Plan

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Plan

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2
ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2p} \\ \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{np} \end{pmatrix}$$

Notation : $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $a_{ij} \in R$

A est donc une matrice de type n.p, a_{ij} est le réel situé sur la iième ligne et la jième colonne de A.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2
ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrices de taille (n,p)

Soient n, p deux entiers naturels, on appelle matrice de taille (n,p) à coefficients réels, un tableau à n lignes et p colonnes

Matrice A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2p} \\ \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{np} \end{pmatrix}$$

Notation : $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $a_{ij} \in R$

A est donc une matrice de type n.p, a_{ij} est le réel situé sur la iième ligne et la jième colonne de A.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2
ALGEBRE LINEAIRE

$A \in M_{np}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$
A est une matrice de taille 1 ligne et p colonnes, on dit que A est un vecteur ligne ou matrice ligne.

$A \in M_{np}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$
A est une matrice de taille 1 ligne et p colonnes, on dit que A est un vecteur ligne ou matrice ligne.

$A \in M_{np}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$
A est une matrice de taille 1 ligne et p colonnes, on dit que A est un vecteur ligne ou matrice ligne.

$A \in M_{np}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et p colonnes à coefficients réels.

$A \in M_{n1}(R)$
A est une matrice de taille n lignes et une colonne, on dit que A est un vecteur colonne.

$A \in M_{1p}(R)$
A est une matrice de taille 1 ligne et p colonnes, on dit que A est un vecteur ligne ou matrice ligne.

Plan

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A = (a_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$ et $B = (b_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{np}(R)$
- $S = A + B$ et $S \in M_{np}(R)$
- $S = (s_{ij})_{1\le i\le n, 1\le j\le p}$
- $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

A+B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 6 & 10 & 14 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A=(a_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$ et $B=(b_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$, $a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A\in M_{np}(R)$ et $B\in M_{np}(R)$
- $S=A+B$ et $S\in M_{np}(R)$
- $S=(s_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$
- $s_{ij}=a_{ij}+b_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

A+B

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1&0&7\\2&5&8\\0&1&0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&2&10\\6&10&14\\7&9&9\end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A=(a_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$ et $B=(b_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$, $a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A\in M_{np}(R)$ et $B\in M_{np}(R)$
- $S=A+B$ et $S\in M_{np}(R)$
- $S=(s_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$
- $s_{ij}=a_{ij}+b_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

A+B

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1&0&7\\2&5&8\\0&1&0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&2&10\\6&10&14\\7&9&9\end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A=(a_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$ et $B=(b_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$, $a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A\in M_{np}(R)$ et $B\in M_{np}(R)$
- $S=A+B$ et $S\in M_{np}(R)$
- $S=(s_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$
- $s_{ij}=a_{ij}+b_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

A+B

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1&0&7\\2&5&8\\0&1&0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&2&10\\6&10&14\\7&9&9\end{pmatrix}$$

Somme de matrices $A=(a_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$ et $B=(b_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$, $a_{ij}\in R$ et $b_{ij}\in R$

La somme de ces deux matrices est une matrice de même type (n,p) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est la somme des coefficients respectifs situés à la même place de chaque matrice.

- $A\in M_{np}(R)$ et $B\in M_{np}(R)$
- $S=A+B$ et $S\in M_{np}(R)$
- $S=(s_{ij})_{1\le i\le n,1\le j\le p}$
- $s_{ij}=a_{ij}+b_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

A+B

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1&0&7\\2&5&8\\0&1&0\end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&2&10\\6&10&14\\7&9&9\end{pmatrix}$$

Produit externe d'un réel λ par une matrice A ,$A\in M_{np}(R)$

on définit $\lambda.A$ comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T=\lambda.A$
- $T\in M_{np}(R)$
- $t_{ij}=\lambda.a_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

$\lambda.A$

$$A=\begin{pmatrix}1&x&3&y\\4&y&5&x\\x&y&8&9\end{pmatrix}$$

$$\lambda.A=\begin{pmatrix}\lambda&\lambda x&3\lambda&\lambda y\\4\lambda&\lambda y&5\lambda&\lambda x\\\lambda x&\lambda y&8\lambda&9\lambda\end{pmatrix}$$

Produit externe d'un réel λ par une matrice A ,$A\in M_{np}(R)$

on définit $\lambda.A$ comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T=\lambda.A$
- $T\in M_{np}(R)$
- $t_{ij}=\lambda.a_{ij}, \forall(i,j)\in\{1,\cdots n\}\times\{1,\cdots p\}$

$\lambda.A$

$$A=\begin{pmatrix}1&x&3&y\\4&y&5&x\\x&y&8&9\end{pmatrix}$$

$$\lambda.A=\begin{pmatrix}\lambda&\lambda x&3\lambda&\lambda y\\4\lambda&\lambda y&5\lambda&\lambda x\\\lambda x&\lambda y&8\lambda&9\lambda\end{pmatrix}$$

Produit externe d'un réel λ par une matrice A , $A \in M_{np}(R)$

on définit $\lambda.A$ comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.

- $T = \lambda.A$
- $T \in M_{np}(R)$
- $t_{ij} = \lambda.a_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$

$\lambda.A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\lambda.A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Produit externe d'un réel λ par une matrice A , $A \in M_{np}(R)$
on définit $\lambda.A$ comme la matrice de type (n, p) dont le coefficient général est le produit du réel λ par le coefficient général de A.
- $T = \lambda.A$
- $T \in M_{np}(R)$
- $t_{ij} = \lambda.a_{ij}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots p\}$
$\lambda.A$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 3 & y \\ 4 & y & 5 & x \\ x & y & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
$$\lambda.A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda x & 3\lambda & \lambda y \\ 4\lambda & \lambda y & 5\lambda & \lambda x \\ \lambda x & \lambda y & 8\lambda & 9\lambda \end{pmatrix}$$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Produit de matrices $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq m}$, $a_{ij} \in R$ et $b_{ij} \in R$

Le produit de ces deux matrices est une matrice de type (n,m) dont le coefficient situé sur la ième ligne et la jème colonne est calculé à partir de la ième ligne de A et de la jème colonne de B.

- $A \in M_{np}(R)$ et $B \in M_{pm}(R)$
- $P = A \times B$ et $P \in M_{nm}(R)$
- $P = (p_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$
- $p_{ij} = \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots n\} \times \{1, \cdots m\}$

$A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 18 & 35 \\ 11 & 22 \\ 51 & 90 \\ 22 & 44 \end{pmatrix}$$

Propriétés

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif
  $$A \times B \neq B \times A$$
  .
- Le produit de matrices est associatif
  $$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$
  .
- Le produit est distributif par rapport à l'addition
  $$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$
-
  $$A \times (\lambda . B) = \lambda . (A \times B)$$

Propriétés

- Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
- Le produit de matrices n'est pas commutatif

$$A \times B \neq B \times A$$

.

- Le produit de matrices est associatif

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

.

- Le produit est distributif par rapport à l'addition

$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$

-

$$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Propriétés
Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
Le produit de matrices n'est pas commutatif
$A \times B \neq B \times A$
Le produit de matrices est associatif
$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
Le produit est distributif par rapport à l'addition
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Propriétés
Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
Le produit de matrices n'est pas commutatif
$A \times B \neq B \times A$
Le produit de matrices est associatif
$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
Le produit est distributif par rapport à l'addition
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Propriétés
Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
Le produit de matrices n'est pas commutatif
$A \times B \neq B \times A$
Le produit de matrices est associatif
$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
Le produit est distributif par rapport à l'addition
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Propriétés
Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
Le produit de matrices n'est pas commutatif
$A \times B \neq B \times A$
Le produit de matrices est associatif
$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
Le produit est distributif par rapport à l'addition
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Propriétés
Il est facile de remarquer que le produit des matrices $A \times B$ n'est pas toujours possible. Le nombre de colonnes de A doit être égal aux nombres de lignes de B.
Le produit de matrices n'est pas commutatif
$A \times B \neq B \times A$
Le produit de matrices est associatif
$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
Le produit est distributif par rapport à l'addition
$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
$A \times (\lambda.B) = \lambda.(A \times B)$
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

La matrice 0

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

La matrice 0

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

La matrice 0

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

La matrice 0

- Si A=0 alors $A \times B = 0$ et $B \times A = 0$
- L'implication réciproque est fausse : contre-exemple

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A \times B = 0$$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$
- $b_{ij} = a_{ji}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots n\}$
- Notation : $B = {}^t A$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$
- $b_{ij} = a_{ji}, \forall (i,j) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots n\}$
- Notation : $B = {}^t A$

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$
- $b_{ij} = a_{ji}, \forall (i, j) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots n\}$
- Notation : $B = {}^t A$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$
- $b_{ij} = a_{ji}, \forall (i, j) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots n\}$
- Notation : $B = {}^t A$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Transposition d'une matrice $A \in M_{np}(R)$

Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ La transposée de A est la matrice B

- $B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$
- $b_{ij} = a_{ji}, \forall (i, j) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots n\}$
- Notation : $B = {}^t A$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^t A$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^t A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^t A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^t A + {}^t B \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^t A \\ {}^t(A \times B) &= {}^t B \times {}^t A \end{aligned}$$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^t A$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^t A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^t A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^t A + {}^t B \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^t A \\ {}^t(A \times B) &= {}^t B \times {}^t A \end{aligned}$$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^t A$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^t A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^t A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^t A + {}^t B \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^t A \\ {}^t(A \times B) &= {}^t B \times {}^t A \end{aligned}$$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^tA$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^tA$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^tA + {}^tB \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^tA \\ {}^t(A\times B) &= {}^tB \times {}^tA \end{aligned}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^tA$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^tA$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^tA + {}^tB \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^tA \\ {}^t(A\times B) &= {}^tB \times {}^tA \end{aligned}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Les lignes de A sont les colonnes de ${}^tA$ et les colonnes de A sont les lignes de ${}^tA$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Propriétés

$$\begin{aligned} {}^t(A+B) &= {}^tA + {}^tB \\ {}^t(\lambda.A) &= \lambda.{}^tA \\ {}^t(A\times B) &= {}^tB \times {}^tA \end{aligned}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et AC, que conclure?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On ne peut pas *simplifier*

Il existe des matrices A, B, C telles que $AB = AC$ et $B \neq C$
On ne peut pas "simplifier" par A

Calculer A^n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Plan

Définition

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit $n = p$, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n \times n$

Notations

- $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$ et $a_{ij} \in R$
- $A \in M_n(R)$
- $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

Définition

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit $n = p$, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n \times n$

Notations

- $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$ et $a_{ij} \in R$
- $A \in M_n(R)$
- $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Définition

Lorsque le nombre de lignes de la matrice A est égal à son nombre de colonnes, soit $n = p$, la matrice A est alors une matrice carrée de taille $n \times n$

Notations

- $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$ et $a_{ij} \in R$
- $A \in M_n(R)$
- $M_n(R)$ est l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2
ALGEBRE LINEAIRE

Diagonale d'une matrice carrée

Soit la matrice $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les a_{ii} s'appellent les éléments diagonaux de A.

Diagonale d'une matrice carrée

Soit la matrice $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les a_{ii} s'appellent les éléments diagonaux de A.

Diagonale d'une matrice carrée

Soit la matrice $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les a_{ii} s'appellent les éléments diagonaux de A.

Diagonale d'une matrice carrée

Soit la matrice $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n}$, la diagonale de A est le n-uplet de réels constitués des éléments diagonaux de A.

- $(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$
- Les a_{ii} s'appellent les éléments diagonaux de A.

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice identité

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

- I_n est la matrice identité de taille $n \times n$.
- $I_n \in M_n(R)$

I_n élément neutre du produit des matrices dans $M_n(R)$

$$\forall A \in M_n(R), A \times I_n = I_n \times A = A$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Matrice diagonale

Une matrice est diagonale si seuls les éléments diagonaux sont susceptibles d'être non nuls.

$$D_n = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

- $D_n \in M_n(R)$
- $d_{ij} = 0, \forall i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$
- $d_{ii} \in R$

Matrice scalaire : cas particulier de matrice diagonale

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix}$$

- $\Lambda_n \in M_n(R)$
- $\Lambda_n = \lambda . I_n$

Matrice scalaire : cas particulier de matrice diagonale

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix}$$

- $\Lambda_n \in M_n(R)$
- $\Lambda_n = \lambda . I_n$

Matrice scalaire : cas particulier de matrice diagonale

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix}$$

- $\Lambda_n \in M_n(R)$
- $\Lambda_n = \lambda . I_n$

Matrice scalaire : cas particulier de matrice diagonale

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix}$$

- $\Lambda_n \in M_n(R)$
- $\Lambda_n = \lambda . I_n$

Matrice scalaire : cas particulier de matrice diagonale

Lorsque tous les coefficients diagonaux sont égaux au même réel λ dans une matrice diagonale, la matrice est alors scalaire.

$$\Lambda_n = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{pmatrix}$$

- $\Lambda_n \in M_n(R)$
- $\Lambda_n = \lambda . I_n$

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice triangulaire supérieure

La matrice T est triangulaire supérieure si tous les termes situés sous la diagonale sont nuls.

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $T \in M_n(R)$
- $t_{ij} = 0, \forall i > j, 1 \leq i, j \leq n$

Matrice triangulaire inférieure

La matrice T est triangulaire inférieure si tous les termes situés sur la diagonale sont nuls.
Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure.

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow$ $t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- *Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure stricte.*

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow$ $t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- *Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure stricte.*

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

- T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow$ $t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
- *Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure stricte.*

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Matrice triangulaire stricte

Une matrice est triangulaire stricte si elle est triangulaire et si de plus les éléments diagonaux sont nuls.

1. T est triangulaire supérieure stricte $\Leftrightarrow t_{ij} = 0, \forall i \geq j, 1 \leq i, j \leq n$
2. *Travail personnel : Ecrire les conditions sur t_{ij} pour que T soit triangulaire inférieure stricte.*

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0$, $\forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0 \text{ , } \forall i, 1 \leq i \leq n$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0 \text{ , } \forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0 \text{ , } \forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice symétrique, matrice antisymétrique

1. Soit une matrice $A \in M_n(R)$, A est une matrice symétrique si
   - ${}^tA = A$
   - Au niveau des éléments : $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
2. Soit une matrice $B \in M_n(R)$, B est une matrice antisymétrique si
   - ${}^tB = -B$
   - Au niveau des éléments : $b_{ij} = -b_{ji}, \forall i, j, 1 \leq i, j \leq n$
   - dans ce cas là : $b_{ii} = 0 \text{ , } \forall i, 1 \leq i \leq n$

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$
  $$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$
- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit A^tA est une matrice carrée symétrique.*

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$
  $$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$
- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit A^tA est une matrice carrée symétrique.*

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

  $Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit $A^t A$ est une matrice carrée symétrique.*

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

  $Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit $A^t A$ est une matrice carrée symétrique.*

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

  $Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit $A^t A$ est une matrice carrée symétrique.*

Dire quelle matrice est symétrique, quelle matrice est antisymétrique

- $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

  $Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

- *Travail personnel : Vérifier que, pour toute matrice A, le produit $A^t A$ est une matrice carrée symétrique.*

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Trace d'une matrice carrée

La trace d'une matrice carrée est le réel noté $tr(A)$ égal à la somme des éléments diagonaux de A.

- $tr(A) = \sum_{i=1}^{i=n} a_{ii}$

Propriétés

- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$
- $tr(AB) = tr(BA)$
  $\forall \lambda \in R, \forall A, B \in M_n(R)$

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Matrice inverse

- Soit $A \in M_n(R)$ A est inversible si $\exists B \in M_n(R)$ telle que $AB = BA = I_n$
- Dans ce cas là B est l'inverse de A et est noté A^{-1}

Propriétés

- L'inverse de A, A^{-1} est définie de manière unique.
- $\forall X, Y \in M_n(R), (XY)^{-1} = Y^{-1}X^{-1}$
- $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1})$
- Pratiquement, il suffit de trouver B telle que $AB = I_n$ (ou $BA = I_n$)

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Théorème

Matrice inversible et pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$,$T \in M_n(R)$,$F \in M_n(R)$, $K \in R^n$,$C \in R^n$ et soit le système $AX = K$
T est la matrice obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss.
C est le vecteur second membre obtenu en trigonalisant le système $AX = K$ par la même méthode.
Les propriétés suivantes sont équivalentes.

1. *A est inversible.*
2. *Le système AX=K admet une unique solution.*
3. *Le système TX=C avec C=FK, admet une unique solution.*
4. *Les coefficients diagonaux de T sont tous différents de 0, soit : $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0$*
5. *La matrice triangulaire T obtenue en trigonalisant A par la méthode du pivot de Gauss est inversible.*

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape $(4 \Rightarrow 5)$ Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape ($4 \Rightarrow 5$) Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape ($4 \Rightarrow 5$) Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape ($4 \Rightarrow 5$) Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape ($4 \Rightarrow 5$) Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Démonstration

$1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 1$ **(cf cours)**
Une étape ($4 \Rightarrow 5$) Soient

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ & & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n-1,n} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & t_{23} & \cdots & t_{2n} \\ 0 & 0 & t_{33} & \cdots & t_{3n} \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$$

- $\forall 1 \leq i \leq n, t_{ii} \neq 0 \Rightarrow$ le système $TX = C$ admet une unique solution, soit X cette solution (cf pivot de Gauss).
- Cette solution X s'exprime alors en fonction de C soit $X = T'C$ où $T' \in M_n(R)$.
- $T(T'C) = (TT')C$ par associativité du produit d'une part et $T(T'C) = TX$ d'autre part, $\forall C \in M_n(R)$.
- On en déduit que $TT' = I_n$
- De la même façon, on peut démontrer que $T'T = I_n$

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ **Posons le problème :**

$$AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0 \in M_{n1}(R)$
Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

$$AX_0 = K_0 \Leftrightarrow X_0 = A^{-1}K_0$$

Si

$$K_0 = \begin{pmatrix} k_{01} \\ k_{02} \\ \vdots \\ k_{0n} \end{pmatrix}$$

La méthode du pivot de Gauss permet d'exprimer le vecteur X_0 en fonction du vecteur K_0 et ainsi permet de déterminer A^{-1}

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème :

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème :

$$AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème :

$$AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0 \in M_{n1}(R)$
Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème :

$$AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0 \in M_{n1}(R)$
Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

$$AX_0 = K_0 \Leftrightarrow X_0 = A^{-1}K_0$$

Recherche pratique de l'inverse d'une matrice inversible à l'aide de la méthode du pivot de Gauss

Soit $A \in M_n(R)$ et soit $K_0 \in M_{n1}(R)$ Posons le problème :

$$AX = K_0, X \in M_{n1}(R)$$

Si A est inversible ce problème admet une unique solution $X_0 \in M_{n1}(R)$
Nous pouvons écrire l'équivalence suivante :

$$AX_0 = K_0 \Leftrightarrow X_0 = A^{-1}K_0$$

Si

$$K_0 = \begin{pmatrix} k_{01} \\ k_{02} \\ \vdots \\ k_{0n} \end{pmatrix}$$

La méthode du pivot de Gauss permet d'exprimer le vecteur X_0 en fonction du vecteur K_0 et ainsi permet de déterminer A^{-1}

Exercices

- *Travail personnel : soient les matrices A et B suivantes, calculer AB et BA et vérifier que $tr(AB)=tr(BA)$*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Vérifier que la matrice D est l'inverse de la matrice C

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées
Exercices
Travail personnel : soient les matrices A et B suivantes, calculer AB et BA et vérifier que tr(AB)=tr(BA)
Vérifier que la matrice D est l'inverse de la matrice C
IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2
ALGEBRE LINEAIRE

Exercices

- En utilisant la méthode du pivot de Gauss, retrouver que la matrice C est inversible et déterminer son inverse D
- Justifier par la même méthode que la matrice E n'est pas inversible

$$E = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Exercices

En utilisant la méthode du pivot de Gauss, retrouver que la matrice C est inversible et déterminer son inverse D
Justifier par la même méthode que la matrice E n'est pas inversible

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Exercices

En utilisant la méthode du pivot de Gauss, retrouver que la matrice C est inversible et déterminer son inverse D

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Exercices

En utilisant la méthode du pivot de Gauss, retrouver que la matrice C est inversible et déterminer son inverse D
Justifier par la même méthode que la matrice E n'est pas inversible

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE

Préambule
Résolution de systèmes linéaires de n équations à n inconnue
Matrices à coefficients réels
Espace vectoriel sur le corps des réels
Espace vectoriel de dimension fini
Notion de matrices à coefficients réels
Opérations sur les matrices
Matrices carrées

Exercices

En utilisant la méthode du pivot de Gauss, retrouver que la matrice C est inversible et déterminer son inverse D
Justifier par la même méthode que la matrice E n'est pas inversible

E = (−1 0 −2; 1 1 1; 2 1 3)

IUT Bordeaux1 Dpt-Informatique S1-S2 ALGEBRE LINEAIRE