

# TH1 Praktikum 3 : Ausarbeitung

Carsten Noetzel, Armin Steudte

16.05.2012

## Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabe 1	1
2	Aufgabe 2	6

## Abbildungsverzeichnis

1	beschränktes und lebendiges Netz . . . . .	1
2	beschränktes und nicht lebendiges Netz . . . . .	1
3	unbeschränktes und lebendiges Netz . . . . .	2
4	unbeschränktes und nicht lebendiges Netz . . . . .	2
5	beschränktes und reversibles Netz . . . . .	2
6	beschränktes und nicht reversibles Netz . . . . .	2
7	unbeschränktes und reversibles Netz . . . . .	2
8	unbeschränktes und nicht reversibles Netz . . . . .	2
9	Netz mit S-Invariante und mit Verklemmung . . . . .	5
10	Netz ohne S-Invariante und mit Verklemmung . . . . .	5
11	Netz mit S-Invariante und ohne Verklemmung . . . . .	5
12	Netz ohne S-Invariante und ohne Verklemmung . . . . .	5
13	Netz mit Verklemmung . . . . .	6
14	EG des Netzes mit Verklemmung . . . . .	6
15	Netz ohne Verklemmung . . . . .	6
16	EG des Netzes ohne Verklemmung . . . . .	6

## 1 Aufgabe 1

### 1. Reversibilität / Lebendigkeit

Lebendigkeit  $\Rightarrow$  Reversibilität, da aus der Lebendigkeit folgt, dass es eine echt positive T-Invariante gibt für die gilt  $\forall t \in T : I_T(t) \geq 1$ . Weiterhin setzt ein lebendiges Netz voraus, dass alle  $t \in T$  M-aktiviert sind, wodurch man von einer beliebigen Markierung M aus jede Transition erreichen können muss.

Die Umkehrung gilt nicht! Reversibilität  $\nRightarrow$  Lebendigkeit

### 2. Beschränktheit / Lebendigkeit

Zwischen der Beschränktheit eines Netzes und seiner Lebendigkeit gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz kann beschränkt und lebendig (Abbildung 1), beschränkt und

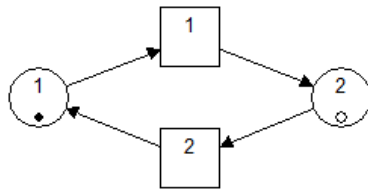


Abbildung 1: beschränktes und lebendiges Netz

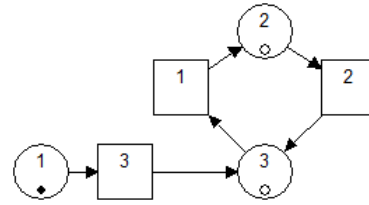


Abbildung 2: beschränktes und nicht lebendiges Netz

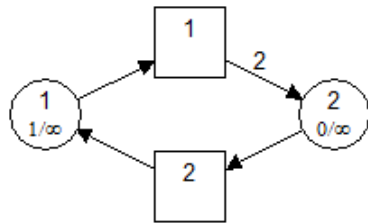


Abbildung 3: unbeschränktes und lebendiges Netz

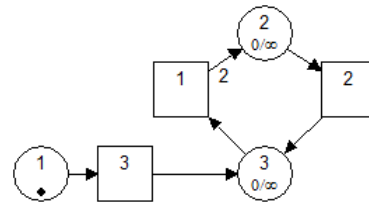


Abbildung 4: unbeschränktes und nicht lebendiges Netz

nicht lebendig (Abbildung 2), unbeschränkt und lebendig (Abbildung 3) und unbeschränkt und nicht lebendig sein (Abbildung 4).

### 3. Beschränktheit / Reversibilität

Zwischen Beschränktheit und Reversibilität eines Netzes gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz kann beschränkt und reversibel (Abbildung 5), beschränkt und nicht reversibel (Abbildung 6), unbeschränkt und reversibel (Abbildung 7) und unbeschränkt und nicht reversibel sein (Abbildung 8).

### 4. Erreichbarkeit / Lebendigkeit

Lebendigkeit  $\Rightarrow$  Erreichbarkeit

Wenn ein  $t \in T$  lebendig ist, muss es  $\forall M \in EG$  M-erreichbar sein, daraus folgt  $\exists M \in EG$  für das gilt t ist aus M erreichbar.

Wenn das Netz lebendig ist, sind alle Transitionen lebendig und damit  $\forall M \in EG$  M-erreichbar.

### 5. Erreichbarkeit / Reversibilität

Reversibilität  $\Rightarrow$  Erreichbarkeit

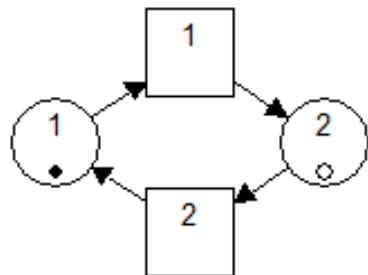


Abbildung 5: beschränktes und reversibles Netz



Abbildung 6: beschränktes und nicht reversibles Netz

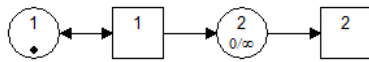


Abbildung 7: unbeschränktes und reversibles Netz

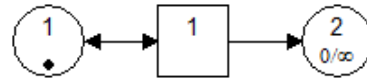


Abbildung 8: unbeschränktes und nicht reversibles Netz

Wenn ein Netz reversibel ist, muss es einen Weg von  $M_0 \xrightarrow{*} M \xrightarrow{*} M_0$  geben, somit gilt:  $\forall t \in T$  sind von jeder  $M \in EG$   $M$ -erreichbar. Die Umkehrung gilt nicht! Erreichbarkeit  $\nRightarrow$  Reversibilität

#### 6. Erreichbarkeit / Beschränktheit

Es gibt keinen Zusammenhang. Da die Erreichbarkeit  $\forall t \in T$  ein notwendiges Kriterium dafür ist, dass ein Netz lebendig ist, kann an dieser Stelle auf die Beispiele aus Punkt 2 verwiesen werden.

Ein Netz kann beschränkt sein und alle  $t \in T$  sind erreichbar (lebendig) (Abbildung 1), beschränkt und nicht alle  $t \in T$  sind erreichbar (nicht lebendig) (Abbildung 2), unbeschränkt und alle  $t \in T$  sind erreichbar (lebendig) (Abbildung 3) und unbeschränkt und nicht alle  $t \in T$  sind erreichbar (nicht lebendig) sein (Abbildung 4).

#### 7. Stelleninvarianten / Lebendigkeit

Stelleninvarianten sagen etwas über die Beschränktheit von Netzen aus. Da bereits gezeigt wurde, dass es keinen Zusammenhang zwischen Beschränktheit und Lebendigkeit gibt, sei hier auf die Beispiele aus Punkt 2 verwiesen.

Für die beschränkten Netze aus Abbildung 1 und 2 gibt es Stelleninvarianten, für die unbeschränkten Netze aus Abbildung 3 und 4 gibt es keine Stelleninvarianten unabhängig davon ob das Netz lebendig ist oder nicht.

#### 8. Stelleninvarianten / Reversibilität

Es gibt keinen direkten Zusammenhang. Gibt es keine Stelleninvariante ist das Netz unbeschränkt und kann sowohl reversibel als auch nicht reversibel sein. Hierzu sei auf die Beispiele von Punkt 3 verwiesen.

#### 9. Stelleninvarianten / Beschränktheit

$\forall p \in P \ I_P(p) > 0$  und  $I_P(p') \geq 0 \ \forall p' \in P \Rightarrow p$  ist beschränkt

Gehören alle  $p \in P$  einer solchen positiven Stelleninvariante an  $\Rightarrow$  Netz ist beschränkt

Die Umkehrung gilt nicht! Beschränktheit  $\nRightarrow \forall p \in P$  gehören positiver Stelleninvariante an

#### 10. Stelleninvarianten / Erreichbarkeit

#### 11. Transitionsinvarianten / Lebendigkeit

#### 12. Transitionsinvarianten / Reversibilität

#### 13. Transitionsinvarianten / Beschränktheit

#### 14. Transitionsinvarianten / Erreichbarkeit

#### 15. Transitionsinvarianten / Stelleninvarianten

#### 16. Überdeckungsgraph / Lebendigkeit

17. Überdeckungsgraph / Reversibilität
18. Überdeckungsgraph / Beschränktheit
19. Überdeckungsgraph / Erreichbarkeit
20. Überdeckungsgraph / Stelleninvarianten
21. Überdeckungsgraph / Transitionsinvarianten
22. Kondensation des EG / Lebendigkeit
23. Kondensation des EG / Reversibilität
24. Kondensation des EG / Beschränktheit
25. Kondensation des EG / Erreichbarkeit
26. Kondensation des EG / Stelleninvarianten  
Zwischen der Kondensation des EG (KG) und den Stelleninvarianten eines Netzes gibt es keinen direkten Zusammenhang. Ein Netz muss beschränkt sein, damit der KG erzeugt werden kann, was bei unbeschränkten Netzen nicht der Fall ist. Daraus folgt:  
Netz ist unbeschränkt  $\Rightarrow$  EG kann nicht erzeugt werden.
27. Kondensation des EG / Transitionsinvarianten  
Zwischen der Kondensation des EG (KG) und den Transitionsinvarianten eines Netzes gibt es keinen Zusammenhang. Zwar zeigen die einzelnen Komponenten des KG Zyklen des Netzes, doch können diese Komponenten auch Senken im Netz sein. Das ist allein aus den Komponenten nicht ersichtlich. Verwiesen sei hier auch die Beispiele von Punkt 36 bei dem wir sowohl Netze mit als auch ohne Transitionsinvarianten haben (Abbildung 13 und 15) und die KGs gleich aussehen.
28. Kondensation des EG / Überdeckungsgraph  
Die Kondensation des EG (KG) und der Überdeckungsgraph (UG) bauen beide auf dem Erreichbarkeitsgraphen (EG) des Netzes auf. Der UG wird genutzt um endliche Netze zu erhalten, wenn der EG eines Netzes aufgrund der Unbeschränktheit unendlich groß wird und der KG zeigt Zyklen im Netz auf und fasst diese zu Komponenten zusammen.
29. Verklemmung / Lebendigkeit  
Verklemmung  $\Rightarrow$  nicht lebendig  
Für die Lebendigkeit eines Netzes gilt  $\forall t \in T$  sind M-Erreichbar, d.h. man kann von jeder Markierung  $M \in EG$  jede Transition irgendwann einmal schalten. Da wird bei einer Verklemmung in einen Zustand M gelangen in dem keine Transition mehr aktiviert ist, wird die Bedingung für die Lebendigkeit nicht erfüllt und das Netz kann nicht lebendig sein. Die Umkehrung gilt nicht! nicht lebendig  $\nRightarrow$  Verklemmung
30. Verklemmung / Reversibilität  
Verklemmung  $\Rightarrow$  nicht reversibel

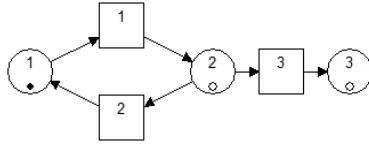


Abbildung 9: Netz mit S-Invariante und mit Verklemmung

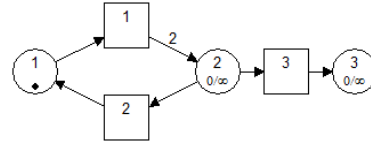


Abbildung 10: Netz ohne S-Invariante und mit Verklemmung

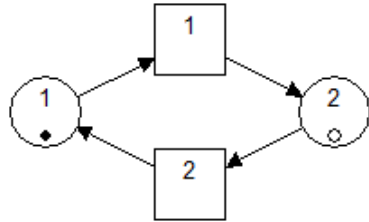


Abbildung 11: Netz mit S-Invariante und ohne Verklemmung

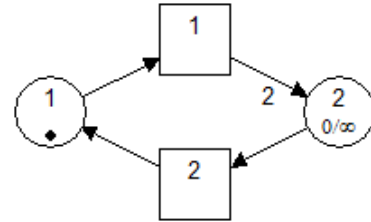


Abbildung 12: Netz ohne S-Invariante und ohne Verklemmung

Gelangt das Netz in einen Zustand in dem es keine aktivierten Transitionen mehr gibt, liegt eine Verklemmung vor. Da keine Transition mehr schalten kann, hat das Netz keine Möglichkeit wieder in seinen Ursprungszustand zurückzukehren. Die Bedingung  $M_0 \xrightarrow{*} M \xrightarrow{*} M_0$  für die Reversibilität ist verletzt.

### 31. Verklemmung / Beschränktheit

Zwischen Verklemmung und Beschränktheit gibt es keinen Zusammenhang. An dieser Stelle sei auf die Beispiele aus Punkt 34 verwiesen. Dort ist ein beschränktes Netz mit Verklemmung (Abbildung 9) und ohne Verklemmung (Abbildung 11), sowie ein unbeschränktes Netz mit Verklemmung (Abbildung 10) und ohne Verklemmung (Abbildung 12) dargestellt.

### 32. Verklemmung / Erreichbarkeit

Es gilt  $\text{Verklemmung} \Rightarrow \text{Netz ist nicht lebendig}$  (siehe Punkt 29) und aus dieser nicht Lebendigkeit des Netzes folgt:  $\exists t \in T$  für das Gilt  $t$  ist nicht M-Erreichbar. Durch diese transitive Abhängigkeit lässt sich folgern:

$\text{Verklemmung} \Rightarrow \exists t \in T : t \text{ ist nicht M-Erreichbar}$

### 33. Verklemmung / Stelleninvarianten

Zwischen Stelleninvarianten und Verklemmungen gibt es keinen Zusammenhang. Man kann sowohl ein Netz bauen, das eine Stelleninvariante besitzt und eine Verklemmung hat (Abbildung 9), keine Stelleninvariante besitzt und eine Verklemmung hat (Abbildung 10) oder mit Stelleninvariante verklemmungsfrei ist (Abbildung 11) bzw. ohne Stelleninvariante verklemmungsfrei ist (Abbildung 12).

### 34. Verklemmung / Transitionsinvarianten

Liegt eine positive Transitionsinvariante vor, so gilt  $\forall t \in T : I_T(t) \geq 1$ . Das heißt alle Transitionen schalten mindestens einmal. Daraus folgt, dass auch die Transition die zu einer Verklemmung führen müsste schaltet. Da die Transitionsinvariante jedoch Zyklen im Netz beschreibt, kann es nicht zu keiner Verklemmung kommen, da die T-Invariante beliebig oft schalten kann.

positive T-Invariante  $\Rightarrow$  keine Verklemmung

### 35. Verklemmung / Überdeckungsgraph

Wenn  $\exists M \in UG$  für das gilt  $\forall t \in T$  sind nicht aktiviert  $\Rightarrow$  Verklemmung

Gibt es im UG eine Markierung M für die gilt, dass keine Transition aktiviert ist und schalten



Abbildung 13: Netz mit Verklemmung

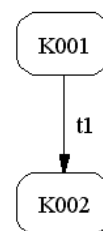


Abbildung 14: EG des Netzes mit Verklemmung

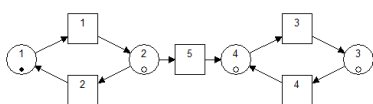


Abbildung 15: Netz ohne Verklemmung

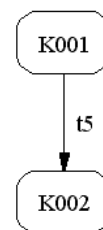


Abbildung 16: EG des Netzes ohne Verklemmung

kann, liegt eine Verklemmung vor und der Zustand kann nicht mehr verlassen werden.

### 36. Verklemmung / Kondensation des EG

Man kann dem kondensierten Erreichbarkeitsgraphen eines Netzes nicht ansehen, ob das Netz verklemmt ist oder nicht. Abbildung 13 zeigt ein Netz mit Verklemmung und den dazugehörigen KG in Abbildung 14. Dieser KG ähnelt dem des nicht verklemmten Netzes aus Abbildung 15 mit dem KG aus Abbildung 16.

## 2 Aufgabe 2