

# Chapter I

## অংক লেখার কায়দা

DAY 1

### অংকের ভাষা

অংকের একটা নিজস্ব ভাষা আছে। সেই ভাষাটা একটু রপ্ত না করে নিলে অংক শেখা কঠিন। প্রথমে আমরা সেইটা নিয়ে আলোচনা করব।

#### 1.1 সাধারণ ভাষার সমস্যা

ধর যদি বলি

“I saw a girl with a telescope.”

এর মানে কি? এর দু’রকম অর্থ হতে পারে। এক, আমি টেলিস্কোপ দিয়ে একটা মেয়েকে দেখতে পেয়েছি। আর দুই, একটা মেয়ে যাচ্ছিল একটা টেলিস্কোপ নিয়ে, আমি তাকে দেখেছি। ইংরাজি বাক্যটা থেকে কিছু মোটেই বোঝা যাচ্ছে না, যে আমি এ দুয়ের মধ্যে কোন অর্থটা বোঝাতে চেয়েছিলাম। বলাই বাহুল্য যে এরকম ভাষায় অংক লিখলে মানে বোঝা কঠিন। লেখক হয়তো একটা মানে ভেবে লিখেছেন, এদিকে পাঠক অন্য মানে করে বসে আছে। এরকম ক্ষেত্রে আমরা অবশ্য ব্র্যাকেট লাগিয়ে মানেটা বোঝাতে পারতাম (যদিও সেটা দেখতে বিচ্ছিন্ন হত)। যেমন যদি লিখতাম

“(I saw a girl) with a telescope.”

তার মানে আমি একটা টেলিস্কোপ দিয়ে একটা মেয়ে দেখেছি। আর যদি বলতে চাইতাম যে আমি টেলিস্কোপ-ওয়ালা একটা মেয়ে দেখেছি, তবে ব্র্যাকেটটা অন্যভাবে দিতাম—

“I saw (a girl with a telescope).”

অবশ্য প্রতিদিনের ভাষায় আমরা এরকম ব্র্যাকেট বসাই না। তাতে আমাদের অসুবিধা হয় না কেন? সেটা বোঝার জন্য এই বাক্যটা দ্যাখো, এটাও গঠনগতভাবে আগের বাক্যটার মতই—

“I went to a college with a bag.”

এখানেও আমরা এর দুটো মানে করতে পারি। এক, “(I went to a college) with a bag.” তার মানে আমি কলেজে গেছিলাম,

(I saw a girl)  
with a telescope.



**Fig 1**

I saw (a girl with  
a telescope).



**Fig 2**

এবং তখন সঙ্গে একটা ব্যাগ ছিল। আর দুই, “I went to (a college with a bag).” যার মানে আমি একটা ব্যাগ-ওয়ালা কলেজে গেছিলাম। এখানে কিছু আমাদের সন্দেহ নেই যে দ্বিতীয় মানেটা আসলে ফালতু, কারণ “ব্যাগ-ওয়ালা কলেজ” বলে কিছু হয় না। তাহলে বোঝা, এই বাক্যটা শোনামাত্র আমাদের মস্তিষ্ক মনে মনে দুইভাবে ব্র্যাকেট বসিয়ে দেখেছে যে দ্বিতীয় অর্থটার কোনো মানে দাঁড়ায় না, তাই প্রথম অর্থটাকে রেখেছে। এই যে আমরা চট করে বলতে পারলাম যে “ব্যাগ-ওয়ালা কলেজ” বলে কিছু হয় না, তার কারণ আমরা ব্যাগ এবং কলেজ দুটো জিনিসের সঙ্গেই খুব ভালো করে পরিচিত। তাই জানি যে একটাকে আরেকটার ঘাড়ে চাপানো যায় না। অর্থাৎ “I went to a college with a bag” বাক্যটার অর্থ বোঝার জন্য আমাদের কলেজ এবং ব্যাগ সম্পর্কে বাড়তি জ্ঞানের দরকার পড়ল।

কিন্তু অংক শেখার সময়ে আমরা বহু নতুন ধারণার অবতারণা করব যোগুলোর বিষয়ে আমাদের আগেভাগে বাড়তি জ্ঞান থাকবে না। সুতরাং তাদের নিয়ে কথা বলতে গেলে একই কথার একাধিক মানে হয়ে দাঁড়াবে, এবং আমি হয়তো এক অর্থে কথাটা বলব, কিন্তু তুমি ভুলে অন্য অর্থ বুঝে গোলমালে পড়বে। সেই কারণেই অংকের একটা নতুন ভাষা দরকার, এমন একটা ভাষা যার প্রতিটা বাক্যের ঠিক এক খানা করেই মানে হয়।

আরেক রকম উদাহরণ দেখি যেখানে প্রতিদিনকার ভাষা আমাদের বিপদে ফেলতে পারে। ধর একটা কো-এডুকেশন কলেজ নিয়ে কথা হচ্ছে। যদি বলি

“Roll no. 1 is not a boy.”

তার মানে হল

“Roll no. 1 is a girl.”

একইভাবে যদি বলি “Sudipta is not a boy.” তুমি বুঝবে যে কথাটা এখানে সুদীপ্তকে নিয়ে হচ্ছে না, হচ্ছে জনৈক সুদীপ্তকে নিয়ে, এবং “Sudipta is a girl.” এইদুটো উদাহরণ থেকে তুমি মনে করতে পারো যে “not a boy” মানেই হল “a girl”. ছেলে যদি না হয়, তবে নিশ্চয়ই মেয়ে! কিন্তু মানুষের ভাষা এমনই গোলমালে জিনিস যে এ কথাটা মোটেই ঠিক নয়। যদি বলি

“Everybody in this class is not a boy.”

মানে এ ক্লাসের প্রত্যেকেই ছেলে নয়, তার মানে নিশ্চয়ই এই নয় যে “not a boy”-এর জায়গায় “a girl” বসিয়ে দিলেই মানেটা ঠিক থাকবে—

“Everybody in this class is a girl.”

এর মানে দাঁড়ালো ক্লাসের প্রত্যেকেই মেয়ে, অথচ আমরা বলতে চেয়েছিলাম যে ক্লাসে অন্ততঃ একটা মেয়ে আছে। তার মানে ইংরাজির ঝামেলা বোঝা “not a boy” মানে কি “a girl”? উত্তর হল কখনো হ্যাঁ, কখনো না, সেটা নির্ভর করছে বাক্যের বাকী অংশের

উপরে। এই রকম ভাষায় অংক লেখা চলে না। অংকের ভাষা হতে হবে ছিমছাম, তার প্রত্যেকটা অংশের সবসময়ে একটাই মানে হবে, এবং সেই মানটো বাক্যের বাকী অংশের উপর নির্ভর করে আজকে এরকম, কালকে অন্যরকম হবে না।

আমরা এতক্ষণ খালি ইংরাজি বাক্যের উদাহরণ দিয়েছি বলে যেন ভেবে বোসো না, যে আমাদের আ মরি বাংলা ভাষা কিছু মাত্র কম ঝামেলাজনক। এক দুধ-ওয়ালার কথা শুনেছিলাম যে “খাঁটি গোরুর দুধ” বলে জল মেশানো দুধ চালাত। ধরা পড়ে বলেছিল যে, “আজ্ঞে আমি তো দুধটা খাঁটি বলি নি, বলেছিলাম গোরুটা খাঁটি, বিশ্বাস না হয়, নিজের চোখেই গোরুটাকে দেখুন!” অর্থাৎ “খাঁটি (গোরুর দুধ)” তো বলে নি, বলেছে “(খাঁটি গোরু)-র দুধ!”

## 1.2 অংকের ব্যাকরণ

অংকের ভাষা মানুষের মুখের ভাষা নয়, এটা অংক-সম্পর্কিত ভাবপ্রকাশের ভাষা। যেহেতু অংক ব্যাপারটা কোনো দেশ বা জাতির সম্পত্তি নয়, তাই অংকের ভাষাও গোটা বিশ্বের একটাই। এবং এই ভাষা বহু সময় ধরে গণিতজ্ঞরা একটু একটু করে গড়ে তুলেছেন, সহজে ভাবের আদান প্রদান করার জন্য। এ ভাষার ব্যাকরণ কিছু তা বলে মোটেই কঠিন নয়। এতে নিয়ম কানুন অতি অল্পই, এবং যে কটা নিয়ম আছে তাদের কোনো ব্যতিক্রম নেই। যে কোনো ভাষা শিখতে দুটো জিনিস শিখতে হয়। এক, কিছু নতুন শব্দ, আর দুই, সেই শব্দগুলো সাজানোর কিছু নিয়ম। অংকের ভাষায় নতুন শব্দ হল

1.  $\in$  বা “in” (বা “belongs to”)
2.  $\forall$  বা “for all”
3.  $\exists$  বা “there exists”
4.  $\implies$  বা “only if” বা “implies”
5.  $\impliedby$  বা “if” বা “implied by”
6.  $\iff$  বা “if and only if” বা “iff”
7.  $\neg$  বা “not”

এছাড়া অন্যান্য পরিচিত চিহ্নগুলো (যেমন  $+$ ,  $-$  ইত্যাদি) তো আছেই। এবার দেখি এদের ব্যবহার কি ভাবে করে।

### 1.2.1 Belongs to বা in: $\in$

ধর একটা set দেওয়া আছে আর একটা কোনো জিনিস দেওয়া আছে। যদি সেই জিনিসটা setটার element হয় তবে সেটা বোঝাতে আমরা  $\in$  চিহ্নটা ব্যবহার করি। যেমন  $A = \{1, 4, 5\}$ -এর মধ্যে 1 আছে, তাই লিখব  $1 \in A$ , পড়ব—“1 in A.” কিন্তু 2 এই set-এ নেই, অতএব  $2 \notin A$ , অর্থাৎ “2 not in A.”

অনেক ছাত্র  $\subseteq$  আর  $\in$ -এর মধ্যে গুলিয়ে ফেলে।  $\subseteq$  হল subset-এর চিহ্ন, ওর দু দিকেই একটা করে set লিখতে হয়, যেমন  $\{1, 5\} \subseteq A$ , বা  $\{2, 5\} \not\subseteq A$ । এখানে  $1 \subseteq A$  বা  $\{1, 5\} \in A$  লেখা ভুল।