Université de Liège

Répétitions du cours de physique générale

Bachelier en sciences informatique

Professeur : Matthieu VERSTRAETE

Assistant : Antoine Dewandre

Année académique 2015-2016

Séance 1

La dynamique

1.1 Rappel théorique

La dynamique est la partie de la physique qui s'intéresse à la relation entre le mouvement des corps est les causes de ces mouvements que sont les forces. Toute la dynamique repose sur les trois lois de Newton.

1.1.1 Les trois lois de Newton

1. Lorsqu'un corps n'est soumis à l'action d'aucune force, il perdure indéfiniment au repos ou en MRU.
2. Lorsqu'un corps se déplace, son mouvement est tel qu'à tout instant, la résultante des forces qui s'appliquent sur lui est égale au produit de sa masse et de son accélération :

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

3. Si un corps exerce une force sur un autre corps, ce dernier exerce aussi sur le premier une force égale en module et directement opposée (principe d'action-réaction).

1.1.2 Les forces de frottement

Les forces de frottement s'exercent lorsque deux surfaces sont en contact et s'opposent systématiquement à leur déplacement relatif. On distingue deux cas importants dans les frottement : le *régime statique* et le *régime dynamique* ou *cinétique*. Pour les décrire, imaginons un corps posé sur une surface horizontale sur lequel nous venons exercer une force $\vec{F}$ comme illustré ci-dessous :

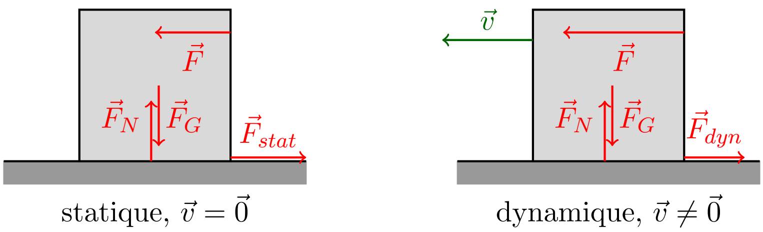


FIGURE 1.1 – Bilan des forces pour les cas statique et dynamique.

Le régime statique

Dans ce régime la force extérieure $\vec{F}$ est trop faible pour vaincre la force de frottement statique $\vec{F}_{stat}$. Cette dernière s'adapte à la force $\vec{F}$ de manière à la compenser exactement. Cette situation reste valable tant que la force extérieure ne dépasse pas la valeur maximale que peut prendre la force de frottement statique :

$$F = F_{stat} \leq F_{stat,max}$$

La valeur maximale de F_{stat} étant donnée par :

$$F_{stat,max} = \mu_{stat} F_N$$

où μ_{stat} est le *coefficient de frottement statique* et F_N est la réaction normale entre les deux surfaces. Attention, il importe de comprendre que la formule ci-dessous lie uniquement les <u>normes</u> des forces entre-elles et que la même formule exprimée sous la forme vectorielle est fausse :

$$\vec{F}_{stat,max} \neq \mu_{stat} \vec{F}_N$$

puisque $\vec{F}_{stat,max}$ et $\vec{F}_N$ n'ont pas les mêmes directions.

Le régime dynamique

Dans ce cas, la norme de la force de frottement dynamique est constante tant que les deux surfaces sont en mouvement relatif. La norme est donnée par :

$$F_{dyn} = \mu_{dyn} F_N$$

où μ_{dyn} est le *coefficient de frottement dynamique*. Le sens de la force est toujours opposé au déplacement. Les deux régimes sont résumés sur le schéma suivant dans lequel la norme de la force de frottement F_{frott} est tracée en fonction de la norme de la force extérieure F.

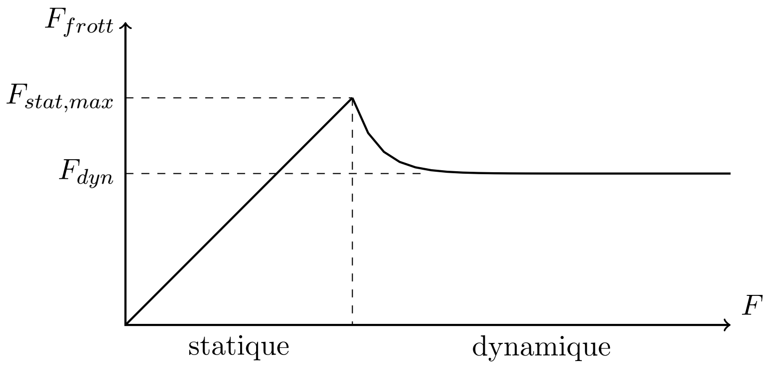


FIGURE 1.2 – Schéma récapitulatif des forces de frottement.

1.1.3 La loi de Hooke

Un ressort est caractérisé par sa longueur naturelle x_0 et sa constante de raideur k qui se mesure en N/m. La loi de Hooke stipule que la force de rappel d'un ressort étiré ou comprimé jusqu'à une position x tend toujours à ramener le ressort à sa longueur naturelle avec une force [1] donnée par :

$$F_{R,x} = -k(x - x_0)$$

1. Remarquons ici que nous ne donnons que la composante de cette force selon l'axe x. Le formalisme scalaire est suffisant dans ce cas car tout se passe selon une seule direction.

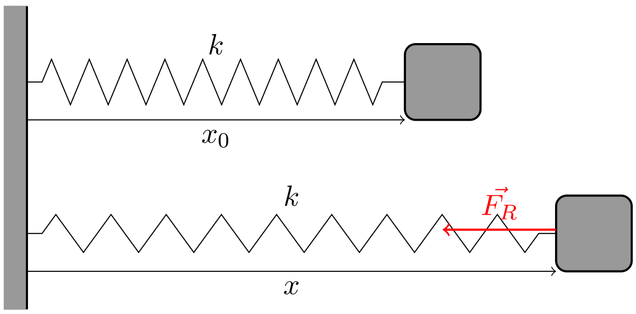
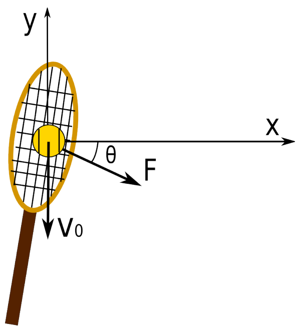


FIGURE 1.3 – Loi de Hooke.

1.2 Exercices

Exercice 1



Une balle de tennis, dont la masse est de 0,058 kg, est initialement au repos. Elle est servie avec une vitesse de 45 m/s.

(a) Si la raquette est en contact avec la balle pendant 0,004 s, quelle est la force résultante qui agit sur la balle durant le service ?

(b) Le tennis(wo)man frappe maintenant la balle à la descente, alors quélle a une vitesse verticale de 1 m/s, et avec un angle de 12° sous l'horizontale. Si la force impartie à la balle est la même, quelle sera maintenant sa vitesse ?

(c) Que se passe-t-il si la balle est frappée à la montée plutôt qu'à la descente ?

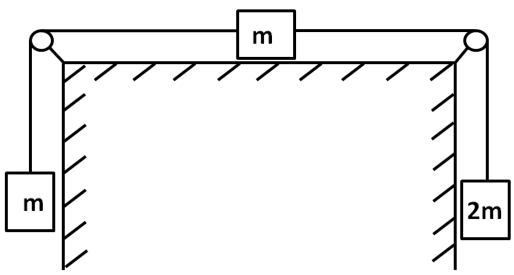
Rép. : (a) $F = 652,5\,N$*, (b)* $\vec{v}_f = (44,017;-10,356)\,m/s$*, (c)* $\vec{v}_f = (44,017;-8,356)\,m/s$*, norme inférieure au cas (b).*

Exercice 2

Dans la figure ci-dessous, les ficelles et les poulies ont des masses négligeables et il n'y a pas de frottement. Évaluer :

(a) la tension dans les ficelles ;

(b) l'accélération du système.



Rép. : (a) $T_{12} = T_{21} = (5/4)mg$ *et* $T_{23} = T_{32} = (3/2)mg$*, (b)* $a = g/4$*.*

Exercice 3

Un corps de poids P repose sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement est μ.

(a) Sous quelle condition est-il en équilibre statique ? Faire un schéma des forces agissant sur ce corps, en indiquant la valeur de leur norme.

(b) Déterminer la force à appliquer pour lui faire gravir le plan avec une vitesse constante.

Rép. : (a) $\tan\theta \leq \mu_s$ *; (b)* $F_M = mg[\mu_k \cos\theta + \sin\theta]$.

Exercice 4

Pirlouit veut monter dans un arbre sans grimper. Il est assis sur une balançoire attachée par une poulie à l'arbre. Il tire sur l'extrémité libre de la corde de telle manière que le dynamomètre est étiré de 5 cm. Sachant que le poids de Pirlouit est de 320 N, celui de la balançoire est de 160 N et que la constante de raideur du dynamomètre est de $5.10^3\,N/m$, calculer l'accélération de Pirlouit. Quelle est l'intensité de la force que ce dernier exerce sur la balançoire ?
Rép. : $a = 0,4088\,m/s^2; F_N = 250/3\,N$.

1.3 Exercices supplémentaires

Exercice 1

Au cours d'une collision, une automobile de masse $m = 1000\,kg$ passe d'une vitesse initiale de 20 m/s à une vitesse nulle sur une distance de 2 m. En supposant la décélération constante, déterminer :

(a) la décélération de la voiture ;

(b) la force résultante qui agit sur la voiture durant la collision.

Rép. : (a) $a = 100\,m/s^2$, *(b)* $F = 10^5\,N$.

Exercice 2

Reconsidérer l'exercice 2 de la série principale si le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la surface horizontale vaut $\mu_c = 0,1$.
Rép. : (a) $T_{12} = T_{21} = (5-\mu_c)mg/4$ *et* $T_{23} = T_{32} = (3+\mu_c)mg/2$, *(b)* $a = (1-\mu_c)g/4$.

Séance 2

Statique et gravitation

2.1 Rappel théorique

2.1.1 Les lois de la statique

Un corps est au repos si la résultante des forces extérieures et la somme des moments des forces extérieures sont nuls [1] :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0}$$

La première condition impose l'équilibre en translation du centre de masse et la seconde l'équilibre en rotation du corps considéré.

2.1.2 La loi de gravitation universelle de Newton

Soient 2 particules m_1 et m_2 situées à une distance r l'une de l'autre. La loi de la gravitation universelle stipule que ces particules s'attirent selon la formule suivante :

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$$

où $\hat{r}$ est le vecteur unitaire selon la droite d'action qui va de m_1 à m_2. Qualitativement il est important de retenir que cette force est toujours attractive, qu'elle dépend du produit des masses des deux corps et qu'elle est inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

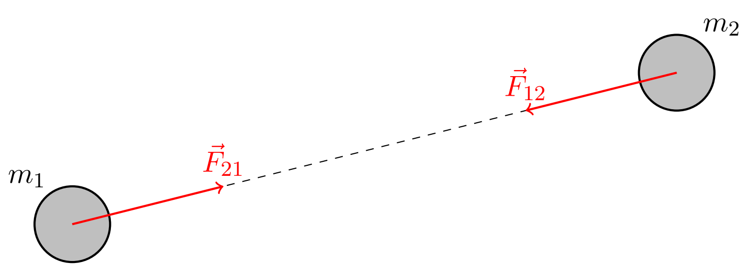


Figure 2.1 – Loi de la gravitation universelle de Newton.

En bonne approximation, lorsque l'on reste proche de la surface de la Terre, l'expression de la loi gravitationnelle de Newton prend la forme simplifiée suivante :

1. A strictement parler, ces équations n'imposent pas que le corps soit au repos mais bien que son centre de masse soit en MRU et en MCU autour de son centre de masse. Nous levons cette ambiguïté en supposant que l'objet est initialement au repos.

$$\vec{F}_G = m\vec{g}$$

où $g \simeq 9,81\, m/s^2$. Il est important de bien comprendre que cette formule n'est qu'une approximation de la loi générale formulée précédemment.

2.2 Exercices

Exercice 1

Un réfrigérateur dont la masse est de 120 kg est au repos sur le sol d'une cuisine ($\mu_s = 0,4$ et $\mu_c = 0,2$).

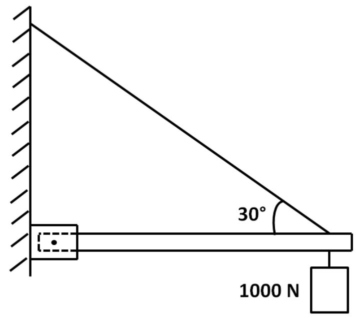
(a) Si personne ne touche le réfrigérateur, quelle est la force de frottement exercée par le sol ?

(b) Un garçon dont la masse est de 40 kg s'appuie sur le réfrigérateur et exerce ainsi une force horizontale qui vaut la moitié de son poids. Quelle est la force de frottement exercée par le sol sur le réfrigérateur ?

Rép. : (a) $F_F = 0\, N$, $F_F = mg/2 = 196,2\, N$.

Exercice 2

Dans la figure ci-contre, un poids est attaché à une barre de masse négligeable. La barre est fixée à un pivot et est maintenue par un câble. Trouver la tension dans le câble et la force exercée par le pivot.
Rép. : $F_T = 2000\, N$, $\vec{F}_{pivot} = (1732; 0)\, N$.

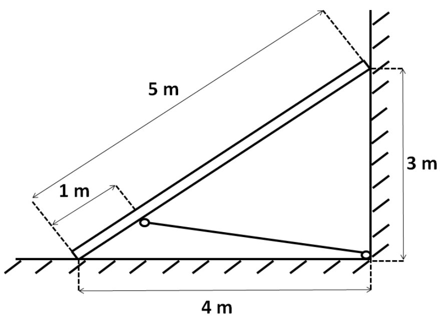


Exercice 3

Une grande boîte de céréales a pour dimension 6 cm x 35 cm x 46 cm et a une masse totale de 1 kg. Le contenu est supposé être homogène. La boîte est à proximité d'une fenêtre ouverte. Quelle est la vitesse du vent, frappant sa grande surface, capable de la renverser ? La force exercée par un vent de vitesse v sur une surface perpendiculaire de 1 m^2 est donnée (en newtons) par 0,6 v^2, où v est exprimée en m/s.
Rép. : $v = 3,64\, m/s$.

Exercice 4

La planche homogène de la figure ci-contre a une longueur de 5 m et pèse 100 N. La corde, attachée à la planche à 1 m de son extrémité inférieure, lémpêche de glisser sur le sol, où le frottement est négligeable. Déterminer la tension dans la corde.
Rép. : $T = 90,4\, N$.



Exercice 5

La Lune se trouve à $3,9.10^5\,km$ du centre de la Terre. Sa masse est de $7,3.10^{22}\,kg$ et la masse de la Terre vaut $6.10^{24}\,kg$. A quelle distance du centre de la Terre doit se trouver un objet, pour que les forces gravitationnelles dues à la Terre et à la Lune soient égales mais opposées ? On supposera que l'objet se trouve sur la droite reliant la Terre à la Lune.
Rép. : $x = 3,513.10^5\,km$.

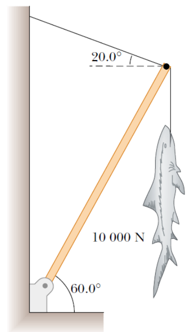
2.3 Exercices supplémentaires

Exercice 1

Une planche homogène d'une longueur de 8 m et d'une masse de 30 kg est appuyée contre un mur lisse, faisant un angle de 60° avec le sol. Calculer la force de réaction du sol sur la planche.
Rép. : $\vec{F}_{RS} = (85,4; 298)\,N$.

Exercice 2

Un requin pesant 10 000 N est suspendu via un câble à un barre de 4 m qui peut pivoter à sa base. Calculer la tension dans le câble entre la barre mobile et le mur si on suppose que la géométrie du problème est donnée par la figure ci-contre. Trouver la réaction à la base de la barre mobile.
Rép : $T = 5080\,N$, $\vec{F}_R = (4770; 8260)\,N$.



Exercice 3

La masse du Soleil vaut $2.10^{30}\,kg$ et la distance de la Lune au Soleil vaut $1,5.10^8\,km$. A partir des données de l'exercice 6 de la séance 3, trouver le rapport des forces exercées sur la Lune par la Terre et le Soleil.
Rép. : 0,444.

Exercice 4

Lorsqu'une navette spatiale est à une distance R_T de la surface de la Terre, l'attraction gravitationnelle de la Terre vaut 144 000 N. Que vaudra-t-elle lorsque la navette se trouvera à une distance $3R_T$ de la surface terrestre ? R_T étant le rayon terrestre.
Rép. : $F_G(h = 3R_T) = F_G(h = R_T)/4 = 36000N$.

Exercice 5

Un camp est à flac de montagne incliné à 30°. Quelqu'un doit tirer une luge de 200 kg vers le haut en la faisant glisser sur une surface dont le coefficient de frottement cinétique est 0,1. Si la personne peut exercer une force de traction de 200 N parallèlement au plan incliné, calculer l'accélération de la luge.
Rép. : $a = 3\,m/s^2$ *vers le bas de la pente.*

Séance 3

MCU, MCUA et dynamique circulaire

3.1 Rappel théorique

3.1.1 Newton en rotation

Un équivalent de la loi de Newton existe pour la rotation. Cette équation permet de prédire l'accélération angulaire $\vec{\alpha}$ que va subir un corps de moment d'inerte I par rapport à un axe de rotation si l'on connait tous les moments de force extérieurs $\vec{\tau}_{ext}$ calculés par rapport à cet axe :

$$I\vec{\alpha} = \sum \vec{\tau}_{ext}$$

3.1.2 Le Mouvement Circulaire Uniforme (MCU)

Lorsqu'un corps décrit une trajectoire circulaire avec une vitesse de norme constante, on dit que ce corps est en MCU. Il est vital de comprendre que contrairement à ce que son nom pourrait laisser croire, le MCU est un mouvement accéléré. En effet, même si la norme de la vitesse est inchangée lors de ce mouvement, sa direction est modifiée à chaque instant. Ainsi le vecteur vitesse n'est pas constant, on en déduit donc par la deuxième loi de Newton que la résultante des forces qui s'appliquent sur ce corps est non nulle et perpendiculaire à la trajectoire, c'est la force centripète.

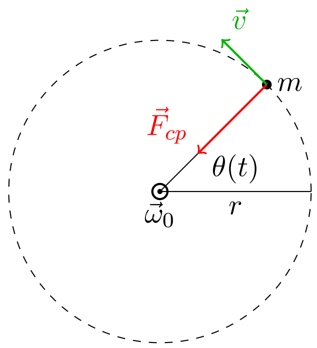


FIGURE 3.1 – Schéma MCU.

D'un point de vue cinématique, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \theta_0 + \omega_0 t\\ \omega(t) &= \omega_0\\ \alpha(t) &= 0\end{aligned}$$

La norme de la force centripète est reliée aux grandeurs cinématiques suivant la loi :

$$F_{cp} = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$$

où l'on passe de l'une à l'autre par le lien entre la vitesse linéaire v et la vitesse angulaire ω :

$$v = \omega r$$

3.1.3 Le Mouvement Circulaire Uniformément Accéléré (MCUA)

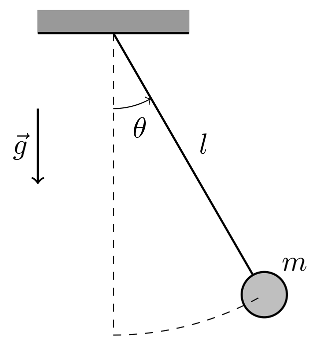
Un MCUA est caractérisé par une accélération angulaire constante. Dans le cas du mouvement plan nous avons :

$$\begin{aligned}\theta(t) &= \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega(t) &= \omega_0 + \alpha t \\ \alpha(t) &= \alpha\end{aligned}$$

Par la loi de Newton en rotation, nous savons que ce cas se produit lorsque la résultante des moments des forces extérieures est constante.

3.1.4 Le pendule simple

Un pendule simple est un système simplifié constitué d'une masse ponctuelle m au bout d'une fil inextensible de longueur l et de masse négligeable.



La résolution de l'équation de Newton pour ce système aboutit à l'équation du mouvement suivante :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

La résolution de cette équation n'est pas triviale mais est fortement simplifiée dans le cas des petites oscillations. En effet dans le cadre de cette hypothèse, nous avons que $\sin\theta \simeq \theta$ et nous pouvons donc écrire :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

qui n'est rien d'autre que l'équation d'un oscillateur harmonique. De ceci, nous tirons rapidement que la solution générale est du type :

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \phi)$$

où $\omega = \sqrt{g/l}$ est la fréquence angulaire du pendule.

Nous pouvons également déduire la formule de la vitesse $v(t)$ en dérivant l'expression de $l * \theta(t)$ par rapport au temps.

$$v(t) = \frac{d(l * \theta(t))}{dt} = l * \frac{d\theta(t)}{dt} = l\omega\theta_0 cos(\omega t + \phi)$$

3.2 Exercices

Exercice 1

Le rayon de l'orbite lunaire vaut $3,84.10^5 km$ et la période de la Lune est de 27,3 jours.

(a) Trouver l'accélération de la Lune a_L.

(b) L'accélération gravitationnelle à la surface de la Terre vaut $g = 9,81\, m/s^2$. Le rayon terrestre vaut 6380 km. En utilisant la dépendance en $1/r^2$ de la force gravitationnelle, quelle serait l'accélération gravitationnelle g' à une distance égale au rayon de l'orbite lunaire ?

(c) Comparer a_L et g'. Ceci a permis à Newton de vérifier la loi de la gravitation universelle.

Rép. : (a) $a_L = 2,72.10^{-3}\, m/s^2$, *(b)* $g' = 2,72.10^{-3}\, m/s^2$, *(c)* $a_L = g'$.

Exercice 2

Un avion se déplace à 400 m/s. Il peut sans danger être soumis à une accélération de $8g$ lorsqu'il effectue un virage. Combien de temps faudra-t-il à l'avion pour tourner de 180° s'il l'effectue le plus rapidement possible ?
Rép. : $\Delta t = 16,01\, s$.

Exercice 3

Une roue de rayon R a une épaisseur a entre $r = 0$ et $r = R/2$. Elle a ensuite une épaisseur $2a$ entre $r = R/2$ et $r = R$. Si la masse volumique vaut ρ, que vaut le moment d'inertie de cette roue ?
Rép. : $I = (31/32)\pi a\rho R^4$.

Exercice 4

Une courbe de 300 m est relevée d'un angle de 10°.

(a) Quelle doit être la vitesse d'une voiture pour que les frottements n'interviennent pas ?

(b) Si le coefficient de frottement vaut 0,8, quelles sont les vitesses maximale et minimale permises dans le virage ?

Rép. : (a) $v = 22,8\, m/s$, *(b)* $v_{MAX} = 57,8\, m/s$, *pas de vitesse minimale.*

Exercice 5

Une meule est constituée d'un disque d'épaisseur uniforme dont la masse vaut 3 kg et le rayon 10 cm. au départ, elle effectue 2400 rotations par minute. Un outil est mis au contact de la meule avec une force normale de 10 N. Si le coefficient de frottement vaut 0,7 et si aucun autre moment n'agit sur la meule, quel laps de temps faudra-t-il pour que la meule s'arrête ?
Rép. : $\Delta t = 5,39\, s$.

Exercice 6

Un pendule simple est constitué d'une masse de $m = 40\, g$ et d'un fil d'une longueur de $l = 80\, cm$. A $t = 0$, la position angulaire est $\theta = 0,15\, rad$ et la vitesse tangentielle est $v = 60\, cm/s$, s'éloignant du centre. Trouver :

(a) L'amplitude angulaire et la phase initiale.

(b) L'énergie mécanique totale du système.

(c) La hauteur maximale au dessus de la position d'équilibre atteinte par la masse m.

Rép. : (a) $\phi = 0,611\,rad$, $\theta_0 = 0,262\,rad$ *; (b)* $E = 10,7\,mJ$ *; (c)* $H = 2,74\,cm$.

3.3 Exercices supplémentaires

Exercice 1

Une pierre de 2 kg et attachée à une corde d'un mètre de long. On fait tourner la pierre dans un plan horizontal. La corde forme un angle de 30° avec l'horizontale.

(a) Que vaut la tension dans la corde ?

(b) Que vaut la norme de la vitesse de la pierre ?

Rép. : (a) $F_T = 39,24\,N$, *(b)* $v = 3,84\,m/s$.

Exercice 2

Une rondelle de masse m est fabriquée en forant, au centre d'un disque de rayon R, un trou dont le rayon vaut 0,4 R. Trouver le moment d'inertie de la rondelle.
Rép. : $I = 0,4872\,mR^2$.

Exercice 3

Une personne se trouve à mi-chemin entre l'équateur et le pôle nord. Trouver la vitesse en m/s produite par la rotation journalière de la Terre. Le rayon terrestre vaut 6380 km.
Rép. : $v = 328\,m/s$.

Exercice 4

Léngrenage d'une bicyclette est formé par une première roue dentée (le plateau, directement entraîné par les pédales) de 52 dents et une plus petite roue dentée (le pignon, entraîné par la chaîne) de 16 dents. Le cycliste pédale à 50 $tours/min$ et les roues ont un diamètre de 61 cm. Quelle est alors la vitesse de la bicyclette ?
Rép. : $v = 10,4\,m/s = 37,4\,km/h$.

Exercice 5

Un disque de diamètre 1 m est animé d'un mouvement de rotation autour de son axe, d'accélération angulaire 5 rad/s^2, de l'arrêt jusqu'à 20 $tours/min$. Combien de tours a-t-il effectué pendant ce temps ? Quelle est la distance totale parcourue par un point à la périphérie du disque ?
Rép. : 0,07 tours ; $\Delta s = 0,219\,m$.

Exercice 6

Une roue cylindrique tourne avec une accélération angulaire constante de 4 rad/s^2. Lorsquélle atteint la vitesse angulaire de 2 rad/s, un point de sa périphérie a une accélération totale de 8 m/s^2. Quel est le rayon de la roue ?
Rép. : $R = 1,41\,m$.

Exercice 7

Le plateau d'une platine, de diamètre 30 *cm* est lié à une poulie de diamètre 2 *cm* par une courroie. La poulie est mise en rotation par un moteur. Quelle doit être l'accélération angulaire du moteur si le plateau doit atteindre 33,33 *tours/min* en 6 *s* ? Quel est le nombre de rotation effectuées pour atteindre cette vitesse angulaire ?
Rép. : $\alpha_M = 8,73\, rad/s^2$ *; 25 tours.*

Exercice 8

Deux pendules simples ont respectivement des longueurs de 81 *cm* et 64 *cm*. Ils sont relâchés à la même position angulaire au même instant. Quel temps s'écoule avant que les deux pendules reviennent à leur position initiale en même temps ?
Rép. : $14,5\, s$.

Séance 4

Les lois de conservation

4.1 Rappel théorique

4.1.1 Définition du travail d'une force

Le travail W d'une force $\vec{F}$ le long d'une trajectoire est définie de la manière suivante :

$$W = \int_{trajectoire} \vec{F}.\vec{dr}$$

où le "." désigne le produit scalaire. C'est donc en général une expression compliquée qui dépend de la force et de la courbe sur laquelle on calcule son travail. Cependant, cette expression se simplifie dans le cas simple d'une force constante le long d'un déplacement rectiligne.

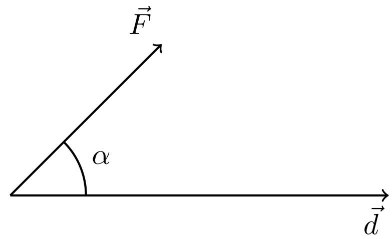


Figure 4.1 – Travail d'une force dans un cas simple.

Dans ce cas, le travail est simplement donné par :

$$W = \vec{F}.\vec{d} = F\,d\,\cos\alpha$$

Le travail d'un moment de force τ sera donné par :

$$W = \tau\theta$$

où θ est l'angle parcouru pendant la rotation.

4.1.2 Forces conservatives

Une force conservative est une force qui dérive d'un potentiel. Dans un cas 1D et en choisissant l'axe x selon cette direction, cela signifie que la force peut être exprimée de la façon suivante :

$$F_x = -\frac{dU(x)}{dx}$$

où $U(x)$ est le potentiel dont la force F_x dérive. Parmi les forces conservatives, on peut citer : la force de gravitation de Newton, la force élastique d'un ressort ou encore la force électrique de Coulomb.

4.1.3 Le théorème de l'énergie cinétique et la loi de conservation de l'énergie

Le théorème de l'énergie cinétique stipule que le travail de toutes les forces qui s'exercent sur un corps est égal à la variation de son énergie cinétique :

$$\sum_{Toutes\, les\, forces} W = \Delta E_c$$

En tenant compte du travail des forces conservatives que l'on exprime grâce à leur potentiel associé, le théorème de l'énergie cinétique peut être exprimé sous une forme totalement équivalente : le principe de conservation de l'énergie. Ce principe stipule que la variation d'énergie totale d'un système [1] est égale au travail de toutes les forces non-conservatives :

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta U = \sum_{Forces\, non-conservatives} W$$

Ce principe est de la première importance et permet souvent de substituer une résolution simple à un calcul de dynamique de prime abord compliqué.

4.1.4 La conservation de la quantité de mouvement et la conservation du moment cinétique

Ce principe stipule que si aucune force extérieure n'agit sur le système alors il y a conservation de la quantité de mouvement :

$$\Delta \vec{p} = \vec{0} \qquad \leftrightarrow \qquad \vec{p} = constante$$

L'équivalent existe également pour les rotations, il s'agit du principe de conservation du moment cinétique qui stipule que si aucun moment de force n'agit sur le système alors il y a conservation se son moment cinétique :

$$\Delta \vec{L} = \vec{0} \qquad \leftrightarrow \qquad \vec{L} = constante$$

Ces principes sont des conséquences directes des lois de Newton en translation et en rotation.

4.1.5 Exemples de Moments d'inertie

Moment d'inertie d'un cylindre plein selon l'axe passant par l'axe Oz :

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

où R est le rayon du cylindre.

Moment d'inertie d'une barre dont l'axe de rotation passe en milieu :

$$I = \frac{1}{12} m L^2$$

où L est la longueur totale de la barre.

Moment d'inertie d'un cylindre creux d'épaisseur mince dont l'axe de rotation passe en son centre :

$$I = m R^2$$

où R est le rayon du cylindre creux.

1. L'énergie totale E est définie comme la somme de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle U.

4.2 Exercices

Exercice 1

Un corps de 4 kg glisse sur un plan incliné faisant un angle de 20 degrés avec l'horizontale. Les forces suivantes sont appliquées sur le corps :

1. une force $\vec{F}$ de module $F = 80\,N$ entrainant le corps vers le haut (le long du plan incliné),
2. la force d'attraction gravitationnelle,
3. la réaction normale du plan sur le corps,
4. une force de frottement cinétique $\vec{F_f}$ s'opposant au mouvement ($\mu_c = 0,2$).

(a) Calculer le travail de chacune de ces forces si le corps glisse sur une distance de 20 m.

(b) Calculer la puissance moyenne développée par la force $\vec{F}$ pendant ce déplacement sachant que la vitesse initiale du corps était nulle.

Rép. : (a) $W(\vec{N}) = 0\,J$, $W(\vec{F}) = 1600\,J$, $W(\vec{F_F}) = -147,49\,J$, $W(\vec{F_G}) = -268,42\,J$, *(b)* $P(\vec{F}) = 973,28\,W$.

Exercice 2

Un corps de masse $m = 50\,kg$ descend une pente faisant un angle α de 30 degrés avec l'horizontale. En plus de son poids, il subit une force $\vec{F}$ de module $F = 100\,N$ parallèle à la pente et léntrainant vers le bas et une force de frottement cinétique pour laquelle le coefficient cinétique est $\mu_c = 0,2$. La vitesse initiale est nulle et la longueur de la pente est $d = 100\,m$.

(a) Obtenir léxpression vectorielle ainsi que le module de l'accélération $\vec{a}$ du corps.

(b) Quelle est la vitesse en bas de la pente.

(c) Au-delà de la fin de la pente, la masse glisse sur une surface horizontale pour laquelle le coefficient de frottement reste identique. Calculer la distance au bout de laquelle le corps s'arrête.

Rép. : (a) $a = 5,21\,m/s^2$, *(b)* $v_A = 32,27\,m/s$, *(c)* $d_{AB} = 265,33\,m$.

Exercice 3

Un cylindre de 3 kg a un rayon de 0,2 m. Il est en rotation autour de son axe à une vitesse angulaire de $40\,rad/s$.

(a) Trouver l'énergie cinétique et la norme du moment angulaire si le cylindre est un solide de densité uniforme.

(b) Trouver l'énergie cinétique et la norme du moment angulaire s'il s'agit d'un cylindre creux et de faible épaisseur.

Rép. : (a) $E_{cin,rot} = 48\,J$, $L = 2,4\,kg\,m^2/s$, *(b)* $E_{cin,rot} = 96\,J$, $L = 4,8\,kg\,m^2/s$.

Exercice 4

La lame d'une tondeuse à gazon a une masse de 3 kg et un rayon de giration de 0,1 m. Elle tourne à une vitesse angulaire de $300\,rad/s$.

(a) Quels est son énergie cinétique et son moment angulaire ?

(b) Lorsque le moteur s'arrête, la lame s'immobilise après 100 rotations complètes. Quel est le moment moyen des forces agissant sur la lame ?

(c) Quést devenue l'énergie cinétique initiale ?

Rép. : (a) $E_{cin,rot} = 450\,J$, $L = 3\,kg\,m^2/s$, *(b)* $\tau_{frott} = 0,716\,Nm$, *(c) L'énergie cinétique initiale est dissipée par les frottements.*

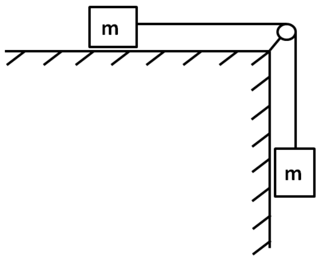
Exercice 5

Deux astronautes, immobiles par rapport à leur vaisseau spatial, décident de jouer avec un astéroïde de 0,5 kg. Neil, de masse 100 kg, lance l'astéroïde à une vitesse de 20 m/s à Sally, de masse 50 kg. Celui-ci l'attrape et le renvoie à 20 m/s (par rapport au vaisseau). Quels étaient à ce moment-là le module et le sens de la vitesse de chaque astronaute par rapport au vaisseau ?
Rép. : $v_{1f} = -0,1\,m/s$, $v'_{2f} = 0,198\,m/s$, $v''_{2f} = 0,4\,m/s$.

4.3 Exercices supplémentaires

Exercice 1

La poulie et la corde de la figure ci-contre ont des masses négligeables et il n'y a pas de frottement. Si au départ le système est au repos, quelle sera sa vitesse après que les masses auront parcouru une distance $d = 3\,m$?
Rép. : $v = 5,42\,m/s$.



Exercice 2

Même énoncé que l'exercice 1 en considérant maintenant le coefficient de frottement cinétique $\mu_c = 0,2$ entre le bloc et la surface horizontale. La valeur de la masse est $m = 5\,kg$.

(a) Quel travail est effectué contre le frottement lorsque le système se déplace de 3 m ?

(b) Si le système est initialement au repos, quelle sera sa vitesse après ce déplacement ?

Rép. : (a) $29,4\,N$, *(b)* $v = 4,85\,m/s$.

Exercice 3

Un palet de hockey, dont la vitesse initiale est de 4 m/s, glisse sur la glace. Le coefficient de frottement cinétique vaut 0,1. Quelle distance d le palet parcourt-il avant de s'arrêter ?
Rép. : $d = 8,15\,m$.

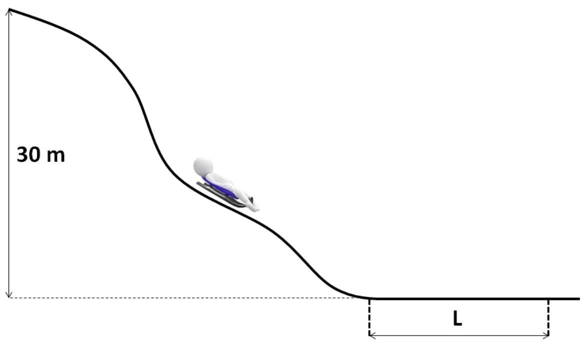
Exercice 4

La figure ci-dessous représente un toboggan.

(a) Quelle sera la vitesse d'une personne au bas du toboggan ? On considère qu'il n'y a pas de frottement lors de la descente.

(b) Quelle sera la distance L nécessaire à l'arrêt si le coefficient de frottement au bas de du toboggan est de 0,5 ?

Rép. : (a) $v = 24.26\,m/s$, *(b)* $L = 60\,m$.



Exercice 5

Un ascenseur et ses occupants ont une masse totale de 2000 kg. Le contrepoids est assuré par une pièce métallique dont la masse est de 1700 kg. Le contrepoids descend lorsque l'ascenseur monte. Quel travail le moteur doit-effectuer contre la pesanteur pour élever l'ascenseur de 30 m ?
Rép. : $W_{moteur} = 8,82.10^4\,J$.

Exercice 6

Supposons qu'une navette spatiale de masse m soit en orbite circulaire autour du Soleil à la même distance que la Terre.

(a) Exprimer, en fonction de la masse du Soleil M_S et de la distance d_{ST} séparant la Terre et du Soleil, l'énergie nécessaire E_S pour que cette navette échappe au système solaire.

(b) Quelle énergie E_T a été nécessaire pour permettre à cette navette d'échapper à l'attraction terrestre ?

(c) Évaluer sous forme numérique le rapport E_S/E_T. On donne $M_S = 2.10^{30}\,kg$, $d_{ST} = 1,5.10^8\,km$, $M_T = 6.10^{24}\,kg$ et $R_T = 6400\,km$.

Rép. : (a) $E_S = GM_Sm/(2d_{ST})$, *(b)* $E_T = GM_Tm/R_T$, *(c)* $E_S/E_T = 7,11$.

Exercice 7

Un bateau de masse m et de vitesse v percute un iceberg dont la masse vaut 10 m. Trouver la vitesse de l'iceberg après collision

(a) si le choc est complètement inélastique ;

(b) si le choc est élastique et que le bateau rebondit dans le sens opposé.

Rép. : (a) $v_i' = v/11$, *(b)* $v_i' = 2v/11$.

Exercice 8

Le pendule balistique est un appareil utilisé pour mesurer la vitesse d'un projectile de grande vitesse comme une balle de pistolet. Un projectile de masse m_1 est tiré dans un gros bloc de bois de masse m_2 suspendu par des fils de fer de masse négligeable. Le projectile pénètre dans le bloc de bois et l'ensemble s'élève d'une hauteur h. Déterminer la vitesse initiale du projectile en fonction de h et des autres données du problème.

Rép. : $v_{1A} = \sqrt{2gh}(m_1 + m_2)/m_1$