

Préambule	Le corps des réels
Résolution de systèmes linéaires de $n$ équations à $n$ inconnues	Structure d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$
Matrices à coefficients réels	Sous-espace vectoriel
Espace vectoriel sur le corps des réels	
Espace vectoriel de dimension finie	

### Plan

- 1 Préambule
  - 1.1 Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues dans  $\mathbb{R}$
  - 1.2 Méthode du pivot de Gauss
- 2 Matrices à coefficients réels
  - 2.1 Notion de matrices à coefficients réels
  - 2.2 Opérations sur les matrices
  - 2.3 Matrices carrées
- 3 Espace vectoriel sur le corps des réels
  - 3.1 Le corps des réels
  - 3.2 Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$
  - 3.3 Sous-espace vectoriel
- 4 Espace vectoriel de dimension finie
  - 4.1 Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Préambule	Le corps des réels
Résolution de systèmes linéaires de $n$ équations à $n$ inconnues	Structure d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$
Matrices à coefficients réels	Sous-espace vectoriel
Espace vectoriel sur le corps des réels	
Espace vectoriel de dimension finie	

### Plan

- 1 Préambule
  - 1.1 Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues dans  $\mathbb{R}$
  - 1.2 Méthode du pivot de Gauss
- 2 Matrices à coefficients réels
  - 2.1 Notion de matrices à coefficients réels
  - 2.2 Opérations sur les matrices
  - 2.3 Matrices carrées
- 3 Espace vectoriel sur le corps des réels
  - 3.1 Le corps des réels
  - 3.2 Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$
  - 3.3 Sous-espace vectoriel
- 4 Espace vectoriel de dimension finie
  - 4.1 Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice
  - 4.2 Espace d'un espace vectoriel  $E$
  - 4.3 Dimension d'un espace vectoriel  $E$

Préambule	Le corps des réels
Résolution de systèmes linéaires de $n$ équations à $n$ inconnues	Structure d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$
Matrices à coefficients réels	Sous-espace vectoriel
Espace vectoriel sur le corps des réels	
Espace vectoriel de dimension finie	

### Corps commutatif

S'il  $\mathcal{K}$  est un ensemble interne à  $\mathcal{K}$ ,  $(\mathcal{K}, +)$  est un groupe si

- 1  $+$  est associative
  - $\forall (x, y, z) \in \mathcal{K}^3, (x + y) + z = x + (y + z)$
- 2  $+$  admet un élément neutre  $e$ 
  - $\forall x \in \mathcal{K}, x + e = e + x = x$
- 3 tout élément de  $\mathcal{K}$  admet un symétrique pour  $+$ 
  - $\forall x \in \mathcal{K}, \exists x' \in \mathcal{K} \text{ tel que } x + x' = x' + x = e$
- 4  $+$  est commutative alors le groupe est commutatif
  - $\forall (x, y) \in \mathcal{K}^2, x + y = y + x$

Préambule	Le corps des réels
Résolution de systèmes linéaires de $n$ équations à $n$ inconnues	Structure d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$
Matrices à coefficients réels	Sous-espace vectoriel
Espace vectoriel sur le corps des réels	
Espace vectoriel de dimension finie	

### Corps commutatif

$(\mathcal{K}, +, \cdot)$  est un corps commutatif si

- 1  $(\mathcal{K}, +)$  est un groupe commutatif
- 2  $(\mathcal{K}^*, \cdot)$  est un groupe commutatif
- 3 la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

Préambule

Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension finie

Le corps des réels

Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$

Sous-espace vectoriel

$\mathbb{R}, +, 1$  groupe commutatif

Levenez des réels munis de l'addition vérifie les propriétés énoncées plus haut, de plus :

$\forall x$  élément neutre de  $+$  dans  $\mathbb{R}$  est  $0$

$\forall x$  l'opposé de  $x$  tel que  $x + (-x)$  est son opposé  $-x$

$\mathbb{R}^*, \cdot, 1$  groupe commutatif

Levenez des réels munis de la multiplication vérifie aussi les propriétés énoncées ci-dessus :

$\forall x$  élément neutre de  $\cdot$  dans  $\mathbb{R}^*$  est  $1$

$\forall x$  l'opposé de  $x$  tel que  $x \cdot (-x)$  est son inverse  $\frac{1}{x}$

La multiplication est distributive par rapport à l'addition

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot z = x \cdot y + x \cdot z$$

UT Bordeaux I Opt Informatique S1-G2

ALGERIE LINÉAIRE

Préambule

Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension finie

Le corps des réels

Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$

Sous-espace vectoriel

Plan

1. Préambule

2. Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues dans  $\mathbb{R}$

3. Résolution de systèmes linéaires

4. Définition du plan de l'espace

5. Géométrie à coefficients réels

6. Espace des matrices à coefficients réels

7. Opérations sur les matrices

8. Matrices inversibles

9. Espace vectoriel sur le corps des réels

10. Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$

11. Sous-espace vectoriel

12. Espace vectoriel de dimension finie

13. Caractérisation linéaire, théorème de la base générale

14. Espace d'un espace vectoriel  $E$

15. Dimension d'un espace vectoriel  $E$

UT Bordeaux I Opt Informatique S1-G2

ALGERIE LINÉAIRE

Préambule

Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension finie

Le corps des réels

Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$

Sous-espace vectoriel

Conclusion

Soit  $E$  un ensemble non vide, noté  $+$  une loi de composition interne sur  $E$  et noté  $\cdot$  une loi de composition externe définie de  $\mathbb{R} \times E$  dans  $E$

$(E, +, \cdot)$  est un espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$  si :

$(E, +)$  est un groupe commutatif

$(E, \cdot)$  vérifie les 4 propriétés énoncées ci-dessus

Les relations ci-dessus pour les dériver les propriétés de  $(E, +)$  sont les suivantes

$\forall x$  élément neutre de  $+$  pour la loi  $+$  est noté  $0_E$

$\forall x$  élément symétrique de  $x, x + (-x)$  est noté  $-x$

UT Bordeaux I Opt Informatique S1-G2

ALGERIE LINÉAIRE

Préambule

Résolution de systèmes linéaires de  $n$  équations à  $n$  inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension finie

Le corps des réels

Structure d'espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$

Sous-espace vectoriel

Les 4 propriétés de la loi externe

$$\forall (x, y) \in E^2, \forall \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x \tag{1}$$
$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in E^2, \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y \tag{2}$$
$$\forall (x, y) \in E^2, \forall \alpha \in \mathbb{R}, (\alpha \cdot x) + \alpha \cdot y = \alpha \cdot (x + y) \tag{3}$$
$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, 1 \cdot x = x \tag{4}$$

UT Bordeaux I Opt Informatique S1-G2

ALGERIE LINÉAIRE

Préambule

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

**Espace vectoriel sur le corps des réels**

Espace vectoriel de dimension finie

Le corps des réels

**Espace vectoriel sur R**

Donner espace vectoriel

Quelques exemples

Les sous-espaces suivants (si définies) sont des espaces vectoriels sur R

☒  $\mathbb{R}^n$   $(n \in \mathbb{N})$

☒  $\mathbb{R}^n$   $(n \in \mathbb{N})$

☒  $M_n(\mathbb{R})$   $(n \in \mathbb{N})$

RTD Recherche Optique Interne S1-G2

ALDORE LINEAIRE