Objectius.
Aprofundir en la noció de sèrie numèrica convergent i absolutament convergent i aplicar els criteris de convergència per a sèries de termes no necessàriament positius.

Requisits.
Apart dels criteris per a sèries de termes positius , s'utilitzaran el criteri de Leibniz per a sèries alternades i els criteris de Dirichlet i Abel:

- **Criteri de Dirichlet:** Si $\sum x_n$ té sumes parcials acotades i $y_n \to 0$ de manera monòtona, $\sum x_n y_n$ és convergent.
- **Criteri d'Abel:** Si $\sum x_n$ és convergent i (y_n) és monòtona i acotada, $\sum x_n y_n$ és convergent.

ACTIVITATS

1. Estudieu la convergència absoluta de les sèries següents:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n!)\big(\log(n^2+4) - 2\log n\big)$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin(\frac{1}{n})$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!\sin(\sqrt{n})}{(2n)^{2n}}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)\sin n$

2. Estudieu la convergència absoluta i condicional de les sèries següents:

(a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[n]{n}}{\log n}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\big(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\big)$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\frac{\pi}{3})\sin(n\frac{\pi}{6})}{n}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n\frac{\pi}{3})}{\log n}$ (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \cos(2^n)$ (f) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+(-1)^n)^s}, \quad s>0.$

3. Demostreu que les sèries següents són convergents però no absolutament convergents:

(a) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{\sin(\frac{n\pi}{2}) + \cos(\frac{n\pi}{2})}{(\log n)^2}$ (b) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{\sqrt{n}} \cos\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{\pi}{2}\right)$

4. Determineu els valors d'$\alpha > 0$ que fan que la sèrie $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{(-1)^n}{n^\alpha(\log(n))^3}$ sigui convergent però no absolutament convergent.