

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues Matrices à coefficients réels Espace vectoriel sur le corps des réels Espace vectoriel de dimension fini	Préambule	Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice Bases d'un espace vectoriel E Dimension finie d'un espace vectoriel E
<h1>Plan</h1>		
1	Préambule	
2	Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues	
	<ul style="list-style-type: none">Résolution de systèmes triangulairesMéthode du pivot de Gauss	
3	Matrices à coefficients réels	
	<ul style="list-style-type: none">Notion de matrices à coefficients réelsOpérations sur les matricesMatrices carrées	
4	Espace vectoriel sur le corps des réels	
	<ul style="list-style-type: none">Le corps des réelsStructure d'espace vectoriel sur \mathbb{R}Sous-espace vectoriel	
5	Espace vectoriel de dimension fini	
	<ul style="list-style-type: none">Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice	
	Bases d'un espace vectoriel E	
	Dimension finie d'un espace vectoriel E	
	IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2	ALGÈBRE LINÉAIRE

<p>Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues</p> <p>Matrices à coefficients réels</p> <p>Espace vectoriel sur le corps des réels</p> <p>Espace vectoriel de dimension fini</p>	<p>Préambule</p>	<p>Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice</p> <p>Bases d'un espace vectoriel E</p> <p>Dimension finie d'un espace vectoriel E</p>
		<p>$(E, +, \cdot)$ est un espace vectoriel sur R et est défini pour tout le chapitre.</p>
		<p>IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2</p> <p>ALGEBRE LINEAIRE</p>

<p>Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues</p> <p>Matrices à coefficients réels</p> <p>Espace vectoriel sur le corps des réels</p> <p>Espace vectoriel de dimension fini</p>	<p>Préambule</p> <p>Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice</p> <p>Bases d'un espace vectoriel E</p> <p>Dimension finie d'un espace vectoriel E</p>
<h1>Plan</h1>	
<p>1 Préambule</p> <p>2 Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues dans R</p> <ul style="list-style-type: none">● Résolution de systèmes triangulaires● Méthode du pivot de Gauss <p>3 Matrices à coefficients réels</p> <ul style="list-style-type: none">● Notion de matrices à coefficients réels● Opérations sur les matrices● Matrices carrées <p>4 Espace vectoriel sur le corps des réels</p> <ul style="list-style-type: none">● Le corps des réels● Structure d'espace vectoriel sur R● Sous-espace vectoriel	
<p>5 Espace vectoriel de dimension fini</p> <ul style="list-style-type: none">● Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice● Bases d'un espace vectoriel E● Dimension finie d'un espace vectoriel E	
<p>IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2</p> <p>ALGEBRE LINEAIRE</p>	

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Bases d'un espace vectoriel E

Dimension finie d'un espace vectoriel E

Combinaison linéaire de vecteurs.

Solent x_1, x_2, \dots, x_n n vecteurs de E et soient $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ n réels. Le vecteur construit à partir de x_1, x_2, \dots, x_n et égal à

$$X = \lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \dots + \lambda_n \cdot x_n$$

X est une combinaison linéaire des x_1, x_2, \dots, x_n

Théorème

L'ensemble des combinaisons linéaires de x_1, x_2, \dots, x_n est un sous-espace vectoriel de E appelé le sous-espace vectoriel engendré par x_1, x_2, \dots, x_n

Notation

$\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ est le sous-espace vectoriel engendré par x_1, x_2, \dots, x_n

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

ALGÈBRE LINÉAIRE

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Bases d'un espace vectoriel E

Dimension finie d'un espace vectoriel E

Famille génératrice de E

Soient ces n vecteurs de E, x_1, x_2, \dots, x_n . Si tous vecteurs de E est combinaison linéaire de ces n vecteurs alors (x_1, x_2, \dots, x_n) forme une famille génératrice de E.

$$\forall z \in E, \exists (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n / z = \lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \dots + \lambda_n \cdot x_n$$

Exemples

- Prenons $E = M_n(\mathbb{R}), < (\varepsilon_{ij}) >, i > j, 1 \leq i, j \leq n$ est le sous-espace vectoriel des matrices triangulaires inférieures strictes.
- Prenons $(\mathbb{R}^2, +, \cdot) ((1, 0), (0, 1))$ est une famille génératrice de \mathbb{R}^2 .
- $((1, 2), (2, 1), (1, 0))$ est une famille génératrice de \mathbb{R}^2 .

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

ALGÈBRE LINÉAIRE

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Bases d'un espace vectoriel E

Dimension finie d'un espace vectoriel E

Famille libre, famille liée

Solent n vecteurs de E, x_1, x_2, \dots, x_n . Ces n vecteurs forment une famille libre de E ou sont linéairement indépendants si

$$\forall (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n \lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \dots + \lambda_n \cdot x_n = O_E \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$$

Une famille est liée ou linéairement dépendante si elle est non libre.

Exemples

- Prenons $E = M_n(\mathbb{R}), (\varepsilon_{ij}), i < j, 1 \leq i, j \leq n$ est une famille libre de $M_n(\mathbb{R})$.
- Prenons $(\mathbb{R}^2, +, \cdot) ((1, 0), (0, 1))$ est une famille libre de \mathbb{R}^2 .
- $((1, 2), (2, 1), (1, 0))$ est une famille liée de \mathbb{R}^2 .

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

ALGÈBRE LINÉAIRE

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Bases d'un espace vectoriel E

Dimension finie d'un espace vectoriel E

Proposition

Solent n vecteurs de E, x_1, x_2, \dots, x_n . Ces n vecteurs forment une famille liée de E si et seulement si
$$\exists (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n \text{ non tous nuls tels que } \lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \dots + \lambda_n \cdot x_n = O_E \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$$

Que signifie non tous nuls?

x_1, x_2, \dots, x_n ne peuvent pas être nuls tous à la fois, mais dans la combinaison linéaire précédente certains peuvent être nuls! On peut alors juste dire
$$\exists \lambda_i \in \mathbb{R} \text{ tel que } \lambda_i \neq 0$$

 \exists signifie "il existe au moins" un i tel que...

Propriétés

- Une famille à 1 élément (x) est libre $\Leftrightarrow x \neq O_E$
- Les éléments d'une famille libre sont deux à deux distincts.
- Toute sous-famille d'une famille libre est libre
- Toute sur-famille d'une famille génératrice est génératrice

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

ALGÈBRE LINÉAIRE

<p>Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues</p> <p>Matrices à coefficients réels</p> <p>Espace vectoriel sur le corps des réels</p> <p>Espace vectoriel de dimension fini</p>	<p>Préambule</p> <p>Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice</p> <p>Bases d'un espace vectoriel E</p> <p>Dimension finie d'un espace vectoriel E</p>
<h1>Plan</h1>	
<p>1 Préambule</p> <p>2 Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues dans R</p> <ul style="list-style-type: none">● Résolution de systèmes triangulaires● Méthode du pivot de Gauss <p>3 Matrices à coefficients réels</p> <ul style="list-style-type: none">● Notion de matrices à coefficients réels● Opérations sur les matrices● Matrices carrées <p>4 Espace vectoriel sur le corps des réels</p> <ul style="list-style-type: none">● Le corps des réels● Structure d'espace vectoriel sur R● Sous-espace vectoriel	
<p>5 Espace vectoriel de dimension fini</p> <ul style="list-style-type: none">● Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice● Bases d'un espace vectoriel E● Dimension finie d'un espace vectoriel E	
<p>IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2</p>	<p>ALGEBRE LINEAIRE</p>

Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnues

Matrices à coefficients réels

Espace vectoriel sur le corps des réels

Espace vectoriel de dimension fini

Préambule

Combinaison linéaire, Famille libre, famille génératrice

Bases d'un espace vectoriel E

Dimension finie d'un espace vectoriel E

Définition

Une base de l'espace vectoriel E est une famille de E à la fois libre et génératrice. Cette base est aussi une famille libre *maximale* et une famille génératrice *minimale*.

Exemples

Prenons $E = M_n(\mathbb{R})$, (ε_{ij}) , $\forall (i, j)$, $1 \leq i, j \leq n$ est une base de $M_n(\mathbb{R})$. Cette base s'appelle la base canonique de $M_n(\mathbb{R})$.

Prenons $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ $((1, 0), (0, 1))$ est une base de \mathbb{R}^2 , c'est aussi la base canonique de \mathbb{R}^2 .

$((1, 2, 3), (2, 1, 0), (0, 0, 1))$ est une base de \mathbb{R}^3 .

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2

ALGÈBRE LINÉAIRE