Physique Générale Info

Chapitre 7
Quantité de mouvement

Quantité de mouvement

Définition:
La quantité de mouvement est le produit de la masse fois la vitesse:

$$\mathbf{p} = \mathbf{m}\,\mathbf{v} \quad (\text{en kg m /s})$$

Mesure le mouvement, mais aussi l'inertie d'un objet

Plus la masse est importante plus p augmente aussi

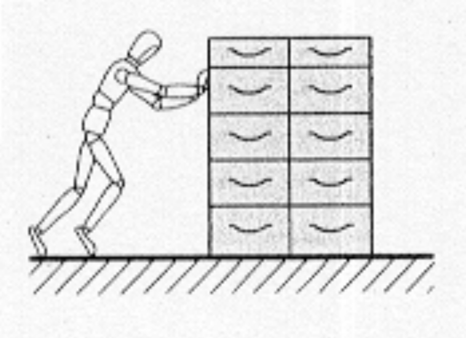
Impulsion

Idée:
force x certain temps: accélérer /changer la vitesse

L'**impulsion** = force intégrée au cours du temps (N.s)

L'impulsion donne directement la variation de **p**
Il suffit d'intégrer la 2e loi de Newton
Si m est constante:

$$\int dt\ F = \int dt\ ma = m(v(t) - v(0))$$



Un exemple morbide

Crash de voiture:
Les forces de déformation de la tôle, de dissipation etc... sont très complexes

Néanmoins on peut tirer des conclusions pour un passager (70kg):

$v_i = 50$ km/h $= 14$m/s $\quad v_f = 0$

$p_i = 972$ kg m/s $\qquad p_f = 0$

Quelle force moyenne subira le corps du passager si le choc dure 0.2s? $\quad F = \Delta p / \Delta t = 4860$ N

Un exemple morbide

Crash de voiture:
Et si ce n'était que la tête sur le pare-brise?
m=5kg, immobilisation quasi instantanée par le pare-brise (0.002 s) F = 33332 N (10 fois plus!)

Quelles sont les surfaces d'application des forces?

Corps: ceinture $\approx$ 0.1 m^2 F/A = 4.9 10^4 N/m^2
Tête: localisé $\approx$ 0.0025m^2 F/A = 1.3 10^7 N/m^2
...donc beaucoup plus de dégats ($P_c \sim 3.2\ 10^4\ N/m^2$)

c'est la pression qui comptera (N / unité de surface)

Utilité principale

Si on ne connaît pas les détails des forces appliquées
La quantité de mouvement permet de tirer des conclusions sur évolution d'un système

Semblable mais différent de la conservation de l'énergie

Cas important: sans forces extérieures, p total conservée lors d'un choc

Les forces sont complexes mais l'effet global est simple

Un exemple ludique

Exemple:

Lors d'un choc entre 2 billes de billard

La force n'est pas connue précisément, **mais**:

On connait p avant

- On sait qu'il n'y a (presque) pas de frottements
- En. pot. grav. = constante
- 3e loi de Newton (act. réact.)

Donc: $F_{12} = - F_{21}$

soit $\quad p_1' - p_1 = -(p_2' - p_2)$

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

Conservation de p

Loi générale:

S'il n'y a aucun travail de forces extérieures, la **quantité de mouvement est constante**

En particulier toujours pour un système isolé

Loi vectorielle: p_x p_y p_z conservées

Un exemple Hollywood

Application: Bruce Willis veut arrêter une astéroïde (10^{12} kg, 300 m/s) avec son vaisseau spatial (10^{6} kg)
A quelle vitesse doit-il voler? $3\ 10^{8}$ m/s
Et s'il veut seulement la dévier de 0.1°? $5\ 10^{5}$ m/s

Un exemple nucléaire

Un neutron ($m=1.67\ 10^{-27}$kg, $v=2700$m/s) peut être absorbé par un noyau atomique (e.g. de l'azote $M=23.\ 10^{-27}$ kg). Quelle sera la vitesse finale du système?
La masse finale est (à peu près) la somme M+m, donc la vitesse sera de

$$v' = \frac{mv}{M+m} \simeq 183m/s$$

ce qui est mesurable expérimentalement.

Effet sur le centre de masse

Généralisation de la trajectoire du cdm:
La quantité de mouvement totale étant conservée:
$M\, r_{CDM} = \Sigma\, r_i\, m_i$ donc $p_{CDM} = M\, v_{CDM} = \Sigma\, v_i\, m_i$
qui est justement la quantité de mouvement totale.

Si une masse initiale se désintègre en plusieurs petites, on conservera toujours la trajectoire du CDM (forces internes ne donnent pas d'impulsion nette)

Newton révisé

Réécriture de la 2e loi:

On peut réécrire la célèbre loi F = ma comme $F = \frac{dp}{dt}$

Avantage: inclure cas où la masse n'est pas constante.

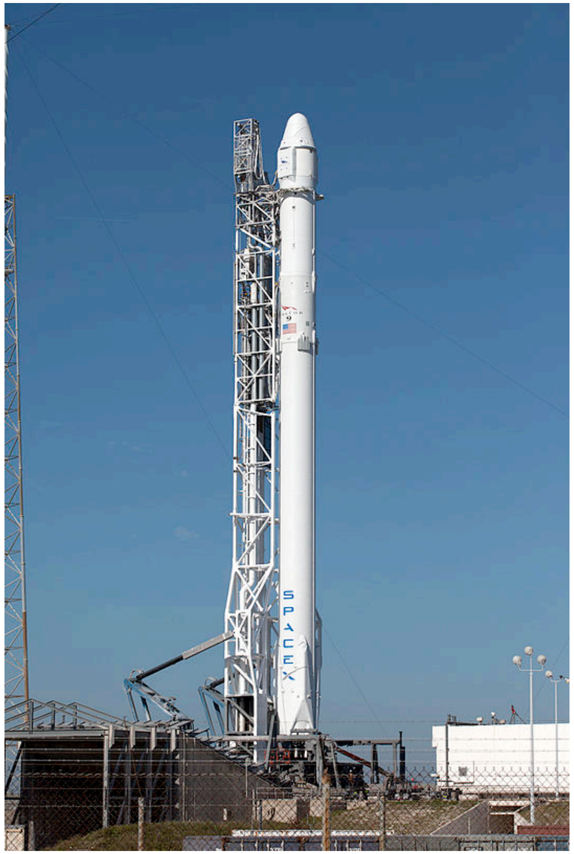
Varier p en changeant la masse, ou v, ou les deux.

Newton révisé

Ex: décollage du falcon9 SpaceX
$F = 7.607\ 10^6$ N   m=549 000 kg

En 162s altitude h serait < 180 km au lieu de 200-300km :

- g pas constant: $g_{eff} = G\ M_T/(R_T + h)^2$ (9.19 à 200km)
- m pas constant! Perd la plupart de sa masse en carburant (13 150 kg en LEO)



http://spaceflight101.com/spacerockets/falcon-9-v1-1-f9r/

Collisions (in)élastiques

Types de collision:
Energie mécanique conservée: **élastique**

Sinon **inélastique** (frottements)

Totalement inélastique: mouvement relatif des fragments disparaît (l'un "se colle" à l'autre)

Dans tous les cas le système total conserve p!

Ex:
tarte à la crème+Bill Gates
ou neutron absorbé

Collisions inélastiques

Conséquences:
Dans le cas totalement inélastique, la fraction d'énergie cinétique restante est limitée.

Quantité de mouvement: $m_1 v_1 = (m_1+m_2)v'$

Energie cinétique: $$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)v'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} = \frac{m_1}{m_1+m_2}$$

Pour une masse m_2 donnée, plus m_1 est faible, plus la fraction d'énergie cinétique "perdue" en déformation, chaleur, etc... sera grande (K' faible)

Collisions élastiques

2 masses en 1 dimension:

En fonction des masses et vitesses intiales, on peut avoir tous les cas de figure:

conservation de p: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

conservation de l'énergie

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

2 éq. 2 inconnues, et on peut trouver la sol. générale

$$v_1' = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 v_1 + m_2 v_2 \pm m_2 |v_1 - v_2|)$$

$$v_2' = \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 v_1 + m_2 v_2 \mp m_1 |v_1 - v_2|)$$

Collisions élastiques

2 masses en 1 dimension:

Si la deuxième masse est au repos initialement,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$K_1' = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}K_1$$

La résolution est plus simple (K&S faux):

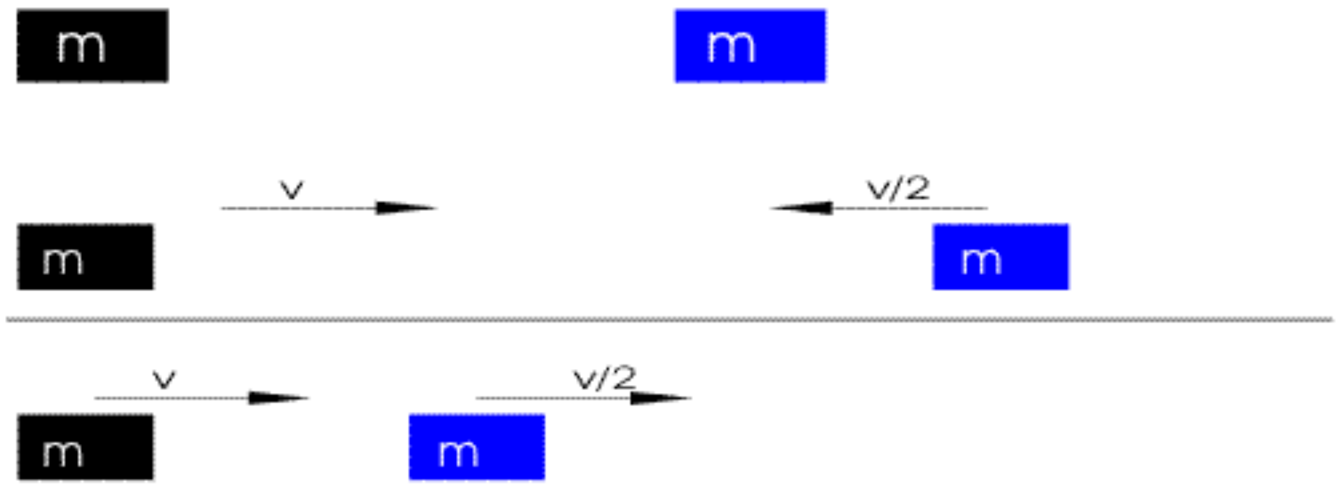
$$K_2' = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}K_1$$

Masses égales: $K_1' = 0$! et $K_2' = K_1$

Billard: blanche s'arrête et la 2e part avec la même vitesse

Collisions élastiques

Trois cas de figure:
Masse au repos, vitesses opposées, ou même sens



Moment cinétique

Analogue de p pour la rotation:

Sans frottements, un corps en rotation garde la même vitesse angulaire ω.

Loi de Newton: $\tau = I\,\alpha = I\, d\omega/dt$

Impulsion angulaire: $\tau\, \Delta t$

Moment cinétique $\mathbf{L} = I\,\omega$

Comme pour p, sans moment de force extérieure,
L sera conservé

L est vectoriel (direction de ω)

Moment cinétique

Application au marché de Noël:

Patineuse sur glace $\omega_i = 3\pi$ rad/s

bras tendus: I_0

bras repliés: $0.6\ I_0$

Quelle sera la nouvelle vitesse angulaire? 5π rad/s

Et l'énergie cinétique?

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{2}I'\omega'^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} \simeq \frac{5}{3}$$

D'où vient l'énergie cinétique en plus?

Moment cinétique

Pour une particule:

Chaque masse m_i (pos. r_i vitesse v_i) contribue avec

$$L_i = r_i \times p_i$$

Moment cinétique total:

$$L = \sum_i L_i = \sum_i m_i r_i \times v_i = \sum_i m_i r_i^2 \hat{\omega} = I \hat{\omega}$$

Ex: système solaire, L de la terre autour du soleil

rayon= 150 10^6 km masse= 6 10^{24} kg

$L \approx 2.7\ 10^{40}$ kg m^2/s

Nomenclature et traduction

Français	**Anglais**
Quantité de mouvement	**(linear) Momentum**
Moment cinétique	Angular Momentum
Moment d'inertie	Moment of inertia

La toupie

Utilisation du L:

Equilibre des forces

Négliger les frottements

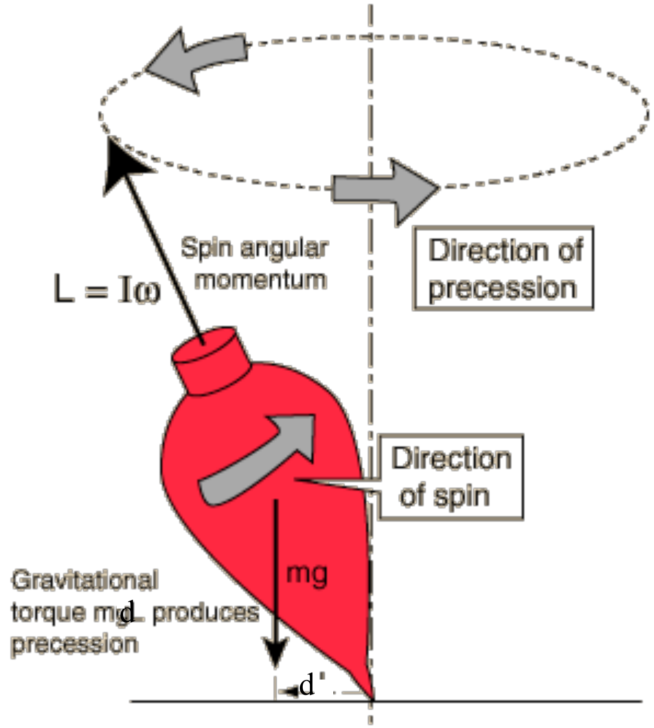
Poids produit un moment de force

$$\tau = r \times \omega = d\,L / dt$$

τ est toujours perpendiculaire à L

L et ω sont entraînés dans un mouvement circulaire: précession

Si la toupie ne tourne pas?



Le gyroscope

Über-toupie:
Au lieu d'être suspendu à un point quelconque, le gyroscope peut tourner autour de son centre de gravité seulement (frottements quasi nuls)

Pas de précession → détecter les mouvements du support (avion, fusée...):
la direction du **L** du gyroscope reste fixe dans l'espace