

Laboratori d'Electromagnetisme

Sandro Barissi, Adrià Marín, Arnau Mas, Robert Prat

2018

Índex

Informes	2
1 Força entre corrents	3
1.1 Introducció i objectius	3
1.2 Mètode experimental	3
1.2.1 Força i intensitat	4
1.2.2 Força i distància	4
1.2.3 Camp magnètic terrestre	5
1.3 Resultats	5
1.3.1 Força i intensitat	5
1.3.2 Força i distància	6
1.3.3 Camp Magnètic Terrestre	7
1.4 Conclusions	7
2 Circuits RLC en sèrie	8
2.1 Introducció	8
2.2 Mètode experimental	9
2.2.1 Règim transitori	9
2.2.2 Règim estacionari	10
2.3 Resultats	11
2.3.1 Règim transitori	11
2.3.2 Règim estacionari	11
2.4 Conclusions	11
2.4.1 Règim transitori	11
A Annexos	12
A.1 Annex	12
Annexos	12

Informe 1

Força entre corrents

Aquest informe presenta els resultats de l'estudi de la força exercida entre dos corrents paral·lels pels quals hi circula la mateixa intensitat. Concretament, s'ha provat experimentalment la dependència lineal entre la força i el quadrat de la intensitat i entre la força i l'invers de la distància entre els fils.

A més, s'ha trobat experimentalment el valor de la constant μ_0 a partir de la llei de Biot-Savart, $\mu_0 = (1.25 \pm 0.04) \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$ i $\mu_0 = (3.0 \pm 0.4) \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$. El primer valor és consistent amb el tabulat, mentre que el segon només n'és de l'ordre.

Finalment, s'ha mesurat la component radial del camp magnètic terrestre, obtenint un valor de $B = (1.59 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ T}$ de l'ordre del que descriuen altres articles.

1.1 Introducció i objectius

Quan un fil de longitud L pel qual hi passa un corrent I és sotmès a un camp magnètic uniforme de mòdul B experimenta una força proporcional a aquestes tres quantitats i perpendicular tant al fil com al camp magnètic. És a dir

$$F = BIL. \quad (1.1)$$

Per la llei d'Ampère sabem que el camp magnètic a distància r d'un fil d'aquestes característiques és

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

de manera que deduïm que la força entre dos cables paral·lels pels quals hi passa corrent en el mateix sentit és atractiva i val

$$F = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi r}. \quad (1.2)$$

L'objectiu principal d'aquesta pràctica és avaluar experimentalment aquestes relacions. És a dir, s'han fet mesures de la força entre dos fils a diferents corrents i separacions amb l'objectiu d'observar les relacions $F \propto I^2$ i $F \propto r^{-1}$. A més, amb aquestes mesures es pot donar un valor de la constant μ_0 .

Finalment també s'ha pogut mesurar el valor de la component radial del camp magnètic terrestre.

1.2 Mètode experimental

Totes les mesures s'han pres en una balança de corrents. La figura 1.1 mostra un esquema del dispositiu, amb els elements principals.

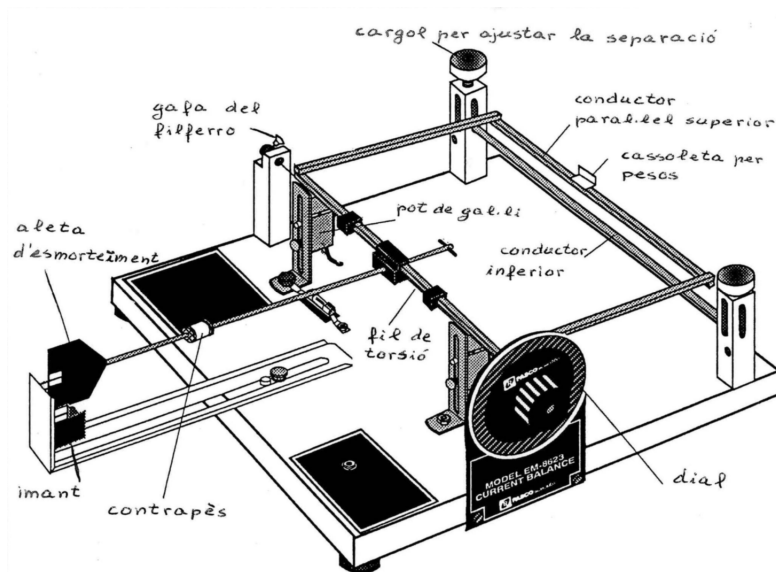


Figura 1.1: Esquema de la balança de corrents amb els principals elements

La balança disposa de dues maneres de determinar la força entre els corrents. Per una banda, disposa d'una cassoleta de pesos on col·locar diferents masses. Sabent que, en el moment que la balança es troba equilibrada, la força gravitatòria sobre la massa és igual a la força entre els corrents es pot determinar aquesta última. Per altra banda, la balança també disposa d'un dial i un fil de torsió que poden contrarrestar la força entre els corrents. Sabent que la relació entre els graus que rota el dial i la força que fa és lineal, i coneixent la constant de proporcionalitat es pot determinar també la força entre els corrents.

Cal mencionar que els corrents s'han disposat en direcció nord-sud terrestre per tal que el camp magnètic de la Terra no influís en els resultats.

Cal també comentar que el valor que s'ha pres com a acceleració de la gravetat és 9.80665 m s^{-2} amb incertesa menyspreable en comparació amb la resta d'incerteses que puguin introduir les mesures. S'han pres també sense incertesa els valors de les masses proporcionades al laboratori.

1.2.1 Força i intensitat

Per aquesta part de la pràctica s'ha mesurat la intensitat necessària per compensar la força gravitatòria exercida sobre el cable superior per masses de 5, 10, 15, 20 i 25 mg. Posteriorment s'ha aplicat una regressió lineal entre la força i el quadrat de la intensitat per comprovar la relació predita per l'equació (1.2).

1.2.2 Força i distància

En aquesta part, s'ha fixat una intensitat i s'ha anat variant la distància entre els cables. Per cada distància desitjada s'ha determinat la força entre els corrents a partir del mecanisme el fil de torsió. Amb les dades preses s'ha fet una regressió lineal entre la força i l'invers de la distància per verificar la relació predita per l'equació (1.2) A partir del

pendent obtingut en la regressió i l'equació (1.2) s'ha determinat experimentalment la constant μ_0 .

1.2.3 Camp magnètic terrestre

Per aquesta part de l'experiment s'han orientat els fils en direcció est-oest de manera que fossin perpendiculars al camp magnètic terrestre —podem, en bona aproximació, suposar que és constant i en la direcció nord-sud—. Per la disposició de la balança i el fet que la força que un camp magnètic exerceix sobre un corrent és perpendicular al pla que defineixen no es pot determinar la component horitzontal del camp magnètic terrestre.

Posteriorment, s'ha fet circular una intensitat fixa només pel fil superior i s'ha determinat la força que patia a través del dial i el fil de torsió. El camp magnètic s'ha determinat a partir de l'equació (1.1).

No està massa clar això

1.3 Resultats

1.3.1 Força i intensitat

La taula 1.1 mostra les mitjanes de les intensitats necessàries per contrarrestar la força gravitatòria de les diferents masses usades. La taula A.1 de l'annex mostra totes les dades per a cada massa.

Taula 1.1: Intensitat mitjana necessària per contrarrestar la força gravitatòria de cada massa.

Massa (mg)	Intensitat (A)
5	2.62 ± 0.10
10	3.62 ± 0.18
15	4.49 ± 0.15
20	5.19 ± 0.18
25	5.8 ± 0.3

Si anem curts d'espai el qe primer que treuria són les taules

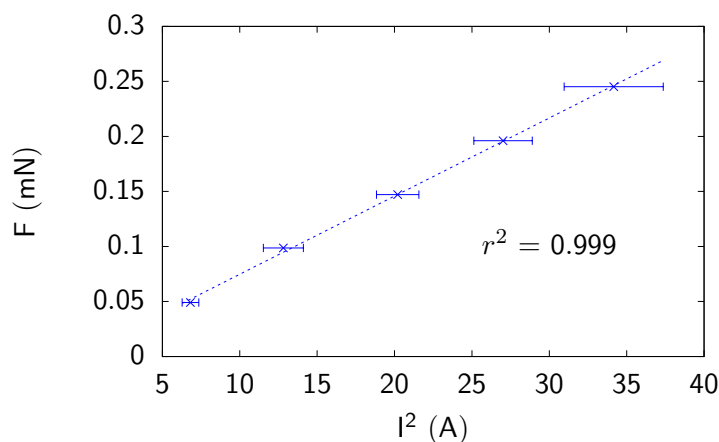


Figura 1.2: Força en funció del quadrat del corrent

Amb els valors presentats a la taula 1.1 s'ha fet una regressió lineal entre la força entre corrents i el quadrat de la intensitat, figura 1.2.

El valor obtingut del pendent de la recta de regressió es de $(7.35 \pm 0.08) \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$. A partir d'aquest valor i l'equació (1.2) s'ha determinat $\mu_0 = (1.25 \pm 0.04) \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$ que és compatible amb el valor tabulat.

1.3.2 Força i distància

Primerament, a través d'una regressió lineal amb un factor de correlació $r^2 = 0.985$ s'ha determinat la dependència lineal entre la força exercida pel fil de torsió i la rotació del dial, amb un valor de la constant de proporcionalitat de $k = (3.2 \pm 0.2) \times 10^{-7} \text{ N}$. Les dades de la regressió es poden veure a la taula A.2 i a la figura A.1. Així, la força es pot determinar per

$$F = k\theta \quad (1.3)$$

S'ha fixat una intensitat constant de $I = (5.37 \pm 0.02) \text{ A}$ i s'ha mesurat la rotació necessària del dial per contrarrestar la força entre corrents. La taula 1.2 mostra els resultats.

Taula 1.2: Rotació del dial necessària per contrarrestar la força entre corrents a diferents distàncies. La intensitat, fixa, és de $I = (5.37 \pm 0.02) \text{ A}$.

Separació ($\pm 0.001 \text{ m}$)	Rotació ($\pm 1^\circ$)
0.010	64
0.009	63
0.008	65
0.007	87
0.006	129
0.005	186

Amb les dades de la taula 1.2 s'ha realitzat una regressió lineal entre la força entre corrents, calculada a partir de l'equació (1.3), i l'invers de la distància, figura 1.3.

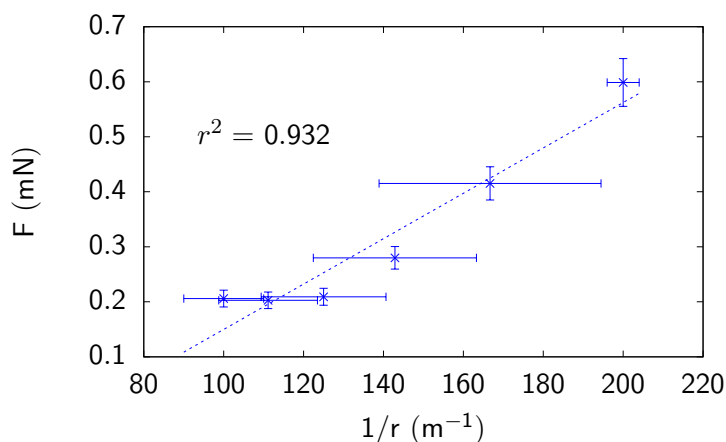


Figura 1.3: Força en funció de l'invers de la separació

El pendent obtingut a partir de la regressió és $(4.1 \pm 0.6) \times 10^{-6} \text{ N m}$. A partir d'aquest valor i l'equació (1.1) s'ha determinat experimentalment el valor de la constant $\mu_0 = (3.0 \pm 0.4) \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$. El resultat no és consistent amb el valor tabulat, possiblement per interferències amb altres elements, però sí de l'orde del valor acceptat.

1.3.3 Camp Magnètic Terrestre

La taula 1.3 mostra tres mesures d'intensitat i les respectives rotacions del dial per tal de compensar la força que el cable pateix degut a la component radial del camp magnètic terrestre. La força s'obté a partir de l'equació (1.3), i el camp a partir de l'equació (1.2).

Taula 1.3: Mesures de la component radial del camp magnètic terrestre

Intensitat ($\pm 0.01 \text{ A}$)	Rotació ($\pm 0.01^\circ$)	Camp magnètic (10^{-5} T)
6.06	8	1.4 ± 0.3
6.13	8	1.4 ± 0.3
6.57	12	2.0 ± 0.4

D'aquesta manera, obtenim, a partir de la mitjana aritmètica dels valors de la taula 1.3, un valor de la component radial del camp magnètic terrestre de $B = (1.59 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ T}$. El resultat no és consistent amb el valor tabulat del camp magnètic a Madrid l'any 1975, possiblement per interferències amb altres elements, però sí que n'és de l'ordre.

1.4 Conclusions

S'han
de fer

Circuits RLC en sèrie

abstract

2.1 Introducció

En general, la intensitat que circula per un circuit RLC sotmès a una tensió $V(t)$ està governada per la següent equació diferencial

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = \frac{1}{L} \frac{dV}{dt}, \quad (2.1)$$

on R és la resistència, L és la inductància de la bobina i C la capacitat del condensador. Podem reescriure l'equació (2.1) per trobar la llei que obeeix la tensió que cau a la resistència, V_R :

$$\frac{d^2 V_R}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_R}{dt} + \frac{1}{LC} V_R = \frac{R}{L} \frac{dV}{dt}. \quad (2.2)$$

Similarment també podem obtenir la llei que governa la caiguda de tensió en la bobina

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{LC} V_C = \frac{1}{LC} V. \quad (2.3)$$

Observem que totes aquestes equacions són les d'un oscil·lador forçat. la solució general és la suma d'una solució particular, que rep el nom de terme estacionari, i una solució del sistema homogeni, que rep el nom de terme transitori. La forma del terme transitori depèn dels paràmetres del circuit. En concret depèn del valor del discriminant

$$\Delta = \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}.$$

Si $\Delta < 0$ el circuit està infraamortit i tenim oscil·lacions a freqüència

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{-\Delta} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}. \quad (2.4)$$

Si $\Delta > 0$ aleshores diem que el circuit es troba sobreamortit i no tenim oscil·lacions, només una caiguda exponencial. En el cas que $\Delta = 0$ parlem d'amortiment crític. La resistència que dóna lloc a amortiment crític rep el nom de resistència crítica i es pot calcular imposant $\Delta = 0$ i resulta

$$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.5)$$

En tots tres casos, el terme transitori va multiplicat per un factor $e^{-\lambda t}$ on $\lambda = \frac{R}{2L}$ rep el nom de constant d'amortiment. Per tant decaurà de forma exponencial, raó per la qual rep el nom de transitori. A la primera part de la pràctica analitzem un circuit en el règim transitori —i.e. abans de que el terme transitori pugui decaure significativament— i comprovarem com varia l'amortiment del circuit en funció de R .

Un cas particularment rellevant és el d'un circuit forçat amb una tensió d'entrada sinusoidal. En aquestes condicions podem observar el fenomen de ressonància, que té lloc quan la tensió d'entrada oscil·la a la freqüència característica del circuit,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.6)$$

En aquestes condicions —i en general quan la tensió subministrada oscil·la sinusoidalment en el temps—, en el règim estacionari totes les magnituds del circuit oscil·len a la freqüència subministrada ω . L'amplitud i la diferència de fase d'aquestes oscil·lacions, però, depenen de ω . Concretament, per al cas de V_R es té que el desfasament ϕ amb V compleix

$$\tan \phi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} \quad (2.7)$$

i

$$|T_R(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}, \quad (2.8)$$

on $|T_R(\omega)|$ s'anomena el guany — $T_R(\omega)$ és una quantitat complexa que també conté informació sobre el desfasament, però el seu mòdul és precisament el quocient de les amplituds—.

A la segona part de la pràctica analitzarem aquest fenomen en el cas particular de la tensió de la resistència, V_R .

2.2 Mètode experimental

2.2.1 Règim transitori

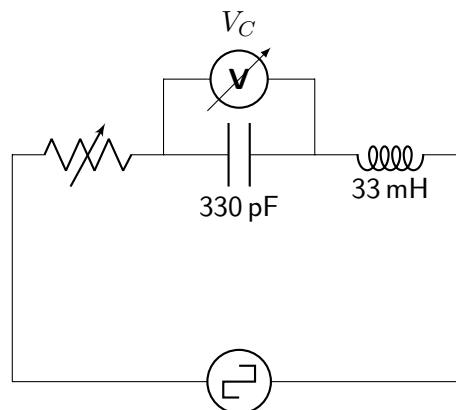


Figura 2.1: Esquema del circuit utilitzat per a la primera part

En aquesta part de la pràctica s'analitzarà el comportament d'un circuit RLC en el règim transitori. Sobre un circuit amb una bobina d'inductància $L = 33 \text{ mH}$, una resistència de $R = 180 \Omega$ i un condensador de capacitat $C = 330 \text{ pF}$ s'aplicarà una senyal rectangular periòdica. Amb aquests paràmetres podem determinar la resistència crítica R_C del circuit amb l'equació (2.5). El valor de R_C és $2 \times 10^4 \Omega$, de manera que estem en condicions d'infraamortiment. Per a mesurar el període de les oscil·lacions del voltatge al condensador, V_C , ajustarem la freqüència de la senyal rectangular de manera que un període d'aquesta coincideixi amb 10 oscil·lacions de la tensió al condensador, que s'està mesurant amb un oscil·loscopi. D'aquesta manera, el període de la senyal és 10 vegades el període de les oscil·lacions.

Per a mesurar la resistència crítica del sistema substituïm la resistència fixa per una de variable. Per a diferents valors de resistència observem comportament infraamortit i sobreamortit. La resistència que es troba a la frontera entre els dos comportaments és R_C .

2.2.2 Règim estacionari

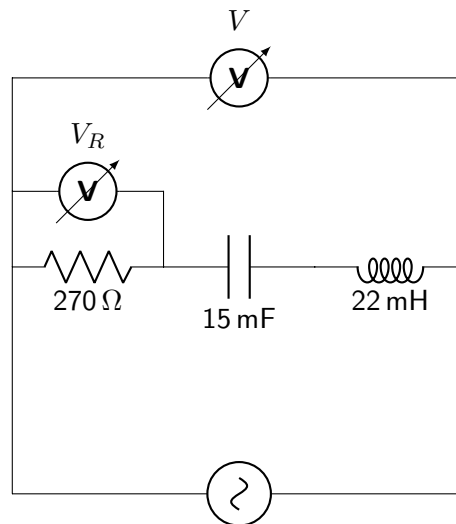


Figura 2.2: Esquema del circuit utilitzat per a la primera part

Per aquesta segona part realitzem mesures sobre un circuit RLC amb capacitat $C = 15 \text{ mF}$, inductància $L = 22 \text{ mH}$ i resistència $R = 2700 \Omega$. Després repetirem el procediment amb una resistència de 270Ω . El circuit estarà sotmès a un voltatge d'entrada V de freqüència ω , que es pot controlar a través d'una font. Es mesuraran V i V_r amb un oscil·loscopi.

En primer lloc es determinarà per a quina freqüència d'entrada el circuit es troba en ressonància —és a dir, per a quina freqüència el desfasament entre V_R i V és nul— i el valor obtingut es compararà amb el valor calculat per a ω_0 segons l'equació (2.6).

També es determinaran les freqüències de tall, que són les que compleixen $|T_R(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Les freqüències de tall, ω_1 i ω_2 es poden calcular a priori segons les equacions

$$\begin{aligned}\omega_1 \omega_2 &= \omega_0^2 \\ \omega_2 - \omega_1 &= \frac{R}{L},\end{aligned}\tag{2.9}$$

i els resultats es compararan amb les mesures preses.

2.3 Resultats

2.3.1 Règim transitori

El valor obtingut per a la freqüència del circuit a partir dels valors coneguts de L , C i R i de l'equació (2.4) és $3.03 \times 10^5 \text{ rad s}^{-1}$. Això dona un valor per al període de $2.07 \times 10^{-5} \text{ s}$. El valor mesurat del període és $(2.3 \pm 0.1) \times 10^{-5} \text{ s}$.

Per la resistència crítica, el valor obtingut experimentalment és $(1.28 \pm 0.01) \times 10^4 \Omega$, i el valor obtingut amb l'equació (2.5) és $2 \times 10^4 \Omega$.

La mesura del període d'oscil·lació del sistema no és compatible amb el valor teòric. Tampoc ho és el de la resistència crítica. El motiu principal d'aquesta gran discrepància és que en els càlculs no s'han considerat resistències addicionals, a més de la resistència del potenciòmetre. Efectivament, si hom calcula, a partir del valor mesurat del període de l'equació (2.4), la resistència total a la que està sotmès el circuit, suposant que la capacitat i inductància total es corresponen amb els valors nominals, es troba que la resistència total és d'uns $8.6 \text{ k}\Omega$. Com que la mesura es va realitzar amb una resistència nominal de 180Ω , això vol dir que les resistències desconegudes contribueixen al voltant de $8.4 \text{ k}\Omega$ a la resistència total. Això vol dir que la resistència crítica del circuit és en realitat de $12.8 \text{ k}\Omega + 8.4 \text{ k}\Omega = 21.2 \text{ k}\Omega$, que s'ajusten molt millor als $20 \text{ k}\Omega$ predits teòricament.

2.3.2 Règim estacionari

Per al circuit amb $R = 2700 \Omega$ la freqüència de ressonància obtinguda experimentalment és $(8.8 \pm 1.0) \text{ kHz}$. El valor obtingut amb l'equació (2.6) és 8.76 kHz . El guany en ressonància és de 98% . Les freqüències de tall mesurades són $(3.3 \pm 0.1) \text{ kHz}$ i $(24 \pm 1) \text{ kHz}$ mentre que els valors obtinguts teòricament amb equació (2.9) són 3.35 kHz i 22.9 kHz .

Per a $R = 270 \Omega$ la freqüència de ressonància és de $(8.5 \pm 0.2) \text{ kHz}$, mentre que el valor teòric és el mateix que per $R = 2700 \Omega$ ja que la freqüència de ressonància només depèn de L i C . El guany en ressonància és de 80% . Les freqüències de tall mesurades són $(9.1 \pm 5.0) \text{ kHz}$ i $(7.8 \pm 0.2) \text{ kHz}$, mentre que les calculades amb l'equació (2.9) són 9.79 kHz i 7.84 kHz .

2.4 Conclusions

2.4.1 Règim transitori

Annex A

Annexos

A.1 Annex

S'ha de decidir l'estructura dels annexos

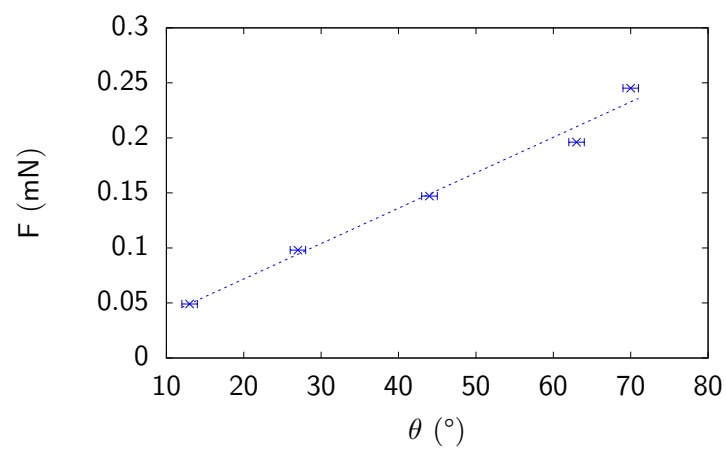
Taula A.1: Mesures de la intensitat necessària per contrarrestar la força gravitatòria de cada massa

No sé com fer aquesta taula

Massa (mg)					
5	10	15	20	25	
2.62	3.70	4.47	5.10	6.05	
2.55	3.40	4.46	5.29	5.99	
2.65	3.58	4.63	5.33	5.94	
2.62	3.64	4.42	5.07	5.40	
2.60	3.71	4.50	5.10	5.21	
2.57	3.68	4.48	5.11	5.63	

Taula A.2: Dades de la regressió lineal entre la força del fil de torsió i la rotació del dial

Mass (mg)	Rotació (°) ($\pm 1^\circ$)
5	13
10	27
15	44
20	63
25	70

**Figura A.1:** Força en funció de la rotació del dial