

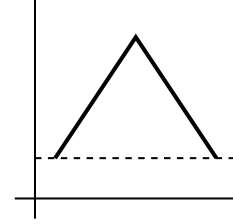
**Rolle's theorem**

Let  $f(x)$  be a function such that

- it is continuous on  $[a, b]$ ,
- it is differentiable on  $(a, b)$ , and
- $f(a) = f(b)$ .

then

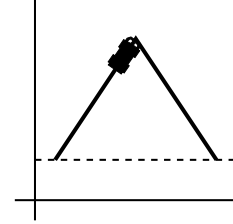
$$\exists \xi \in (a, b) \quad f'(\xi) = 0.$$



**Fig 36**

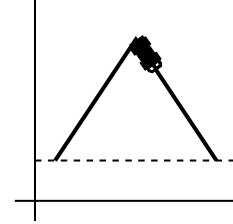
আমরা

এক্ষুণি এটা প্রমাণ করব, আগে শর্তগুলো ভালো করে বুঝে নিই একটা শর্ত রয়েছে “continuous on  $[a, b]$  and differentiable on  $(a, b)$ .” এটা নিয়ে অনেক ছাত্রই খতমত খেয়ে যায়, continuity র বেলায় closed interval, আর differentiability র বেলায় open interval কেন? সেটা বোঝা যাক



**Fig 37**

- যদি  $(a, b)$  র মধ্যে কোথাও differentiable না হয় তবে কি বিপদ সেটা তো আগেই বলেছি (Fig 36) কোনো গাড়ীর চলার পথ অবশ্য এরকম হতে পারে না যদি হত, তবে গাড়ীটাকে Fig 37 এর অবস্থান থেকে একলাফে Fig 38 এর অবস্থানে পৌঁছতে হত, যেটা অসম্ভব লক্ষ কর যে,  $f(x)$  যদি  $x = a$  বা  $x = b$  তে differentiable নাও হয় তাতেও আমাদের কিছু এসে যায় না (Fig 39)



**Fig 38**

- যেহেতু  $f(x)$  function টা  $(a, b)$  র উপর differentiable তাই সেটা  $(a, b)$  র সর্বত্র continuous হতেও বাধ্য কিছু সেটাই যথেষ্ট নয় যদি  $x = a$  বা  $x = b$  তে continuous না হয়, তাহলে গন্ডগোল হতে পারে Fig 40 দ্যাখো তাই আমরা শর্ত দিয়েছি যে পুরো  $[a, b]$  র উপরেই continuous হতে হবে

আচ্ছা বল তো, নীচের দুটো শর্তের মধ্যে কোনটা বেশী শক্তিশালী?

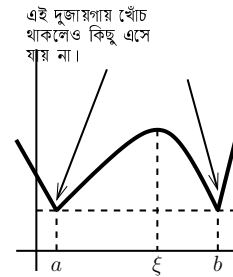
$$f(x) \text{ is continuous on } (a, b)$$

না কি

$$f(x) \text{ is continuous on } [a, b]?$$

অবশ্যই দ্বিতীয়টা বেশী শক্তিশালী, কারণ  $(a, b) \subset [a, b]$ , তাই দ্বিতীয়টা হলে প্রথমটা হবেই, যদিও প্রথমটা হলেও দ্বিতীয়টা নাও হতে পারে একইভাবে “ $f(x)$  is differentiable on  $(a, b)$ ” র চেয়ে বেশী শক্তিশালী হল “ $f(x)$  is differentiable on  $[a, b]$ .”

যারা না বুঝে Rolle's theorem মুখস্থ করার চেষ্টা করে তারা অনেক সময়ে শর্তগুলো এদিক ওদিক করে ফেলে সেটা এড়াবার জন্য নীচের অংকটা কর



**Fig 39**