Modelització i anàlisi financera de l'empresa Caterpillar

Andreu Arderiu, Arnau Mas

14 de juny de 2019

Resum: Abstract en català

Abstract: Abstract en anglès

Universitat Autònoma de Barcelona

Figura 0.1: Logotip de Caterpillar

En aquest estudi de l'empresa Caterpillar amb *Symbol* bursàtil a la borsa de Nova York CAT, ens centrarem en els anys $2015-2018$. Mitjançant la comanda $getSymbols$ de R prenem un total de 1005 dades corresponents als preus de tancament diari. A partir d'aquestes dades, podem calcular els estadístics bàsics de les rendibilitats, és a dir, els increments dels logaritmes dels preus. Trobem així una mitjana anual de $\hat{\mu}_a = 0.07786318$, una desviació estàndard anual de $\hat{\sigma}_a = 0.267607$, i finalment una curtosi diària de $\hat{ku}_d = 2.806694$.

1 Context

Caterpillar Inc. (NYSE: CAT) és una empresa multinacional de maquinària industrial i de construcció amb seu a Illinois. Actualment és l'empresa líder en l'àmbit de la maquinària de construcció i industrial [1] i es troba en la posició 65 al rànquing *Fortune 500* i en la posició 238 del rànquing *Fortune Global 500* de l'any 2019 [2, 3]. El preu actual de l'acció de Caterpillar és d'uns \$127. Actualment té 104 000 treballadors.

Caterpillar va néixer l'any 1925 de la fusió de les empreses Holt Manufacturing Company i C. L. Best Tractor Co. El fundador de la primera, Benjamin Holt, va patentar un dels primers vehicles que funcionaven amb tracció per eruga (d'aquí el nom Caterpillar), un sistema de tracció que consisteix en una sèrie de plaques rígides unides per una cinta que gira al voltant de les rodes del vehicle. Amb aquest sistema, la superfície de contacte del vehicle amb el sòl s'incrementa de manera que s'exerceix menys pressió i és possible circular per a terrenys més complicats. Originalment, els vehicles de Holt es feien servir a l'oest americà, on la combinació del terreny àrid i irregular del desert californià i la manca d'infraestructura dificultaven les tasques agràries i de transport. Molt aviat, però, l'empresa va desenvolupar vehicles militars durant la Primera Guerra Mundial, que van ser uns dels precursors del tanc. Durant el període d'entreguerra i sobretot després de la Segona Guerra Mundial, Caterpillar va evolucionar cap a l'àmbit de la construcció, primer al mercat americà i després a escala global, sobretot als països en desenvolupament.

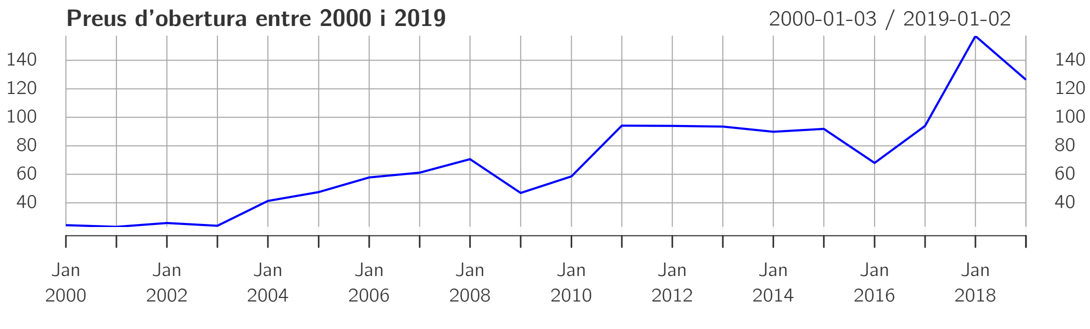


Figura 1.1: Preus d'obertura de Caterpillar entre els anys 2000 i 2019

A la fig. 1.1 podem veure els preus d'obertura anuals de les accions de Caterpillar entre l'any 2000 i l'actualitat. La tendència és en general a l'alça, tot i que valen a remarcar diversos punts d'inflexió. És notable la forta caiguda de prop del 35 % durant l'any 2008, naturalment deguda a la crisi financera del mateix any. Aquesta crisi va afectar fortament el sector de la construcció, que és una de les principals àrees de negoci de Caterpillar. Tanmateix, tal i com apunta [4] l'empresa ja anticipava la recessió, i va prendre una sèrie de mesures que van alleujar l'impacte de la crisi. Això, juntament amb un canvi en la direcció, i un canvi d'estratègia enfocat a majors inversions a països amb un ràpid creixement econòmic com la Xina, Índia i Brasil, van fer que Caterpillar tingués una espectacular recuperació durant l'any 2010. Més endavant, durant l'any 2015 l'empresa va experimentar una altra davallada, de més del 25 %, degut a la crisi del mercat financer xinès [5], un dels principals clients de Caterpillar. Tot i així es va recuperar ràpidament durant 2016, iniciant l'any 2017 dos punts per sobre que el 2015, degut a un creixement del mercat, entre d'altres [6]. Per últim, l'increment dels aranzels sobre les importacions d'acer introduït pel govern de Trump han causat que el valor de Caterpillar hagi baixat prop d'un 20 % durant l'any 2018 [7].

2 Estudi de les rendibilitats

El model més senzill per a l'evolució dels actius financers d'una empresa és la hipòtesi que les rendibilitats diàries són independents normalment distribuïdes amb paràmetres independents del temps. La rendibilitat (a vegades anomenada rendibilitat neta per a distingir-la de la rendibilitat bruta) diària es defineix com el logaritme del quocient de preus. És a dir, si P_t és el preu el dia t aleshores la rendibilitat d'aquest dia, r_t és

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right). \tag{2.1}$$

La hipòtesi, doncs, és que $r_t \sim N(\mu_d, \sigma_d^2)$. Aquest model s'anomena el model de Samuelson-Bachelier. Observem que si $\sigma_d = 0$ aleshores la rendibilitat és constant i els preus evolucionen exponencialment segons,

$$P_t = e^{r_t} P_{t-1}$$

que és la fórmula de l'interès compost. Així doncs, σ_d governa el risc en l'evolució i s'anomena la volatilitat.

A la Figura 2.1 veiem representat l'històric dels preus de tancament i rendibilitats diàries de Caterpillar al llarg dels últims 4 anys (2015-2018), en total 1005 i 1004 dades, respectivament. La mitjana i desviació estàndard mostrals per a la rendibilitat anual són $\hat{\mu}_a = 0.07786318$ i $\hat{\sigma}_a = 0.267607$, respectivament. El valor positiu obtingut per a $\hat{\mu}_a$, es pot resumir en que el creixement mitja del valor de les accions de Caterpillar durant aquest període ha estat positiu.

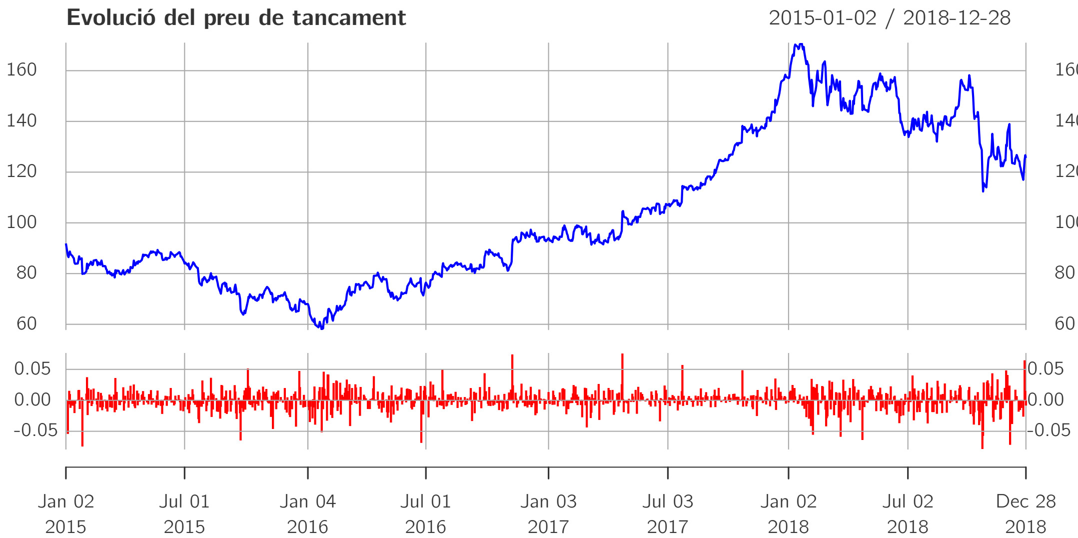


Figura 2.1: Evolució del preu de tancament i rendibilitat diàries de Caterpillar entre 2015 i 2018

Observant la figura 2.1 podem veure que hi ha hagut etapes molt diferents a nivell de rendibilitat (i.e de creixement i decreixement). En concret, ens centrarem en la comparació de les rendibilitats dels anys 2015-2016 i 2017-2018. Qualitativament, vegem que el preu dels actius al principi i al final del període 2015-2016 té valors semblants, mentre que si mirem el període 2017-2018, observem un creixement substancial. Tanmateix, totes dues etapes presenten zones de creixement i decreixement sobtats. Per a poder fer un anàlisi amb més fonament, hem calculat els estimadors de la mitjana i desviació estàndard de les rendibilitats anuals per als dos períodes, i hem obtingut els resultats que es mostren a la Taula 2.1.

Taula 2.1: Valors dels estimadors de la mitjana i desviació estàndard de les rendibilitats anuals durant els períodes 2015-2016 i 2017-2018.

Període	$\hat{\mu}_a$	$\hat{\sigma}_a$
2015-2016	0.004630473	0.262774056
2017-2018	0.1449968	0.2726803

Observem que l'estimador de la mitjana de les rendibilitats anuals és molt major (més del triple) durant el segon període 2017-2018 que durant el primer període 2015-2016. Això concorda amb el fet que durant el segon període hi ha un augment net substancial (+25.4%) del valor dels actius, mentre que en el primer període aquest augment és ínfim (concretament del +0.9%). D'altra banda, cal remarcar que pel que fa a la desviació estàndard (o volatilitat) la diferència entre els dos períodes és petita, pel que, tot i les diferències en les rendibilitats, sembla ser que el risc és manté més o menys constant durant els dos períodes.

Ara, per a fer-nos una idea de la idoneïtat o no de fer una inversió a Caterpillar, i comparar-la amb la mitjana de les empreses que formen el Dow Jones Industrial (DJI), representem a la Figura 2.2 simultàniament l'evolució que hauria tingut una inversió de \$100 a principis de l'any 2015 a l'empresa Caterpillar i al conjunt del Dow Jones.

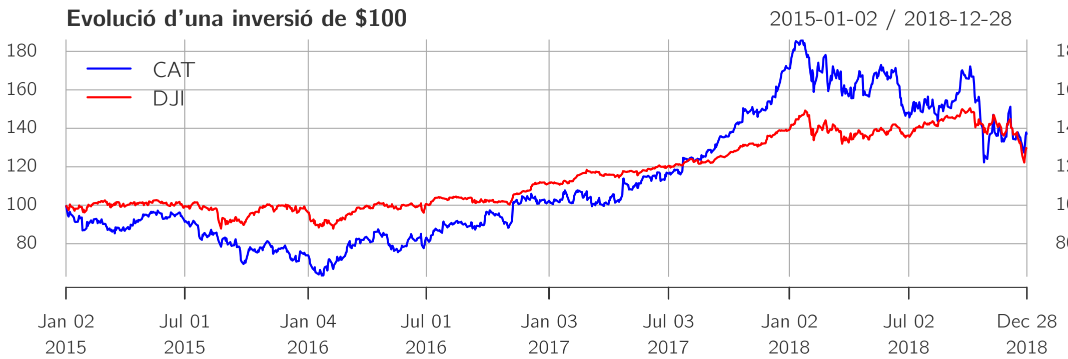


Figura 2.2: Evolució d'una inversió de \$100 en Caterpillar i l'índex DJI entre l'any 2000 i el 2018

A primer cop d'ull, observem que en totes dues inversions tindríem un augment del capital al final del període de la inversió. És interessant veure que, tot i que tant el capital invertit al DJI com el de Caterpillar experimenten una caiguda a finals del 2018, la inversió al DJI presenta un creixement força sostingut amb alguns decreixements puntuals, i, en canvi, el capital invertit a Caterpillar passa per etapes de creixement i decreixement sobtats. En efecte, durant el període 2015-2017, el valor del capital en la inversió al DJI és superior al de Caterpillar, el qual pateix una forta caiguda i es manté per sota del valor dels \$100 de la inversió inicial, i en canvi, Durant el 2017, tal i com hem comentat en la secció anterior, Caterpillar experimenta un gran creixement, i el valor de la inversió supera amb escreix al del DJ. Finalment durant el 2018 ambdós capitals presenten un decreixement però l'any tanca amb un valor per a la inversió de Caterpillar major que la del DJI (\$136.7 en front de \$129.3). Així doncs, una hipotètica inversió de \$100 durant el període $(2015 - 2018)$ hauria estat més rentable a Caterpillar que al Dow Jones Industrial.

3 Previsió futura

Tenint en compte la definició de rendibilitat donada per l'eq. (2.1), si introduïm els log-preus, $p_t = \log P_t$, tenim que $p_t = p_{t-1} + r_t$, i per tant que l'evolució dels log-preus és un passeig aleatori. Aleshores

$$p_t = p_0 + \sum_{k=1}^{t-1} r_k \tag{3.1}$$

i com que la suma de normals independents també és normal, la distribució dels log-preus és

$$p_t \sim N(p_0 + \mu_d t, t\sigma_d^2). \tag{3.2}$$

A partir de les dades dels últims 4 anys (2015-2018) representades a la fig. 2.1 podem calcular la mitjana i desviació estàndard mostrals per a la rendibilitat diària:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_d &= 0.000311 \\ \hat{\sigma}_d &= 0.0169. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Coneixent doncs la mitjana i variància de la rendibilitats diàries, podem modelar el comportament del logaritme dels preus de les accions com un passeig aleatori. Fem doncs 10 simulacions de possibles escenaris futurs en 500 dies útils, partint d'un capital inicial de \$100, tal com veiem en la fig. 3.1. Les corbes vermelles i rosades representades representen el continu d'intervals de confiança del 95% de la distribució de log-preus (eq. (3.2)) de Caterpillar i el DJI, respectivament. Vegem que a la fig. 3.1 a banda de simular el passeig aleatori dels logaritmes dels preus també hem simulat l'evolució dels preus. Per a fer-ho simplement cal aplicar la funció exponencial als càlculs fets per als log-preus.

Observant la fig. 3.1, veiem que tots els passeigs aleatoris es mantenen dins l'interval de confiança de Caterpillar, però molts surten del de DJI. Això és degut a que la volatilitat dels actius de Caterpillar és molt major que la dels del DJI (té una volatilitat diària de $\hat{\sigma}_d = 0.01692499$. Quan ens estem plantejant

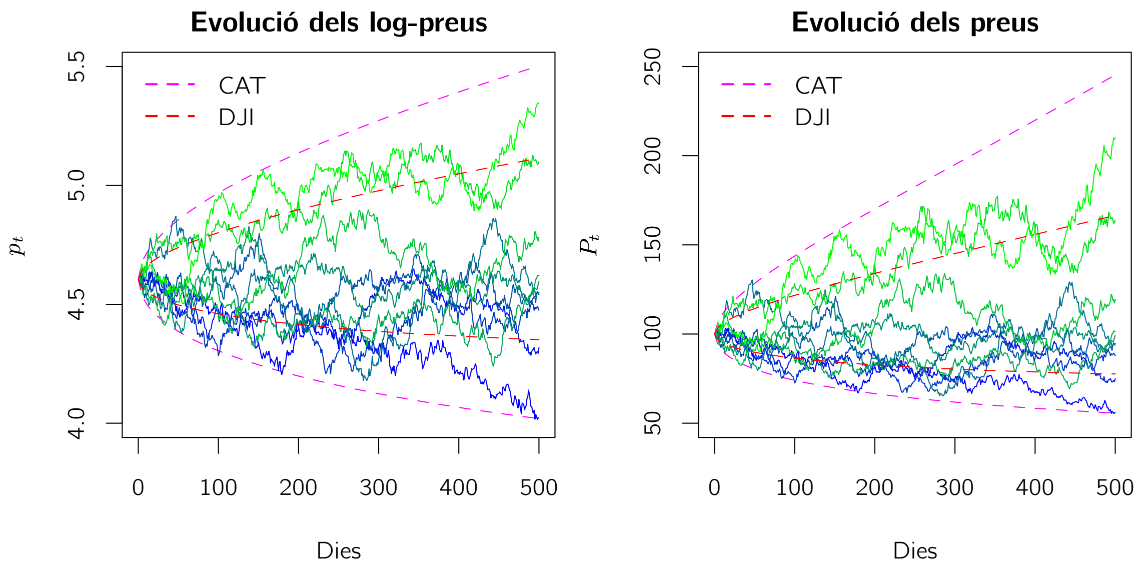


Figura 3.1: Simulació de l'evolució d'una inversió de \$100 en actius de Caterpillar durant 500 dies. A l'esquerra es mostren els log-preus i a la dreta els preus.

fer una inversió, també ens interessarà saber el seu valor esperat al cap d'un temps t. Per estimar-lo, prenem P_i el preu de les accions el dia útil i i $p_i = log(P_i)$, aleshores:

$$p_t - p_0 \sim \mathcal{N}(\mu_d t, t\sigma_d^2) \implies \frac{P_t}{P_0} = e^{p_t - p_0} \sim \mathcal{LN}(\mu_d t, t\sigma_d^2) \tag{3.4}$$

pel que $E[P_t] = P_0 e^{t(\mu_d + \frac{1}{2}\sigma_d^2}$ seria el preu esperat en funció del preu inicial i el temps transcorregut. Suposem que, a dia 2 de gener de 2015, ens estem plantejant fer una inversió a 1 any vista, és a dir, que finalitzi el 4 de gener de 2016. En aquest cas, $t = 250$, ja que considerem que cada any té 250 dies útils, i obtindrem

$$E[P_t] = P_0 e^{250(0.000311 + \frac{1}{2}0.0169^2)} = 1.12 P_0,$$

pel que $E[P_t] > P_0$ i, per tant, això ens diu que l'esperança és de guanyar diners, de fet, uns guanys esperats del 12%. En particular, com que $P_0 = 4.61$, $E[P_t] = 5.16$. Tot i així, degut a l'alta variància, el valor esperat no té perquè ser proper al valor obtingut. De fet, en el nostre cas el valor real del log-preu el dia 2 de gener de 2018, tal i com es pot veure a la fig. 2.2, és de 4.30 i, per tant, $P_t < P_0$. Aquest valor però no ens ha de sobtar, ja que l'interval de confiança del 95% el dia $t = 250$ de la inversió és de $(4.16, 5.21)$. Seguint un raonament similar, podríem estudiar la probabilitat de perdre diners el primer trimestre de 2019 (des del 2 de gener fins a l'1 d'abril). En aquest cas $t = 62$, i procedim de la següent manera.

$$P\left\{P_t < P_0\right\} = P\left\{P_t/P_0 < 1\right\} = P\left\{p_t - p_0 < 0\right\} = P\left\{\frac{p_t - p_0 - t\mu_d}{\sqrt{t}\sigma_d} < \frac{-t\mu_d}{\sqrt{t}\sigma}\right\} = \phi\left(\frac{-\sqrt{t}\mu_d}{\sigma_d}\right) \quad (3.5)$$

Fent els càlculs amb R, obtenim que $P\left\{P_t < P_0\right\} = 0.44$, pel que a priori es tractaria d'una bona inversió. Vegem que en la realitat el preu de les accions durant aquest període va pujar un 11%, pel que en efecte hauria estat una bona inversió.

4 Estudi de les hipòtesis

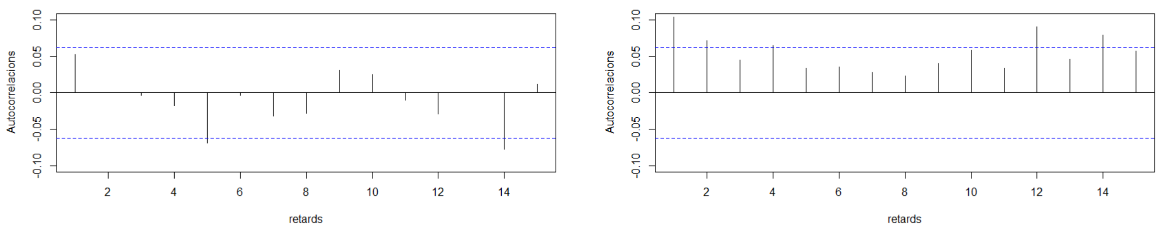
Tots els resultats anteriors els hem obtingut suposant el model estàndard del mercat, és a dir, suposant que les rendibilitats diàries són variables aleatòries normals idènticament distribuïdes i independents. Procedim doncs a veure si les dades empíriques de que disposem, corroboren, o no, la validesa de les nostres suposicions.

4.1 Independència i no-correlació

Primer de tot volem contrastar la hipòtesi de no-correlació entre les rendibilitats diàries (com a variables aleatòries).

$$\begin{cases} H_0 : \text{rendibilitats no-correlacionades} \\ H_1 : \text{rendibilitats correlacionades} \end{cases} \quad (4.1)$$

Un bon test per comprovar la no-correlació entre variables aleatòries és el Ljung-Box. Apliquem doncs aquest test a les rendibilitats a través de la comanda Box.test de R i obtenim un p-valor de 0.2336, pel que s'accepta la hipòtesi nul · la amb un 95% de confiança, i no podem dir que les nostres dades estiguin correlacionades. Això és un bon indici per pensar que són independents, però recordem que tot i que independència implica no correlació, el recíproc té perquè ser cert. Sabem que si dues variables aleatòries són independents llavors funcions d'aquestes també ho seran. Per tant, si trobem alguna funció de les rendibilitats tal que no siguin independents, llavors quedarà provat que les rendibilitats tindran una certa dependència entre si. Provem doncs a fer el test d'independència per a la funció del quadrat de les rendibilitats, i, en aquest cas, obtenim un p-valor de 0.0006127, pel que amb un 95% de confiança tenim que les rendibilitats al quadrat són no-correlacionades. Així doncs, podem concloure que les dades originals de rendibilitats no són independents.



(a) Rendibilitats **(b)** Rendibilitats al quadrat

Figura 4.1: Autocorrelacions de les rendibilitats i rendibilitats al quadrat.

Aquests resultats eren d'esperar, ja que en general en els mercats financers les correlacions entre les rendibilitats són insignificants (excepte en escales de temps menors a 20 minuts) [8]. En canvi, en general, al fer una funció que anul · li el signe, com pot ser elevar al quadrat, s'observen correlacions. Això es deu en part a que esdeveniments d'alta volatilitat tendeixen a ocórrer junts, és a dir que hi ha pujades i baixades abruptes en temps curts. Aquest fet però, no el detecta la correlació directa ja que després d'una alta pujada pot haver-hi tant una altra pujada com una baixada. Ara bé, en prendre el valor absolut de les variacions, aquests dos fets no es diferencien i és aleshores quan detectem les correlacions. Finalment cal remarcar que, tot i que suposar normalitat pot semblar una mica contradictori amb tenir variables aleatòries no correlacionades però dependents, veurem que això s'explica pel fet que, com veurem en la pròxima secció, les rendibilitats no són exactament normals.

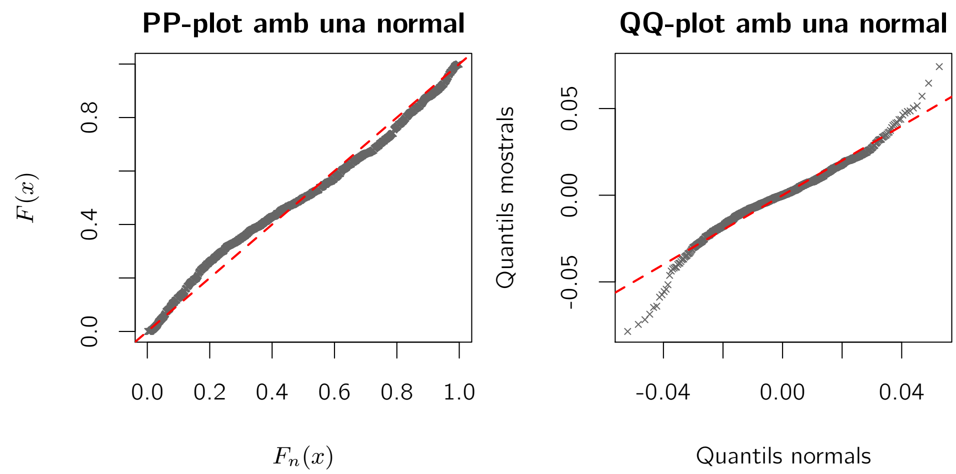


Figura 4.2: Comparació amb una distribució normal

4.2 Normalitat

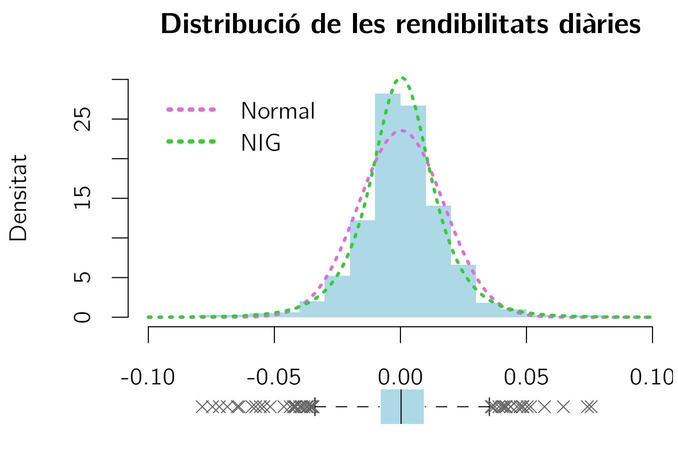


Figura 4.3: Evolució del preu de tancament de Caterpillar entre 2015 i 2018

A continuació avaluarem la hipòtesi de normalitat de les rendibilitats. Hem estimat la mitjana i desviació estàndard de les rendibilitat —eq. (3.3)—. Si, tal i com hem suposat, les rendibilitats fossin normals amb aquests paràmetres aleshores la probabilitat d'observar rendibilitats superiors a 0.07 o inferiors a -0.07 és de l'ordre de 10^{-5} i per tant, en una mostra de mida 1000 no n'esperariem cap. Amb tot hi ha 5 observacions en aquest rang. Això és indicatiu de que la distribució de les rendibilitats no és normal. Una altra dada que ens fa pensar que la distribució no és normal és la seva curtosi. Concretament, la mostra té un excés de curtosi de 2.8 i per tant és una distribució leptocúrtica —la distribució normal té un excés de curtosi de 0—. Això vol dir que té cues més pesades que la normal i per tant és més probable observar valors extrems, com és el cas.

4.2.1 Test de Jarque-Bera

Podem acabar de determinar que la distribució no és normal amb el test Jarque-Bera. Aquest test fa servir l'estadístic

$$JB = \frac{n-k}{6}\left(b^2 + \tfrac{1}{4}\kappa_e^2\right) \tag{4.2}$$

on b és el biaix de la mostra, κ_e l'excés de curtosi, n la mida de la mostra i k el nombre de regressors per generar la sèrie. Aquest estadístic té distribució asimptòtica χ^2 amb dos graus de llibertat. Sota la hipotesi nul·la de normalitat esperem que sigui nul ja que una distribució normal té biaix i excés de curtosi 0. Per a la sèrie de rendibilitats l'estadístic val aproximadament 342, i per tant tenim un p-valor de l'ordre de 10^{-75}. Així doncs podem rebutjar la hipòtesi nul·la amb confiança pràcticament de 100 %. Cal remarcar que la hipòtesi nul·la és que la distribució té biaix i excés de curtosi nuls, no que la distribució sigui normal ja que la distribució normal no és l'única amb biaix i excés de kurtosi 0. Tot i així, com que rebutgem la hipòtesi nul·la podem afirmar que les dades que tenim no són normals.

4.2.2 Test de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov serveix per a determinar si una mostra té una distribució concreta F. Donada una mostra $\{x_1, \ldots, x_n\}$ aleshores la seva distribució empírica és

$$F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \mathbf{1}_{[x_i,\infty)}(x),$$

és a dir, compta el nombre d'observacions més petites que el valor en qüestió. L'estadístic del test és la màxima discrepància entre la distribució empírica i la distribució que estem contrastant,

$$D_n = \sup_{x\in\mathbb{R}} \left|F_n(x) - F(x)\right|.$$

Ara bé, si volem aplicar aquest test per a determinar normalitat —o per determinar si les dades provenen de qualsevol altra distribució— ens cal saber a priori els paràmetres de la distribució.

El test de Lilliefors és una variant del test de Kolmogorov-Smirnov que ens permet determinar la normalitat de les dades sense coneixer els paràmetres. L'estadístic que utilitza aquest test és la màxima discrepància entre la distribució empírica i una normal amb els paràmetres estimats a partir de la mostra. Per a la sèrie de rendibilitats D_n val 0.0633. I aleshores $\sqrt{n}D_n = 2.005$. Aquest valor és superior al valor crític $k_{0.01} = 1.031$ i per tant podem rebutjar normalitat amb una confiança del 99 %.

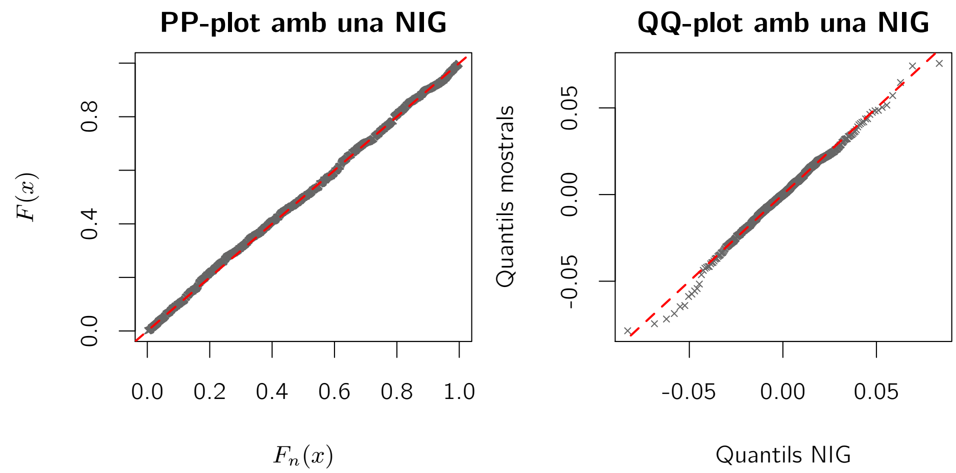


Figura 4.4: Comparació amb una distribució NIG

5 Conclusions

```
# Comentari

Codi R
```

Bibliografia

[1] *About Caterpillar*. Caterpillar. 2019. URL: http://fortune.com/fortune500/caterpillar/.

[2] *Fortune 500 List. 58: Caterpillar*. Fortune. 2019. URL: http://fortune.com/fortune500/caterpillar/.

[3] *Fortune Global 500 List. 238: Caterpillar*. Fortune. 2019. URL: http://fortune.com/global500/caterpillar/.

[4] Geoff Colvin. *Caterpillar is absolutely crushing it*. Fortune. 2011. URL: http://fortune.com/2011/05/12/caterpillar-is-absolutely-crushing-it/.

[5] Tyler Durden. *Forget Recession: According To Caterpillar There Is A Full-Blown Global Depression*. ZeroHedge. 2015. URL: https://www.zerohedge.com/news/2015-07-22/forget-recession-according-caterpillar-there-full-blown-global-depression.

[6] Lee Samaha. *Here's How Caterpillar Inc. Crushed It in 2017*. The Motley Fool. 2017. URL: https://www.fool.com/investing/2017/11/25/heres-how-caterpillar-inc-crushed-it-in-2017.aspx.

[7] I Fang Liang. *Abrumadora caída de Caterpillar en la bolsa-Efecto Trump*. Prensa Objetiva. 2018. URL: https://prensaobjetiva.com/2018/04/29/economia-abrumadora-caida-de-caterpillar-en-la-bolsa-efectotrump/.

[8] Rama Cont. "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues". A: *Quantitative finance* (2000).