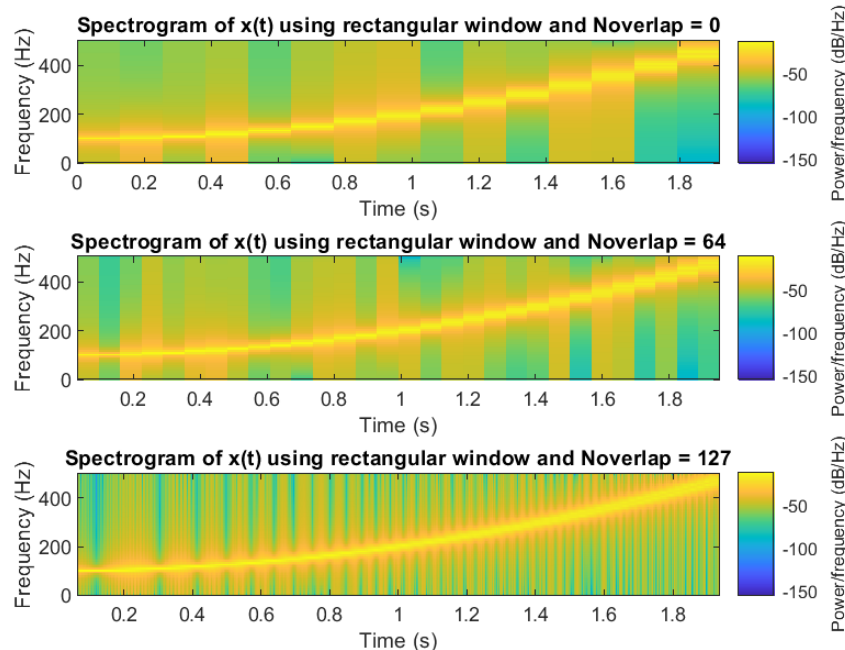
ب) پنجره rect دارای شکل زمانی مستطیلی است و پاسخ فرکانسی آن به کندی کاهش میابد و دارای فرکانس های بالا و ریپل های بزرگ است، پنجره مثلثی دارای شکل زمانی مثلثی است و پاسخ فرکانسی آن نسبت به rect سریعتر به صفر میل میکند و ریپل های بعدی دارای دامنه کمی اند. پنجره گاوسی دارای شکل زمانی زنگوله مانند است و تبدیل فوریه آن ریپل ندارد و سریعتر از پنجره rect اما کندتر از مثلثی به صفر میل می کند. پنجره hamming نیز دارای شکل زنگوله مانند و پهن تر از گاوسی است و پاسخ فرکانسی آن سریعتر از همه به صفر میل میکند و ریپل های آن دامنه ناچیزی دارد.



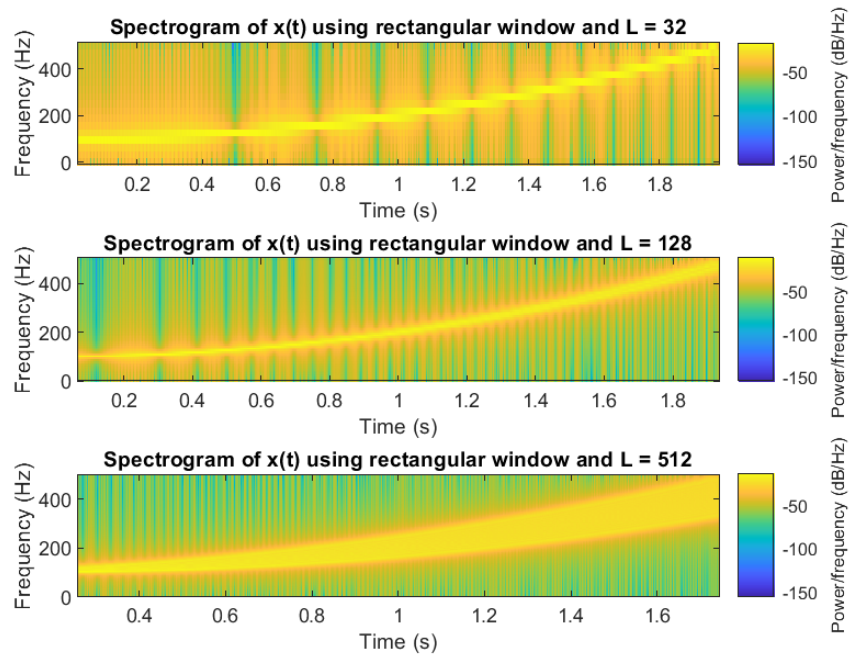
پ) پنجره مستطیلی دارای رزولوشن فرکانسی بالایی است و فرکانس لحظه ای را به مقدار زیاد عبور میدهد و به خوبی تفکیک میکند اما فرکانس های دور از فرکانس لحظه ای را به خوبی کاهش نمیدهد و حذف نمیکند. پنجره مثلثی نیز مشابه مستطیلی است با این تفاوت که فرکانس های دور از فرکانس لحظه ای را بهتر حذف میکند اما blur بیشتری دارد و کمی نوسان دارد. پنجره همینگ بهتر فرکانس لحظه ای را تفکیک میکند و پهنای پاند کمی نسبت به سایر دارد. پنجره گاوسی نسبت به سایر دارای پهنای باند زیاد و رزولوشن فرکانسی کم است اما فرکانس های خارج از پهنای باند را به خوبی حذف میکند.



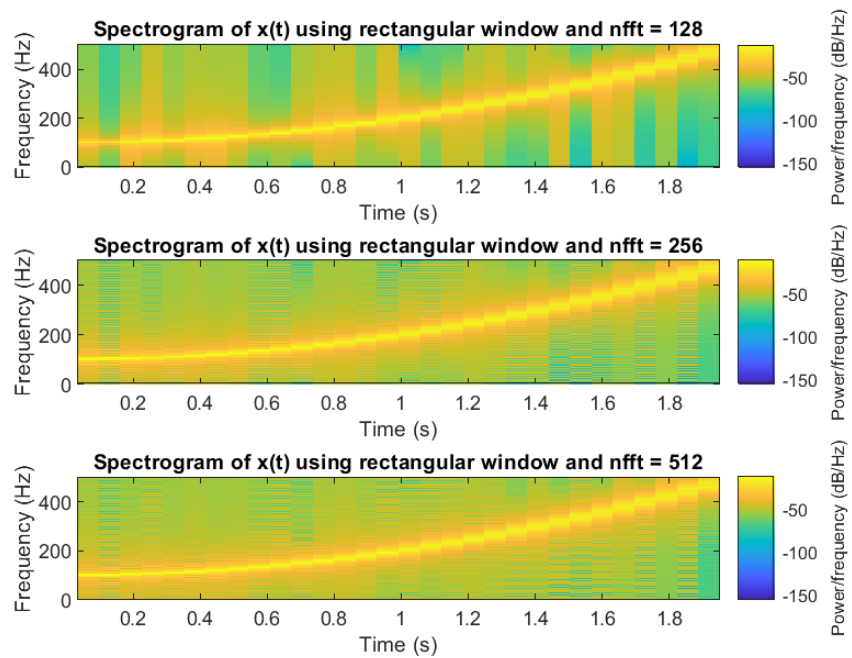
ت) با افزایش تعداد نقاط همپوشانی مشاهده میشود که رزولوشن زمانی spectrogram بیشتر میشود و پیوسته تر و یکنواخت تر میشود.



ث) با توجه به شکل، هر چه طول پنجره بزرگتر باشد فرکانس های بیشتری را در بر میگیرد و فرکانس لحظه ای را هنگامی که تغییرات فرکانسی بزرگ است به خوبی نمایان نمیکند و جواب پهنای باند زیادی دارد، از طرفی هر چه طول پنجره کوچکتر باشد فرکانس ها کوچک را به خوبی نمایان نمیکند و در فرکانس های پایین رزولوشن کم و خطای زیاد دارد.

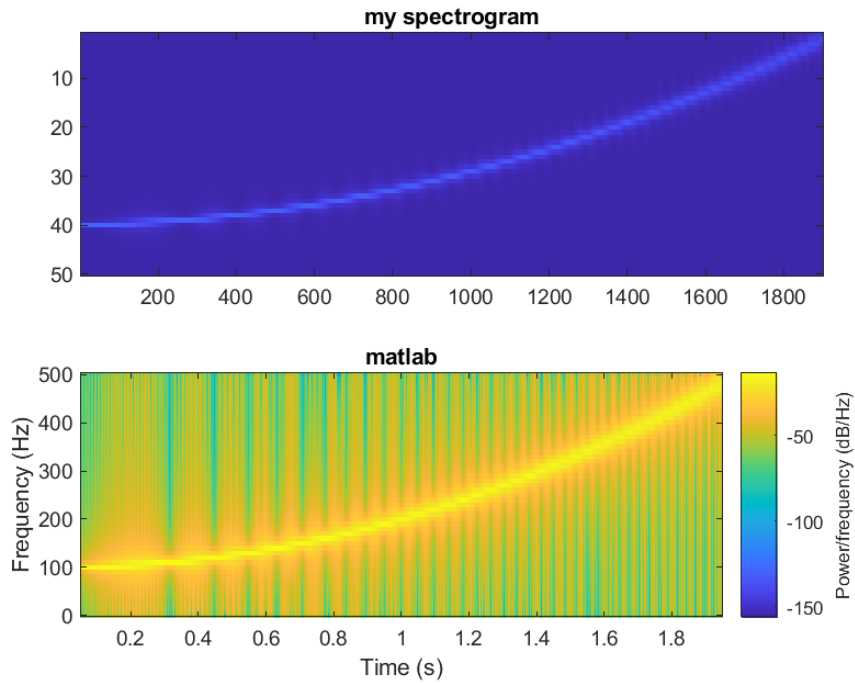


ج) با افزایش تعداد نقاط DFT اسپکتروگرام سیگنال تفاوت چندانی نمیکند و مقدار ناچیزی توان فرکانس های غیرهدف اضافه میشود.



د) برای محاسبه spectrogram در هر لحظه زمانی یک پنجره به طول L از سیگنال در لحظه t جدا کرده و از آن میگیریم سپس پنجره را به اندازه $L - \text{Noverlap}$ شیف्ट داده و فرایند را تکرار میکنیم.

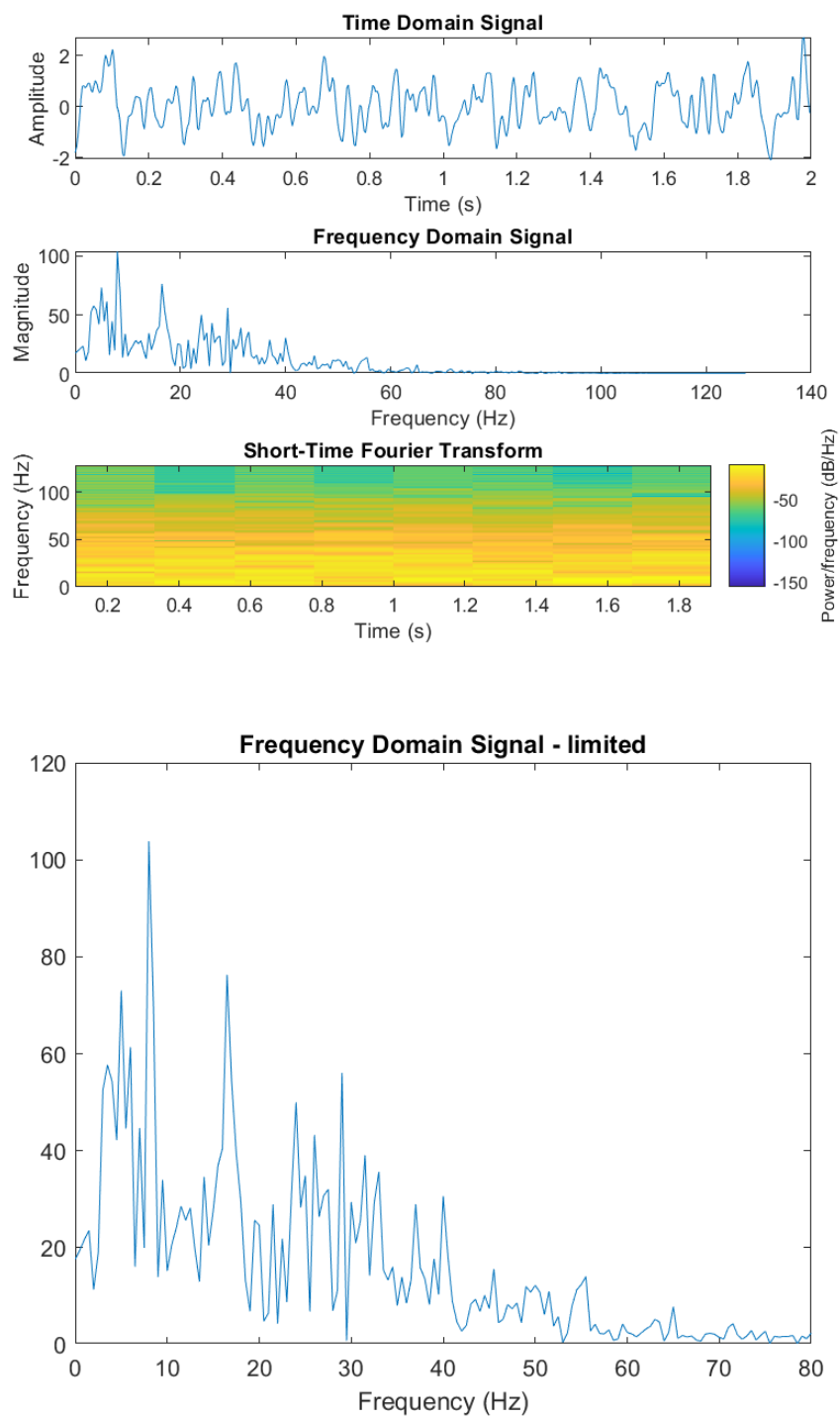
نتیجه ی ما با تابع متلب یکسان است.



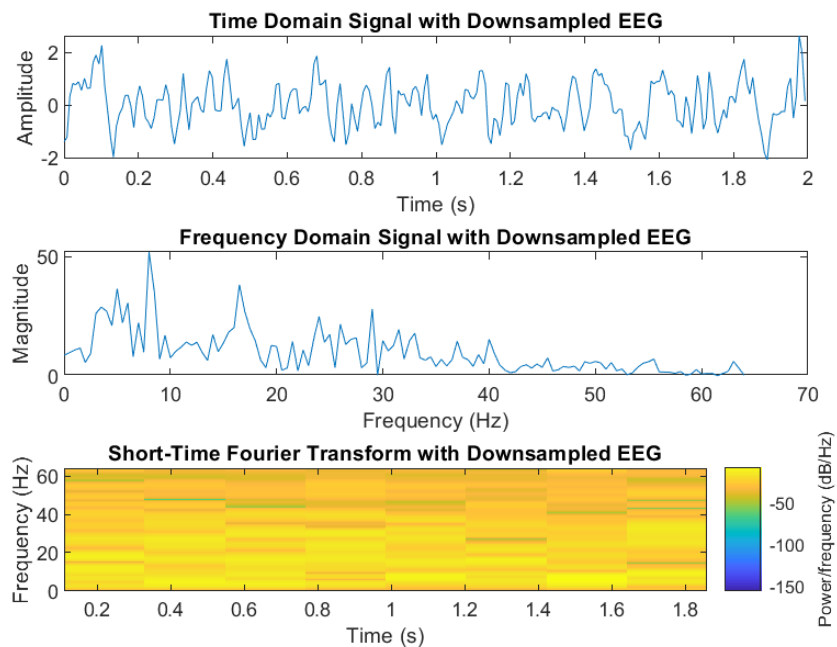
ه) با توجه به مشخصات سیگنال و هدف مدنظر، باید متغیرهای مناسب را برای spectrogram در نظر گرفت. هرچه نقاط overlap بیشتر باشند رزولوشن زمانی بیشتر است اما حجم محاسبات بالا میرود. تعداد نقاط کافی و لازم برای DFT برابر تعداد نقاط تناوب سیگنال است، طول پنجره سیگنال مناسب بر اساس فرکانسهای کمینه و بیشینه سیگنال تعیین میشود، پنجره hamming مناسب ترین پنجره به منظور استخراج ویژگیهای فرکانسی در لحظه است اما blur بیشتری نسبت به پنجره rect دارد.

2.

الف) برای نمایش بهتر طیف فرکانسی، بازه فرکانس را کم کرده و 0 تا 100 هرتز در نظر میگیریم.

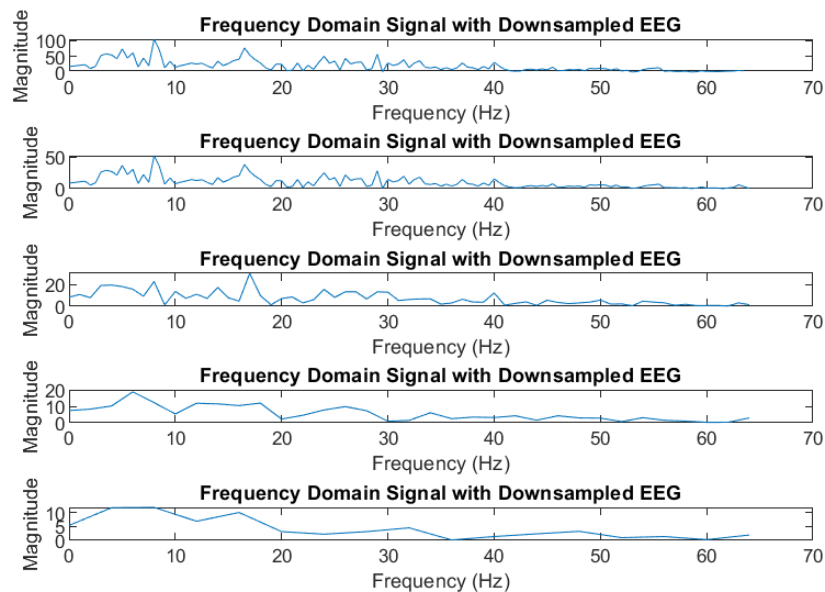


ب) برای اینکه aliasing رخ ندهد، فرکانس نمونه برداری باید حداقل دو برابر پهنای باند سیگنال باشد یعنی بیشتر از 128 هرتز. پس نرخ نمونه برداری را 128 هرتز در نظر میگیریم و قبل از آن سیگنال را از فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع 64 عبور میدهم. همانطور که انتظار داریم شکل زمانی سیگنال تغییر نکرده و محتوای فرکانسی مطلوب (کمتر از 64 هرتز) حفظ شده و تداخل پیدا نکرده است. STFT سیگنال جدید نیز با نیمه ی پایینی سیگنال اصلی یکسان است.



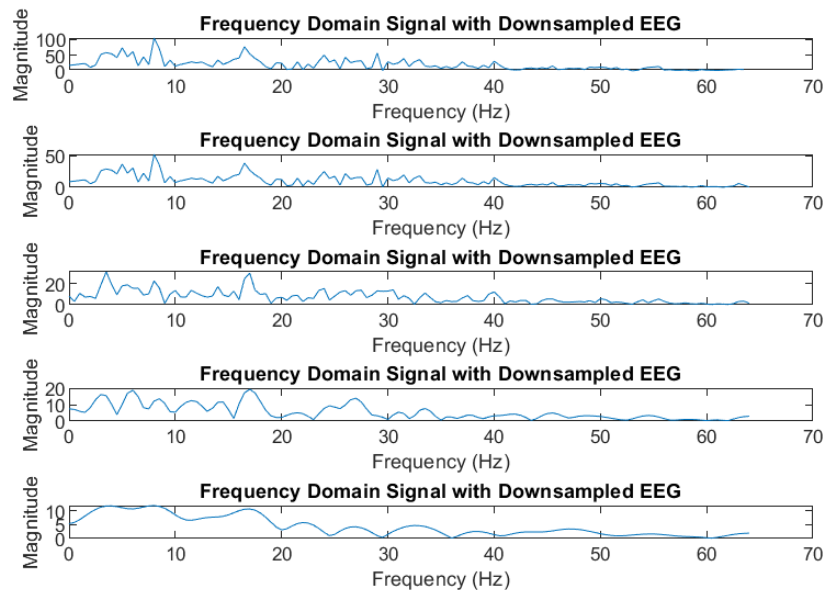
پ) همانطور که واضح است طیف فرکانسی پنجره ها دارای اطلاعات کمتر و تعداد نقاط کمتری است. به دلیل اینکه ما با تغییر طول DFT داریم از طیف فرکانسی سیگنال نمونه برداری میکنیم. در واقع مقادیر موجود در طیف پنجره ها حاصل نمونه برداری از طیف سیگنال اصلی با نرخ های متفاوت اند.

DFT without padding



ت) طیف فرکانسی پنجره ها در این حالت نرم تر است و اطلاعات کمتری نسبت به سیگنال اصلی است. به این دلیل که ما از طیف فرکانسی سیگنال اصلی نمونه برداری کرده ایم و با zero-padding نقاط نمونه را interpolate کرده ایم که شکل همواری میدهد اما اطلاعات جدیدی اضافه نمیکند.

DFT with padding



ث) هنگام پنجره گذاری در حالتی که تعداد نقاط DFT که معادل نرخ نمونه برداری در حوزه فرکانس است از تناوب اصلی سیگنال بزرگتر باشد، اطلاعات فرکانسی سیگنال از بین نمی‌رود و طیف فرکانسی سیگنال به طور کامل قابل بازسازی است و با **zero-padding** میتوان نمونه ها را **interpolate** کرد و طیف را بازسازی کرد. در غیر این صورت ما مقداری اطلاعات از سیگنال را از دست می‌دهیم.

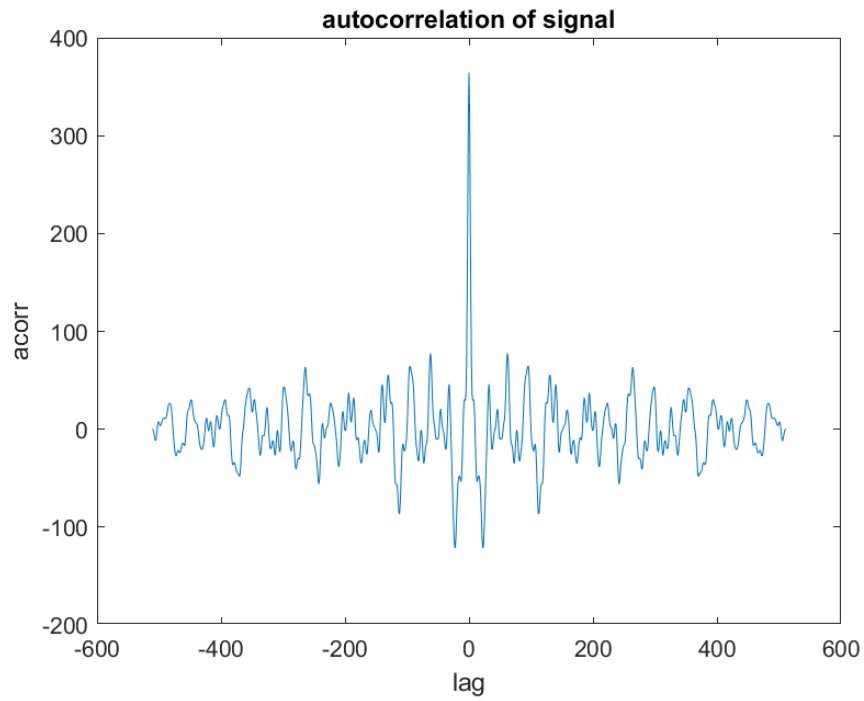
اثر پنجره گذاری: همانطور که واضح است طیف فرکانسی پنجره ها دارای اطلاعات کمتر و تعداد نقاط کمتری است. به دلیل اینکه ما با تغییر طول DFT داریم از طیف فرکانسی سیگنال نمونه برداری میکنیم. در واقع مقادیر موجود در طیف پنجره ها حاصل نمونه برداری از طیف سیگنال اصلی با نرخ های متفاوت اند.

اثر **zero-padding**: طیف فرکانسی پنجره ها در این حالت نرم تر است و اطلاعات کمتری نسبت به سیگنال اصلی است. به این دلیل که ما از طیف فرکانسی سیگنال اصلی نمونه برداری کرده ایم و با **zero-padding** نقاط نمونه را **interpolate** کرده ایم که شکل همواری میدهد اما اطلاعات جدیدی اضافه نمیکند.

3.

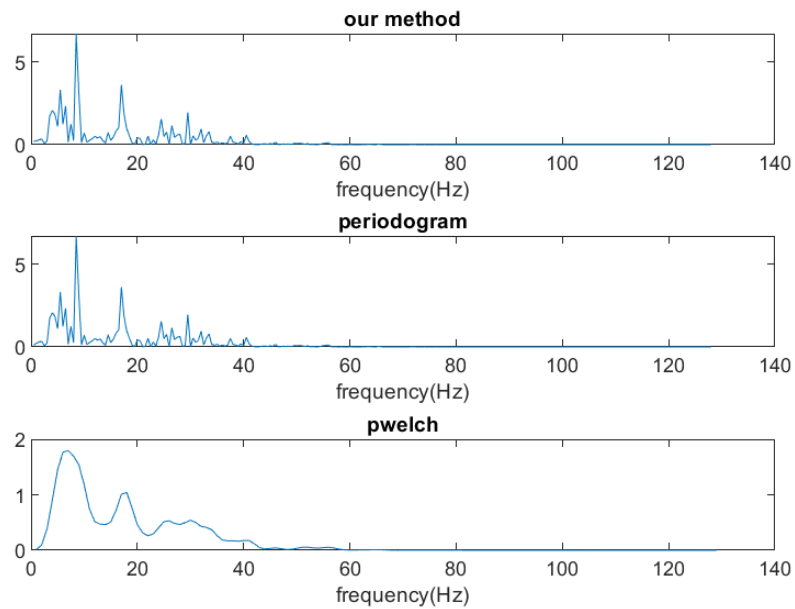
الف) واضح است که چگالی طیف توان یک سیگنال برابر است با تبدیل فوریه خودهمبستگی آن تقسیم بر طول سیگنال.

ابتدا خود همبستگی سیگنال را محاسبه میکنیم. از آنجا خودهمبستگی یک سیگنال دو طرفه و متقارن نسبت به محور γ است نمیتوان مستقیم آن را به ورودی **fft** داد چرا که با فرض شروع سیگنال از 0 تبدیل فوریه را محاسبه میکند. از آنجا قرینه کردن یک سیگنال نسبت به $t=0$ بخش حقیقی تبدیل فوریه آن را تغییر نمیدهد، مقادیر $t < 0$ را قرینه کرده و سپس بخش حقیقی آن را جدا میکنیم (سیگنال **autocorr** زوج است پس تبدیل فوریه حقیقی دارد). سپس آن را بر طول سیگنال تقسیم میکنیم.



(ب)

Power Spectral Density



(ج) روش ما و periodogram جواب یکسانی دارند اما جواب pwelch متفاوت است به این دلیل که دو روش اول از پنجره rect با همپوشانی N-1 استفاده میکنند در حالی که روش سوم از پنجره hamming و 8 قسمت با همپوشانی 50 درصد استفاده میکند و شکل نرم تر و دامنه کمتری دارد.