

Laboratori d'Electromagnetisme

Sandro Barissi, Adrià Marín, Arnau Mas, Robert Prat

2018

Índex

Informes	3
1 Representació de camps	4
1.1 Introducció	4
1.2 Mètode experimental	5
1.3 Resultats i discussió	6
1.3.1 Condensador	6
1.3.2 Fils paralels	7
1.3.3 Distribució lliure	7
1.4 Conclusions	7
2 Força entre corrents	9
2.1 Introducció i Objectius	9
2.2 Mètode experimental	9
2.2.1 Força vs. Intensitat	10
2.2.2 Força vs. Distància	10
2.2.3 Camp Magnètic Terrestre	11
2.3 Resultats	11
2.3.1 Força vs. Intensitat	11
2.3.2 Força vs. Distància	11
2.3.3 Camp Magnètic Terrestre	12
3 Circuits RLC en sèrie	14
3.1 Introducció	14
3.2 Mètode experimental	15
3.2.1 Règim transitori	15
4 Informe 5	16
4.1 Introducció	16
4.2 Mètode experimental	16
4.3 Resultats	17
4.4 Conclusions	17
5 Camps magnètics d'espires i bobines	19
5.1 Introducció	19
5.2 Mètode experimental	19
5.2.1 Espires	19
5.2.2 Bobines	20
5.3 Presentació dels resultats	20
5.3.1 Espires	20

5.3.2	Bobines	21
5.4	Conclusions	22
A	Annexos	25
A.1	Annex	25
Annexos		25

Informe 1

Representació de camps

L'objectiu principal d'aquesta pràctica consisteix en representar les línies de camp elèctric i línies equipotencials degudes a tres distribucions de càrrega: un condensador de plaques plano-paral·leles, dos fils infinits i paral·lels i una altra distribució lliure, amb la qual vam estudiar l'efecte punxa. A més, vam analitzar la capacitat del condensador trobant la càrrega per unitat de longitud.

Els resultats han estat acurats als dos primer casos, trobant representacions molt semblants a les teòriques. La capacitat del condensador ha estat de $C/\epsilon = (1.6 \pm 0.4) \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, resultat molt proper al teòric. La distribució lliure no ens ha permès estudiar l'efecte que volíem, però hem observat l'importància de les dimensions a les distribucions de càrrega.

1.1 Introducció

Sabem que existeixen materials als que el camp elèctric¹ \vec{E} està relacionat amb la densitat de corrent \vec{J} i amb el vector desplaçament \vec{D} mitjançant únicament una constant numèrica. D'aquesta manera, en medis lineals, isòtrops i homogenis, es compleix que si el rotacional del camp elèctric es nul, com és l'aproximació electrostàtica, aleshores també ho són els rotacionals de \vec{J} i \vec{D} . Així, tots tres poden ser deduïts a partir d'un potencial, tals que compleixen l'equació de Laplace. Això és prou útil en tant que ens permet conèixer automàticament la solució d'un problema en un medi conductor si coneixem la resolució en un dielèctric i viceversa. Aquest fenomen ens permetrà representar línies equipotencials produïdes per distribucions de càrrega a les que hi ha alguna mena de simetria.

Considerem doncs una d'aquestes situacions amb simetria, la de dues plaques plano-paral·leles d'un condensador. Si, enlloc de plantejar el problema en tres dimensions, escollim una superfície plana tal que talli perpendicularment a les plaques, podem estudiar la relació entre càrrega, diferència de potencial i capacitat d'un condensador de manera anàloga. Si definim ara Q/Z com la càrrega d'una de les plaques per unitat de longitud y $V_a - V_b$ com la diferència de potencial entre les plaques, tenim que la capacitat per unitat de longitud C/Z ve donada per

$$C/Z = \frac{Q/Z}{V_a - V_b} \quad (1.1)$$

D'altra banda, els objectius d'aquesta pràctica són els següents:

- Estudiar les línies equipotencials i de camp per a diferents distribucions de càrrega: dues plaques plano-paral·leles d'un condensador i dos fils infinits paral·lels.
- Calcular la capacitat per unitat de longitud d'un condensador de plaques plano-paral·leles.

¹A partir d'ara, si diem *camp*, ens estarem referint a aquest camp

- Estudiar l'efecte punxa comparant dues superfícies de curvatures diferenciades.

1.2 Mètode experimental

Com comentàvem, suposem que les distribucions de càrrega del condensador i els dos fils tenen longitud a la component z infinita, de manera que qualsevol pla paral·lel al nostre pla, diguem-li xy , seria igual al que tenim. Per al cas adicional de l'efecte punxa, suposem simetria al voltant de l'eix x del paper: qualsevol pla que el contingui com a eix d'abscises hauria de ser igual al nostre. Utilitzarem un paper impregnat de carbó i amb conductivitat uniforme per a dibuixar les distribucions de càrrega mitjançant un retolador de tinta de plata amb una conductivitat més gran que la del paper. A l'hora de la realització experimental es poden seguir els passos següents:

- Primer cal dibuixar la distribució que convingui i deixar la tinta secar.
- Un cop fixat el muntatge de la figura 1.1, connectem cada placa (element del dibuix) a una entrada de la font.
- Connectem un dels electodes a un dels cables del multímetre, que servirà de referència de potencial. Mitjançant l'altre extrem del multímetre, mesurem el potencial en qualsevol punt del paper simplement tocant amb la punxa el punt que sigui.
- Dibuixem línies equipotencials buscant punts amb el mateix potencial. Les línies de camp es troben posteriorment, aprofitant que són perpendiculars a les línies equipotencials.
- Per al cas particular del condensador, la determinació de la càrrega per unitat de longitud vindrà donada per l'equació (1.2), on apareixen la diferència de potencial entre dos punts de les superfícies equipotencials (ΔV_i), la distància radial que les separa mesurada sobre la línia de camp elèctric (Δr_i) i la separació longitudinal entre dos punts consecutius a la mateixa superfície equipotencial (Δl_i), així com la permitivitat elèctrica del medi.

$$Q/Z = \epsilon \sum_i \frac{\Delta V_i \Delta l_i}{\Delta r_i} \quad (1.2)$$

- I per a comparar amb el valor teòric de la capacitat, s'ha de fer servir l'expressió equació (1.3), que relaciona longitud de la component y de les plaques (h), separació (d) i la permitivitat ϵ del medi.

$$C/Z = \frac{h}{d} \epsilon \quad (1.3)$$

Figura 1.1: Muntatge experimental

1.3 Resultats i discussió

El nostre objectiu és representar qualitativament les línies equipotencials produïdes per diferents distribucions de càrrega. Principalment ens centrarem en la forma, però també ens interessa el valor del potencial associat a cada línia, o el valor de la diferència de potencial entre la distribució i la línia, més precisament. En tots els casos, hi fixarem una diferència de potencial de $9V$. Els punts mesurats tenen alguna incertesa associada de $\pm 0.02V$, degut a la suma de voltatges. I a més hem realitzat algunes simulacions per a comprovar resultats en tant que forma, però no pas en valors degut a les condicions de contorn. A la figura 1.2 es poden apreciar els papers de carbó ja mencionats i les distribucions de càrrega, acolorides de plata.

Figura 1.2: Papers de carbó i representacions experimentals

1.3.1 Condensador

La nostra primera mesura és la dels dos condensadors plano-paral·lels de longitud suposadament infinita i densitat superficial de càrrega uniforme. Fixant una diferència de potencial entre les plaques, vam ser capaços de mesurar diferents línies equipotencials, representades a la figura 1.3, tant les experimentals com les teòriques.

Figura 1.3: Punts experimentals trobats per al condensador, amb les línies experimentals i teòriques.

Es pot veure que en forma són força semblants, la qual cosa garanteix el bon resultat obtingut. A més, cal afegir que aquest condensador només és infinit a la coordenada z , mentre que és finit a la y . Per a punts allunyats de la vora, les línies de camp són pràcticament perpendiculars, igual que les aproximacions fetes normalment. Però a la vora hi ha un ràpid creixement i les línies perden el seu caràcter recte.

D'altra banda, d'aquesta distribució pretenem també obtenir una expressió de la capacitat per unitat de longitud. Per a aconseguir-ho, farem ús de l'equació equació (1.2) per a obtenir una expressió de la càrrega en funció de la longitud de la placa del condensador. Les dades es mostren a la taula, amb les respectives incerteses associades.

(Fico taula? Hi ha poques dades interessants, gairebé totes són experimentals. La fico a l'annex?)

Cal dir que les distàncies presentaven una incertesa d'origen instrumental de ± 1 mm, però això es complicava més quan havíem de mesurar Δl_i , ja que eren línies corbes. Això és una possible font d'error. Per a reduir-la, vam prendre moltes mesures molt properes, de manera que els arcs de corba fossin aproximadament com cordes, és a dir, com rectes. L'incertesa associada a Q/Z combina les incerteses de les altres tres magnituds.

La capacitat promig és llavors $C/\epsilon = (1.6 \pm 0.4) \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Podem calcular també el seu valor teòric, aplicant l'equació equació (1.3), i substituint els valors de separació i longitud de les plaques, deixant la permitivitat com a constant desconeguda. Així s'obté un valor teòric de $C_T/\epsilon = (2.0 \pm 0.1) \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. Com podem veure, totes dues mesures són compatibles degut a l'incertesa de l'experimental. També presenten un error relatiu petit, del 20%. Sembla llavors una bona estimació.

1.3.2 Fils paralels

La segona distribució de càrrega que vam analitzar va ser la de dos fils o cables infinits. De nou, tenim la secció corresponent a una intersecció amb un pla perpendicular als dos. Idealment només es veurien dos punts de plata, però els fem una mica gruixuts (tots dos amb el mateix radi) per a poder realitzar millor les mesures. Un altre cop vam fixar la diferència de potencial entre els fils i vam procedir a mesurar. Les línies equipotencials i de camp es poden veure a la figura 1.4. Tenim que en forma són molt semblants la teòrica i l'experimental.

Figura 1.4: Punts experimentals trobats per al condensador, amb les línies experimentals i teòriques.

1.3.3 Distribució lliure

Per a aquesta última distribució tractarem d'avaluar el pes de l'efecte punxa en una distribució tancada per una escorça esfèrica. Observant la figura 1.2, veiem que la distribució lliure presenta simetria respecte de l'eix x . Recordem a més que el mencionat efecte relaciona el camp a la superfície d'un conductor amb el seu radi de curvatura, d'acord amb l'expressió equació (1.4), on E_i representa el camp elèctric a la superfície i r_i el radi de curvatura d'aquesta superfície

$$E_1 r_1 = E_2 r_2 \quad (1.4)$$

de manera que a mesura que el radi decreix, el camp en aquesta part augmenta, esdevenint molt intens en cas que hi hagi punxes.

Per a comprovar aquest efecte, vam tractar de dibuixar una figura amb dos radis de curvatura ben diferenciats. Si no existeix l'escorça circular, aquest resultat hauria d'haver-se donat fàcilment, però vam tenir el problema de no ser capaços de preveure l'influència que l'escorça té sobre el camp. Com es pot veure a . resulta que el camp és més intens a la zona amb radi de curvatura més gran, i això és justament el contrari del que volíem veure. Notem que superfícies equipotencials més properes implica un canvi més ràpid del mòdul del camp, i per tant, un camp més intens en poca distància.

És complicat realitzar una simulació d'una distribució no coneguda de càrrega. Però això no ens ha d'amoïnar: per a investigacions posteriors una possible millora seria la reducció de les dimensions del cos interior amb respecte de l'escorça esfèrica que l'envolta, o bé aconseguir una millor proporció de les distàncies als extrems del cos interior. Si ens hi fixem, al nostre cas l'extrem de radi menor és a només un centímetre del centre de l'escorça, mentre que l'altre és a quatre centímetres. La solució potser consisteix en col·locar els dos extrems a la mateixa distància, i reduir les dimensions en general.

Afegir
figura
del
camp
lliure

1.4 Conclusions

- Hem obtingut les línies equipotencials generades per un condensador de plaques plano-paraleles i dos fils infinits també paral·lels. La seva forma és similar a l'obtinguda amb una simulació la qual els calcula a partir de l'expressió analítica.

- La capacitat per unitat de longitud del nostre condensador és de $C = (1.6 \pm 0.4)\epsilon F/m$. Té el mateix ordre de magnitud i un valor molt proper al teòric, entrant aquest dins del marge donat per les incerteses.
- No vam poder treure conclusions satisfactòries sobre l'efecte punxa a la distribució lliure. Tot i això, vam trobar una sèrie de canvis que poden ser de gran ajuda en investigacions posteriors, com són la reducció de les dimensions del cos respecte de l'escorça o la millor disposició espacial del cos dins d'aquesta.

Informe 2

Força entre corrents

Aquest informe presenta els resultats de l'estudi de la força exercida entre dos corrents paral·lels pels quals hi circula la mateixa intensitat. Concretament, s'ha provat experimentalment la dependència lineal entre la força i el quadrat de la intensitat i entre la força i l'invers de la distància entre els fils.

A més, s'ha trobat experimentalment el valor de la constant μ_0 a partir de la llei de Biot-Savart, $\mu_0 = (1.25 \pm 0.04) \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ i $\mu_0 = (3.0 \pm 0.4) \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$. El primer valor és consistent amb el tabulat, mentre que el segon només n'és de l'ordre.

Finalment, s'ha mesurat la component radial del camp magnètic terrestre, obtenint un valor de $B = (1.59 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ T}$ de l'ordre del que descriuen altres articles.

2.1 Introducció i Objectius

Quan un fil de longitud L pel qual hi passa un corrent I és sotmès a un camp magnètic uniforme de mòdul B experimenta una força proporcional a aquestes tres quantitats i perpendicular tant al fil com al camp magnètic. És a dir

$$F = BIL. \quad (2.1)$$

En particular, com que el camp magnètic a distància r un fil d'aquestes característiques és, en bona aproximació si $L \ll r$ és

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

deduïm que la força entre dos cables paral·lels pels quals i passa corrent en el mateix sentit és atractiva i val

$$F = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi r}. \quad (2.2)$$

L'objectiu principal d'aquesta pràctica és avaluar experimentalment aquestes relacions. És a dir, s'han fet mesures de la força entre dos fils a diferents corrents i separacions amb l'objectiu d'observar les relacions $F \propto I^2$ i $F \propto r^{-1}$. A més, amb aquestes mesures es pot donar un valor de la constant μ_0 .

Finalment també s'ha pogut mesurar el valor de la component radial del camp magnètic terrestre.

2.2 Mètode experimental

Totes les mesures s'han pres en una balança de corrents. La figura 2.1 mostra un esquema del dispositiu, amb els elements principals.

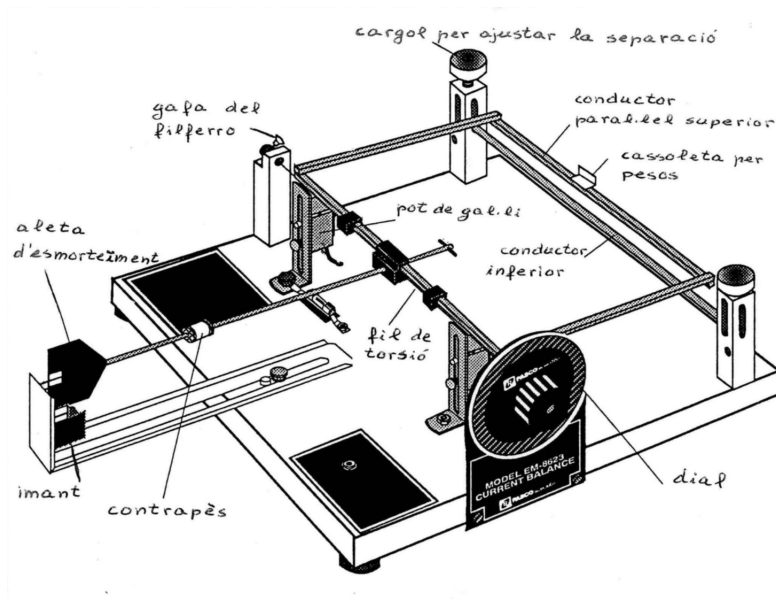


Figura 2.1: Esquema de la balança de corrents amb els principals elements

La balança disposa de dos maneres de determinar la força entre els corrents. Per una banda, disposa d'una cassoleta de pesos on col·locar diferents masses. Sabent que, en el moment que la balança es troba equilibrada, la força gravitatòria sobre la massa és igual a la força entre els corrents es pot determinar aquesta última. Per l'altra banda, la balança també disposa d'un dial i un fil de torsió que poden contrarrestar la força entre els corrents. Sabent que la relació entre els graus que rota el dial i la força que fa és lineal, i coneixent la constant de proporcionalitat es pot determinar també la força entre els corrents.

Creiem necessari comentar que els corrents s'han disposat en direcció nord-sud terrestre per tal que el camp magnètic de la Terra no influeixi en els nostres resultats.

Cal també comentar que el valor que s'ha pres com a acceleració de la gravetat és $9.80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ sense incertesa, ja que s'ha considerat que és menyspreable enfront a la resta d'incerteses que puguem tenir. S'han pres també sense incertesa els valors de les masses proporcionades al laboratori.

2.2.1 Força vs. Intensitat

Per aquesta part de la pràctica s'ha mesurat la intensitat necessària per compensar la força gravitatòria exercida sobre el cable superior per masses de 5, 10, 15, 20 i 25 mg. Posteriorment s'ha aplicat una regressió lineal entre la força i el quadrat de la intensitat per comprovar-ne la correlació predita per l'equació (2.2).

2.2.2 Força vs. Distància

En aquesta part, s'ha fixat una intensitat i s'ha anat variant la distància entre els cables amb els cargols disposats amb aquest fi. Per cada distància desitjada s'ha determinat la força entre els corrents a partir del dial i el fil de torsió. A les dades preses se'ls hi ha aplicat una regressió lineal entre la força i l'invers de la distància de separació per

comprovar la correlació predita per l'equació (2.2). A partir del pendent obtingut en la regressió i l'equació (2.2) s'ha determinat experimentalment la constant μ_0 .

2.2.3 Camp Magnètic Terrestre

Per aquesta part de l'experiència s'han orientat els corrents en direcció est-oest per tal que influís la component radial del camp magnètic terrestre. Per la disposició de la balança i el fet que la força que un camp magnètic exerceix sobre un corrent és perpendicular al pla que defineixen no es pot determinar la component horitzontal del camp magnètic terrestre.

Posteriorment, s'ha fet circular una intensitat fixa només pel fil superior i s'ha determinat la força que patia a través del dial i el fil de torsió. El camp magnètic s'ha determinat a partir de l'equació (2.1).

2.3 Resultats

2.3.1 Força vs. Intensitat

La taula 2.1 mostra les mitjanes de les intensitats necessàries per contrarrestar la força gravitatòria de les diferents masses usades. La taula A.1 de l'annex mostra totes les dades per a cada massa.

Taula 2.1: Intensitat mitjana necessària per contrarrestar la força gravitatòria de cada massa.

Massa (mg)	Intensitat (A)	Incertesa en la intensitat (A)
5	2.62	0.10
10	3.62	0.18
15	4.49	0.15
20	5.19	0.18
25	5.8	0.3

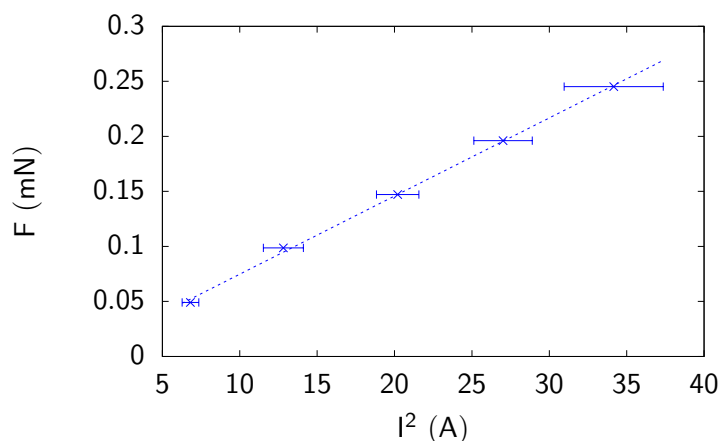
Amb els valors presentats a la taula 2.1 s'ha fet una regressió lineal entre la força entre corrents i el quadrat de la intensitat. La regressió, amb un coeficient $r^2 = 0.999$, es presenta a la figura 2.2.

El valor obtingut del pendent de la recta de regressió es de $m = (7.35 \pm 0.08) \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$. A partir d'aquest valor i l'equació (2.2) s'ha determinat $\mu_0 = (1.25 \pm 0.04) \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ que és compatible amb el valor tabulat.

2.3.2 Força vs. Distància

Primerament, a través d'una regressió lineal amb un factor de correlació $r^2 = 0.985$ s'ha determinat la dependència lineal entre la força exercida pel fil de torsió i la rotació del dial, amb un valor de la constant de proporcionalitat de $k = (3.2 \pm 0.2) \times 10^{-7} \text{ N}$. Les dades de la regressió es poden veure a la taula A.2 i a la figura A.1, ambdues a l'annex. Així, la força es pot determinar per

$$F = k\theta \quad (2.3)$$

**Figura 2.2:** Força en funció del quadrat del corrent

Taula 2.2: Rotació del dial necessària per contrarrestar la força entre corrents a diferents distàncies. La intensitat, fixa, és de $I = (5.37 \pm 0.02)$ A.

Separació (m) (± 0.001 m)	Rotació ($^\circ$) ($\pm 1^\circ$)
0.010	64
0.009	63
0.008	65
0.007	87
0.006	129
0.005	186

S'ha fixat una intensitat constant de $I = (5.37 \pm 0.02)$ A i s'ha mesurat la rotació necessària del dial per contrarrestar la força entre corrents. La taula 2.2 mostra els resultats.

Amb les dades de la taula 2.2 s'ha realitzat una regressió lineal entre la força entre corrents, calculada a partir de l'equació (2.3), i l'invers de la distància. La regressió, amb un coeficient $r^2 = 0.932$, es pot veure a la figura 2.3.

El pendent obtingut a partir de la regressió és $(4.1 \pm 0.6) \times 10^{-6}$ N · m. A partir d'aquest valor i l'equació (2.1) s'ha determinat experimentalment el valor de la constant $\mu_0 = (3.0 \pm 0.4) \times 10^{-6}$ N · A⁻². El resultat no és consistent amb el valor tabulat, possiblement per interferències amb altres elements, però sí de l'orde del valor acceptat.

2.3.3 Camp Magnètic Terrestre

La taula 2.3 mostra tres mesures d'intensitat i les respectives rotacions del dial per tal de compensar la força que el cable pateix degut a la component radial del camp magnètic terrestre. La força s'obté a partir de l'equació (2.3), i el camp a partir de l'equació (2.2).

D'aquesta manera, obtenim, a partir de la mitjana aritmètica dels valors de la taula 2.3, un valor de la component radial del camp magnètic terrestre de $B = (1.59 \pm 0.18) \times 10^{-5}$ T. El resultat no és consistent amb el valor tabulat del camp magnètic a Madrid l'any 1975, possiblement per interferències amb altres elements, però sí que n'és de l'ordre.

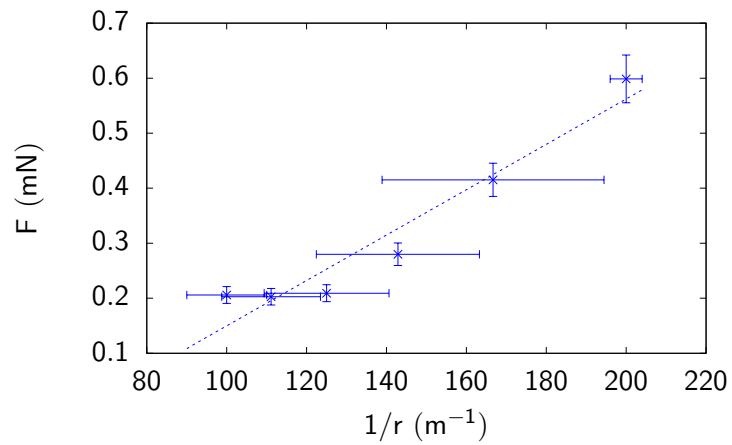


Figura 2.3: Força en funció de l'invers de la separació

Taula 2.3: Mesures de la component radial del camp magnètic terrestre

Intensitat (A) (± 0.01 A)	Rotació ($^{\circ}$) ($\pm 0.01^{\circ}$)	Camp magnètic (nT)	Incertesa (nT)
6.06	8	1.4×10^4	0.3×10^4
6.13	8	1.4×10^4	0.3×10^4
6.57	12	2.0×10^4	0.4×10^4

Circuits RLC en sèrie

abstract

3.1 Introducció

En general, la intensitat que circula per un circuit RLC sotmès a una tensió $V(t)$ està governada per la següent equació diferencial

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = \frac{1}{L} \frac{dV}{dt}, \quad (3.1)$$

on R és la resistència, L és la inductància de la bobina i C la capacitat del condensador. Podem reescriure l'equació (3.1) per trobar la llei que obeeix la tensió que cau a la resistència, V_R :

$$\frac{d^2 V_R}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_R}{dt} + \frac{1}{LC} V_R = \frac{R}{L} \frac{dV}{dt}. \quad (3.2)$$

Similarment també podem obtenir la llei que governa la caiguda de tensió en la bobina

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{LC} V_C = \frac{1}{LC} V. \quad (3.3)$$

Observem que totes aquestes equacions són les d'un oscil·lador forçat. la solució general és la suma d'una solució particular, que rep el nom de terme estacionari, i una solució del sistema homogeni, que rep el nom de terme transitori. La forma del terme transitori depèn dels paràmetres del circuit. En concret depèn del valor del discriminant

$$\Delta = \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}.$$

Si $\Delta < 0$ el circuit està infraamortit i tenim oscil·lacions a freqüència $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{-\Delta}$. Si $\Delta > 0$ aleshores diem que el circuit es troba sobreamortit i no tenim oscil·lacions, només una caiguda exponencial. En el cas que $\Delta = 0$ parlem d'amortiment crític. En tots tres casos, el terme transitori va multiplicat per un factor $e^{-\lambda t}$ on $\lambda = \frac{R}{2L}$ rep el nom de constant d'amortiment. Per tant decaurà de forma exponencial, raó per la qual rep el nom de transitori. A la primera part de la pràctica analitzem un circuit en el règim transitori —i.e. abans de que el terme transitori pugui decaure significativament— i comprovarem com varia l'amortiment del circuit en funció de R .

Un cas particularment rellevant és el d'un circuit forçat amb una tensió d'entrada sinusoidal. En aquestes condicions podem observar el fenòment de ressonància, que té lloc quan la tensió d'entrada oscil·la a la freqüència característica del circuit,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

En aquestes condicions —i en general quan la tensió subministrada oscil·la sinusoidalment en el temps—, en el règim estacionari totes les magnituds del circuit oscil·len a la freqüència subministrada ω . L'amplitud i la diferència de fase d'aquestes oscil·lacions, però, depèn de ω . A la segona part de la pràctica analitzarem aquest fenomen en el cas particular de la tensió de la resistència, V_R .

3.2 Mètode experimental

3.2.1 Règim transitori

En aquesta part de la pràctica s'analitzarà el comportament d'un circuit RLC en el règim transitori. Sobre un circuit amb una bobina d'inductància $L = 33 \text{ mH}$, una resistència de $R = 180 \Omega$ i un condensador de capacitat $C = 330 \text{ pF}$ s'aplicarà una senyal rectangular periòdica. Amb aquests paràmetres podem determinar la resistència crítica R_C del circuit, és a dir, la resistència que fa que el circuit pateixi amortiment crític. El valor de R_C és $2 \times 10^4 \Omega$, de manera que estem en condicions d'infraamortiment. Per a mesurar el període de les oscil·lacions ajustarem la freqüència de la senyal rectangular de manera que un període d'aquesta coincideixi amb 10 oscil·lacions de la tensió al condensador, que s'està mesurant amb un oscil·loscopi. D'aquesta manera, el període

Informe 4

Informe 5

L'objectiu d'aquesta pràctica és la mesura experimental de la resistivitat d'un metall. Més concretament, s'ha centrat en la dependència de la resistivitat amb la temperatura. La teoria indica que la resistivitat d'un material, i, en conseqüència, la seva resistència, augmenten linealment amb la temperatura. El nostre experiment, realitzat en un rang de temperatures comprès entre els -150°C i els 265°C corrobora aquesta aquesta predicció, ja que la regressió lineal realitzada a partir de les dades de la resistència del metall enfront la temperatura té un coeficient de correlació de 0.998. S'ha calculat també el factor de proporcionalitat entre la resistència i la temperatura, amb un valor de $(0.359 \pm 0.003) \Omega \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$, i l'ordenada a l'origen, de valor $(106.9 \pm 0.4) \Omega$.

4.1 Introducció

En nombrosos conductors, existeix una relació a nivell local entre el camp elèctric \vec{E} i la densitat de corrent \vec{J} coneguda com la llei d'Ohm, de manera que $\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$, on ρ denota la resistivitat del material.

Com que la resistència d'un material de longitud L i secció A es pot escriure com $R = \frac{\rho L}{A}$ i la resistivitat augmenta linealment amb la temperatura, en primera aproximació, podem considerar que la resistència d'un material vindrà donada per

$$R(\theta) = R_0(1 + \beta\theta) \quad (4.1)$$

El nostre objectiu és demostrar experimentalment aquesta relació per un material concret i trobar els valors numèric dels paràmetres R_0 i β en aquest cas.

4.2 Mètode experimental

L'experiment requereix de la mesura de la temperatura del metall i de la seva resistència en diferents moments.

Per tal de mesurar la temperatura es disposa de dos termòmetres de mercuri graduats cada grau. Un dels dos s'usa en el rang de temperatures altes (fins a uns 300°C) i l'altre, en el rang de temperatures baixes (fins a uns -200°C).

Per tal de mesurar la resistència del material s'ha usat una variació del pont de Wheatstone (veure ??), el pont de fil. Com es pot apreciar, el circuit consisteix en quatre resistències connectades en forma de paral·lelogram, tres d'elles conegudes i una desconeguda. Els vèrtex del paral·lelogram s'uneixen amb un amperímetre per tal de mesurar la intensitat que hi circula. El pont estarà balancejat quan l'amperímetre marqui zero, i llavors podrem trobar la resistència desconeguda a partir de l'expressió

Figura 4.1: Esquema del pont de Wheatstone**Figura 4.2:** Esquema del muntatge experimental

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (4.2)$$

En el pont de fil, dues de les resistències se substitueixen per un fil de longitud coneguda i un cursor que es pot moure per sobre. D'aquesta manera, existeix una relació directa entre el quocient de les longituds i el quocient de les seves resistències. Usant una tercera resistència coneguda, R_2 , la resistència incògnita, R_1 , ve donada, quan el pont està balancejat, per

$$R_1 = \frac{x}{L-x} R_2 \quad (4.3)$$

on x denota la longitud de fil a l'esquerra del cursor i L la longitud total del fil. El muntatge experimental es pot veure en la ??.

Les altes temperatures s'han obtingut introduint la resistència en un forn. S'ha deixat que aquesta prengués valors de fins a uns 300 i s'han pres les mesures mentre es refredava a temperatura ambient. Les baixes temperatures s'han obtingut introduint la resistència en nitrogen líquid, i les mesures s'han pres mentre s'escalfava prop del nitrogen, per tal de reduir la velocitat a què ho feia i no perdre precisió.

4.3 Resultats

La ?? mostra la longitud x a l'esquerra del fil a cada temperatura determinada, juntament amb la resistència del metall, usant 4.3. La longitud total del fil ha estat fixada en $L = (1.000 \pm 0.001) \text{ m}$ i la resistència externa en $R_1 = (100 \pm 1) \Omega$.

La regressió lineal amb les dades de la taula ?? es mostra en la Figura ??. El coeficient de correlació obtingut és de 0.997, el que demostra la linealitat de les dades en l'experiment considerat. S'han obtingut valors de $(0.359 \pm 0.003) \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ pel pendent i de $(106.9 \pm 0.4) \Omega$ per l'ordenada a l'origen. Relacionant aquests valors amb l'expressió equació (4.1) s'obté $R_0 = (106.9 \pm 0.4) \Omega$ i $\beta = (336 \pm 3) \text{ e-5}$.

4.4 Conclusions

S'ha comprovat experimentalment la relació lineal entre la temperatura del metall usat i la seva resistència. El coeficient de correlació, de 0.997, demostra que existeix una relació com la descrita en l'expressió 4.1. A més, s'han pogut determinar els paràmetres β i R_0 , amb valors de $(336 \pm 3) \text{ e-5}$ i $(106.9 \pm 0.4) \Omega$ respectivament.

??

Taula 4.1: Mesures experimentals de la resistència a diferents temperatures. El voltatge subministrat és aproximadament constatat de $3.1 \pm 0.2V$

	Temperatura $\pm 1^\circ C$	Longitud $x \pm 0.001 m$	Resistència
	0.664	198 ± 9	
	260	0.668	201 ± 9
	255	0.665	199 ± 9
	250	0.664	198 ± 9
	245	0.663	197 ± 9
	240	0.661	195 ± 9
	235	0.659	193 ± 9
	230	0.657	192 ± 9
	225	0.655	190 ± 9
	220	0.654	189 ± 9
	210	0.646	182 ± 8
	200	0.643	180 ± 8
	190	0.637	175 ± 8
	180	0.630	170 ± 8
	170	0.627	168 ± 7
	160	0.622	165 ± 7
	155	0.620	163 ± 7
	150	0.616	160 ± 7
	145	0.613	158 ± 7
	140	0.610	156 ± 7
	135	0.608	155 ± 7
	130	0.605	153 ± 7
	125	0.603	152 ± 7
	120	0.600	150 ± 6
	115	0.597	148 ± 6
	110	0.593	146 ± 6
	105	0.585	141 ± 6
	23	0.520	108 ± 5
	-20	0.485	94 ± 4
	-25	0.484	94 ± 4
	-30	0.481	93 ± 4
	-35	0.478	92 ± 4
	-40	0.474	90 ± 4
	-45	0.470	88 ± 4
	-49	0.468	88 ± 4
	-55	0.464	87 ± 4
	-60	0.459	85 ± 4
	-65	0.457	84 ± 4
	-70	0.452	82 ± 3
	-75	0.447	81 ± 3
	-80	0.445	80 ± 3
	-85	0.441	79 ± 3
	-90	0.436	77 ± 3
	-95	0.431	76 ± 3
18	-100	0.424	74 ± 3
	-105	0.417	72 ± 3
	-110	0.409	69 ± 3
	-115	0.398	66 ± 3
	-150	0.265	57 ± 2

Camps magnètics d'espises i bobines

Aquesta pràctica té com a objectiu principal la mesura dels camps magnètics creats per diferents configuracions d'espises. Utilitzant un teslàmetre, s'han determinat experimentalment els camps creats, en el seu centre, per espises de radis diferents, així com per una, dues i tres espises concèntriques i amb el mateix radi i per diferents bobines en diversos punts del seu eix.

Els resultats experimentals són consistents amb les prediccions teòriques, deduïdes a partir de la llei de Biot-Savart. En particular, s'ha observat la dependència del camp creat per una espira amb l'invers del seu radi o el fet que el camp creat per una bobina al seu eix és pràcticament constant a l'interior.

5.1 Introducció

L'objectiu d'aquesta pràctica és mesurar i posteriorment analitzar els camps magnètics que resulten de la circulació de corrent elèctric per fils conductors. Més precisament, es disposarà de diverses espises i bobines per a la circulació del corrent. En el cas de les espises, es mesurarà el camp al centre d'espises de diferents radis i s'analitzarà la variació del camp en funció del radi. Per les bobines el que s'estudiarà és el camp magnètic a diferents punts de l'interior de bobines de diferent nombre de voltes i de diferents radis.

En relació al mencionat anteriorment, en aquest informe es presentaran gràfiques del camp magnètic al centre de l'espira en funció del radi d'aquesta i també del camp al centre en funció del nombre d'espises. Evidentment, també es proporcionarà el valor numèric dels diferents camps experimentals i teòrics, comparant els dos resultats i analitzant-ne la compatibilitat.

5.2 Mètode experimental

A continuació exposem els mètodes seguits per a l'obtenció de les dades experimentals en cada part de la pràctica.

5.2.1 Espises

Pel que fa a les espises, primerament s'ha muntat el circuit que inclou el teslàmetre amb la sonda, l'amperímetre, el regle i l'espira indicada en cada cas. La figura figura 5.1 mostra un esquema d'aquest circuit.

Figura 5.1: Esquema del circuit

El propòsit del circuit de la figura figura 5.1 és evidentment mesurar el camp al centre de l'espira. L'amperímetre ens resulta útil per obtenir una mesura més precisa que la

donada pel generador de la intensitat que circula pel circuit. El teslàmetre indica el camp magnètic mesurat aproximadament a la punta de la sonda. Tanmateix, l'efectivitat del teslàmetre no és immediata i ha estat necessari esperar uns minuts perquè s'estabilitzi.

En concloure l'estabilització del teslàmetre, amb l'amperímetre marcant 4.00 A, s'han pres mesures del camp col·locant la sonda al centre de l'espisa. Concretament s'han pres 3 mesures en un sentit del corrent, tres mesures en l'altre i s'ha fet el promig per tal de compensar les fluctuacions del teslàmetre. Aquest procediment ha estat repetit per les tres espises a mesurar.

Posteriorment s'ha mesurat el camp al centre del conjunt de 1, 2 i 3 espises amb exactament el mateix procediment explicat.

El valor obtingut s'ha comparat amb l'esperat teòricament segons la fórmula obtinguda a partir de la llei de Biot i Savart:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I N}{2R} \hat{z} \quad (5.1)$$

En la secció 5.3.1 es presenten els resultats teòrics i experimentals d'aquest apartat, així com gràfics representant la variació del camp en funció del radi de l'espisa i la variació en funció del nombre d'espises.

5.2.2 Bobines

Per la mesura del camp a l'interior de les bobines s'ha muntat el mateix circuit que s'ha il·lustrat a l'apartat anterior.

Ajustant la intensitat a 1.00 A a l'amperímetre, s'ha mesurat el camp a diversos punts a l'interior de la bobina. Per fer-ho s'ha ajustat l'alçada de la sonda de manera que aquesta quedi sobre l'eix interior de la bobina. Començant pel punt immediatament a l'exterior de la bobina s'ha fet avançar la sonda mesurant el camp cada 3 cm (mesurats amb el regle) de manera que n'han resultat 8 mesures a diferents punts de l'eix.

Aquest mateix procediment s'ha repetit per cada bobina diferent i s'han comparat els valors amb els esperats de manera teòrica segons:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I N}{2L} \left(\frac{z + L/2}{\sqrt{R^2 + (z + L/2)^2}} - \frac{z - L/2}{\sqrt{R^2 + (z - L/2)^2}} \right) \hat{z} \quad (5.2)$$

El valors teòrics i experimentals d'aquest apartat es presenten en la secció 5.3.2.

5.3 Presentació dels resultats

En aquesta secció es presentaran i s'interpretaran els valors numèrics dels resultats obtinguts juntament amb algunes gràfiques representatives d'aquests resultats.

5.3.1 Espises

Com s'ha mencionat anteriorment, en aquesta secció es presenten els resultats relatius a la part de la pràctica referent a les espises. Primerament es presenta la taula de la figura 5.2 on apareixen els valors teòrics i experimentals del camp magnètic mesurat al centre de les tres espises de diferents radis.

Figura 5.2: Taula de valors teòrics i experimentals

Com podem veure en els tres casos, els valors experimentals amb els seus respectius intervals d'incertesa coincideixen en alguns punts amb els valors teòrics i els seus intervals, per tant els resultats són compatibles. Es pot observar que l'incertesa dels resultats experimentals és considerablement major. Això és degut a les imprecisions dels aparells emprats per a la mesura dels camps, especialment a les contínues fluctuacions del teslàmetre.

Tanmateix, el fet més rellevant que podem observar és la disminució del camp a l'interior de l'espisa a mesura que augmenta el seu radi. Aquest resultat ja era el que esperavem teòricament. Per fer més èmfasi en aquest fet es presenta la gràfica de la figura 5.3, on es representa el camp magnètic al centre en funció del radi de l'espisa.

Figura 5.3: Camp magnètic al centre en funció del radi de l'espisa

Com es comentava, s'observa que el camp a l'interior es va atenuant a mesura que s'augmenta el radi de l'espisa. Tot i que és difícil d'apreciar ja que només s'ha fet la mesura amb tres radis diferents, es pot comprovar numèricament que el camp magnètic decau com $\frac{1}{R}$. Aquesta és per tant la forma de funció que observaríem si es tinguessin valors infinits de radis d'espises i els seus camps respectius.

La taula de la figura 5.4 presenta els camp magnètics teòrics i experimentals al centre dels conjunts de 1, 2 i 3 espises:

Figura 5.4: Camps magnètics al centre dels conjunts d'espises

Podem observar que en aquest cas els intervals dels camps teòrics i experimentals també se solapen i per tant les observacions satisfan l'esperat. Altra vegada tornem a tenir incerteses majors pels valors experimentals pel mateix fet anteriorment mencionat. Els resultats ens permeten observar que com més espises introduïm al conjunt més intens es torna el camp al centre d'aquest. Aquesta dependència es pot observar clarament al gràfic experimental del camp al centre en funció del nombre d'espises que s'exposa a la figura 5.5 :

Podem veure al gràfic figura 5.5 que aquesta dependència és lineal com s'esperava dels valors teòrics obtinguts a partir de la fórmula equació (5.1). Així doncs, vist que el camp augmenta de manera directament proporcional al nombre d'espises, els resultats d'aquest apartat queden interpretats.

5.3.2 Bobines

Passant als resultats obtinguts per les bobines, comencem amb la bobina de 300 voltes i 33mm de diàmetre. A la taula de la figura 5.6 es mostren els valors teòrics i els experimentals obtinguts juntament amb les seves incerteses del camp a diferents punts de l'interior a l'eix de la bobina:

Podem observar que els diferents valors de camp coincideixen en la seva majoria. Tanmateix, en els punts més exteriors hi ha algunes incompatibilitats pel que fa als valors

Figura 5.5: Camp al centre en funció del nombre d'espises

Figura 5.6: Camp a punts de l'eix de la bobina de 33 mm

teòrics i experimentals. Aquestes diferències es deuen a la dificultat experimental per detectar l'acabament real de la bobina juntament amb el fet que teòricament el camp a l'exterior de la bobina decau molt ràpidament. No obstant, s'observa també el fet més rellevant: l'augment gradual del camp fins el punt més central on aquest és màxim i la posterior disminució del camp a mesura que els punts s'allunyen del centre. Aquest fet era el que s'esperava i el que indicaven els valors teòrics i s'ha pogut comprovar empíricament amb una precisió considerable.

Pel que fa a les bobines de 26 mm de diàmetre, s'exposa a la figura figura 5.7 una taula amb els valors empírics i a la figura figura 5.8 una altra amb els valors teòrics del camp a punts interiors de cadascuna.

Figura 5.7: Valors experimentals del camp a les bobines

Els valors teòrics i els experimentals es comporten com en la bobina anterior. Tots els valors coincideixen en els seus intervals, exceptuant alguns valors a punts molt exteriors a la bobina que, pels efectes comentats anteriorment, presenten diferències. A part d'això, en aquest cas, a més d'observar correctament el mateix fet que en la bobina anterior, que el camp augmenta a l'entrar a la bobina i és màxim al centre, també observem l'efecte d'augmentar el nombre d'espises. Com esperàvem, el camp magnètic a l'interior de la bobina augmenta amb el nombre de voltes de la bobina. L'efecte teòric que s'esperava ha estat doncs confirmat per les observacions experimentals que indiquen aquest mateix fet.

5.4 Conclusions

En general els resultats obtinguts han estat satisfactoris. S'ha observat empíricament al llarg de tota la pràctica els fets que s'havien demostrat de manera teòrica. Els resultats més rellevants de la pràctica han estat els següents:

1. El camp magnètic al centre d'una espira disminueix proporcionalment a $\frac{1}{R}$ amb el radi.
2. L'augment del nombre d'espises fa augmentar de manera lineal el camp al seu centre.
3. El camp magnètic a l'eix d'una bobina és màxim en el seu centre.
4. El camp magnètic d'una bobina augmenta amb el nombre de voltes d'aquesta.

Es pot concloure per tant que la pràctica s'ha realitzat satisfactòriament.

Figura 5.8: Valors teòrics del camp a les bobines

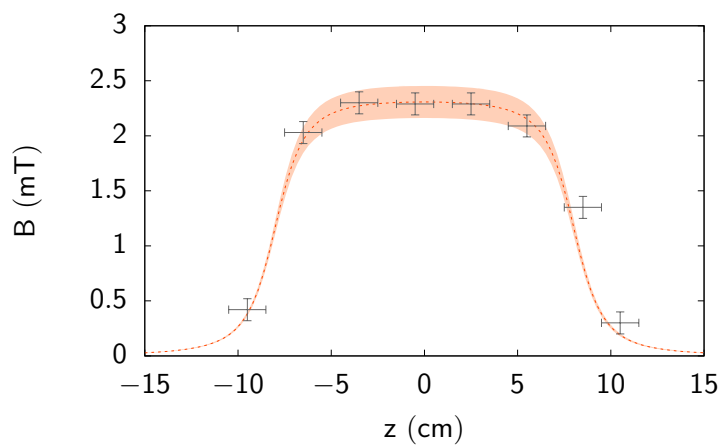


Figura 5.9: Camp magnètic al llarg de l'eix d'una espira de 300 voltes, longitud 16 cm i diàmetre 3.3 cm per la que hi passa un corrent constant de 1 A.

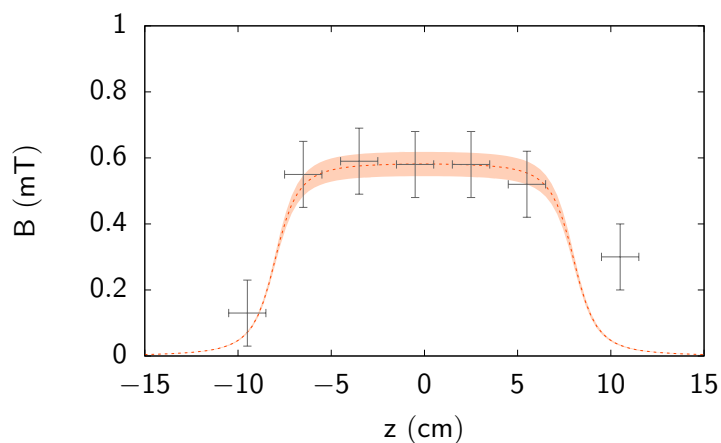


Figura 5.10: Camp magnètic al llarg de l'eix d'una espira de 75 voltes, longitud 16 cm i diàmetre 2.6 cm per la que hi passa un corrent constant de 1 A.

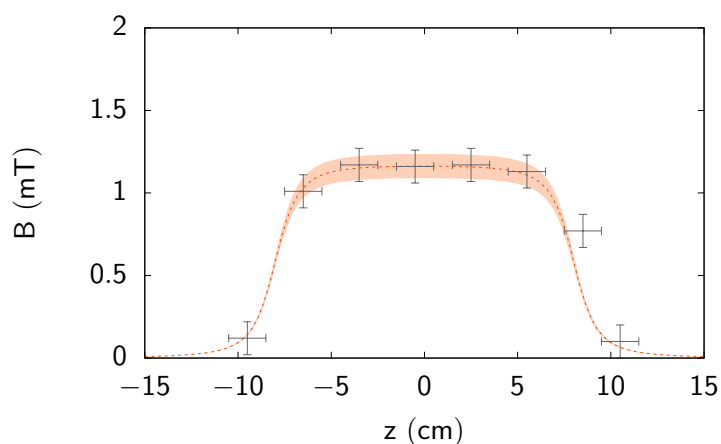


Figura 5.11: Camp magnètic al llarg de l'eix d'una espira de 150 voltes, longitud 16 cm i diàmetre 2.6 cm per la que hi passa un corrent constant de 1 A.

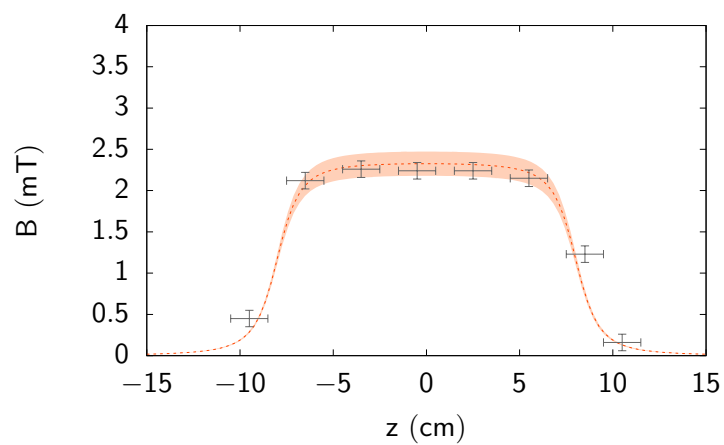


Figura 5.12: Camp magnètic al llarg de l'eix d'una espira de 300 voltes, longitud 16 cm i diàmetre 2.6 cm per la que hi passa un corrent constant de 1 A.

Annex A

Annexos

A.1 Annex

S'ha de decidir l'estructura dels annexos

Taula A.1: Mesures de la intensitat necessària per contrarrestar la força gravitatòria de cada massa

No sé com fer aquesta taula

Massa (mg)					
5	10	15	20	25	
2.62	3.70	4.47	5.10	6.05	
2.55	3.40	4.46	5.29	5.99	
2.65	3.58	4.63	5.33	5.94	
2.62	3.64	4.42	5.07	5.40	
2.60	3.71	4.50	5.10	5.21	
2.57	3.68	4.48	5.11	5.63	

Taula A.2: Dades de la regressió lineal entre la força del fil de torsió i la rotació del dial

Mass (mg)	Rotació (°) ($\pm 1^\circ$)
5	13
10	27
15	44
20	63
25	70

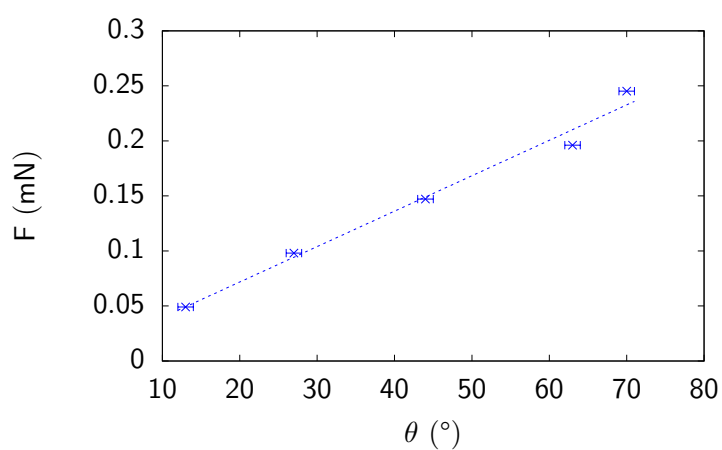


Figura A.1: Força en funció de la rotació del dial