

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Plan

- Preambule
 Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues da Résolution de systèmes triangulaires

 - Méthode du pivot de Gauss

3 Matrices à coefficients réels

Notion de matrices à coefficients réels

Matrices à coefficients réels

Notion de matrices à coefficients réels

Matrices carrées

- Opérations sur les matrices
- Matrices carrées
- Espace vectoriel sur le corps des réels

 - Le corps des réels
 - Structure d'espace vectoriel sur R
 - Sous-espace vectoriel

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

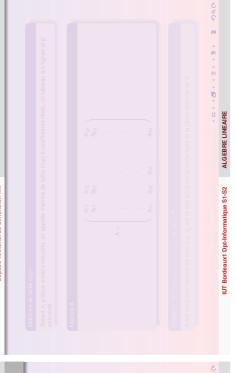


Plan

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

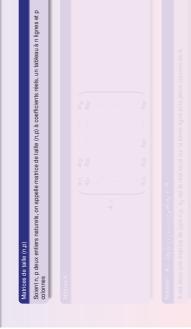
Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel de dimension fini

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées



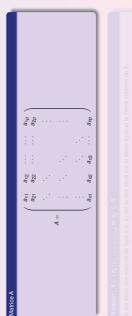
Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'inconnu Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées



Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Résolution de systèmes linéaires de néquations à n'incontue Martices à coefficients réels
Espace vercionis sur le corps des réels
Espace vercionis sur le corps des réels

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p



IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomune

Marices à coefficients réels

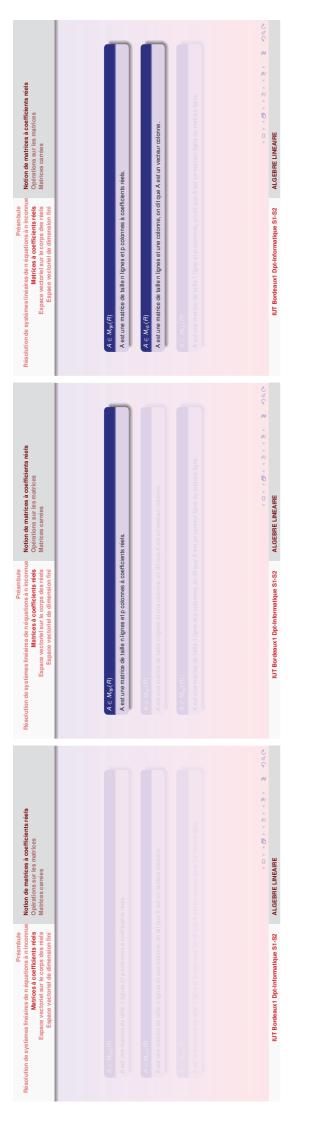
Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p

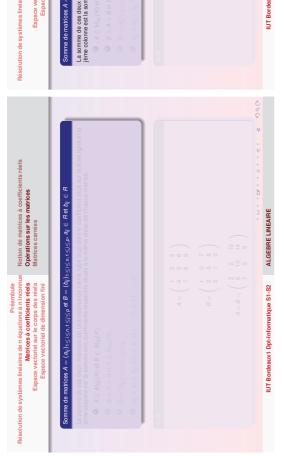
91p anp . . . gu a_{n2} a₁₂ ---- a_{n1} a₁₁

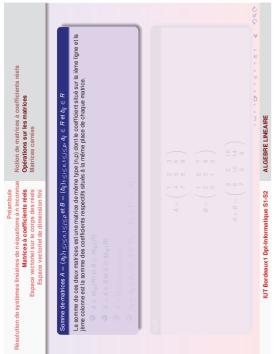
A est donc une matrice de type n.p. a_{ij} est le réel situé sur la ilème ligne et la jième colonne de A.

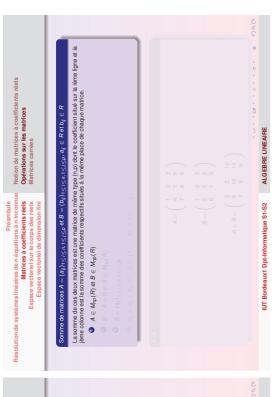
(ロットの) と (ロットを) とこと (ロットを) (ロットを) (ロットを) (ロットの) (IUT Bordeauxt Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

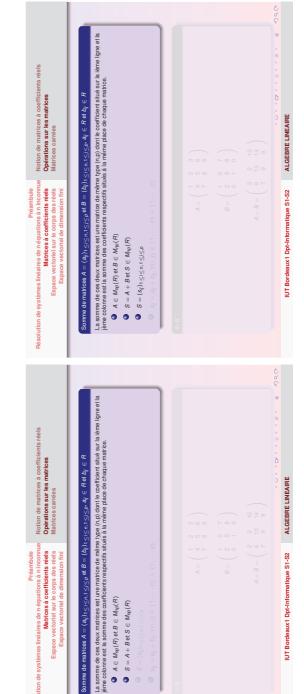












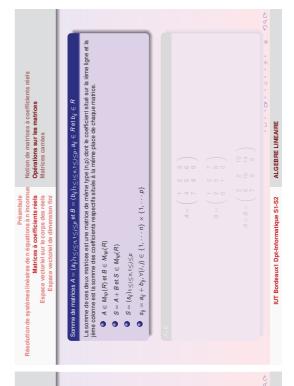
Résolution de systèmes linéaires de néquations à nincomue.

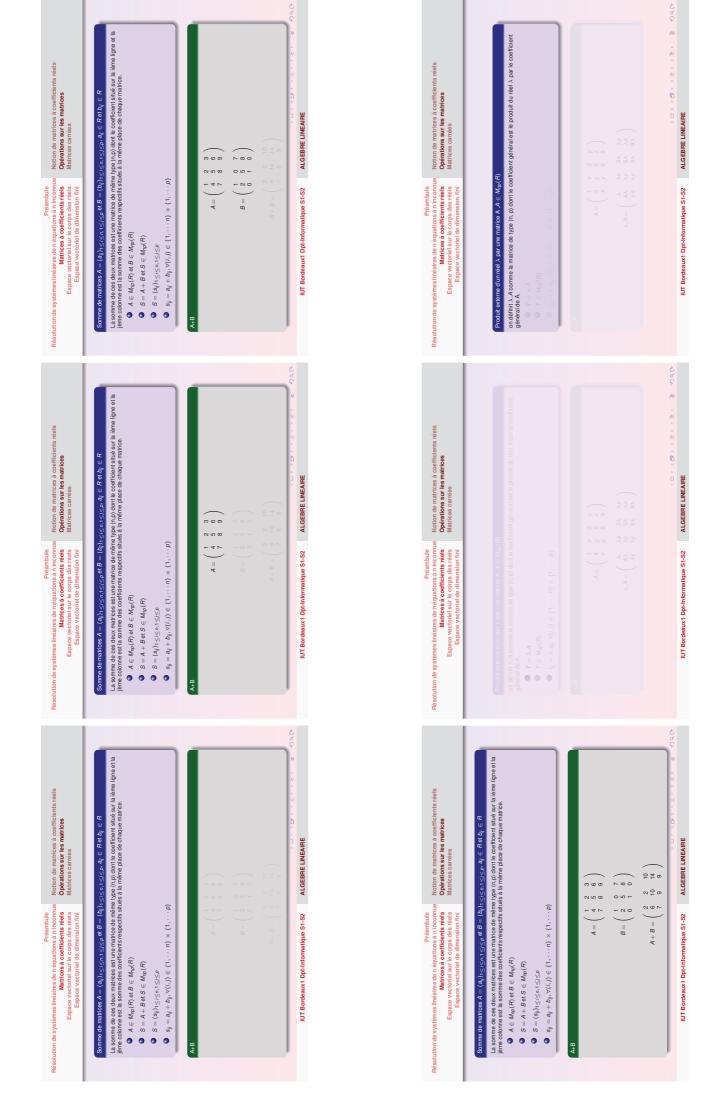
Martices à coefficients réels

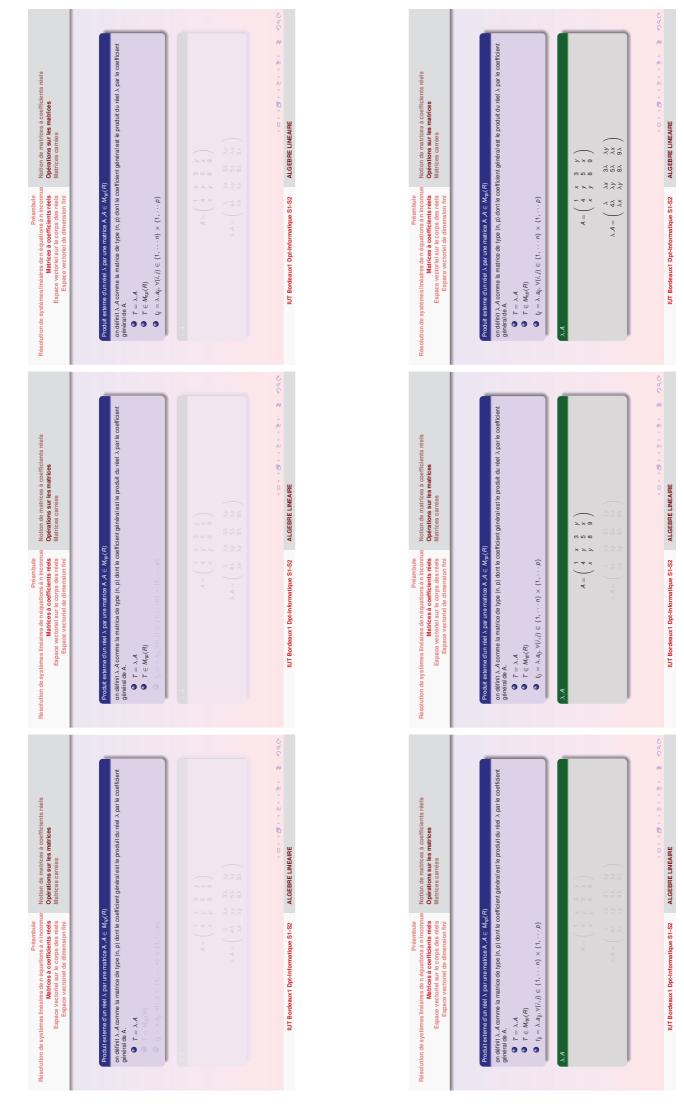
Espace vectoriel sur le cops des réels

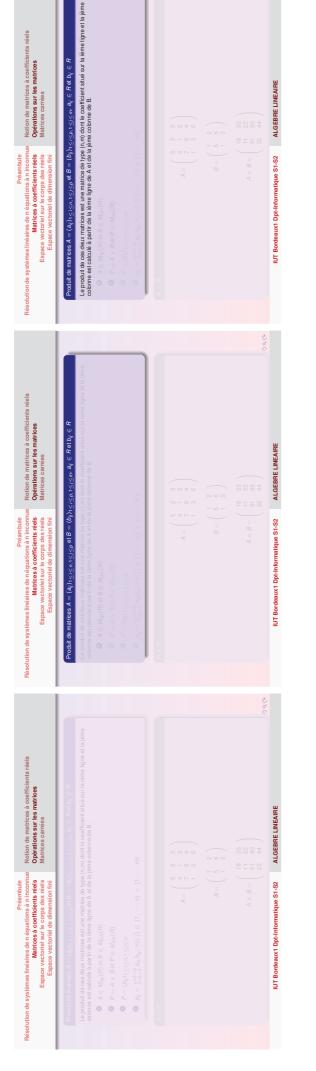
Espace vectoriel de dimension fini

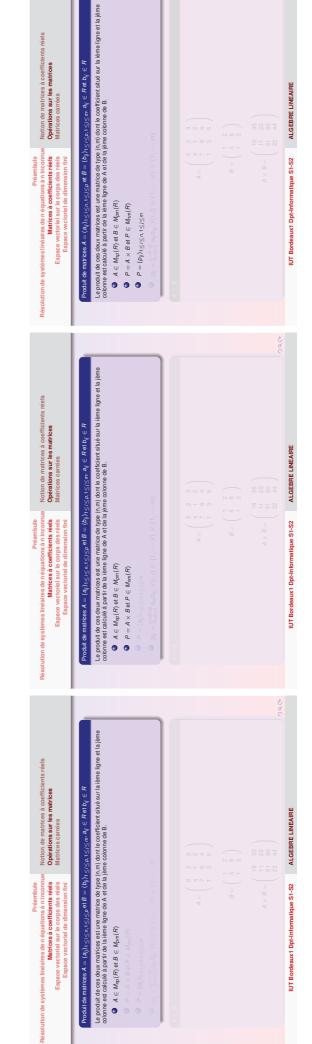
• $A \in M_{\eta p}(R)$ et $B \in M_{\eta p}(R)$











IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE Résolution de systèmes linéaires de néquations à n'incomue Martices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini • $P = A \times B \text{ et } P \in M_{nm}(R)$ Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE \bullet $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i, j) \in \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, m\}$ Résolution de systèmes linéaires de n'équations à infroonnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le cops des réels
Espace vectoriel qui dumension fini

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (r,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calcué à partir de la lème ligne de A et de la jème colonne de B. Θ $A \in Mr_D(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$ Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

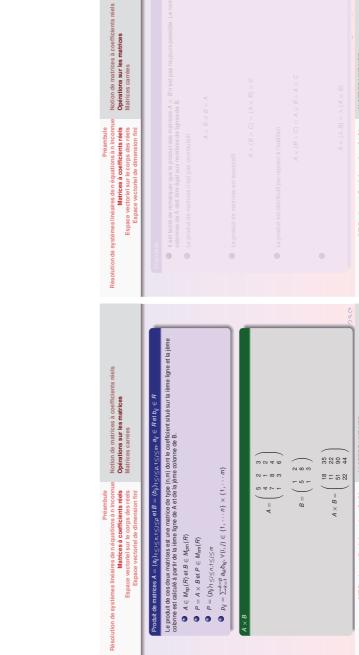
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

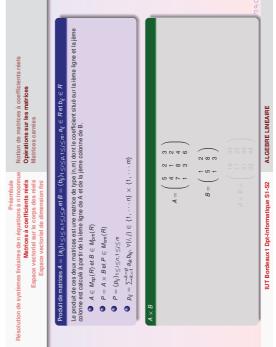
Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

• $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$ • $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$ $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

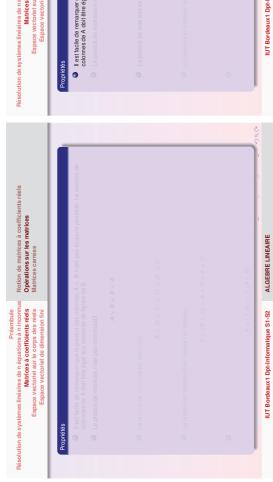
Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'inconnue Matrices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels

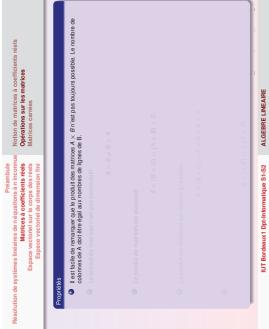


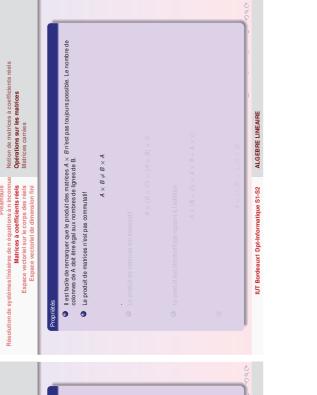


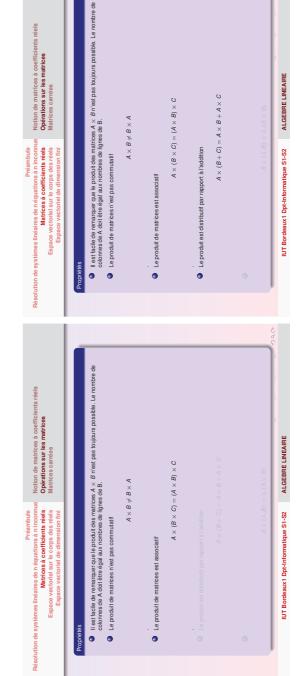
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

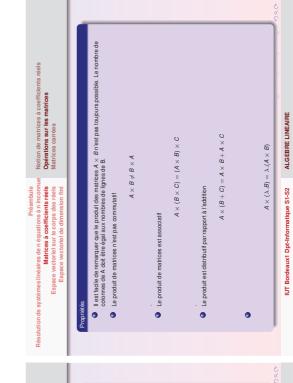
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

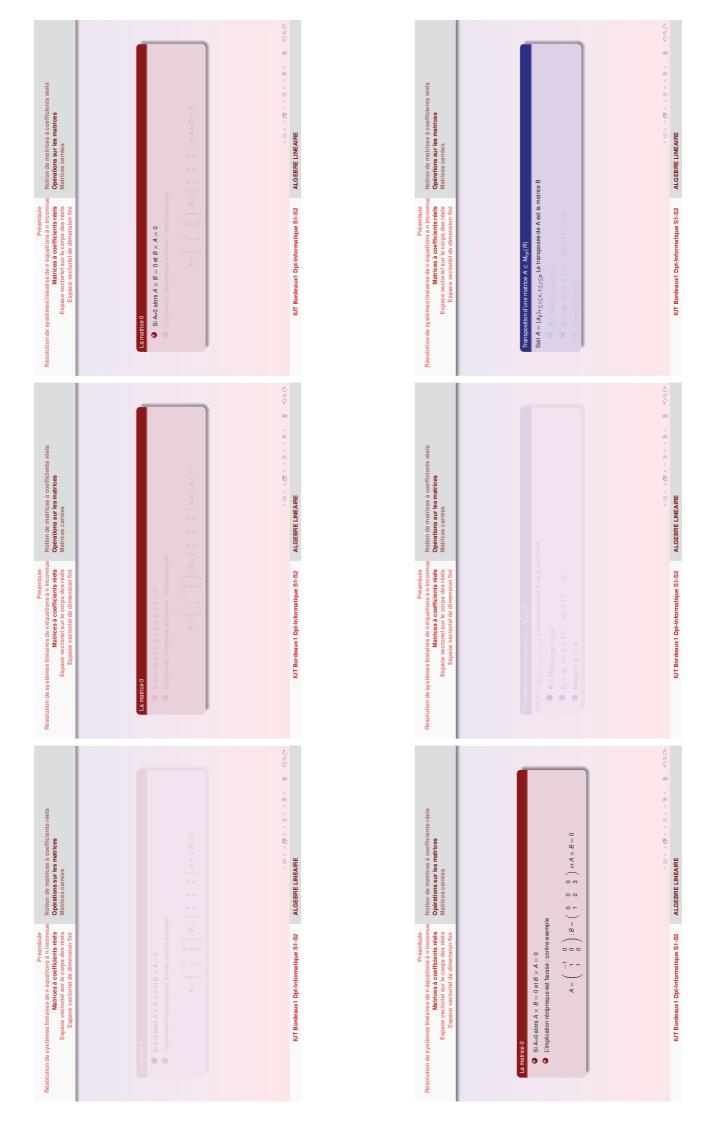


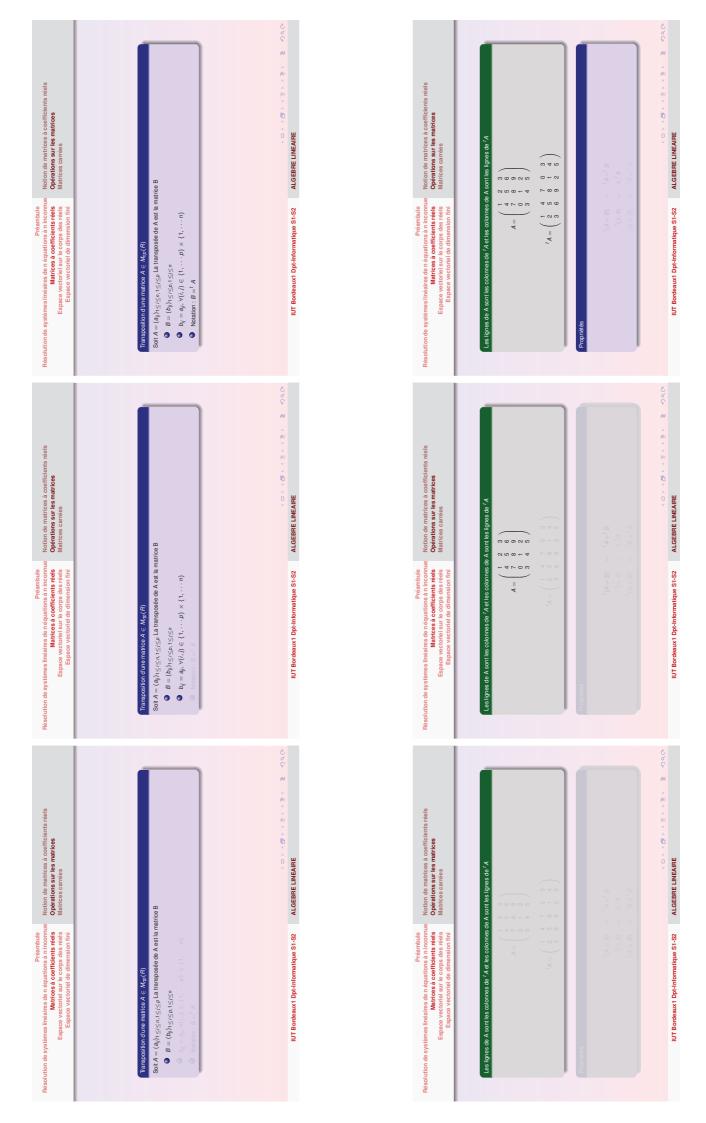


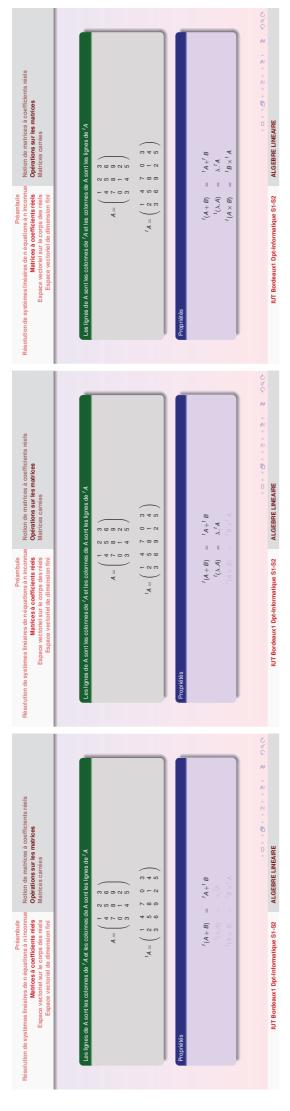




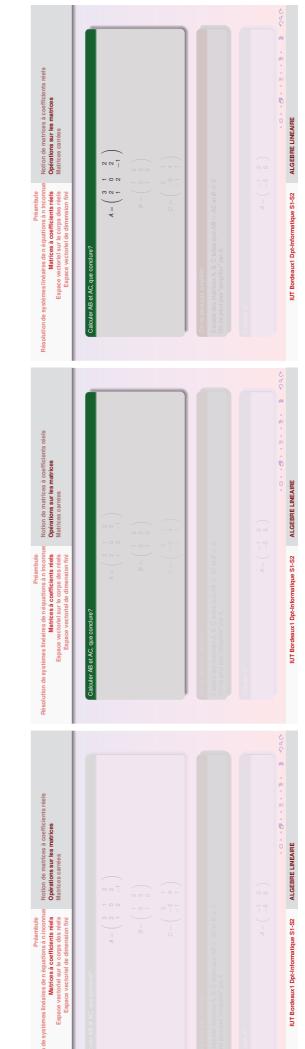


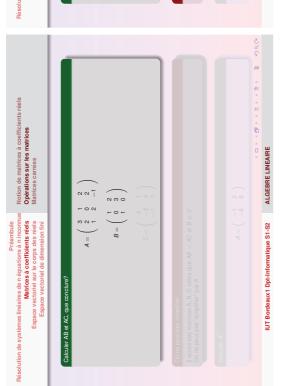


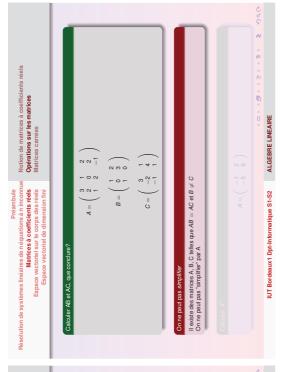












- 4 -

ll existe des matrices A, B, C telles que AB=AC et $B \neq C$ On ne peut pas "simplifier" par A

 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomus Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel de dimension fini

Calculer AB et AC, que conclure?



Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel ed dimension fini

Calculer AB et AC, que conclu

 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

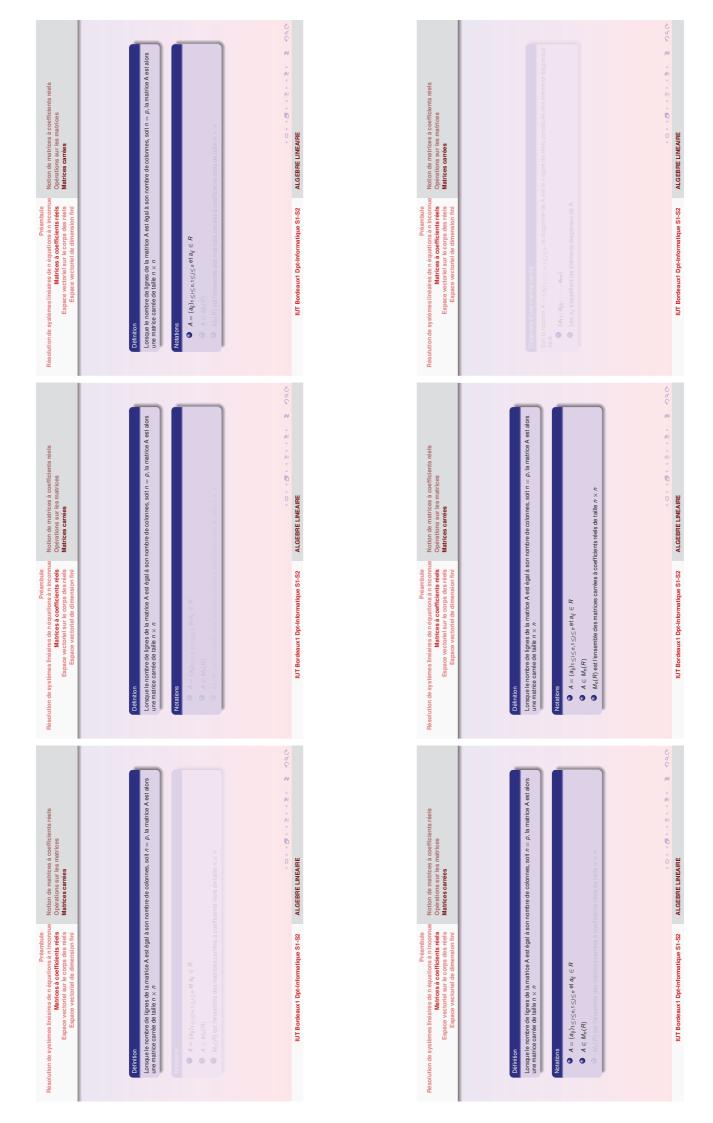
 $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

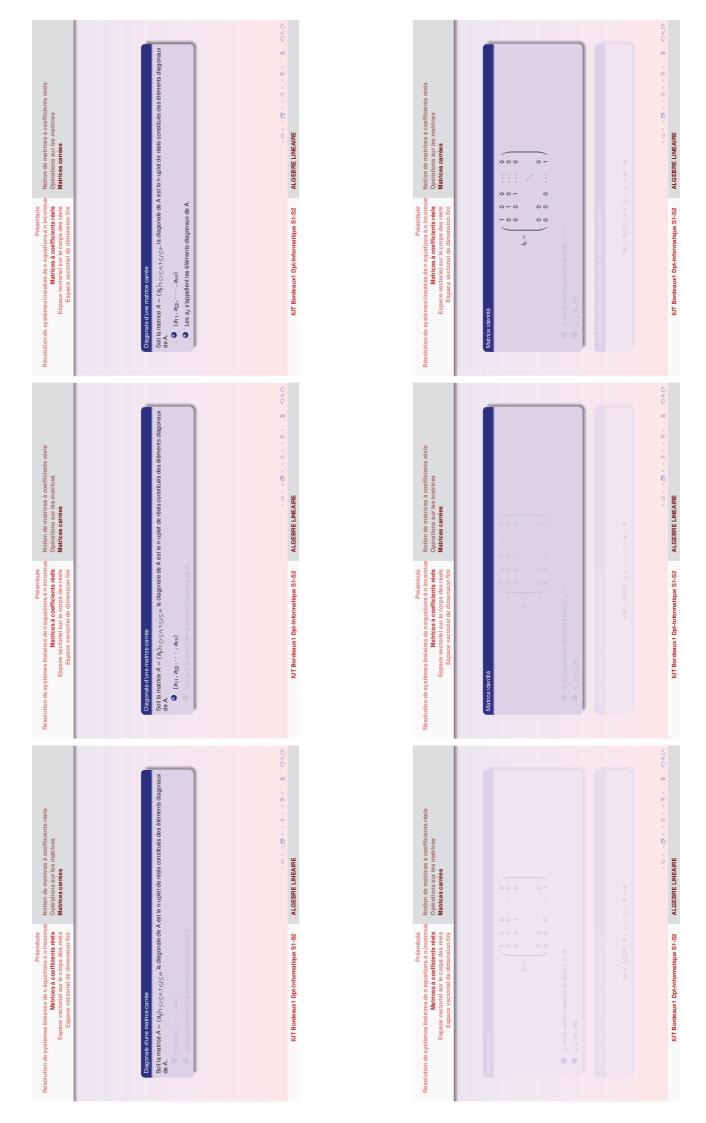
Il existe des matrices A, B, C telles que AB=AC et $B\neq C$ On ne peut pas "simplifier" par A

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

(ロン・(ラン・ミン・ミン まつの) IUT Bordeauxf Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE



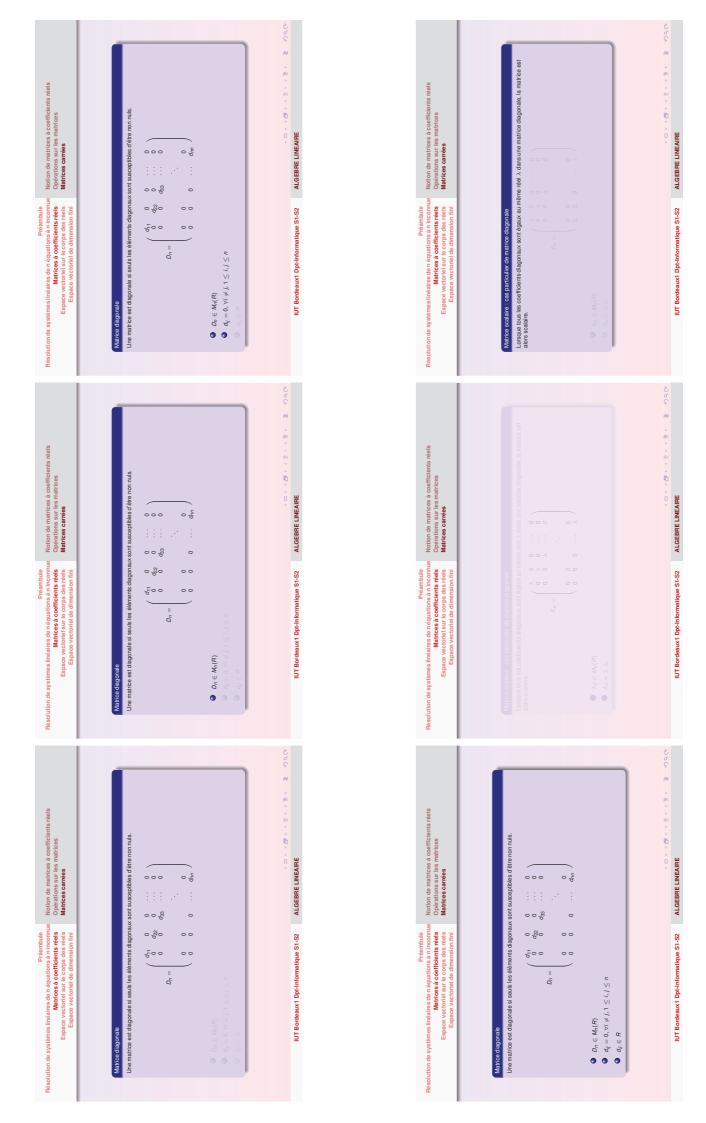


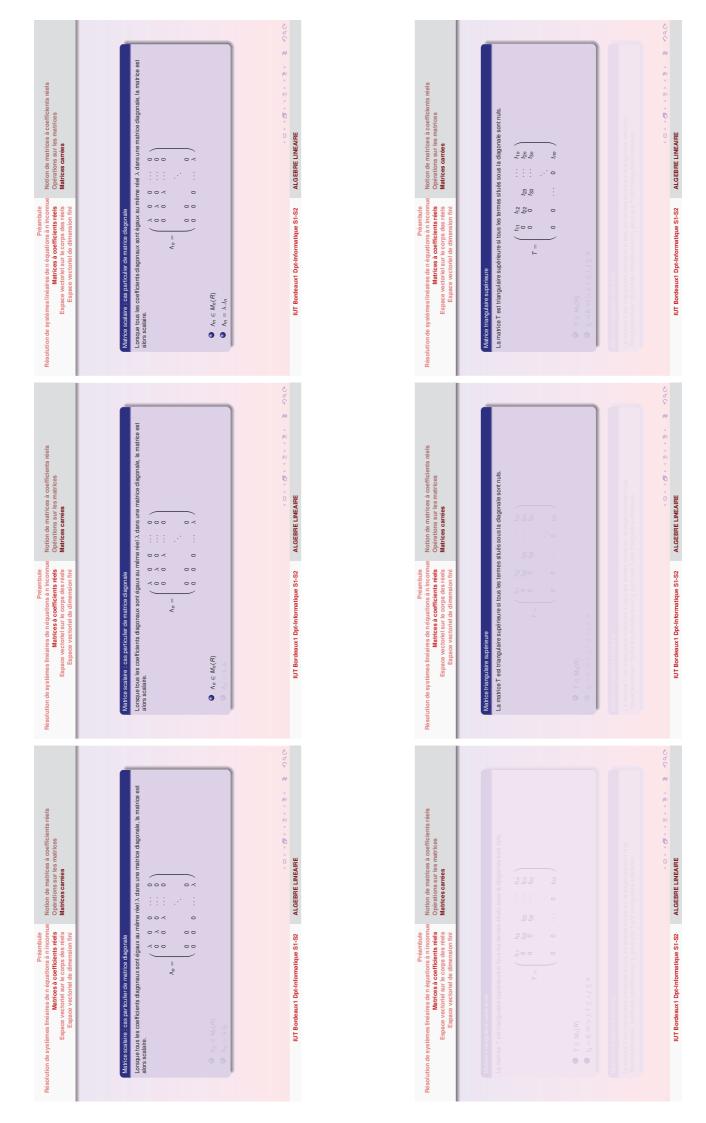


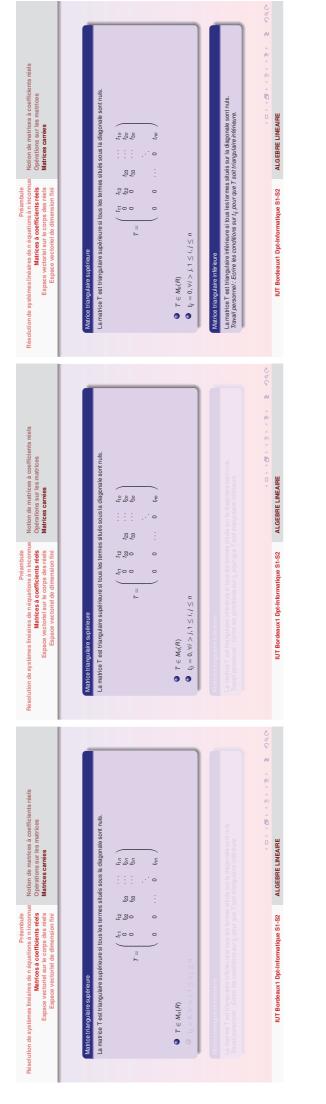
(ロン・(タン・ミン・ミン) その人で IUT Bordeauxt Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

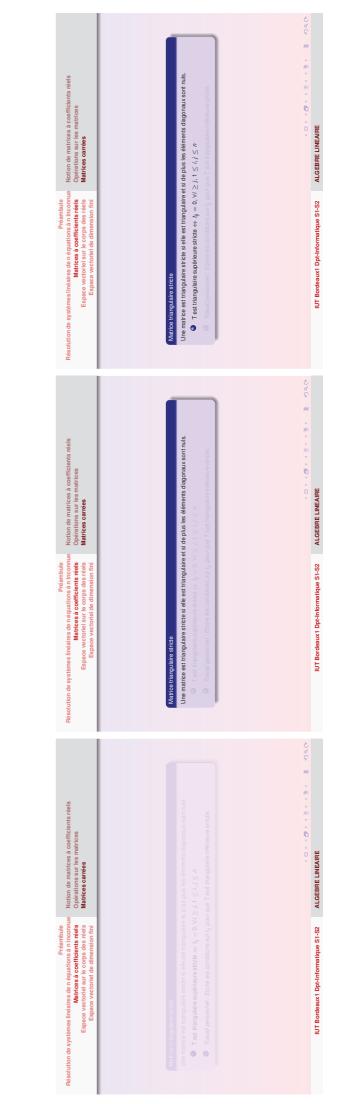
(ロン・(ラン・ミン・ミン まつの) IUT Bordeauxf Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

(ロン・(タン・(ミン・(ミン・(ミン・())) という (の) (ロン・(の)) (ロン・(ロン・(ロン・(ロン・()))) (ロロ Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

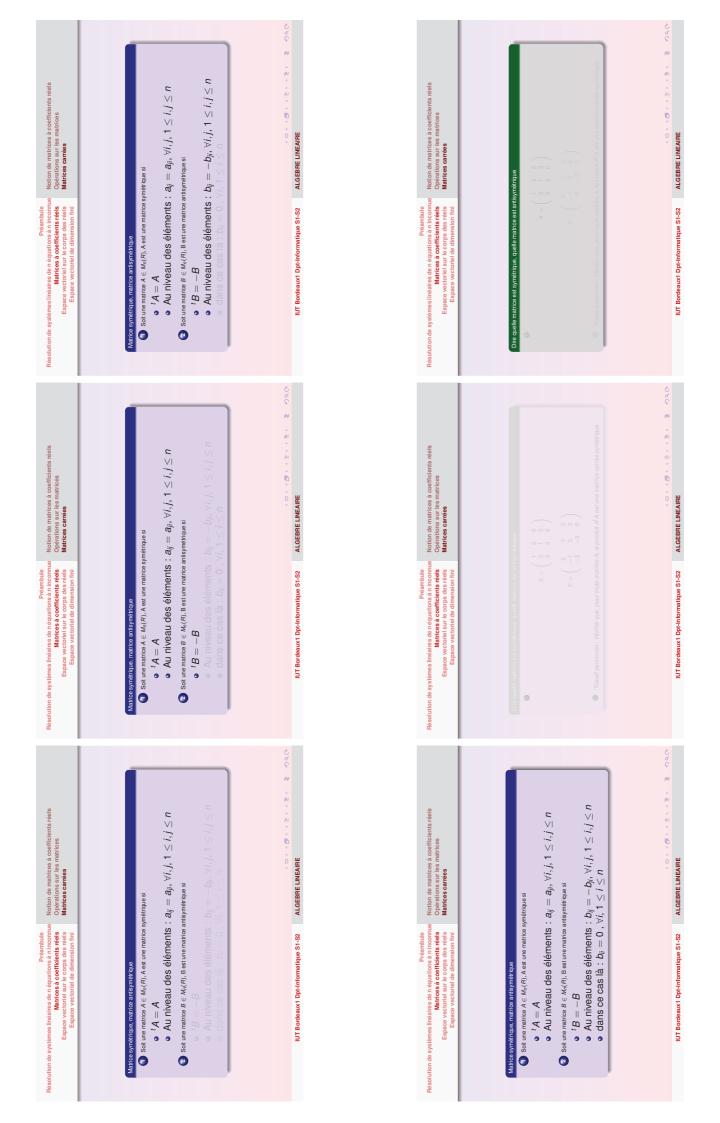


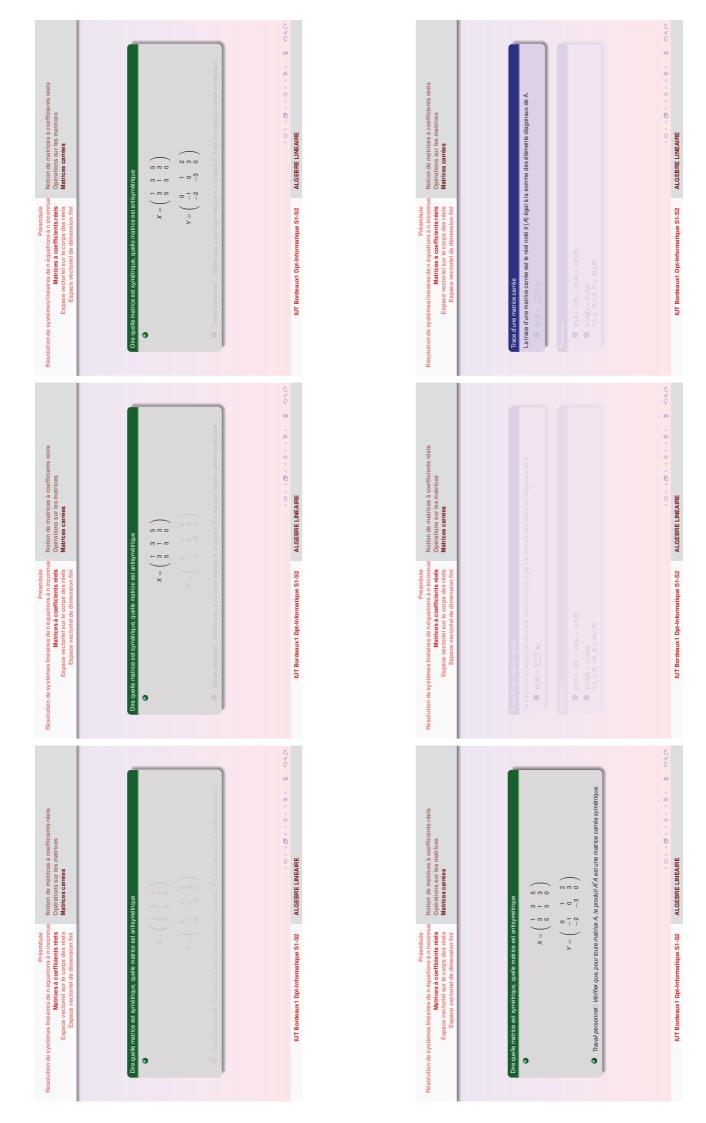


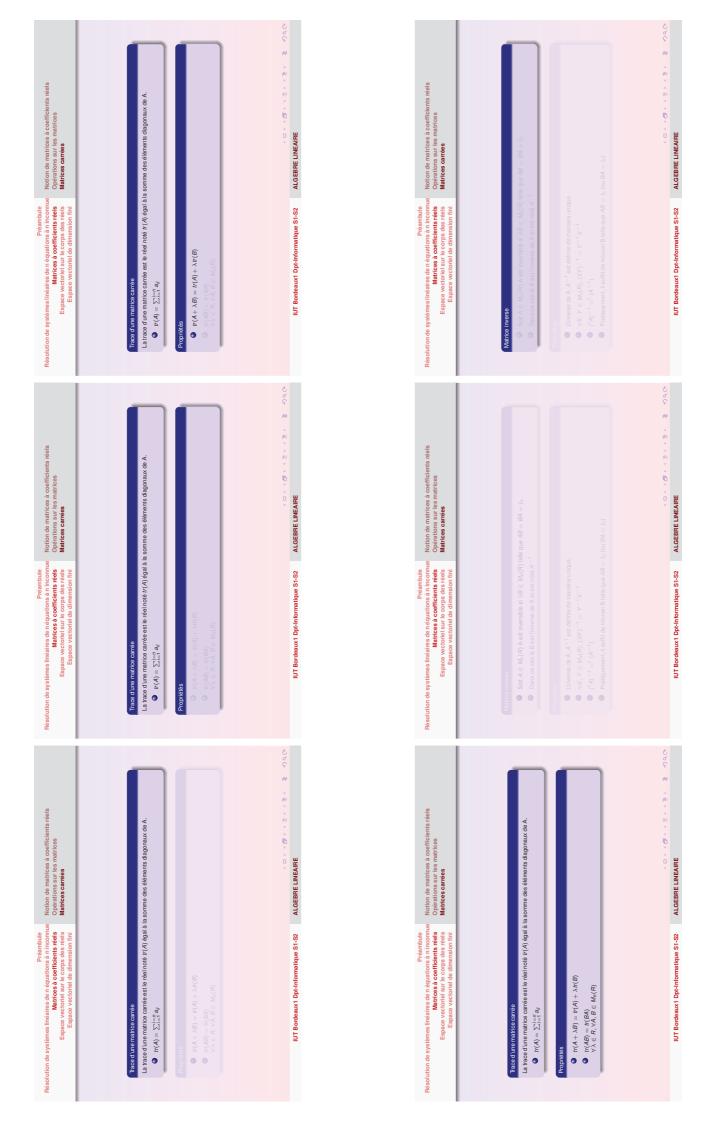














(ロッ・(タン・(ミン・(ミン) をついた) IUT Bordeauxf Dpt-Informatique St-S2 ALGEBRE LINEAIRE ・ロッ・(多)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(シ) (C) IUT Bordeauxf Dpt-Informatique St-S2 ALGEBRE LINEAIRE Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Soit $A \in M_A(B)$, $T \in M_A(B)$, $K \in B^n(B)$, $K \in B^n$ et soit le système AX = K. T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss. Ce set le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système AX = K par la même méthode. Les propriétes suivaines soit aquivalentes. Soit $A \in M_n(R)$, $T \in M_n(R)$, $K \in M^n(R)$, $K \in R^n$ of $C \in \mathbb{R}^n$ et soit les système AX = K. Test la matrice oblenue en titigonalisant A par la méthode du pivol de Gauss. C set la vecteur second membre oblenue en titigonalisant le système AX = K par la même 1. Les propriétées sulamines sont dépuivalentes. A est inversible.

Le système AX–K admet une unique solution.

Le système TX–C avec C–FK, admet une unique solution. Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomune Martices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini Résolution de sy stèmes linéaires de n'équations à n'inconnue

Martices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini (ロ)(例)(主)(主)(音)(音)(音)(音)(音) (音) (音) (音) (音) を つ) Q () IUT Bordeauxf Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE (ロン・(グン・ミン・ミン・ まつの)・ IUT Bordeaux! Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Soit $A \in M_{\mu}(B)$, $T \in M_{\mu}(B)$, $K \in B^{\mu}(B)$, $K \in B^{\mu}(C \in B^{\mu})$ et soit le système AX = K. Thest la martice obtenue en trigonalears A, par la mathrode du pivor de Gauss. Ce set le verdeur second membre obtenue en trigonalears le système AX = K par la même méthode. Les popriétées suivaines sont equivalentes. Résolution de systèmes linéaires de néquations à n'inconnue Martices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de d'innession fini Résolution de sy stèmes linéaires de n'équations à n'inconnue

Martices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini Le système AX=K admet une unique solution. Les propriées suivantes se A set inversible. Le système AX=K
Le système TX=C
Le système TX=C
Les coefficients dia (ロント(例)・(主)・(主)・(主) を から() IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE (ロン・(タン・(ミン・(ミン・(ミン・())) という (の) (ロン・(の)) (ロン・(ロン・(ロン・(ロン・()))) (ロロ Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE Notion de matrices à coefficients réels O pérations sur les matrices Matrices carrées Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Soir $A \in M_R(B)$, $T \in M_R(B)_F \in M_R(B)_R K \in B^n$ of soil telepstème AX = K. Test a matrice obtenue en trigonalisant A part la méthode du privot de Gauss. O est le vecture scoord membre obtenu en trigonalisant le système AX = K par la mème méthode. Les poprétées suivaines sont équivalentes. lacktriangled Soit $A \in M_n(B)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(B)$ telle que $AB = BA = I_n$ Linverse de A, A⁻¹ est définie de manière unique.
 ∀X, Y ∈ Mn(R), (XY)⁻¹ = Y⁻¹X⁻¹
 (¹A)⁻¹ = ¹(A⁻¹)
 Pratiquement, il suffit de trouver B telle que AB = I_n (ou BA = I_n) Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A⁻¹ Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue
Martices à coefficients reles
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini Résolution de systèmes linéaires de n équations à n'incomue

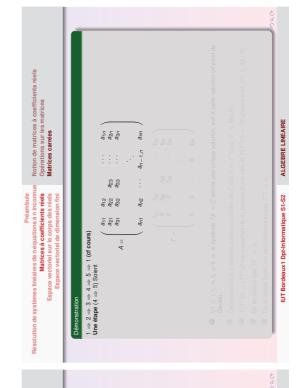
Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le cops des réels

Espace vectoriel de dimension fin







ALGEBRE LINEAIRE

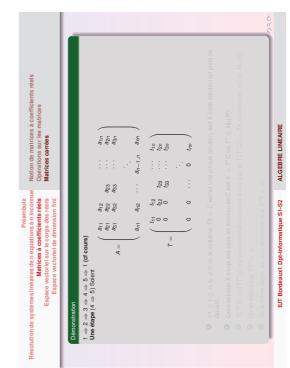
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue
Matrices à coefficients réels
Espace vectroriel sur le corps des réels
Espace vectroriel de dimension fini

 $1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ (cf cours) Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Solent

Préambule



 Ψ $\forall i \leq j \leq n, l_{ij} \neq 0 \Rightarrow$ le système 7X = C admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss). • Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit X=T'C où $T'\in M_n(R)$. 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1 (cf cours) Une étape (4 \Rightarrow 5) Soient Ψ \forall $i \le j \le n, I_{ij} \ne 0 \Rightarrow$ le système TX = C admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss). Notion de matrices à coefficients réels O pérations sur les matrices Matrices carrées ALGEBRE LINEAIRE an an an tnn 28 g23 Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue Matrices à coefficients rééls Espace Vectoriel aur le cops des réels Espace Vectoriel aur l'accession fill 2220 IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 a₁₂ a₂₂ a₃₂ 0 f 0 0 anı a₂₁ $1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ (cf cours) Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

Résolution de systèmes linéaires de néquations à n'incomue Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriels sur de compa des réels

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

a1n a2n a3n

a23

a21 a31

ann

 $a_{n-1,n}$

a_{n1}

Z Z

t 20 0 8 7 2

. o

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue Matrices à coefficients réeis Espace vectoriel sur le corps des réeis Espace vectoriels sur le corps des réeis

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées ann a1n a2n a3n t21 t31 t31 tm an-1,n . . 0 Z Z a23 1₁₂0 0 0 a12 a22 a32 anı a 21 31 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1 (cf cours) Une étape (4 \Rightarrow 5) Soient

- \bullet $\forall 1 \le i \le n, t_{\parallel} \ne 0 \Rightarrow$ le système TX = C admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
 - Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit X=T'C où $T'\in M_n(R)$.
- lacktriangled T(T'C)=(TT')C par associativité du produit d'une part et T(T'C)=TX d'autre part, $\forall C\in M_n(R)$.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

ALGEBRE LINEAIRE

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomue Matrices à coefficients réels Matrices à coefficients réels et au le copps des réels et de la une copps des réels et de la copps de la copp de la copp

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomune Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Préambule

a1n a2n a3n

ag33

a₂₁

at.,

a23

a₁₂ a₂₂ a₃₂

a11 a21 a31

1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1 (cf cours) Une étape (4 \Rightarrow 5) Soient

4n 12n 13n

22 28

082

£00

an

tun ··. o

0 0

 $1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1 \text{ (cf cours)}$ Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

ann

an−1,n

an1

22 23

0 t 1 t 2

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'incomune

Marices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini Préambule

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

• $\forall 1 \le i \le n$, $t_{ii} \ne 0 \Rightarrow$ le système 7X = C admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).

. o tm

- lacktriangle Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit X=T'C où $T'\in M_n(R)$.
- lacksquare T(T'C)=(TT')C par associativité du produit d'une part et T(T'C)=TX d'autre part, $\forall C\in M_n(R)$.
 - lacktriangle On en déduit que $TT'=I_n$
- lacktriangle De la même façon, on peut démontrer que $T'T=I_{ln}$

・ロッ・グ・イミ・イミ・ き つらぐ IUT Bordeauxf Dpt-Informatique St-S2 ALGEBRE LINEAIRE

ALGEBRE LINEAIRE IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

lacktriangle On en déduit que $77'=I_h$

 Ψ $\forall 1 \leq i \leq n$, $l_{ij} \neq 0 \Rightarrow$ le système 7X = C admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss). • Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit X = T'C où $T' \in M_1(R)$.
• T(T'C) = (TT')C par associativité du produit d'une part et T(T'C) = TX d'autre part, $\forall C \in M_1(R)$.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

(ロン・(タン・(ミン・(多)) を つう(の) (1) IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE Notion de matrices à coefficients réels O pérations sur les matrices Matrices carrées Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'inconnue
Martices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des riels
Espace vectoriel de dimension fin Préambule Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{nl}(R)$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss Résolution de systèmes linéaires de néquations à n'incomue Martices à coefficients réeis Espace vectoriel sur le corps des réeis Espace vectoriel de dimension fini Soit $A \in \mathit{M}_n(R)$ et soit $\mathit{K}_0 \in \mathit{M}_{n1}(R)$ Posons le problème :

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées . Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gaus $AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$ Si A est inversible ce problème admet une unique solution 🖔 Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème : Résolution de sy stèmes linéaires de n équations à n inconnue Martices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Préambule

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées Résolution de systèmes linéaires de n équations à n'incomue

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le cops des réels

Espace vectoriel de dimension fin

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gau. Soit $A \in M_m(R)$ et soit $K_0 \in M_m(R)$ Posons le problème : Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0\in M_{n1}(R)$ Nous pouvons écrire l'équivalence suivante : $AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$

(ロン・(例)・(ミン・(ミン・(ミン・(ミン・(ミン・(ミン・(シン・ロン・の)) Muse St-Sz がな() ALGEBRE LINEAIRE

Résolution de sy stèmes linéaires de n'équations à n'incomue Marinces à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel sur le de dimension fini Préambule

Recharche prattque de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pvot de Gauss Soit $A\in M_m(R)$ et soit $K_0\in M_m(R)$ Posons le problème :

 $AX=K_0, X\in M_{n1}(R)$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0\in M_{n1}(R)$ Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

 $AX_0=K_0\Leftrightarrow X_0=A^{-1}K_0$

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

Résolution de systèmes linéaires de n'équations à n'inconnue

Matrices à coefficients reels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Notion de matrices à coefficients réels Opérations sur les matrices Matrices carrées

UT Bordeauxt Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEARE

(ロン・(タン・(ミン・(ミン・(とい) とい) IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de G. Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n+1}(R)$ Posons le problème :

 $AX = K_0, X \in M_{rt}(R)$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0\in M_{n1}(R)$ Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

 $AX_0 = K_0 \Leftrightarrow X_0 = A^{-1}K_0$ k₀... k₀...

La méthode du pivot de Gauss permet d'exprimer le vecteur X_0 en fonction du vecteur K_0 et ainsi permet de déterminer A^{-1}

・ロッ・(多)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(ミ)・(シ) (C) IUT Bordeauxf Dpt-Informatique St-S2 ALGEBRE LINEAIRE

(ロント(声)・(ま)・(ま)・(ま)・(ま)・(ま)・() UT Bordeaux1 Dpt-Informatique St-S2 ALGEBRE LINEAIRE

