

Laboratori d'Electromagnetisme

Sandro Barissi, Adrià Marín, Arnau Mas, Robert Prat

2018

Índex

1 Representació de camps	4
1.1 Introducció	4
1.2 Mètode experimental	5
1.3 Resultats i discussió	6
1.3.1 Condensador	6
1.3.2 Fils paral·lels	8
1.3.3 Distribució lliure	8
1.4 Conclusions	9
2 Força entre corrents	11
2.1 Introducció i objectius	11
2.2 Mètode experimental	11
2.2.1 Força i intensitat	12
2.2.2 Força i distància	12
2.2.3 Camp magnètic terrestre	13
2.3 Resultats	13
2.3.1 Força i intensitat	13
2.3.2 Força i distància	13
2.3.3 Camp Magnètic Terrestre	14
2.4 Conclusions	15
3 Circuits RLC en sèrie	16
3.1 Introducció	16
3.2 Mètode experimental	17
3.2.1 Règim transitori	17
3.2.2 Règim estacionari	18
3.3 Resultats	19
3.3.1 Règim transitori	19
3.3.2 Règim estacionari	20
3.4 Conclusions	20
4 Inductància mútua i transformadors	22
4.1 Introducció	22
4.2 Mètode experimental	22
4.2.1 Estudi simplificat	22
4.2.2 Estudi com a circuit	23
4.3 Resultats	24
4.3.1 Estudi simplificat	24
4.3.2 Estudi com a circuit	25
4.4 Conclusions	26

5 Mesura de la resistència d'un metall	28
5.1 Introducció	28
5.2 Mètode experimental	28
5.3 Resultats	29
5.4 Conclusions	30
6 Camps magnètics d'espires i bobines	31
6.1 Introducció	31
6.2 Mètode experimental	31
6.2.1 Espires	31
6.2.2 Bobines	32
6.3 Resultats	33
6.3.1 Espires	33
6.3.2 Bobines	34
6.4 Conclusions	36
A Annexos	37
A.1 Regressions adicionals	37
A.2 Taules amb dades adicional	38
A.3 Codis per a les simulacions	40

Informe 1

Representació de camps

L'objectiu principal d'aquesta pràctica consisteix en representar les línies de camp elèctric i línies equipotencials degudes a tres distribucions de càrrega: un condensador de plaques plano-paralleles, dos fils infinitis i paral·lels i una altra distribució lliure, amb la qual vam estudiar l'efecte punxa. A més, vam analitzar la capacitat del condensador trobant la càrrega per unitat de longitud.

Els resultats han estat acurats als dos primer casos, trobant representacions molt semblants a les teòriques. La capacitat del condensador ha estat de $C/\epsilon = (1.6 \pm 0.4) \text{ F m}^{-1}$, resultat molt proper al teòric. La distribució lliure no ens ha permès estudiar l'efecte que volíem, però hem observat l'importància de les dimensions a les distribucions de càrrega.

1.1 Introducció

Sabem que existeixen materials als que el camp elèctric¹ \mathbf{E} està relacionat amb la densitat de corrent \mathbf{J} i amb el vector desplaçament \mathbf{D} mitjançant únicament una constant numèrica. D'aquesta manera, en medis lineals, isòtrops i homogenis, es compleix que si el rotacional del camp elèctric es nul, com és l'aproximació electrostàtica, aleshores també ho són els rotacionals de \mathbf{J} i \mathbf{D} . Així, tots tres poden ser deduïts a partir d'un potencial, tals que compleixen l'equació de Laplace. Això és prou útil en tant que ens permet conèixer automàticament la solució d'un problema en un medi conductor si coneixem la resolució en un dielèctric i viceversa. Aquest fenomen ens permetrà representar línies equipotencials produïdes per distribucions de càrrega a les que hi ha alguna mena de simetria.

Considerem doncs una d'aquestes situacions amb simetria, la de dues plaques plano-paral·leles d'un condensador. Si, enllloc de plantejar el problema en tres dimensions, escollim una superfície plana tal que talli perpendicularment a les plaques, podem estudiar la relació entre càrrega, diferència de potencial i capacitat d'un condensador de manera anàloga. Si definim ara Q/Z com la càrrega d'una de les plaques per unitat de longitud y $V_a - V_b$ com la diferència de potencial entre les plaques, tenim que la capacitat per unitat de longitud C/Z ve donada per

$$C/Z = \frac{Q/Z}{V_a - V_b} \tag{1.1}$$

D'altra banda, els objectius d'aquesta pràctica són els següents:

- Estudiar les línies equipotencials i de camp per a diferents distribucions de càrrega: dues plaques plano-paral·leles d'un condensador i dos fils infinitis paral·lels.
- Calcular la capacitat per unitat de longitud d'un condensador de plaques plano-paral·leles.

¹A partir d'ara, si diem *camp*, ens estarem referint a aquest camp

- Estudiar l'efecte punxa comparant dues superfícies de curvatures diferenciades.

1.2 Mètode experimental

Com comentàvem, suposem que les distribucions de càrrega del condensador i els dos fils tenen longitud a la component z infinita, de manera que qualsevol pla paral·lel al nostre pla, diguem-li xy , seria igual al que tenim. Per al cas adicional de l'efecte punxa, suposem simetria al voltant de l'eix x del paper: qualsevol pla que el contingui com a eix d'abcises hauria de ser igual al nostre. Utilitzarem un paper impregnat de carbó i amb conductivitat uniforme per a dibuixar les distribucions de càrrega mitjançant un retolador de tinta de plata amb una conductivitat més gran que la del paper. A l'hora de la realització experimental es poden seguir els passos següents:

- Primer cal dibuixar la distribució que convingui i deixar que la tinta s'assequi.
- Un cop fixat el muntatge de la figura 1.1, connectem cada placa (element del dibuix) a una entrada de la font.
- Connectem un dels electrodes a un dels cables del multímetre, que servirà de referència de potencial. Mitjançant l'altre extrem del multímetre, mesurem el potencial en qualsevol punt del paper simplement tocant amb la punxa el punt que sigui.
- Dibuixem línies equipotencials buscant punts amb el mateix potencial. Les línies de camp es troben posteriorment, aprofitant que són perpendiculars a les línies equipotencials.
- Per al cas particular del condensador, la determinació de la càrrega per unitat de longitud vindrà donada per l'equació (1.2), on apareixen la diferència de potencial entre dos punts de les superfícies equipotencials (ΔV_i), la distància radial que les separa mesurada sobre la línia de camp elèctric (Δr_i) i la separació longitudinal entre dos punts consecutius a la mateixa superfície equipotencial (Δl_i), així com la permitivitat elèctrica del medi.

$$Q/Z = \epsilon \sum_i \frac{\Delta V_i \Delta l_i}{\Delta r_i} \quad (1.2)$$

- I per a comparar amb el valor teòric de la capacitat, s'ha de fer servir l'expressió equació (1.3), que relaciona longitud de la component y de les plaques (h), separació (d) i la permitivitat ϵ del medi.

$$C/Z = \frac{h}{d} \epsilon \quad (1.3)$$

Adicionalment es va simular el potencial de cada una de les tres distribucions considerades mitjançant l'algoritme de Jacobi —els codis són als programes A.1, A.2 i A.3—.

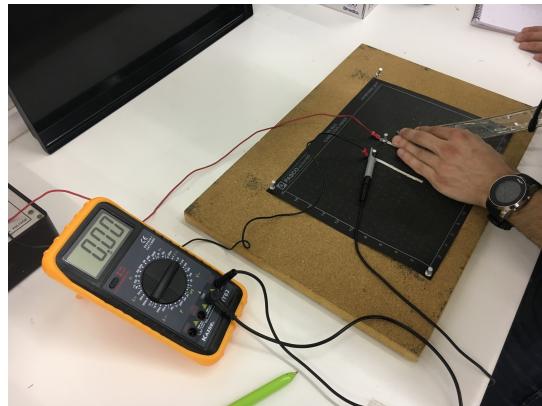


Figura 1.1: Muntatge experimental

1.3 Resultats i discussió

El nostre objectiu és representar qualitativament les línies equipotencials produïdes per diferents distribucions de càrrega. Principalment ens centrarem en la forma, però també ens interessa el valor del potencial associat a cada línia, o el valor de la diferència de potencial entre la distribució i la línia, més precisament. En tots els casos, hi fixarem una diferència de potencial de 9 V. Els punts mesurats tenen alguna incertesa associada de ± 0.02 V, degut a la suma de voltatges. I a més hem realitzat algunes simulacions per a comprovar resultats en tant que forma, però no pas en valors degut a les condicions de contorn. A la figura 1.2 es poden apreciar els papers de carbó ja mencionats i les distribucions de càrrega, acolorides de plata.

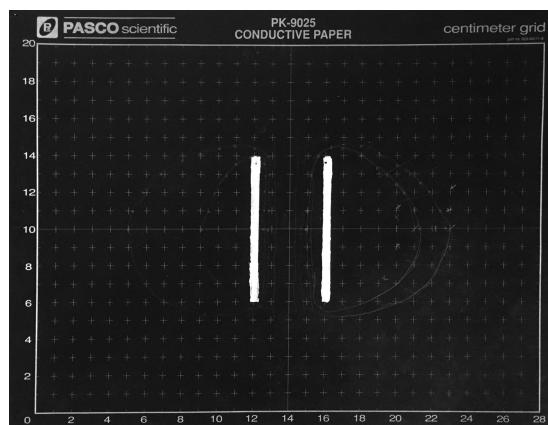


Figura 1.2: Paper de carbó corresponent al condensador

1.3.1 Condensador

La nostra primera mesura és la dels dos condensadors plano-paral·lels de longitud suposadament infinita i densitat superficial de càrrega uniforme. Fixant una diferència de potencial entre les plaques, vam ser capaços de mesurar diferents línies equipotencials, representades a la figura 1.5, tant les experimentals com les teòriques.

Es pot veure que en forma són força semblants, la qual cosa garanteix el bon resultat obtingut. A més, cal afegir que aquest condensador només és infinit a la coordenada

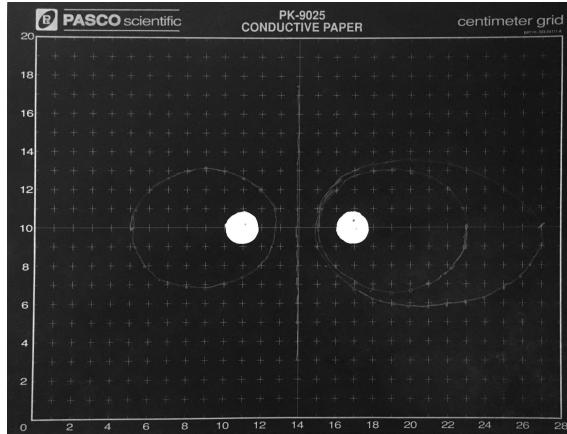


Figura 1.3: Paper de carbó corresponent als fils paral·lels

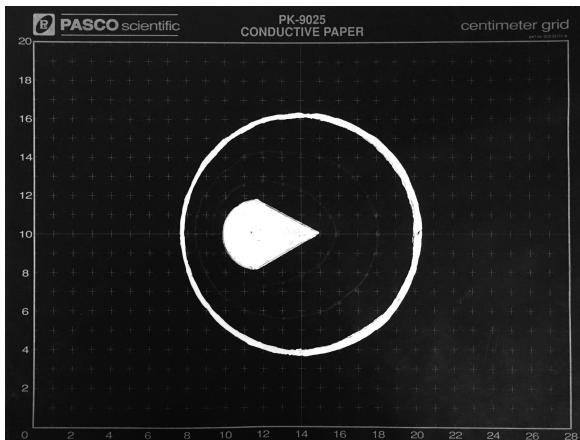


Figura 1.4: Paper de carbó corresponent a la distribució lliure

z , mentre que és finit a la y . Per a punts allunyats de la vora, les línies de camp són pràcticament perpendiculars, igual que les aproximacions fets normalment. Però a la vora hi ha un ràpid creixement i les línies perden el seu caràcter recte.

D'altra banda, d'aquesta distribució pretenem també obtenir una expressió de la capacitat per unitat de longitud. Per a aconseguir-ho, farem ús de l'equació equació (1.2) per a obtenir una expressió de la càrrega en funció de la longitud de la placa del condensador. Cal dir que les distàncies presentaven una incertesa d'origen instrumental de ± 1 mm, però això es complicava més quan havíem de mesurar Δl_i , ja que eren línies corbes. Això és una possible font d'error. Per a reduir-la, vam prendre moltes mesures molt properes, de manera que els arcs de corba fossin aproximadament com cordes, és a dir, com rectes. L'incertesa associada a Q/Z combina les incerteses de les altres tres magnituds.

La capacitat promig és llavors $C/\epsilon = (1.6 \pm 0.4) \text{ F m}^{-1}$. Podem calcular també el seu valor teòric, aplicant l'equació equació (1.3), i substituint els valors de separació i longitud de les plaques, deixant la permitivitat com a constant desconeguda. Així s'obté un valor teòric de $C_T/\epsilon = (2.0 \pm 0.1) \text{ F m}^{-1}$. Com podem veure, totes dues mesures són compatibles degut a l'incertesa de l'experimental. També presenten un error relatiu petit, del 20%. Sembla llavors una bona estimació.

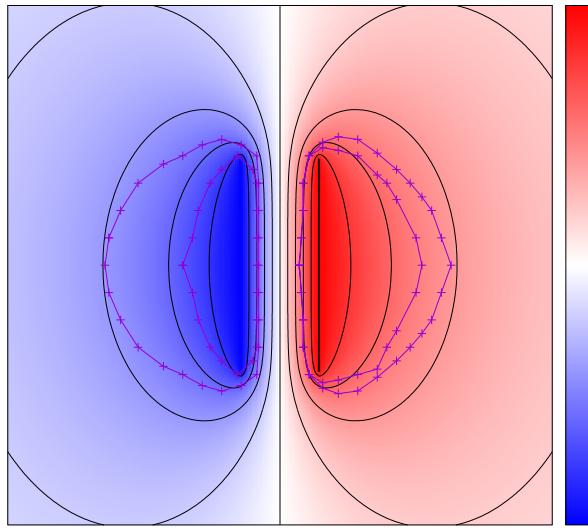


Figura 1.5: Punts experimentals trobats per al condensador, amb les línies equipotencials experimentals i teòriques

1.3.2 Fils paral·lels

La segona distribució de càrrega que vam analitzar va ser la de dos fils o cables infinitos. De nou, tenim la secció corresponent a una intersecció amb un pla perpendicular als dos. Idealment només es veurien dos punts de plata, però els fem una mica gruixuts (tots dos amb el mateix radi) per a poder realitzar millor les mesures. Un altre cop vam fixar la diferència de potencial entre els fils i vam procedir a mesurar. Les línies equipotencials i de camp es poden veure a la figura 1.6. Tenim que en forma són molt semblants la teòrica i l'experimental.

1.3.3 Distribució lliure

Per a aquesta última distribució tractarem d'avaluar el pes de l'efecte punxa en una distribució tancada per una escorça esfèrica. Observant la figura 1.2, veiem que la distribució lliure presenta simetria respecte de l'eix x . Recordem a més que el mencionat efecte relaciona el camp a la superfície d'un conductor amb el seu radi de curvatura, d'acord amb l'equació (1.4), on E_i representa el camp elèctric a la superfície i r_i el radi de curvatura d'aquesta superfície

$$E_1 r_1 = E_2 r_2 \quad (1.4)$$

de manera que a mesura que el radi decreix, el camp en aquesta part augmenta, esdevenint molt intens en cas que hi hagi punxes.

Per a comprovar aquest efecte, vam provar de dibuixar una figura amb dos radis de curvatura ben diferenciats. Si no existeix l'escorça circular, aquest resultat hauria d'haver-

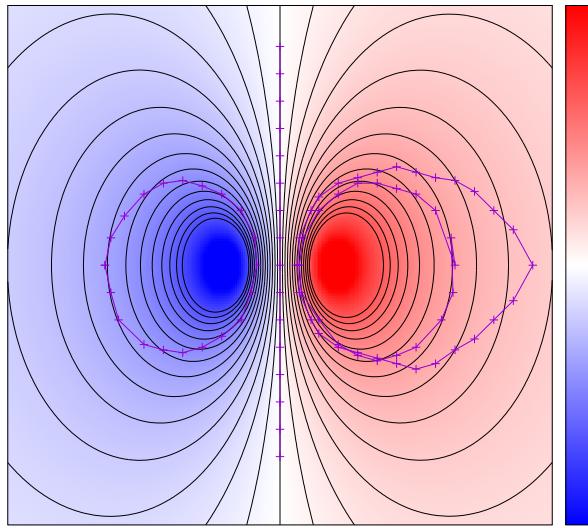


Figura 1.6: Punts experimentals trobats per als fils paral·lels, amb les línies equipotencials experimentals i teòriques

se donat fàcilment, però vam tenir el problema de no ser capaços de preveure l'influència que l'escorça té sobre el camp. Com es pot veure a figura 1.4, resulta que el camp és més intens a la zona amb radi de curvatura més gran, i això és justament el contrari del que volíem veure. Notem que superfícies equipotencials més properes implica un canvi més ràpid del mòdul del camp, i per tant, un camp més intens en poca distància. Tot i això, la distribució s'assembla molt a la teòrica, figura 1.7.

Així doncs no podem estudiar l'efecte punxa. Però sí que podem comentar coses per a investigacions posteriors. Una possible millora seria la reducció de les dimensions del cos interior amb respecte de l'escorça esfèrica que l'envolta, o bé aconseguir una millor proporció de les distàncies als extrems del cos interior. Si ens hi fixem, al nostre cas l'extrem de radi menor és a només un centímetre del centre de l'escorça, mentre que l'altre és a quatre centímetres. La solució potser consisteix en col·locar els dos extrems a la mateixa distància, i reduir les dimensions en general.

1.4 Conclusions

- Hem obtingut les línies equipotencials generades per un condensador de plaques plano-paral·leles i dos fils infinitis també paral·lels. La seva forma és similar a l'obtinguda amb una simulació la qual els calcula a partir de l'expressió analítica.
- La capacitat per unitat de longitud del nostre condensador és de $C = (1.6 \pm 0.4)\epsilon F/m$. Té el mateix ordre de magnitud i un valor molt proper al teòric, entrant aquest dins del marge donat per les incerteses.

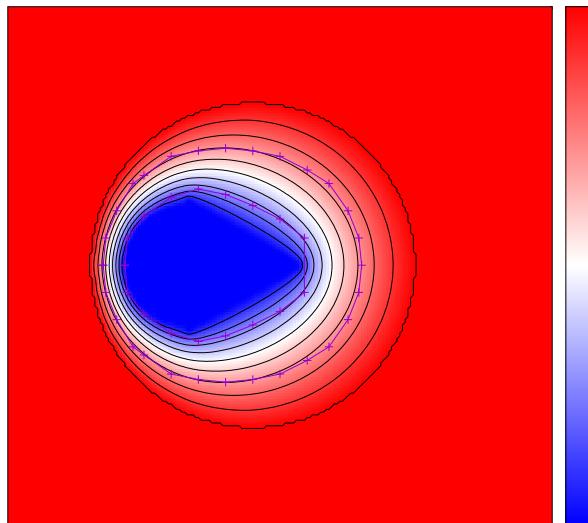


Figura 1.7: Punts experimentals trobats per a la distribució lliure, amb les línies equipotencials experimentals i teòriques

- No vam poder treure conclusions satisfactòries sobre l'efecte punxa a la distribució lliure. Tot i això, vam trobar una sèrie de canvis que poden ser de gran ajuda en investigacions posteriors, com són la reducció de les dimensions del cos respecte de l'escorça o la millor disposició espacial del cos dins d'aquesta.

Annex A

Annexos

A.1 Regressions adicionals

La taula A.1 i la figura A.1 mostren la regressió lineal realitzada per obtenir la relació entre l'angle de rotació del fil de torsió i la força que exerceix, necessària per a la pràctica 2.

Taula A.1: Força del fil de torsió en funció de l'angle

Mass (mg)	Rotació ($^{\circ}$) ($\pm 1^{\circ}$)
5	13
10	27
15	44
20	63
25	70

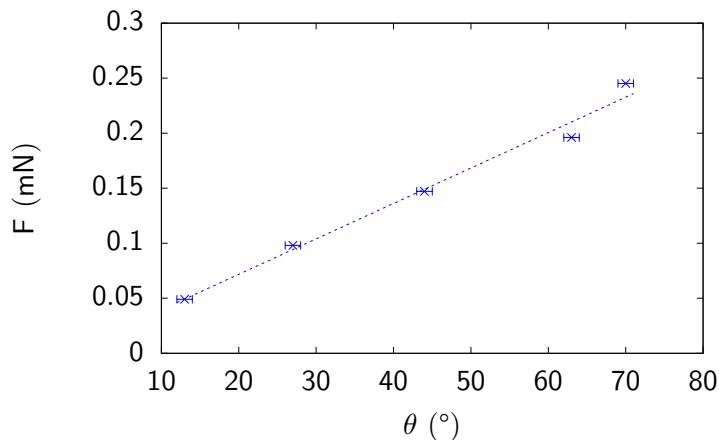


Figura A.1: Força en funció de la rotació del dial

A.2 Taules amb dades adicional

A la taula A.3 hi ha les intensitats mesurades per a cada massa, referent a la pràctica 2.

A la taula A.2 hi ha la resistència mesurada per a cada temperatura, referent a la pràctica 5.

Taula A.2: Mesures experimentals de la resistència a diferents temperatures. El voltatge subministrat és de (3.1 ± 0.2) V

Temperatura ($\pm 1^\circ\text{C}$)	Longitud x (± 0.001 m)	Resistència (Ω)
265	0.664	198 ± 9
260	0.668	201 ± 9
255	0.665	199 ± 9
250	0.664	198 ± 9
245	0.663	197 ± 9
240	0.661	195 ± 9
235	0.659	193 ± 9
230	0.657	192 ± 9
225	0.655	190 ± 9
220	0.654	189 ± 9
210	0.646	182 ± 8
200	0.643	180 ± 8
190	0.637	175 ± 8
180	0.630	170 ± 8
170	0.627	168 ± 7
160	0.622	165 ± 7
155	0.620	163 ± 7
150	0.616	160 ± 7
145	0.613	158 ± 7
140	0.610	156 ± 7
135	0.608	155 ± 7
130	0.605	153 ± 7
125	0.603	152 ± 7
120	0.600	150 ± 6
115	0.597	148 ± 6
110	0.593	146 ± 6
105	0.585	141 ± 6
23	0.520	108 ± 5
-20	0.485	94 ± 4
-25	0.484	94 ± 4
-30	0.481	93 ± 4
-35	0.478	92 ± 4
-40	0.474	90 ± 4
-45	0.470	88 ± 4
-49	0.468	88 ± 4
-55	0.464	87 ± 4
-60	0.459	85 ± 4
-65	0.457	84 ± 4
-70	0.452	82 ± 3
-75	0.447	81 ± 3
-80	0.445	80 ± 3
-85	0.441	79 ± 3
-90	0.436	77 ± 3
-95	0.431	76 ± 3
-100	0.424	74 ± 3
-105	0.417	72 ± 3
-110	0.409	69 ± 3
-115	0.398	66 ± 3
-150	0.365	57 ± 3

Taula A.3: Mesures de la intensitat necessària per contrarrestar la força gravitatorià de cada massa

Massa (mg)	Intensitat (± 0.01 A)					
5	2.62	2.55	2.65	2.62	2.60	2.57
10	3.70	3.40	3.58	3.64	3.71	3.68
15	4.47	4.46	4.63	4.42	4.50	4.48
20	5.10	5.29	5.33	5.07	5.10	5.11
25	6.05	5.99	5.94	5.40	5.21	5.63

A.3 Codis per a les simulacions

Programa A.1: Codi per a calcular el potencial degut a un condensador fent servir l'algoritme de Jacobi

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#define pi 3.14159265359

void puntos(double **phi) {
    int i,j,k;

    double fix = 9;

    // Iterarem amb el metode de Jacobi
    for(k = 0; k < 3000; k++) {
        for(j = 1; j < 199; j++) {
            for(i = 1; i < 279; i++) {
                if (i == 120) {
                    if(abs(100-j) < 40){
                        phi[i][j] = -fix/2.;
                        continue;
                    }
                }
                if(i == 160) {
                    if(abs(100-j) < 40) {
                        phi[i][j] = fix/2.;
                        continue;
                    }
                }
                phi[i][j] = 0.25*(phi[i-1][j] + phi[i+1][j] + phi[i][j-1] +
                    phi[i][j+1]);
            }
        }
    }

    int main() {
        int i,j;
        int Nx = 280;
        int Ny = 200;

        double fix = 9;
```

```

double **phi;

phi = calloc(Nx, sizeof(double*));
for(i = 0; i < Nx; i++) {
    phi[i] = calloc(Ny, sizeof(double));
}

// Inicialitzem
for(i = 0; i < Nx; i++) {
    for(j = 0; j < Ny; j++) {
        phi[i][j]=0;
    }
}

// Valors del potencial a les plaques. Es mantindran fixos durant
// la iteracio
for(j = 60; j < 140; j++) {
    phi[160][j] = fix/2.;
    phi[120][j] = -fix/2.;
}

puntos(phi);
printf("S'han realitzat amb exit 3000 iteracions del metode");

FILE *potencial;

// Escrivim el potencial
potencial = fopen("condensador-potencial.dat","w");
if (potencial == NULL) {
    fprintf(stderr, "ERROR: L'arxiu no s'ha pogut obrir");
    return 1;
}
for(i = 0; i < Nx; i++) {
    for(j = 0; j < Ny; j++) {
        fprintf(potencial, "%d %d %lf\n", i, j, phi[i][j]);
    }
    fprintf(potencial, "\n");
}
fclose(potencial);

return 0;
}

```

Programa A.2: Codi per a calcular el potencial degut a dos fils fent servir l'algoritme de Jacobi

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#define pi 3.14159265359

void puntos(double **phi) {

    int i,j,k;

```

```
double fix = 9;

// Iterarem amb el metode de Jacobi
for(k = 0; k < 10000; k++) {
    for(j = 1; j < 599; j++) {
        for(i = 1; i < 839; i++) {
            if((i-390)*(i-390)+(j-300)*(j-300) < 100) {
                phi[i][j] = -fix/2;
                continue;
            }
            if((i-450)*(i-450)+(j-300)*(j-300) < 100) {
                phi[i][j] = fix/2;
                continue;
            }
            phi[i][j] = (1-1.8)*phi[i][j] + 1.8*0.25*(phi[i-1][j] + phi[i+1][j] + phi[i][j-1] + phi[i][j+1]);
        }
    }
}

int main() {
    int i,j;
    int Nx = 840;
    int Ny = 600;

    double fix = 9;

    double **phi;

    phi = calloc(Nx,sizeof(double *));
    for(i = 0; i < Nx; i++) {
        phi[i] = calloc(Ny,sizeof(double));
    }

    // Valors del potencial als fils. Es mantindran fixos durant la
    // iteracio
    phi[390][300] = -fix/2.;
    phi[450][300] = fix/2.;

    puntos(phi);
    printf("S'han realitzat amb exit 10000 iteracions del metode");

    FILE *potencial;

    // Escrivim el potencial
    potencial = fopen("fils-potencials.dat","w");
    if (potencial == NULL) {
        fprintf(stderr,"ERROR: L'arxiu no s'ha pogut obrir");
        return 1;
    }

    for(i = 0; i < Nx; i++) {
        for(j = 0; j < Ny; j++) {
            fprintf(potencial, "%d %d %lf\n", i, j, phi[i][j]);
        }
    }
}
```

```

    }
    fprintf(potencial, "\n");
}

fclose(potencial);

return 0;
}

```

Programa A.3: Codi per a calcular el potencial degut a la configuració lliure fent servir l'algoritme de Jacobi

```

#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#define pi 3.14159265359
#define TOL 100

void puntos(double **phi) {
    int i,j,k,a,b;

    double fix = 9;

    // Iterarem amb el metode de Jacobi
    for(k = 0; k < 3000; k++) {
        for(i = 1; i < 279; i++) {
            for(j = 1; j < 199; j++) {
                a = (i-140)*(i-140) + (j-100)*(j-100);
                b = (i-115)*(i-115) + (j-100)*(j-100);
                if((i > 115) && (i < 160)) {
                    if(j < 100) {
                        if(fabs(j-0.57*i-14.3) < 5) {
                            phi[i][j] = -fix/2.;
                            continue;
                        }
                    }
                    if(j > 100) {
                        if(fabs(j+0.57*i-185.7) < 5) {
                            phi[i][j] = -fix/2.;
                            continue;
                        }
                    }
                }
                if(i < 115) {
                    if(abs(b - 400) < 100){
                        phi[i][j]= -fix/2.;
                        continue;
                    }
                }
                if(abs(a-3600)<100) {
                    phi[i][j] = fix/2.;
                    continue;
                }
                phi[i][j] = 0.25*(phi[i-1][j] + phi[i+1][j] + phi[i][j-1] +
                    phi[i][j+1]);
            }
        }
    }
}

```

```
        }
    }

}

int main() {
    int i,j,a;
    int Nx = 280;
    int Ny = 200;

    double fix = 9;

    double **phi;

    phi = calloc(Nx, sizeof(double*));
    for(i = 0; i < Nx; i++) {
        phi[i] = calloc(Ny, sizeof(double));
    }

    // Inicialitzem
    for(i = 0; i < Nx; i++) {
        for(j = 0; j < Ny; j++) {
            phi[i][j]=0;
        }
    }

    // Valors del potencial a les plaques. Es mantindran fixos durant
    // la iteracio
    for(i = 1; i < 279; i++) {
        for(j = 1; j < 199; j++) {
            a = (i-140)*(i-140) + (j-100)*(j-100);
            if((i > 115) && (i < 160)) {
                if(j < 100) {
                    if(fabs(j-0.57*i-14.3) < 5) {
                        phi[i][j] = -fix/2.;
                        continue;
                    }
                }
                if(j > 100) {
                    if(fabs(j+0.57*i-185.7) < 5) {
                        phi[i][j] = -fix/2.;
                        continue;
                    }
                }
            }
            if(i == 115) {
                if((j > 80) && (j < 120)) {
                    phi[i][j] = -fix/2.;
                    continue;
                }
            }
        }
    }

    puntos(phi);
    printf("S'han realitzat amb exit 3000 iteracions del metode");
}
```

```
FILE *potencial;

// Escrivim el potencial
potencial = fopen("lliure-potencial.dat","w");
if (potencial == NULL) {
    fprintf (stderr, "ERROR: L'arxiu no s'ha pogut obrir");
    return 1;
}
for(i = 0; i < Nx; i++) {
    for(j = 0; j < Ny; j++) {
        fprintf(potencial, "%d %d %lf\n", i, j, phi[i][j]);
    }
    fprintf(potencial, "\n");
}
fclose(potencial);

return 0;
}
```