

TH1 Praktikum 3 : Ausarbeitung

Carsten Noetzel, Armin Steudte

16.05.2012

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----------|
| 1 Aufgabe 1 | 1 |
| 2 Aufgabe 2 | 6 |
| 2.1 Wiederholtes Senden von Nachrichten | 6 |
| 2.2 Acknowledge beendet wiederholtes Senden | 7 |
| 2.3 Verklemmungsfreiheit | 7 |
| 2.4 Senden von beliebig vielen Nachrichten | 7 |
| 2.5 Funktionstüchtigkeit trotz Nachrichtenverlust | 7 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|----|---|---|
| 1 | beschränktes und lebendiges Netz | 2 |
| 2 | beschränktes und nicht lebendiges Netz | 2 |
| 3 | unbeschränktes und lebendiges Netz | 2 |
| 4 | unbeschränktes und nicht lebendiges Netz | 2 |
| 5 | beschränktes und reversibles Netz | 2 |
| 6 | beschränktes und nicht reversibles Netz | 2 |
| 7 | unbeschränktes und reversibles Netz | 3 |
| 8 | unbeschränktes und nicht reversibles Netz | 3 |
| 9 | Netz mit S-Invariante und mit Verklemmung | 6 |
| 10 | Netz ohne S-Invariante und mit Verklemmung | 6 |
| 11 | Netz mit S-Invariante und ohne Verklemmung | 6 |
| 12 | Netz ohne S-Invariante und ohne Verklemmung | 6 |
| 13 | Netz mit Verklemmung | 7 |
| 14 | EG des Netzes mit Verklemmung | 7 |
| 15 | Netz ohne Verklemmung | 7 |
| 16 | EG des Netzes ohne Verklemmung | 7 |

1 Aufgabe 1

1. Reversibilität / Lebendigkeit

Lebendigkeit \Rightarrow Reversibilität, da aus der Lebendigkeit folgt, dass es eine echt positive T-Invariante gibt für die gilt $\forall t \in T : I_T(t) \geq 1$. Weiterhin setzt ein lebendiges Netz voraus, dass alle $t \in T$ M-aktiviert sind, wodurch man von einer beliebigen Markierung M aus jede

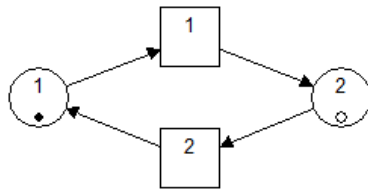


Abbildung 1: beschränktes und lebendiges Netz

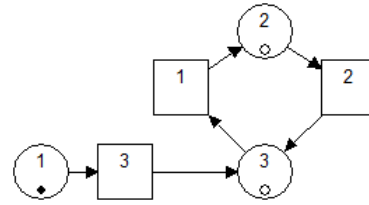


Abbildung 2: beschränktes und nicht lebendiges Netz

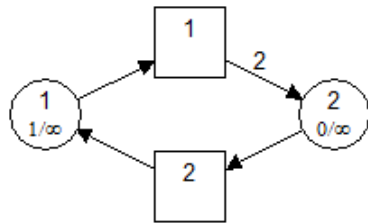


Abbildung 3: unbeschränktes und lebendiges Netz

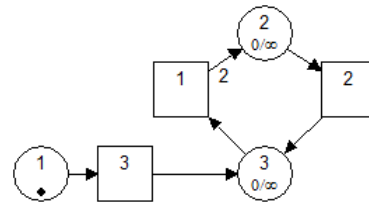


Abbildung 4: unbeschränktes und nicht lebendiges Netz

Transition erreichen können muss.

Die Umkehrung gilt nicht! Reversibilität \nRightarrow Lebendigkeit

2. Beschränktheit / Lebendigkeit

Zwischen der Beschränktheit eines Netzes und seiner Lebendigkeit gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz kann beschränkt und lebendig (Abbildung 1), beschränkt und nicht lebendig (Abbildung 2), unbeschränkt und lebendig (Abbildung 3) und unbeschränkt und nicht lebendig sein (Abbildung 4).

3. Beschränktheit / Reversibilität

Zwischen Beschränktheit und Reversibilität eines Netzes gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz kann beschränkt und reversibel (Abbildung 5), beschränkt und nicht reversibel (Abbildung 6), unbeschränkt und reversibel (Abbildung 7) und unbeschränkt und nicht reversibel sein (Abbildung 8).

4. Erreichbarkeit / Lebendigkeit

Lebendigkeit \Rightarrow Erreichbarkeit

Wenn ein $t \in T$ lebendig ist, muss es $\forall M \in EG$ M-erreichbar sein, daraus folgt $\exists M \in EG$

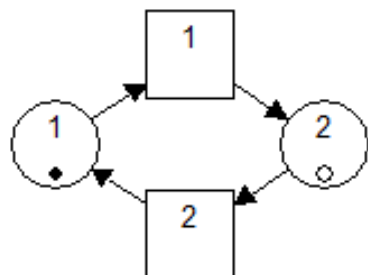


Abbildung 5: beschränktes und reversibles Netz



Abbildung 6: beschränktes und nicht reversibles Netz

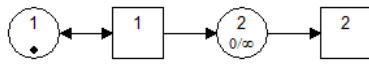


Abbildung 7: unbeschränktes und reversibles Netz

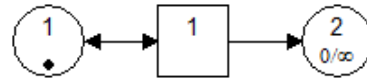


Abbildung 8: unbeschränktes und nicht reversibles Netz

für das gilt t ist aus M erreichbar.

Wenn das Netz lebendig ist, sind alle Transitionen lebendig und damit $\forall M \in EG$ M -erreichbar.

5. Erreichbarkeit / Reversibilität

Reversibilität \Rightarrow Erreichbarkeit

Wenn ein Netz reversibel ist, muss es einen Weg von $M_0 \xrightarrow{*} M \xrightarrow{*} M_0$ geben, somit gilt: $\forall t \in T$ sind von jeder $M \in EG$ M -erreichbar. Die Umkehrung gilt nicht! Erreichbarkeit \nRightarrow Reversibilität

6. Erreichbarkeit / Beschränktheit

Es gibt keinen Zusammenhang. Da die Erreichbarkeit $\forall t \in T$ ein notwendiges Kriterium dafür ist, dass ein Netz lebendig ist, kann an dieser Stelle auf die Beispiele aus Punkt 2 verwiesen werden.

Ein Netz kann beschränkt sein und alle $t \in T$ sind erreichbar (lebendig) (Abbildung 1), beschränkt und nicht alle $t \in T$ sind erreichbar (nicht lebendig) (Abbildung 2), unbeschränkt und alle $t \in T$ sind erreichbar (lebendig) (Abbildung 3) und unbeschränkt und nicht alle $t \in T$ sind erreichbar (nicht lebendig) sein (Abbildung 4).

7. Stelleninvarianten / Lebendigkeit

Stelleninvarianten sagen etwas über die Beschränktheit von Netzen aus. Da bereits gezeigt wurde, dass es keinen Zusammenhang zwischen Beschränktheit und Lebendigkeit gibt, sei hier auf die Beispiele aus Punkt 2 verwiesen.

Für die beschränkten Netze aus Abbildung 1 und 2 gibt es Stelleninvarianten, für die unbeschränkten Netze aus Abbildung 3 und 4 gibt es keine Stelleninvarianten unabhängig davon ob das Netz lebendig ist oder nicht.

8. Stelleninvarianten / Reversibilität

Es gibt keinen direkten Zusammenhang. Gibt es keine Stelleninvariante ist das Netz unbeschränkt und kann sowohl reversibel als auch nicht reversibel sein. Hierzu sei auf die Beispiele von Punkt 3 verwiesen.

9. Stelleninvarianten / Beschränktheit

$\forall p \in P \ I_P(p) > 0$ und $I_P(p') \geq 0 \ \forall p' \in P \Rightarrow p$ ist beschränkt

Gehören alle $p \in P$ einer solchen positiven Stelleninvariante an \Rightarrow Netz ist beschränkt

Die Umkehrung gilt nicht! Beschränktheit $\nRightarrow \forall p \in P$ gehören positiver Stelleninvariante an

10. Stelleninvarianten / Erreichbarkeit

Die Stelleninvariante trifft Aussagen bezüglich der Beschränktheit eines Netzes. Wie bereits unter dem Punkt 6 diskutiert wurde, existiert zwischen Beschränktheit und Erreichbarkeit kein direkter Zusammenhang. Hierbei sei auch auf die unter dem Punkt referenzierten Beispiele verwiesen.

11. Transitionsinvarianten / Lebendigkeit

Zwischen der Transitionsinvariante und Lebendigkeit existiert der Zusammenhang, dass Lebendigkeit \Rightarrow pos. Transitionsinvariante.

Da N_{M_0} lebendig ist, wenn $\forall t \in T$ lebendig sind. Eine Transition $t \in T$ ist lebendig, wenn sie für alle $M \in EG$ M -erreichbar ist. Somit beschreibt die Transitionsinvariante den Zyklus, dass wenn t geschaltet hat es durch geforderte M -Erreichbarkeit auch wieder schalten kann.

12. Transitionsinvarianten / Reversibilität

Wenn N_{M_0} reversibel ist \exists T-Invariante, da es einen Zyklus von $M_0 \xrightarrow{*} M \xrightarrow{*} M_0 \forall M \in EG$ für Reversibilität geben muss.

13. Transitionsinvarianten / Beschränktheit

Die Beschränktheit stellt eine notwendige Bedingung für das Vorliegen einer Transitionsinvariante dar. Ohne Beschränktheit kann es keine Transitionsinvariante geben, da man von einer beliebigen Markierung dann nicht mehr zur gleichen Markierung im EG zurückkommen kann. Es existiert damit keine Schaltsequenz $M \xrightarrow{*} M$.

14. Transitionsinvarianten / Erreichbarkeit

Wie bereits erwähnt folgt aus Lebendigkeit \Rightarrow pos. Transitionsinvariante und Lebendigkeit \Rightarrow Erreichbarkeit. Da für die Lebendigkeit eines Netzes N_{M_0} M-Erreichbarkeit $\forall t \in T$ vorausgesetzt wird und aus Lebendigkeit auf das Vorhandensein einer pos. Transitionsinvariante geschlossen werden kann gilt: Positive Transitionsinvariante \Leftarrow Lebendigkeit \Rightarrow Erreichbarkeit.

15. Transitionsinvarianten / Stelleninvarianten

Damit eine Transitionsinvariante existieren kann muss das Netz N mindestens aus einer Transition und einer Stelle bestehen (die Stelle p_1 stellt die Vor- und Nachbedingung von t_1 in diesem Fall dar, $\bullet t_1 = \{p_1\}$ und $t_1 \bullet = \{p_1\}$).

Da mit dem Vorhandensein einer Stelle auch eine Stelleninvariante existiert gilt: $\exists \text{Transitionsinvariante} \Rightarrow \exists \text{Stelleninvariante}$

16. Überdeckungsgraph / Lebendigkeit

Lebendigkeit baut auf dem EG auf. Ist eine Transition $t \in T$ im EG M-erreichbar, so ist sie auch im UG M-erreichbar. Somit ist ein Netz N welches im EG lebendig ist auch im UG lebendig.

17. Überdeckungsgraph / Reversibilität

$\exists \omega$ -Markierung im UG \Rightarrow EG ist unendlich \Rightarrow Netz ist nicht reversibel, da keine Schaltsequenz $M_0 \xrightarrow{*} M_0$ existiert.

18. Überdeckungsgraph / Beschränktheit

Sind UG und EG identisch (keine ω -Markierungen im UG) \Rightarrow das Netz N ist beschränkt. $\exists \omega$ -Markierung im UG \Rightarrow Netz N ist unbeschränkt.

19. Überdeckungsgraph / Erreichbarkeit

Ist eine Transition im EG M-erreichbar, so ist sie auch im UG M-erreichbar. $\exists M \in EG \Rightarrow M \in UG$ ggf. überdeckt durch ω -Markierung.

20. Überdeckungsgraph / Stelleninvarianten

\exists P-Invariante dann ist das Netz N beschränkt. Wenn das Netz beschränkt ist sind EG und UG identisch. Das bedeutet: \exists P-Invariante \Rightarrow EG=UG.

21. Überdeckungsgraph / Transitionsinvarianten

\exists T-Invariante so gibt es einen Zyklus EG. Somit existiert dieser Zyklus auch im UG.

22. Kondensation des EG / Lebendigkeit

Besitz der KG des EG mehr als einen Knoten so ist das Netz nicht lebendig, da die Transition t , die zwischen zwei Knoten im KG schaltet, nicht M-erreichbar ist.

Somit kann die Bedingung für Lebendigkeit ($\forall t \in T, t$ ist M-erreichbar) nicht erfüllt sein.

23. Kondensation des EG / Reversibilität

Besitzt eine KG mehr als einen Knoten \Rightarrow das Netz N ist nicht reversibel, da ein Reversibles Netz von jeder Markierung M im EG nach M_0 schalten kann und somit zu einem Knoten im KG zusammenfällt.

24. Kondensation des EG / Beschränktheit
Um einen KG aufbauen zu können muss das Netz beschränkt sein. Der EG eines unbeschränkten Netzes ist unendlich, wodurch sich kein KG erstellen lässt.
25. Kondensation des EG / Erreichbarkeit
KG hat mehr als einen Knoten \Rightarrow nicht alle $t \in T$ sind M-erreichbar (vgl. 22).
26. Kondensation des EG / Stelleninvarianten
Zwischen der Kondensation des EG (KG) und den Stelleninvarianten eines Netzes gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz muss beschränkt sein, damit der KG erzeugt werden kann, was bei unbeschränkten Netzen nicht der Fall ist. Daraus folgt:
Netz ist unbeschränkt \Rightarrow EG kann nicht erzeugt werden.
27. Kondensation des EG / Transitionsinvarianten
Zwischen der Kondensation des EG (KG) und den Transitionsinvarianten eines Netzes gibt es keinen Zusammenhang. Zwar zeigen die einzelnen Komponenten des KG Zyklen des Netzes, doch können diese Komponenten auch Senken im Netz sein. Das ist allein aus den Komponenten nicht ersichtlich. Verwiesen sei hier auch die Beispiele von Punkt 36 bei dem wir sowohl Netze mit als auch ohne Transitionsinvarianten haben (Abbildung 13 und 15) und die KGs gleich aussehen.
28. Kondensation des EG / Überdeckungsgraph
Die Kondensation des EG (KG) und der Überdeckungsgraph (UG) bauen beide auf dem Erreichbarkeitsgraphen (EG) des Netzes auf. Der UG wird genutzt um endliche Netze zu erhalten, wenn der EG eines Netzes aufgrund der Unbeschränktheit unendlich groß wird und der KG zeigt Zyklen im Netz auf und fasst diese zu Komponenten zusammen.
29. Verklemmung / Lebendigkeit
Verklemmung \Rightarrow nicht lebendig
Für die Lebendigkeit eines Netzes gilt $\forall t \in T$ sind M-Erreichbar, d.h. man kann von jeder Markierung $M \in EG$ jede Transition irgendwann einmal schalten. Da wird bei einer Verklemmung in einen Zustand M gelangen in dem keine Transition mehr aktiviert ist, wird die Bedingung für die Lebendigkeit nicht erfüllt und das Netz kann nicht lebendig sein. Die Umkehrung gilt nicht! nicht lebendig \nRightarrow Verklemmung
30. Verklemmung / Reversibilität
Verklemmung \Rightarrow nicht reversibel
Gelangt das Netz in einen Zustand in dem es keine aktivierten Transitionen mehr gibt, liegt eine Verklemmung vor. Da keine Transition mehr schalten kann, hat das Netz keine Möglichkeit wieder in seinen Ursprungszustand zurückzukehren. Die Bedingung $M_0 \xrightarrow{*} M \xrightarrow{*} M_0$ für die Reversibilität ist verletzt.
31. Verklemmung / Beschränktheit
Zwischen Verklemmung und Beschränktheit gibt es keinen Zusammenhang. An dieser Stelle sei auf die Beispiele aus Punkt 34 verwiesen. Dort ist ein beschränktes Netz mit Verklemmung (Abbildung 9) und ohne Verklemmung (Abbildung 11), sowie ein unbeschränktes Netz mit Verklemmung (Abbildung 10) und ohne Verklemmung (Abbildung 12) dargestellt.
32. Verklemmung / Erreichbarkeit
Es gilt Verklemmung \Rightarrow Netz ist nicht lebendig (siehe Punkt 29) und aus dieser nicht Lebendigkeit des Netzes folgt: $\exists t \in T$ für das Gilt t ist nicht M-Erreichbar. Durch diese transitive Abhängigkeit lässt sich folgern:
Verklemmung $\Rightarrow \exists t \in T : t$ ist nicht M-Erreichbar
33. Verklemmung / Stelleninvarianten
Zwischen Stelleninvarianten und Verklemmungen gibt es keinen Zusammenhang. Man kann sowohl ein Netz bauen, das eine Stelleninvariante besitzt und eine Verklemmung hat (Ab-

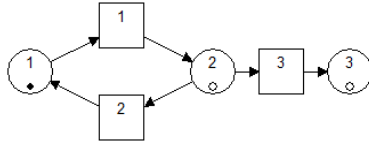


Abbildung 9: Netz mit S-Invariante und mit Verklemmung

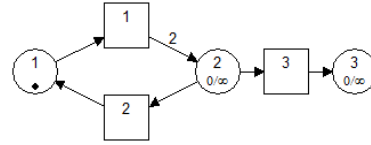


Abbildung 10: Netz ohne S-Invariante und mit Verklemmung

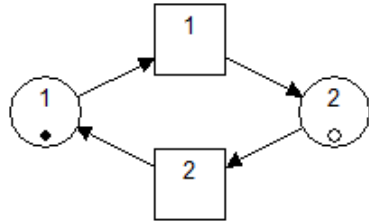


Abbildung 11: Netz mit S-Invariante und ohne Verklemmung

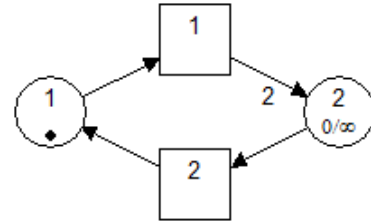


Abbildung 12: Netz ohne S-Invariante und ohne Verklemmung

bildung 9), keine Stelleninvariante besitzt und eine Verklemmung hat (Abbildung 10) oder mit Stelleninvariante verklemmungsfrei ist (Abbildung 11) bzw. ohne Stelleninvariante verklemmungsfrei ist (Abbildung 12).

34. Verklemmung / Transitionsinvarianten

Liegt eine positive Transitionsinvariante vor, so gilt $\forall t \in T : I_T(t) \geq 1$. Das heißt alle Transitionen schalten mindestens einmal. Daraus folgt, dass auch die Transition die zu einer Verklemmung führen müsste schaltet. Da die Transitionsinvariante jedoch Zyklen im Netz beschreibt, kann es nicht zu keiner Verklemmung kommen, da die T-Invariante beliebig oft schalten kann.

positive T-Invariante \Rightarrow keine Verklemmung

35. Verklemmung / Überdeckungsgraph

Wenn $\exists M \in UG$ für das gilt $\forall t \in T$ sind nicht aktiviert \Rightarrow Verklemmung

Gibt es im UG eine Markierung M für die gilt, dass keine Transition aktiviert ist und schalten kann, liegt eine Verklemmung vor und der Zustand kann nicht mehr verlassen werden.

36. Verklemmung / Kondensation des EG

Man kann dem kondensierten Erreichbarkeitsgraphen eines Netzes nicht ansehen, ob das Netz verklemmt ist oder nicht. Abbildung 13 zeigt ein Netz mit Verklemmung und den dazugehörigen KG in Abbildung 14. Dieser KG ähnelt dem des nicht verklemmten Netzes aus Abbildung 15 mit dem KG aus Abbildung 16.

2 Aufgabe 2

2.1 Wiederholtes Senden von Nachrichten

Eine wichtige Funktion des Alternating Bit Protokolls ist das wiederholte Senden von Nachrichten bis zum Eintreffen eines korrespondierenden Acknowledgепакets(-bits). Die Eigenschaft des wiederholten Sendens entspricht einem Zyklus im EG und ließe sich mit Hilfe von T-Invarianten und ggf. des Kondensierten EG nachweisen.



Abbildung 13: Netz mit Verklemmung

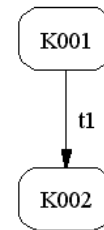


Abbildung 14: EG des Netzes mit Verklemmung

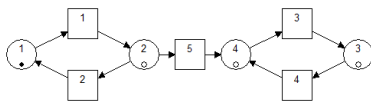


Abbildung 15: Netz ohne Verklemmung

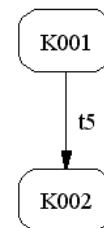


Abbildung 16: EG des Netzes ohne Verklemmung

2.2 Acknowledge beendet wiederholtes Senden

Zum Nachweis, dass Acknowledges gesendet und erhalten werden, wodurch es zu keinem unendlichen wiederholtem Senden von Paketen kommt, könnte die Eigenschaft der Verklemmungsfreiheit herangezogen werden.

2.3 Verklemmungsfreiheit

Das Protokoll gibt einen strikten Ablauf vor, in dem keine Zustände vorgesehen sind in denen nichts getan wird. Somit muss bei der Modellierung drauf geachtet werden, dass das Netz verklemmungsfrei ist. Das Protokoll definiert kein Ende "wiederholt diese solange, bis er vom Sender eine Nachricht mit dem anderen Bit, also das nächste Paket erhält" wodurch es keinen Zustand geben darf in dem keine Transition mehr aktiv ist.

2.4 Senden von beliebig vielen Nachrichten

Das Protokoll soll beliebige Nachrichtenfolgen ermöglichen. Hierzu ist es wichtig, dass das Protokoll wieder in seinen Anfangszustand gelangen kann, so dass wieder eine Nachricht mit positivem und negativem Bit gesendet werden kann. Nachweisen ließen sich dies mittels der Reversibilität des Netzes.

2.5 Funktionstüchtigkeit trotz Nachrichtenverlust

Da bei der Übertragung beliebig viele Nachrichten verloren gehen können, muss dafür gesorgt werden, dass das zu erstellende Netz lebendig ist. Dadurch wird sichergestellt, dass alle Transition

aus allen Markierungen heraus irgendwann einem schalten können, da für die Lebendigkeit gilt:
 $\forall t \in T : t$ ist M-erreichbar. Das Netz darf bei einem Nachrichtenverlust nicht aufhören Nachrichten zu senden, solange bis die Bestätigungsnachricht mit dem invertierten Kontrollbit ankommt.