

بخش تئوری

(الف)

ترم دوم در تابع هزینه یک ترم رگولاریزاسیون است که deformation field را وارد می‌کند که تغییرات شدیدی نداشته و هموار باشد، به این معنی که نقاط نزدیک به هم به نقاط خیلی دور از هم نروند و نسبت به یکدیگر جابجایی زیادی نداشته باشند. این امر برای جلوگیری از overfitting و تطابق بیش از حد پیکسل‌ها مناسب است.

(ب)

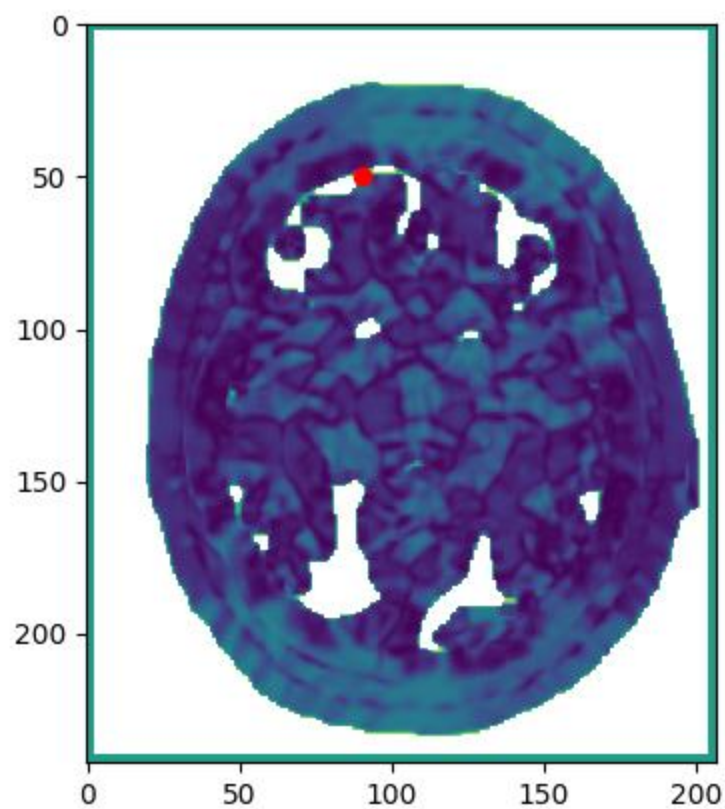
حل مسئله به این صورت باعث ساده شدن حل مسئله بهینه‌سازی می‌شود. با تبدیل مسئله پیچیده به دو زیرمسئله ساده‌تر میتوان مسئله را ساده‌تر و با همگرایی بهتری حل کرد و پیچیدگی کمتری دارد.

بخش عملی

1.

(الف) برای هر پیکسل از هر دو تصویر معیار بردار ویژگی را با معیار mind را محاسبه کرده و برای یک نقطه دلخواه از تصویر MRI اندازه تفاضل بردار ویژگی این نقاط با نقاط PET را بدست آورده و نمایش می‌دهیم. در اینجا نقاط تیره‌تر فاصله کمتری دارند.

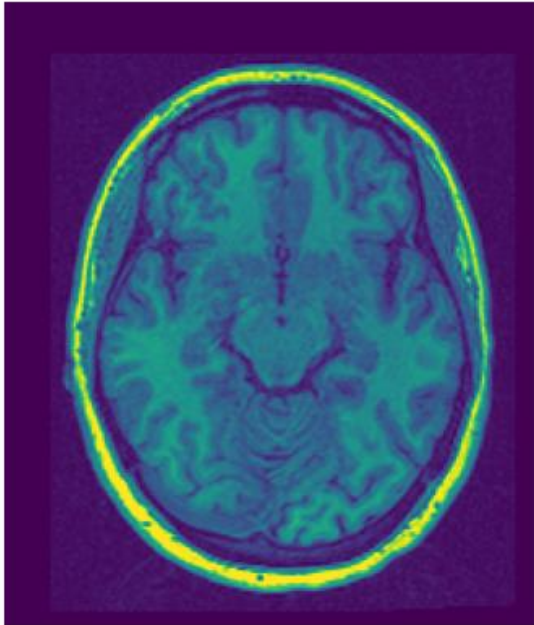
همانطور که مشاهده می‌شود نقاط شبیه به هم سطح روشنائی نزدیک به هم دارند.



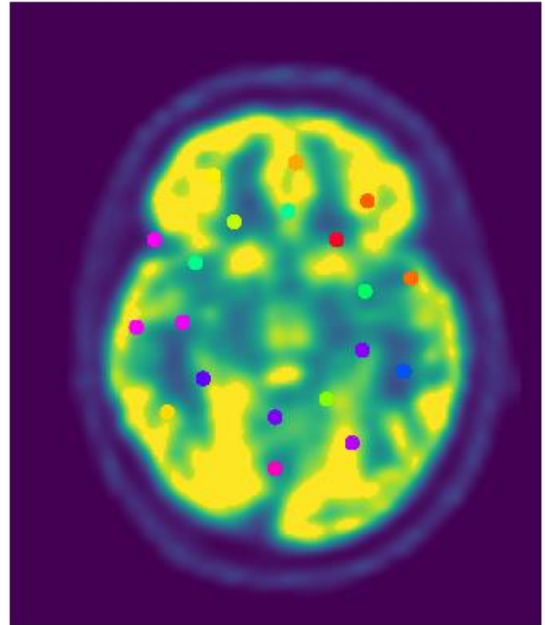
ب) دوران را اعمال کرده و مجددا ویژگی ها را بدست میاوریم و سپس برای هر یک از 20 نقطه دلخواه نزدیک ترین نقطه را بدست آورده و از رابطه زیر ماتریس دوران و سپس زاویه دوران را بدست می آوریم و دوران معکوس انجام می دهیم.

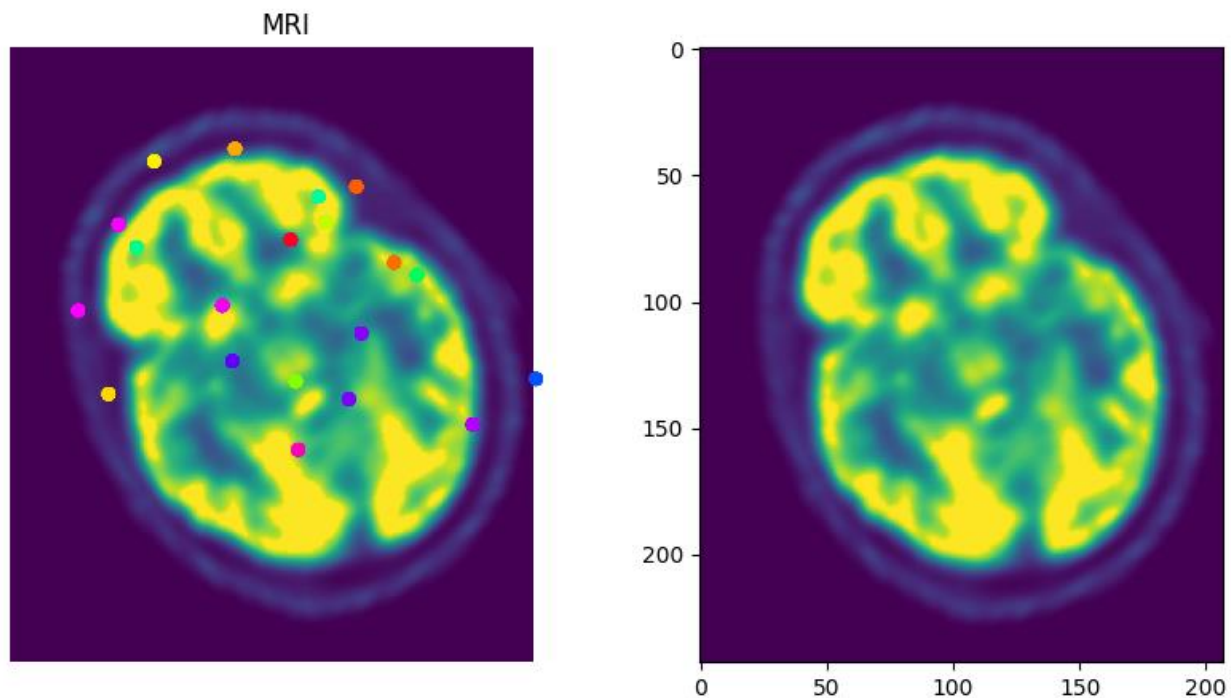
$$\widetilde{\mathbf{Y}}\widetilde{\mathbf{X}}^T \underset{\substack{= \\ \text{SVD}}}{=} \mathbf{W}\Sigma\mathbf{V}^T \rightarrow \begin{cases} \mathbf{R} = \mathbf{W}\mathbf{V}^T \\ \mathbf{t} = \bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{R}\bar{\mathbf{X}} \end{cases}$$

MRI



PET

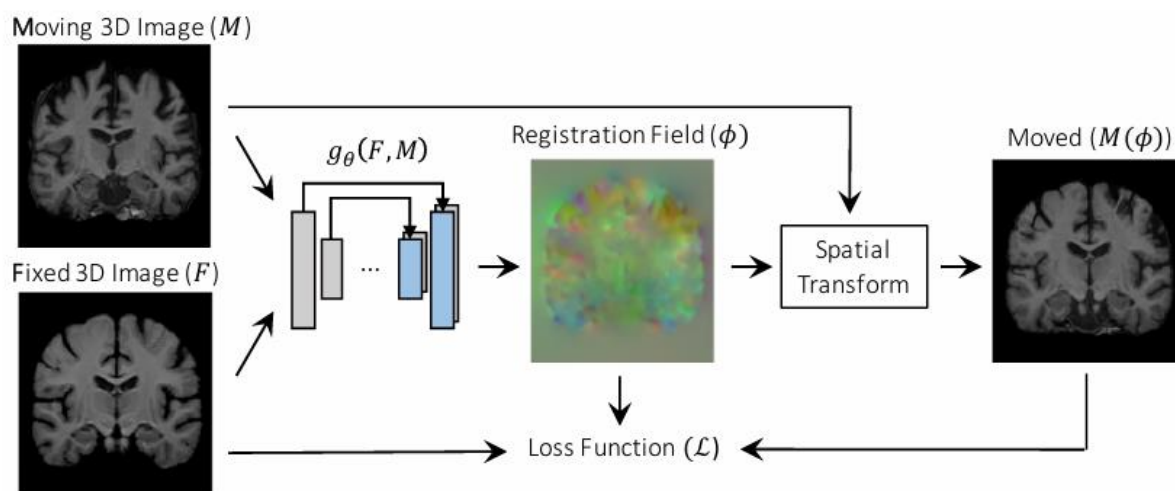


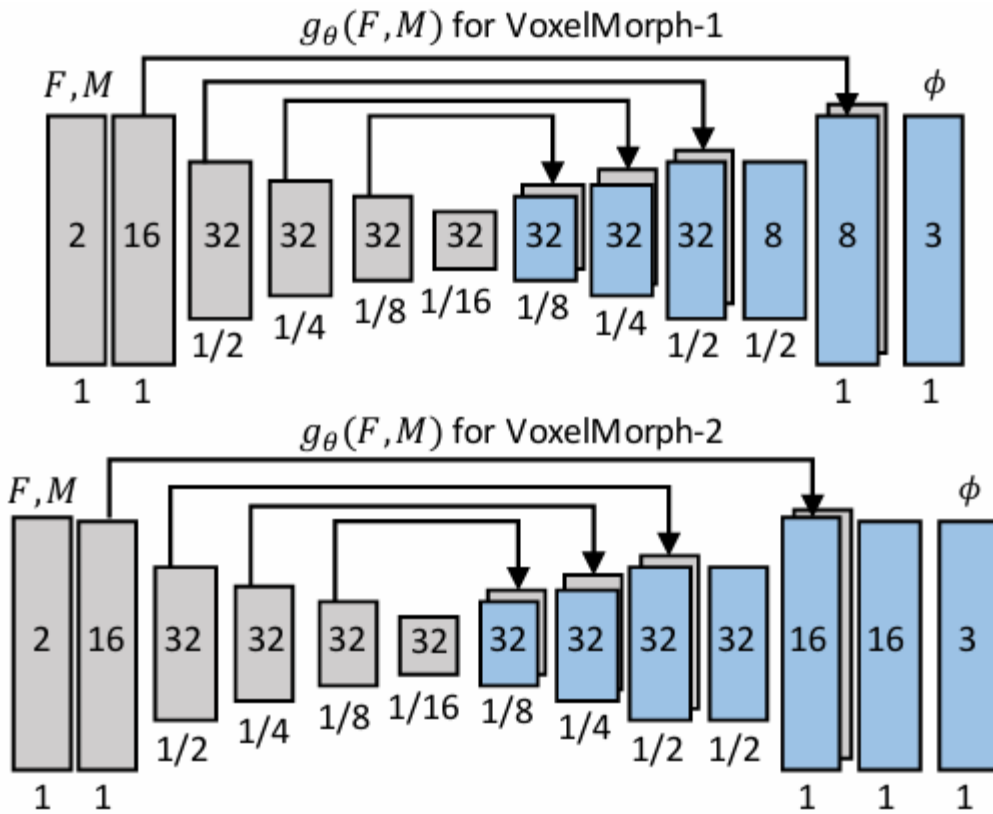


2.

(الف)

روش ارائه شده در مقاله Voxelmorph عبارت است از تطبیق تصاویر پزشکی به صورت unsupervised. در این روش از یک شبکه عمیق CNN مشابه UNet همراه با skip connection استفاده شده که در ورودی تصویر ثابت و شناور را گرفته و در خروجی خود deformation field را پیشبینی می کند.





تابع هزینه آن شامل خطای correlation coefficient به همراه یک ترم رگولاریزاسیون است. ترم اول سعی میکند تا حد امکان نقاط تصاویر را طوری جابجا کند که همبستگی دو تصویر تا حد امکان زیاد شود و ترم دوم سعی دارد که deformation field هموار باشد و تغییرات شدیدی نداشته باشد. این ترم از جابجایی و پراکندگی بیش از حد نقاط نزدیک به هم جلوگیری میکند و مانع overfitting میشود.

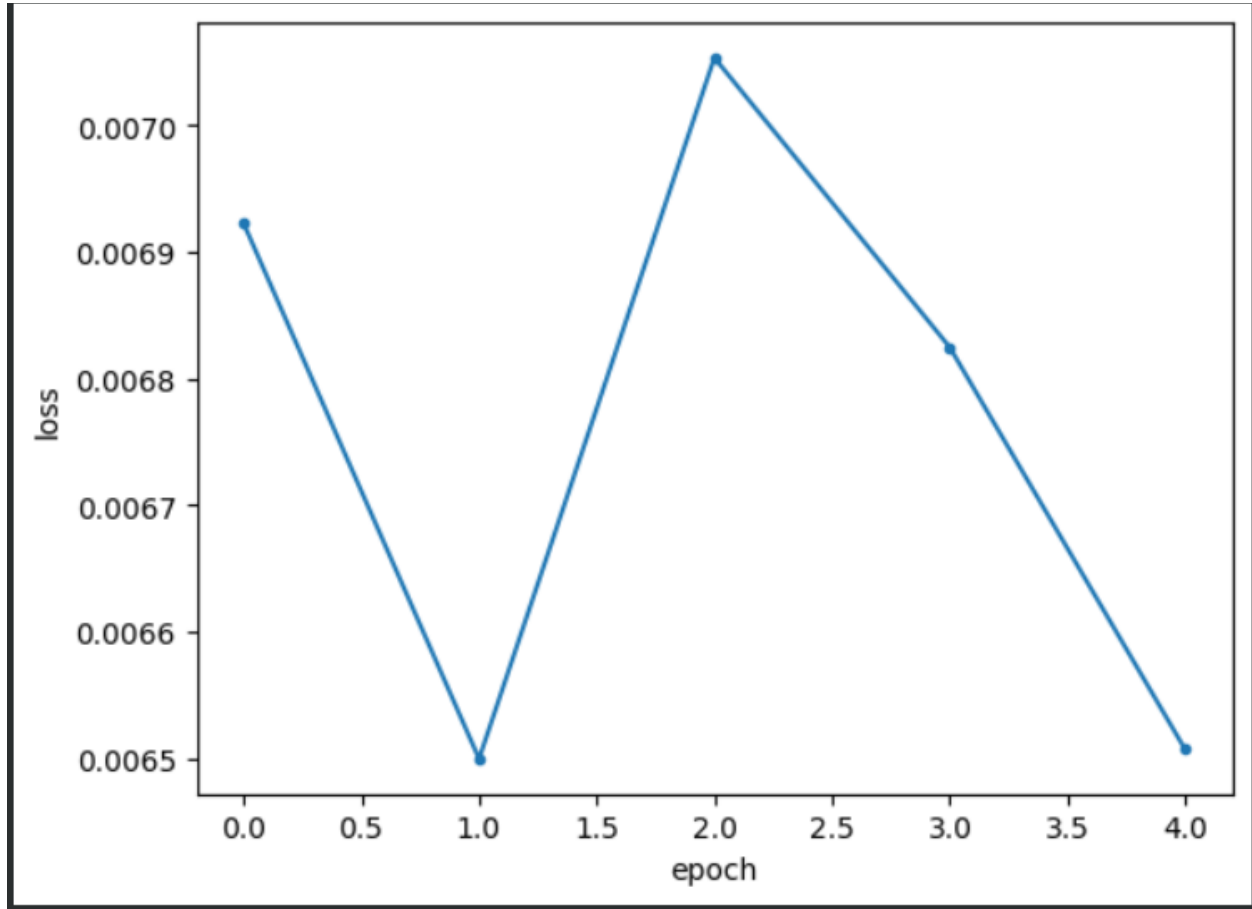
$$\mathcal{L}(F, M, \phi) = -CC(F, M(\phi)) + \lambda \sum_{p \in \Omega} \|\nabla \phi(p)\|^2$$

عملکرد مدل در تطبیق تصاویر را با استفاده از معیار DICE و تصاویر atlas میسنجیم.

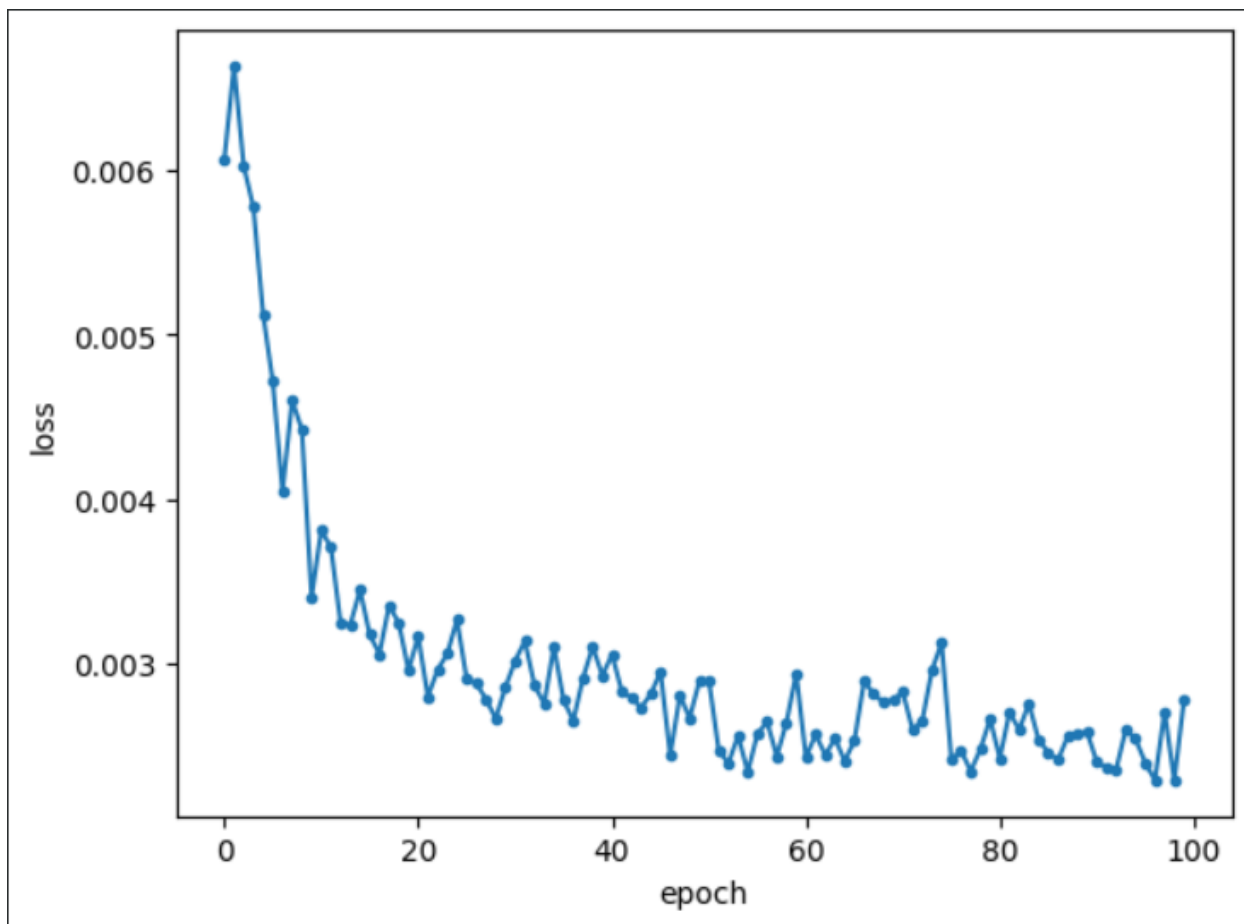
$$\text{Dice}(S_{M(\phi)}^k, S_F^k) = 2 * \frac{S_{M(\phi)}^k \cap S_F^k}{|S_{M(\phi)}^k| + |S_F^k|}.$$

(ب)

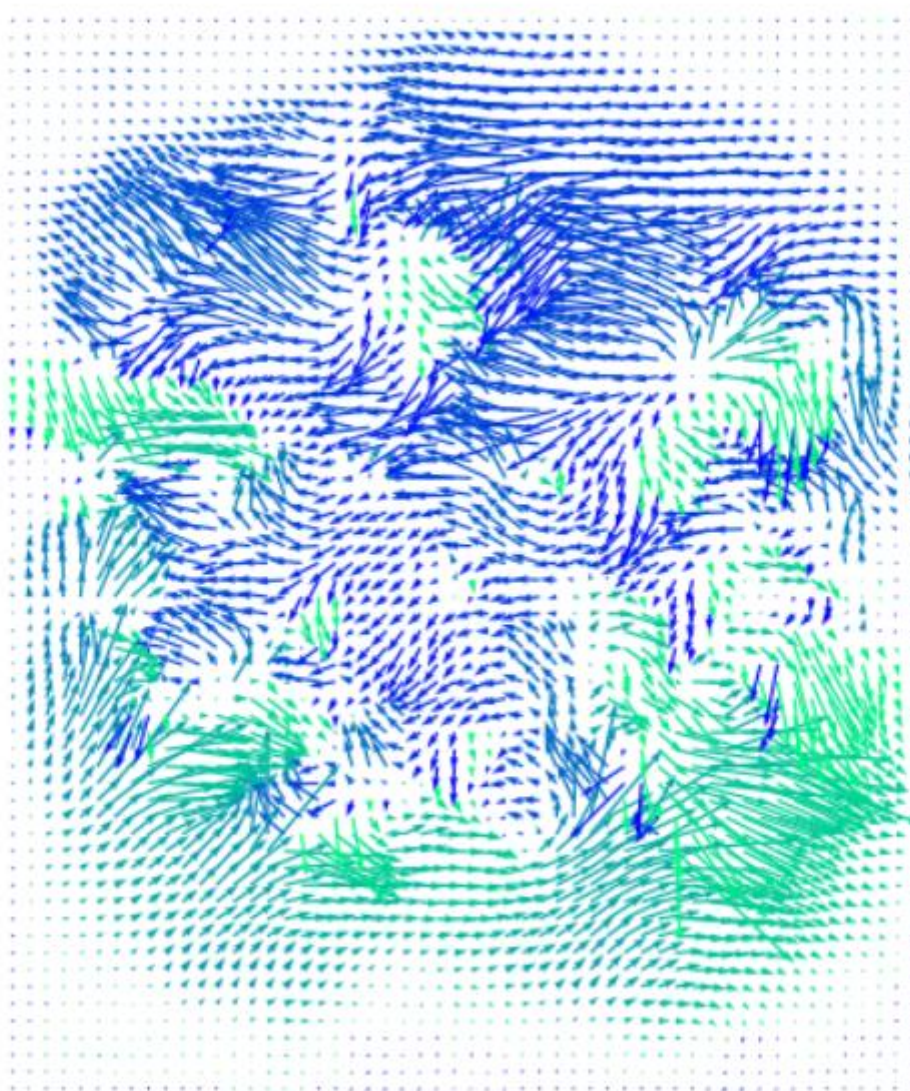
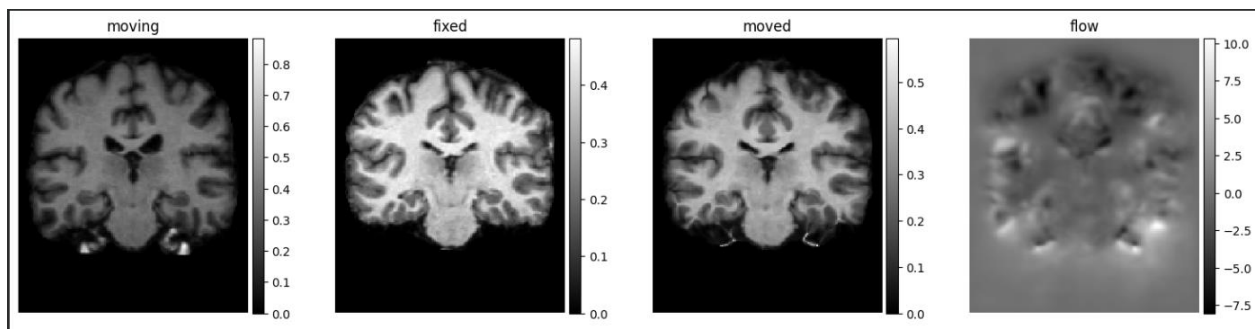
ابتدا مدل را برای 5 اپیاک و $\lambda = 0.01$ آموزش می‌دهیم و مقدار تابع هزینه را رسم می‌کنیم.



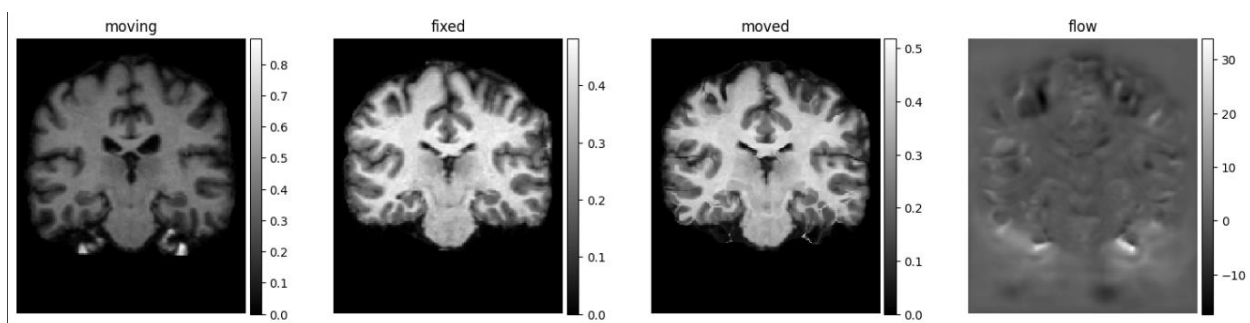
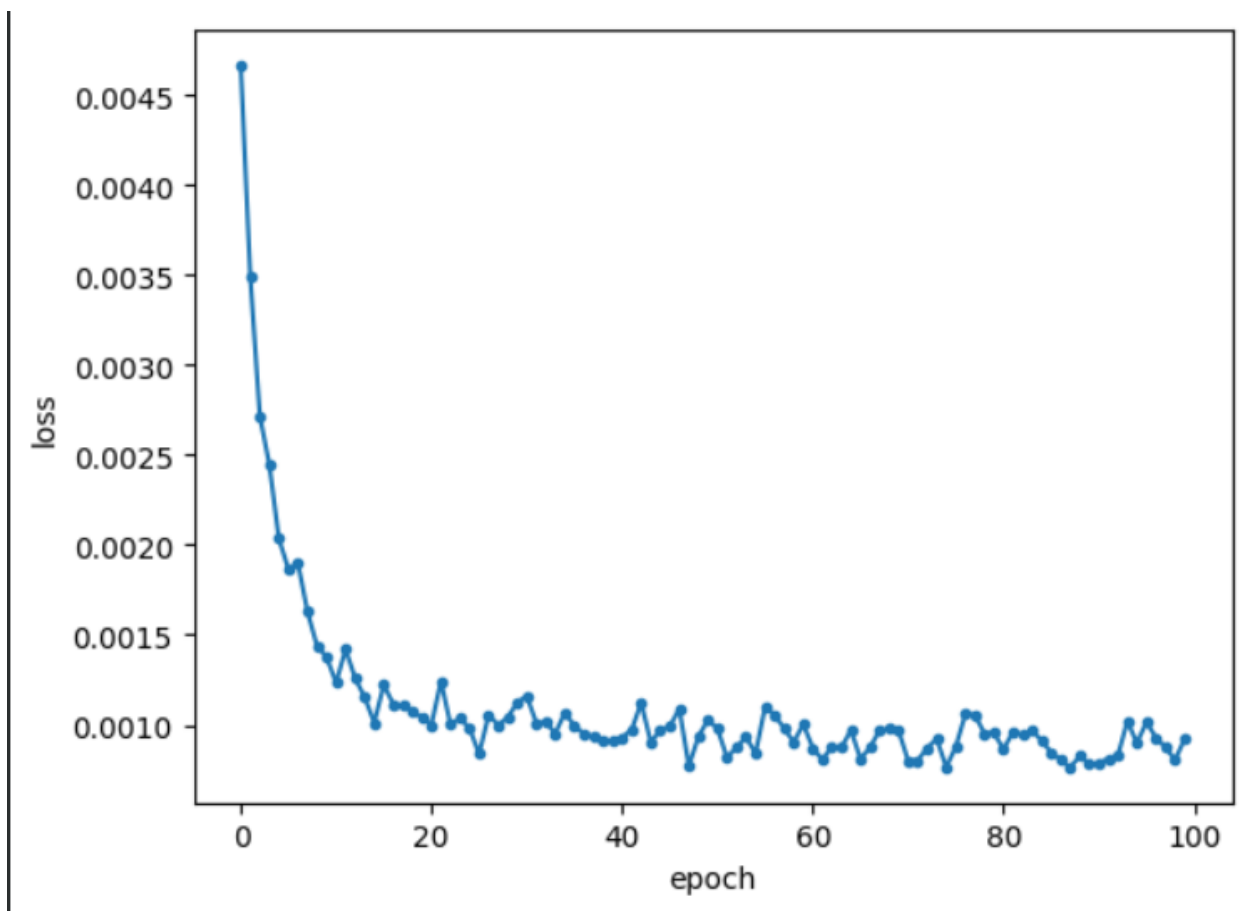
سپس برای 100 اپیاک دیگر آموزش می‌دهیم.

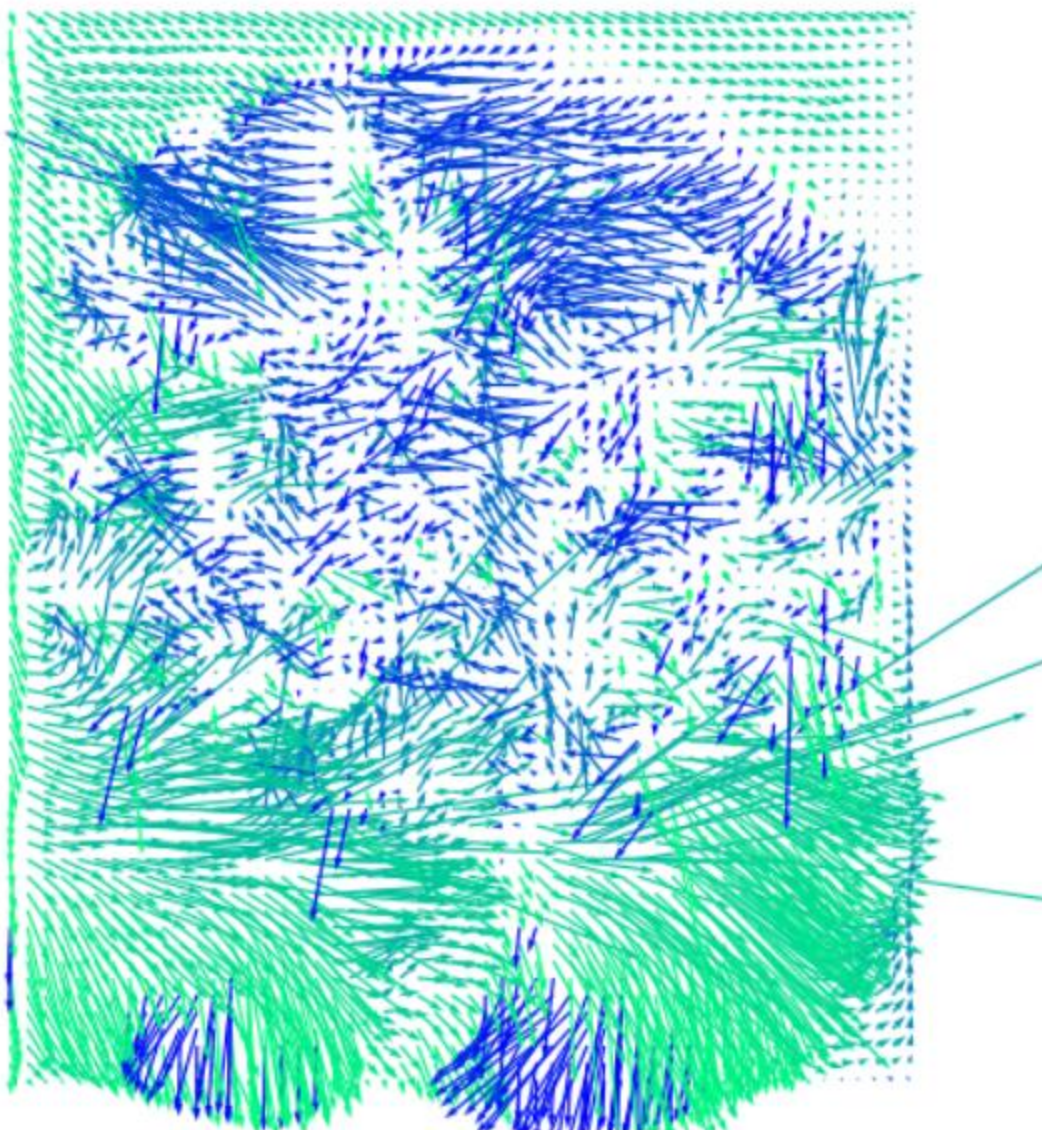


نتیجه بدست آمده بر روی یک داده تست به صورت زیر است.

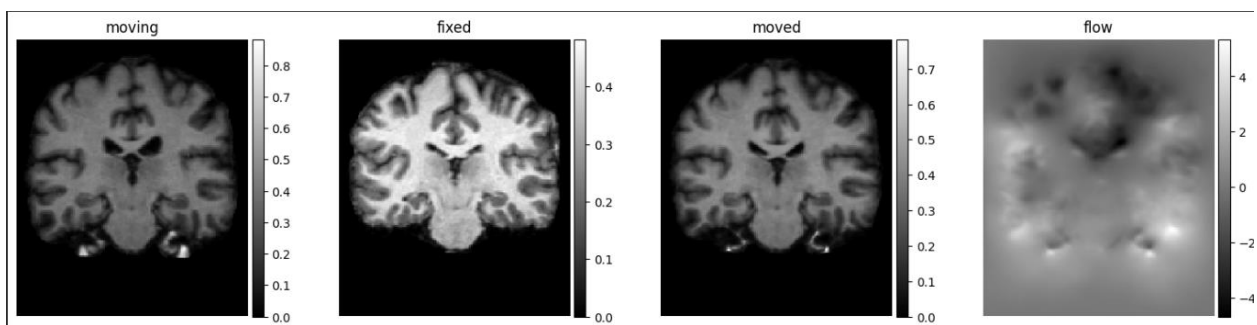
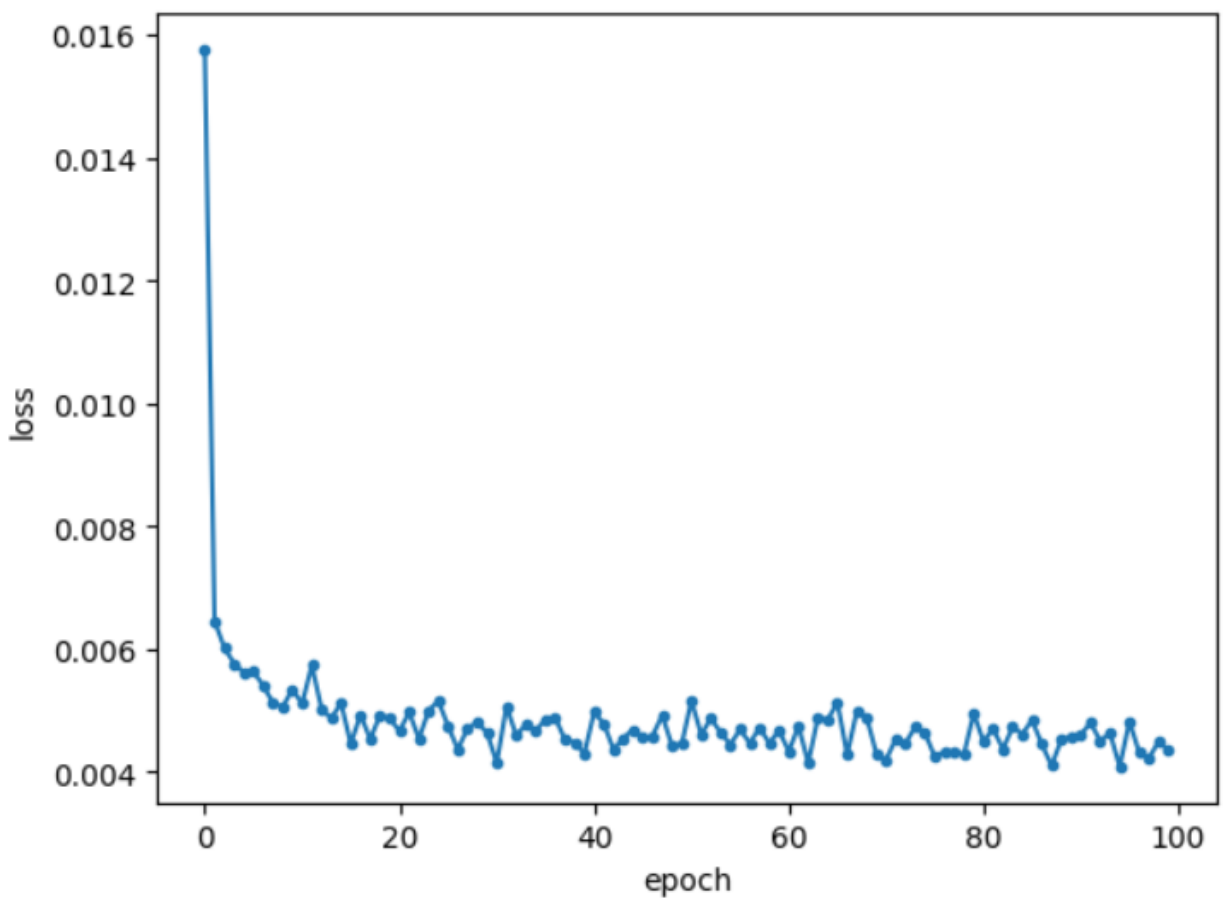


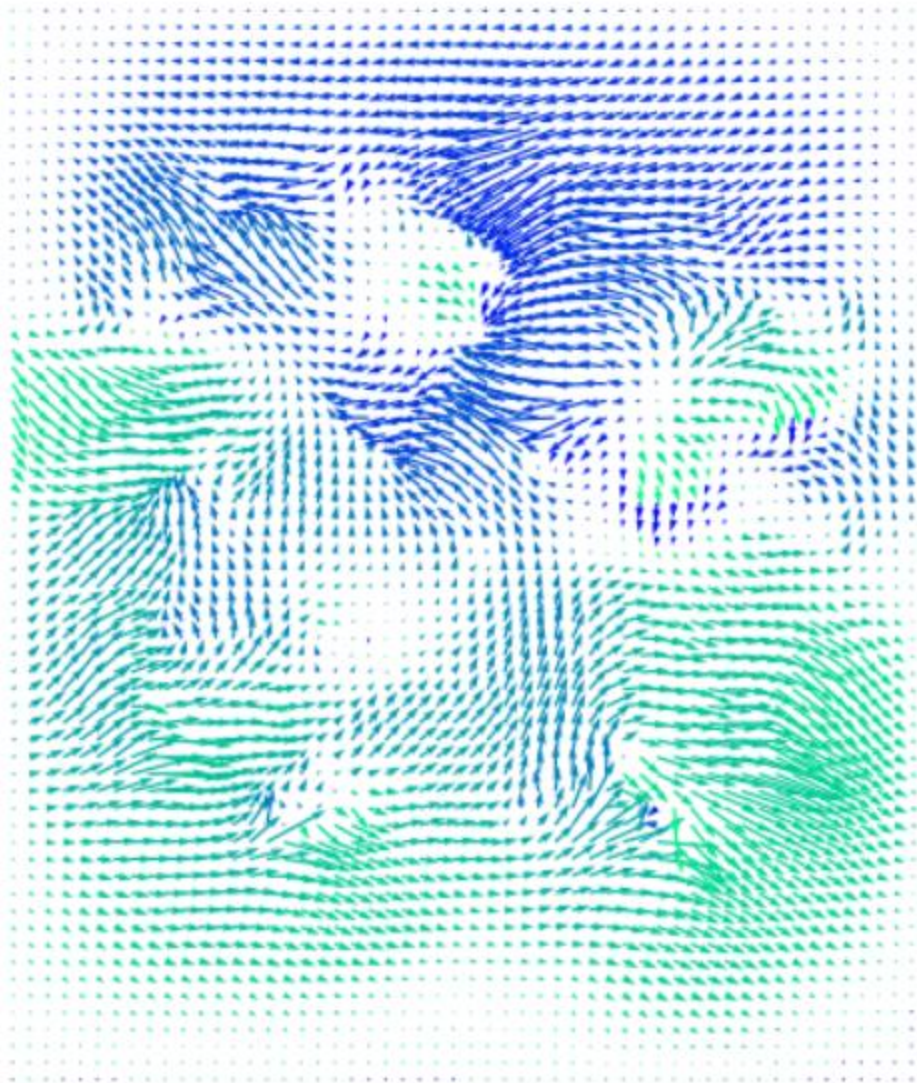
اکنون برای 100 اپیاک و $\lambda = 0.00001$ مدل را آموزش می‌دهیم.





اکنون برای 100 اپیاک و $\lambda = 0.1$ مدل را آموزش می‌دهیم.



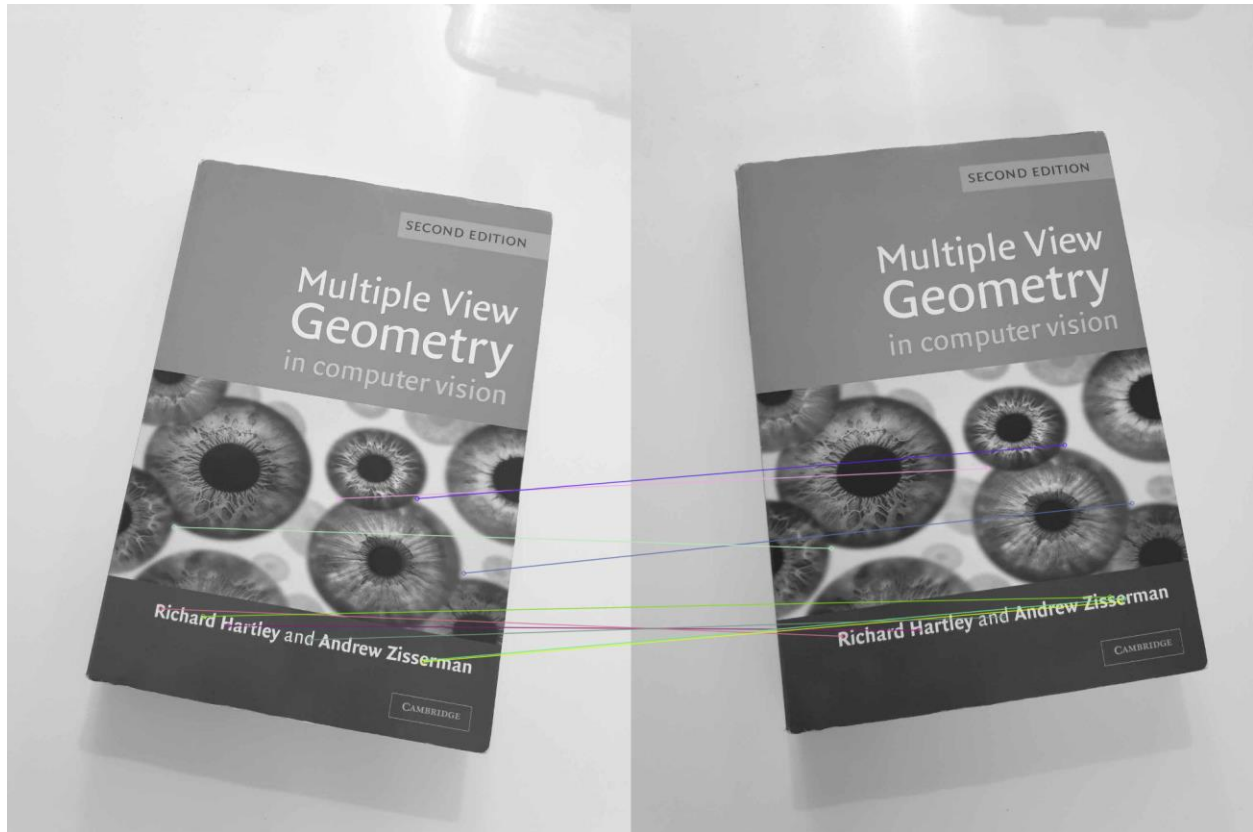


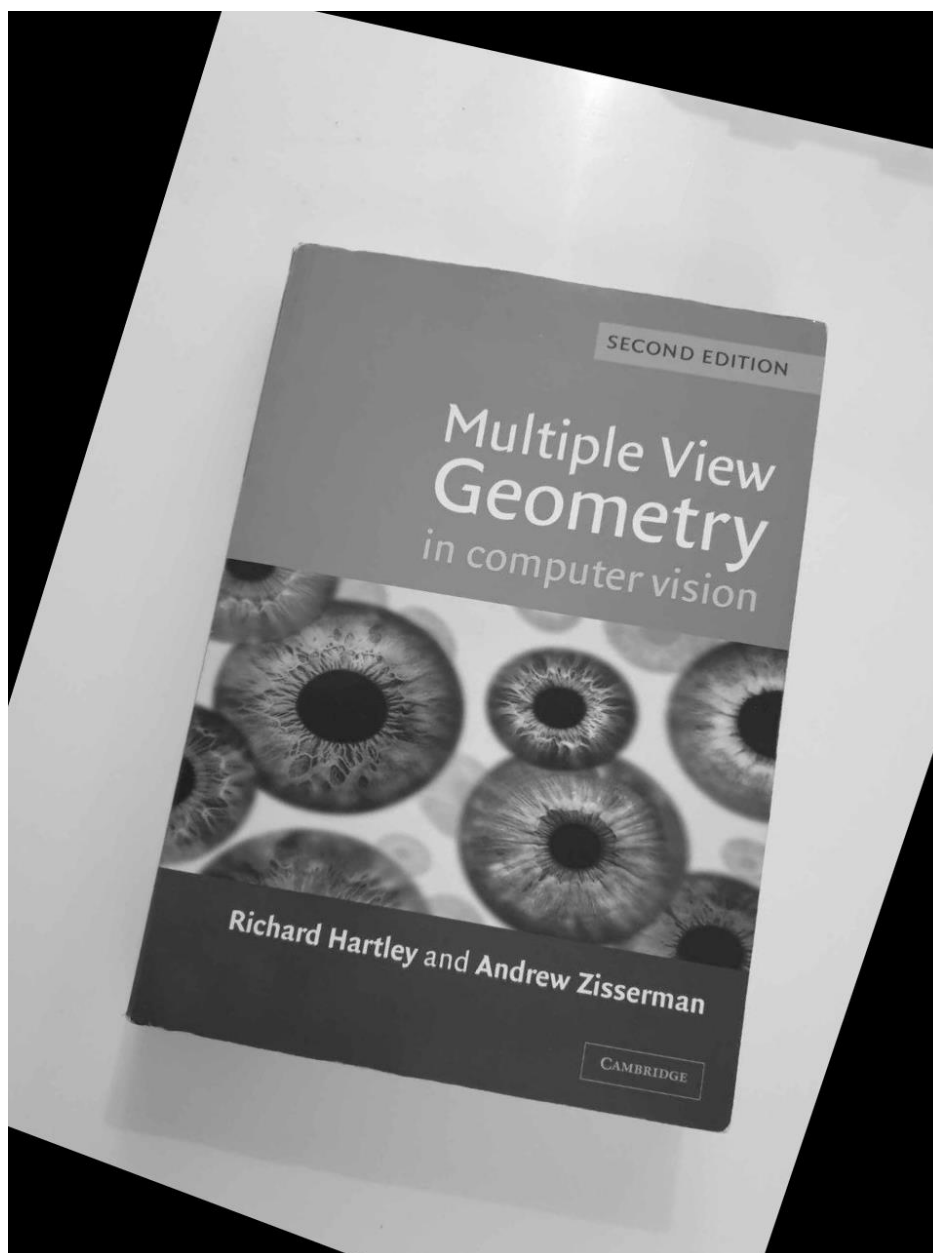
همانطور که مشخص است وقتی مقدار λ کوچک باشند تصویر شناور تقریباً با تصویر ثابت یکی میشود و اطلاعات و جزئیات مربوط به تصویر شناور کاملاً از بین میرود و دو تصویر تقریباً یکسان بدست می آید، همچنین بردارهای deformation field تغییرات شدید و اندازخ بزرگی دارند و پیکسل ها به نقاط خیلی دور از جای اولیه خود منتقل و پراکنده شده اند و مدل overfit شده است. از طرفی وقتی مقدار λ بزرگ است نقاط تصویر شناور به میزان کافی جابجا نشده و انطباق به خوبی انجام نمیشود و به نتیجه مدنظر نمیرسیم و بردارهای deformation field اندازه کوچکی دارند. همچنین در مقادیر بزرگ λ سرعت همگرایی بیشتر است و مدل در گام های کمتری همگرا میشود و در λ کوچک برعکس.

3.

ابتدا با استفاده از orb نقاط keypoints و descriptor ها را بدست میاوریم و نقاط بین دو تصویر را با هم match میکنیم. جفت های بدست آمده را بر اساس فاصله فیچرهای آن ها مرتب کرده و 10 جفت نقطه اول را به عنوان نقاط

register در نظر میگیریم. با استفاده از این نقاط homography را بدست آورده و تبدیل را بر روی تصویر شناور اعمال میکنیم.





4.

(الف)

فرایند image fusion به معنی ادغام دو یا چند تصویر و نمایش آن ها در یک تصویر با اطلاعات بیشتر از آن دو است. این عمل کمک میکند که کیفیت تصویر بهبود یابد و اطلاعات بیشتری را دریافت کنیم و درک بهتر و کامل تری از شی مورد نظر داشته باشیم. همچنین به تشخیص و تحلیل بهتر و دقیق تر کمک میکند.

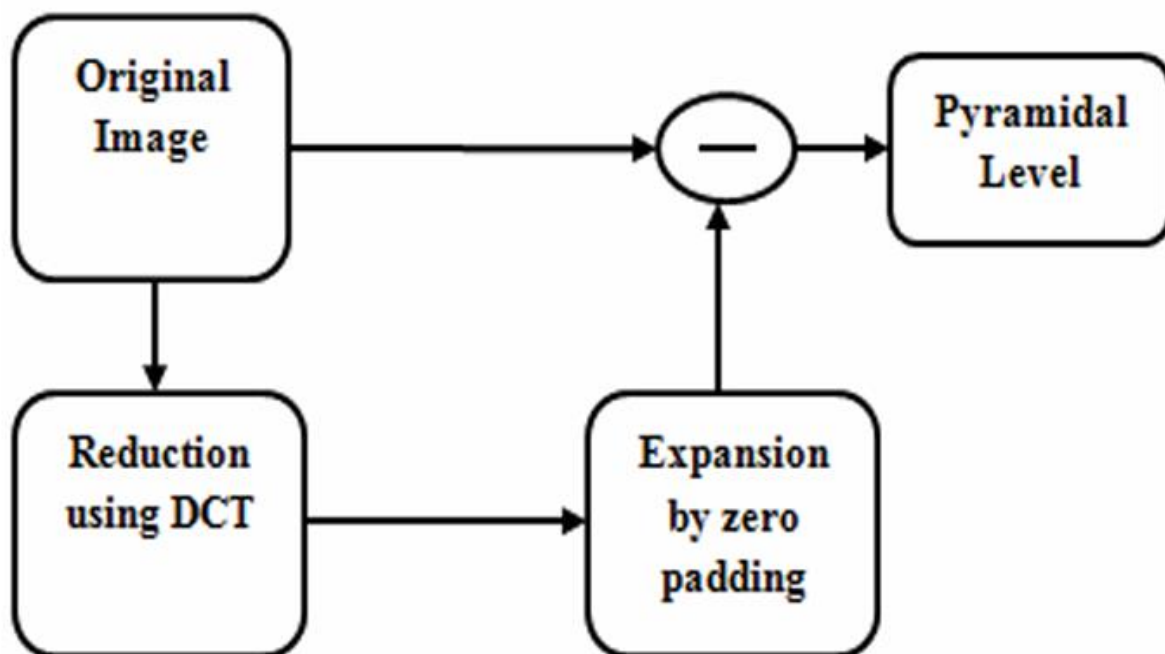
(ب)

هرم لاپلاس شامل چندین لایه تصویر با رزولوشن متفاوت است که در هر لایه با **downsample** کردن تصویر و کم کردن هموار شده ی آن از خودش، یک لایه از هرم لاپلاس را بدست می آوریم که شامل اطلاعات فرکانس بالا و جزئیات تصویر است.

Wavelet Transform technique focuses on recognizing the discontinuities at the edges only, neglecting the discontinuities at the curves and lines. Whereas, Laplacian pyramid emphasizes on capturing the point discontinuity of the image along with decomposing the source image into low sub-band images at the various pyramidal levels. Laplacian pyramid takes the advantage of integrating the details at each Laplace level by retaining large amount of information as well as reducing maximum redundant details from the images.

(ج)

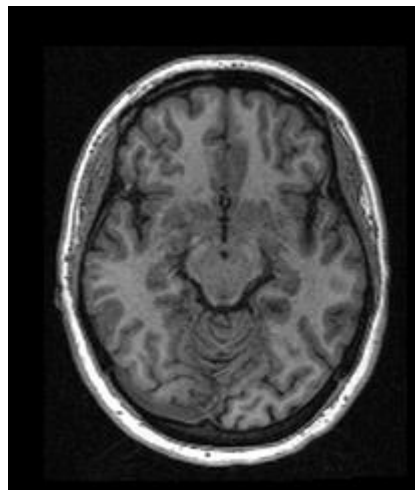
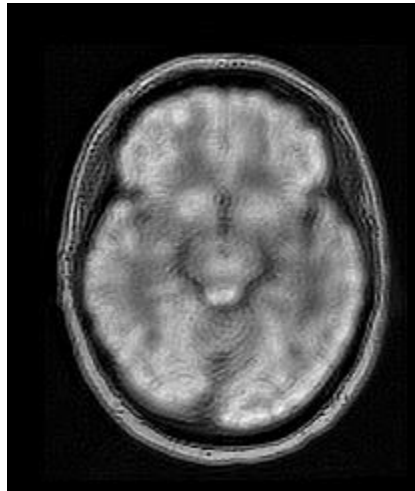
در اینجا بجای **downsample** کردن تصویر، با استفاده از تبدیل **DCT** تصویر را فشرده میکنیم. در هر **level** با نگه داشتن فرکانس های پایین تبدیل **DCT** و کم کردن تصویر فشرده از تصویر سطح **k**، لایه **k** هرم لاپلاس را بدست میاوریم که دارای جزئیات و اطلاعات فرکانس بالای تصویر است.

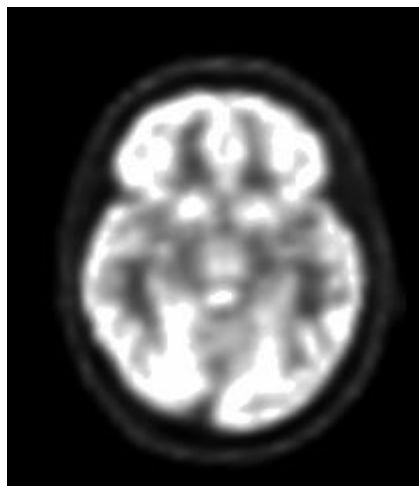


(د)

در این بخش مطابق بخش قبلی هرم های لاپلاس برای هر دو تصویر را بدست میاوریم و در هر لایه دو تصویر را میانگین گرفته و یک هرم لاپلاس جدید میسازیم. سپس با upsample کردن هر لایه و جمع کردن آن با لایه قبلی، حاصل ادغام دو تصویر را بدست میاوریم.

در شکل زیر تصویر اول نتیجه ادغام است.





(۵)

آنترپی یک متغیر تصادفی از رابطه زیر بدست میاید که نشان دهنده متوسط uncertainty آن متغیر یا متوسط غیرمنتظره بودن آن است. هرچه آنترپی بیشتر باشد به تعداد بیت های بیشتری برای کد کردن آن توزیع احتمال نیاز داریم و میزان پراکندگی و بی نظمی و غیرمنتظره بودن آن متغیر تصادفی بیشتر است و دارای اطلاعات بیشتری است.

$$E = - \sum_{L=0}^{L-1} P_l \log_2 P_l$$

6.201860817125071 : Entropy of image1

5.196484998209476 : Entropy of image2

6.953212051484201 : Entropy of fused image

همانطور که میبینیم آنترپی تصویر MRI بیشتر از PET و آنترپی ادغام شده آن ها از هر دو بیشتر است به این دلیل که اطلاعات بیشتری در بر دارد و دارای جزئیات بیشتری است.