

# Modelització i anàlisi financera de l'empresa Caterpillar

---

Andreu Arderiu, Arnau Mas

14 de juny de 2019

**Resum:** En aquest treball analitzem les dades financeres dels últims quatre anys de l'empresa Caterpillar. En primer lloc fem una exploració de les dades i de com es corresponen amb els esdeveniments que han afectat a l'empresa últimament. Després apliquem el model de Samuelson-Bachelier per a simular l'evolució d'una inversió en actius de Caterpillar. Avaluem la validesa del model amb diversos mètodes i conclouem que no és un model del tot acurat ja que les rendibilitats no són ni normals ni independents. Per últim veiem que la distribució gaussiana normal inversa (NIG) és un model millor. A grans trets, però, podem afirmar que la inversió en Caterpillar és favorable.

**Abstract:** In this work we analyse the financial data of the company Caterpillar during the previous four years. Firstly we explore the data and how they reflect the events that have had an impact on the company as of recently. Then we use the Samuelson-Bachelier model to simulate the evolution of an investment in Caterpillar shares. We assess the validity of the model with various methods to conclude that it is not a fully accurate model given that the returns are neither normal nor independent. Lastly we show that the normal inverse gaussian distribution (NIG) is a better model. Broadly, however, we can claim that an investment in Caterpillar is generally beneficial.

Hem analitzat l'empresa Caterpillar (NYSE: CAT) durant el període entre 2015 i 2018, un total de 1005 dades. Durant aquest període les rendibilitats tenen

- mitjana anual  $\hat{\mu}_a = 0.07817463$ ,
- desviació estàndard anual  $\hat{\sigma}_a = 0.4064481$ ,
- excés de curtosi diari  $\hat{\kappa}_e = 2.806694$

## 1 Context



Figura 1.1: Logotip de Caterpillar

Caterpillar Inc. (NYSE: CAT) és una empresa multinacional de maquinària industrial i de construcció amb seu a Illinois. Actualment és l'empresa líder en l'àmbit de la maquinària de construcció i industrial [1] i es troba en la posició 65 al rànquing *Fortune 500* i en la posició 238 del rànquing *Fortune Global 500* de l'any 2019 [2, 3]. El preu actual de l'acció de Caterpillar és d'uns \$127. Actualment té 104000 treballadors.

Caterpillar va néixer l'any 1925 de la fusió de les empreses Holt Manufacturing Company i C. L. Best Tractor Co. El fundador de la primera, Benjamin Holt, va patentar un dels primers vehicles que funcionaven amb tracció per eruga (d'aquí el nom Caterpillar), un sistema de tracció que consisteix en una sèrie de plaques rígides unides per una cinta que gira al voltant de les rodes del vehicle. Amb aquest sistema, la superfície de contacte del vehicle amb el sòl s'incrementa de manera que s'exerceix menys pressió i és possible circular per a terrenys més complicats. Originalment, els vehicles de Holt es feien servir a l'oest americà, on la combinació del terreny àrid i irregular del desert californià i la manca d'infraestructura dificultaven les tasques agràries i de transport. Molt aviat, però, l'empresa va desenvolupar vehicles militars durant la Primera Guerra Mundial, que van ser uns dels precursors del tanc. Durant el període d'entreguerra i sobretot després de la Segona Guerra Mundial, Caterpillar va evolucionar cap a l'àmbit de la construcció, primer al mercat americà i després a escala global, sobretot als països en desenvolupament.

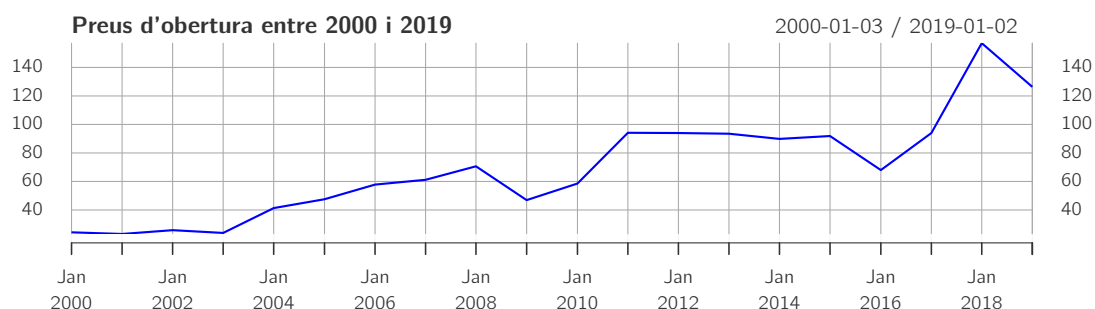


Figura 1.2: Preus d'obertura de Caterpillar entre els anys 2000 i 2019

A la figura 1.2 podem veure els preus d'obertura anuals de les accions de Caterpillar entre l'any 2000 i l'actualitat. La tendència és en general a l'alça, tot i que valen a remarcar diversos punts d'inflexió. És notable la forta caiguda de prop del 35 % durant l'any 2008, naturalment deguda a la crisi financera del mateix any. Aquesta crisi va afectar fortament el sector de la construcció, que és una de les principals àrees de negoci de Caterpillar. Tanmateix, tal i com apunta [4] l'empresa ja anticipava la recessió, i va prendre una sèrie de mesures que van alleujar l'impacte de la crisi. Això, juntament amb un canvi en la

direcció, i un canvi d'estratègia enfocat a majors inversions a països amb un ràpid creixement econòmic com la Xina, Índia i Brasil, van fer que Caterpillar tingués una espectacular recuperació durant l'any 2010. Més endavant, durant l'any 2015 l'empresa va experimentar una altra davallada, de més del 25 %, degut a la crisi del mercat financer xinès [5], un dels principals clients de Caterpillar. Tot i així es va recuperar ràpidament durant 2016, iniciant l'any 2017 dos punts per sobre que el 2015, degut a un creixement del mercat, entre d'altres [6]. Per últim, l'increment dels aranzels sobre les importacions d'acer introduït pel govern de Trump han causat que el valor de Caterpillar hagi baixat prop d'un 20 % durant l'any 2018 [7].

## 2 Estudi exploratori de les dades

Recordem primer alguns termes financers bàsics. Diem que la rendibilitat bruta és el quocient dels preus d'un actiu a l'inici i al final d'un període, generalment al tancament de dos dies consecutius. La rendibilitat neta  $R_t$  és l'increment relatiu del preu, és a dir, la rendibilitat bruta menys u:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1.$$

Finalment, la rendibilitat contínua o simplement la rendibilitat,  $r_t$  és el logaritme de la rendibilitat bruta,

$$r_t = \log \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right). \quad (2.1)$$

Si la rendibilitat és constant aleshores els diners evolucionen exponencialment s'ons la llei de l'interès compost,  $P_t = e^{r_t} P_{t-1}$ . En general, però, això no és així i les rendibilitats tenen un component estocàstic. La principal mesura d'aquesta naturalesa estocàstica és la desviació estàndard de les rendibilitats durant un període, que en finances rep el nom de volatilitat.

A la figura 2.1 hi ha representat l'històric dels preus de tancament i rendibilitats diàries de Caterpillar al llarg dels últims 4 anys, en total 1005 i 1004 dades, respectivament. La mitjana i desviació estàndard mostrals per a la rendibilitat anual<sup>1</sup> són  $\hat{\mu}_a = 0.07817463$  i  $\hat{\sigma}_a = 0.4064481$ , respectivament. El valor positiu obtingut per a  $\hat{\mu}_a$ , es pot resumir en que el creixement mitja del valor de les accions de Caterpillar durant aquest període ha estat positiu.

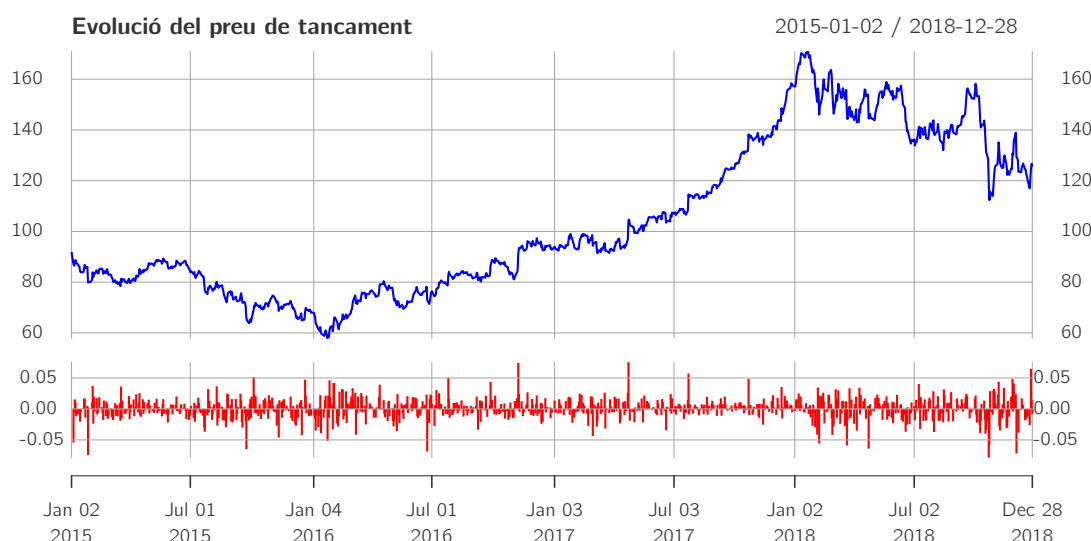


Figura 2.1: Evolució del preu de tancament i rendibilitat diàries de Caterpillar entre 2015 i 2018

Observant la figura 2.1 podem veure que hi ha hagut etapes diferents a nivell de rendibilitat (i.e de creixement i decreixement). En concret, ens centrarem en la comparació de les rendibilitats dels anys

<sup>1</sup>la suma de les rendibilitats diàries durant un any

2015–2016 i 2017–2018. Durant el primer, el preu dels actius a l'inici i al final és molt semblant. En canvi, entre el preu d'obertura de 2017 i el de tancament de 2018 hi ha un increment de prop de més de \$20. Tot i així, totes dues etapes i en especial la segona presenten zones de creixement i decreixement sobtats. A la taula 2.1 hi ha la rendibilitat mitjana i volatilitat anual de cada període. Observem que la rendibilitat

Taula 2.1: Rendibilitat mitja i volatilitat anuals durant els períodes 2015–2016 i 2017–2018.

Període	$\hat{\mu}_a$	$\hat{\sigma}_a$
2015–2016	0.004 658 256	0.433 063 8
2017–2018	0.151 691	0.535 198 4

mitjana és més de tres vegades major durant 2017–2018 que durant 2015–2016. Això concorda amb el fet que durant el segon període hi ha un augment net substancial (+25.4%) del valor dels actius, mentre que en el primer període aquest augment és ínfim (concretament del +0.9%). D'altra banda, la volatilitat és lleugerament més gran durant el segon període, que reflecteix la major oscil·lació dels preus durant 2018.

La rendibilitat mitjana i volatilitat anuals de la mitjana d'empreses de l'índex Dow Jones Industrial (DJI) són 0.064 288 37 i 0.135 086 9, respectivament. Això indica que Caterpillar té en general un creixement superior a la mitjana però també amb un risc més alt. A la figura 2.2 hi ha representada l'evolució d'una hipotètica inversió de \$100 en actius de Caterpillar i en l'índex DJI feta el 2015. El guany net és de \$36.7 a Caterpillar i \$29.3 a DJI. Tot i així, la inversió en Caterpillar hauria passat per pèrdues i guanys més extrems, la qual cosa reflecteix la major volatilitat.



Figura 2.2: Evolució d'una inversió de \$100 en Caterpillar i l'índex DJI entre l'any 2015 i el 2018

### 3 Previsió futura

El model més senzill per a l'evolució dels actius és el de Samuelson-Bachelier, que consisteix en la hipòtesi de que les rendibilitats són independents i normals amb paràmetres independents del temps. Tenint en compte la definició de rendibilitat donada per l'eq. (2.1), si introduïm els log-preus,  $p_t = \log P_t$ , tenim que  $p_t = p_{t-1} + r_t$ , i per tant que l'evolució dels log-preus és un passeig aleatori. Aleshores

$$p_t = p_0 + \sum_{k=1}^{t-1} r_k \quad (3.1)$$

i com que la suma de normals independents també és normal, la distribució dels log-preus és

$$p_t \sim N(p_0 + \mu_d t, t\sigma_d^2). \quad (3.2)$$

### 3.1 Simulació

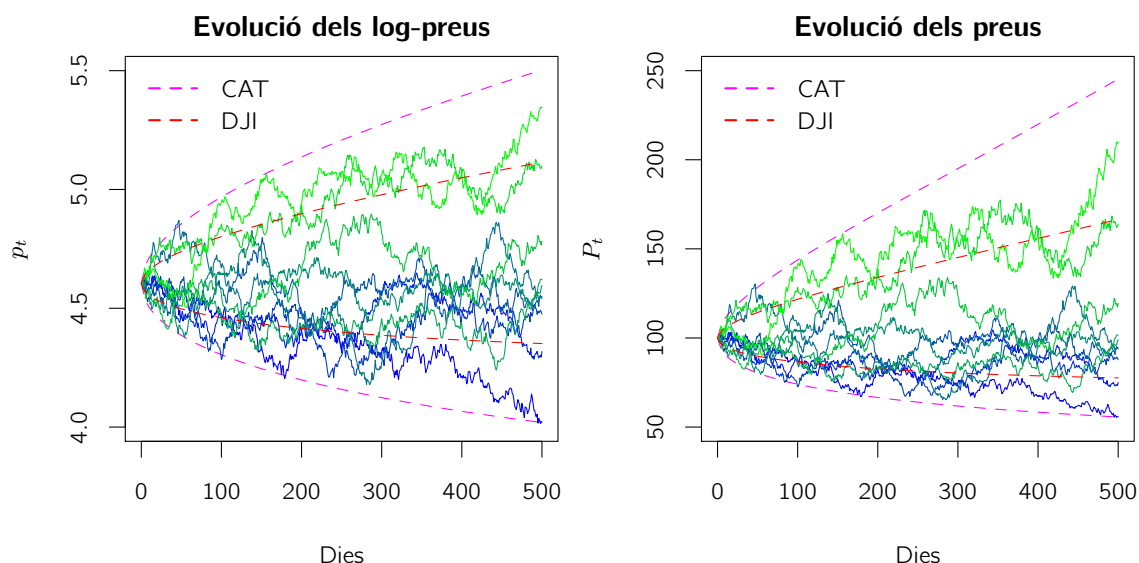
Amb la mitjana i desviació estàndard mostrals de les dades podem estimar els paràmetres de la distribució de la rendibilitat diària,

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_d &= 0.000311 \\ \hat{\sigma}_d &= 0.0169,\end{aligned}\tag{3.3}$$

i fer una simulació de la seva evolució. Amb el següent codi simulem 10 possibles evolucions durant 500 dies (dos anys fiscals) d'una inversió de \$100 en actius de Caterpillar:

```
1 passeig <- function(n, inicial, mu, sigma) {
2   cumsum(c(inicial, rnorm(n - 1, mu, sigma)))
3 }
4 preu.inicial <- 100
5 dies <- (1:500)
6 N <- 10
7 passejos <- matrix(nrow = N, ncol = length(dies))
8 for (k in 1:N) { passejos[k,] <- passeig(length(dies),
9                                           log(preu.inicial),
10                                          mean(rend.CAT),
11                                          sd(rend.CAT))
12 }
```

Un cop tenim els log-preus podem trobar els preus prenent exponencials. Els resultats els veiem a la figura 3.1. Les línies discontinúes representen els intervals de confiança del 95 % per Caterpillar i el Dow



**Figura 3.1:** Simulació de l'evolució d'una inversió de \$100 en actius de Caterpillar durant 500 dies. A l'esquerra es mostren els log-preus i a la dreta els preus.

Jones. Veiem que si fèssim una inversió en l'índex DJI en general esperariem menys benefici però alhora menors pèrdues, ja que tant la rendibilitat mitjana com la volatilitat diària del DJI són més petites —0.000256129 i 0.00871034— respectivament.

### 3.2 Distribució dels preus

Com que els log-preus tenen distribució normal, els preus tenen distribució log-normal:

$$P_t \sim LN(p_0 + \mu_d t, t\sigma_d^2).\tag{3.4}$$

Amb aquesta informació podem calcular el valor esperat d'una inversió a un temps vista,  $t$ . Tenim que

$$\mathbb{E}[P_t] = \exp(p_0 + (\mu_d + \frac{1}{2}\sigma_d^2)t) = \exp(\mu_d + \frac{1}{2}\sigma_d^2) P_0 e^t.$$

En particular, si volem calcular el valor esperat a un any vista prenem  $t = 250^2$  i obtenim  $1.12P_0$ , per tant el benefici esperat a un any vista és del 12%.

D'altra banda podem calcular la probabilitat de perdre diners passat un temps  $t$ :

$$\mathbb{P}(P_t < P_0) = \mathbb{P}\left(\frac{P_t}{P_0} < 1\right) = \mathbb{P}(p_t - p_0 < 0) = \mathbb{P}\left(\frac{p_t - p_0 - \mu_d t}{\sigma_d \sqrt{t}} < -\frac{t\mu_d}{\sigma_d \sqrt{t}}\right) = \phi\left(-\frac{\mu_d \sqrt{t}}{\sigma_d}\right)$$

Si invertíssim durant el primer trimestre de 2019, que té 62 dies útils, la probabilitat de perdre diners és de 0.44. Aquest càlcul també el podem fer mitjançant simulació amb el següent codi

```
1 passeig.final <- function(n, inicial, mu, sigma) {
2   sum(c(inicial), rnorm(n-1, mu, sigma))
3 }
4 fav <- 0
5 for(k in 1:10000) { if(passeig.final(62, log(100), mean(rend.CAT),
6   →sd(rend.CAT)) < log(100))
7   fav <- fav+1
8 }
9 fav/10000
```

## 4 Estudi de les hipòtesis

Tots els resultats anteriors els hem obtingut suposant el model de Samuelson-Bachelier. Procedim doncs a veure si les dades empíriques que tenim, corroboren, o no, la validesa de les nostres suposicions.

### 4.1 Independència i no-correlació

#### 4.1.1 Ljung-Box

Primer de tot volem contrastar la hipòtesi de no-correlació entre les rendibilitats diàries (com a variables aleatòries).

$$\begin{cases} H_0 : \text{rendibilitats no-correlacionades} \\ H_1 : \text{rendibilitats correlacionades} \end{cases} \quad (4.1)$$

Un bon test per comprovar la no-correlació entre variables aleatòries és el test Ljung-Box. Apliquem doncs aquest test a les rendibilitats a través de la comanda `Box.test` de R i obtenim un p-valor de 0.2336, pel que s'accepta la hipòtesi nul·la amb un 95% de confiança, i no podem dir que les nostres dades estiguin correlacionades. Això és un bon indicatiu per pensar que són independents, però recordem que no-correlació és una noció més feble que independència. Sabem que si dues variables aleatòries són independents llavors funcions d'aquestes també ho seran. Per tant, si trobem alguna funció de les rendibilitats tal que siguin correlacionades, llavors quedarà provat que les rendibilitats no són independents. Si apliquem Ljung-Box al quadrat de les rendibilitats i obtenim un p-valor de 0.0006127, pel que amb un 99% de confiança tenim que les rendibilitats al quadrat són correlacionades. Així doncs, podem concloure que les dades originals de rendibilitats no són independents.

#### 4.1.2 Autocorrelacions

Una altra manera de veure que les rendibilitats no són independents és calcular-ne les autocorrelacions. L'autocorrelació d'ordre  $k$  és  $\text{Corr}(r_t, r_{t+k})$ . Es pot demostrar que dues variables aleatòries són independents si per qualssevol funcions  $f$  i  $g$  es té  $\text{Corr}(f(X), g(Y)) = 0$ . A la figura 4.1 hi ha les autocorrelacions

<sup>2</sup>Els anys fiscals tenen 250 dies útils

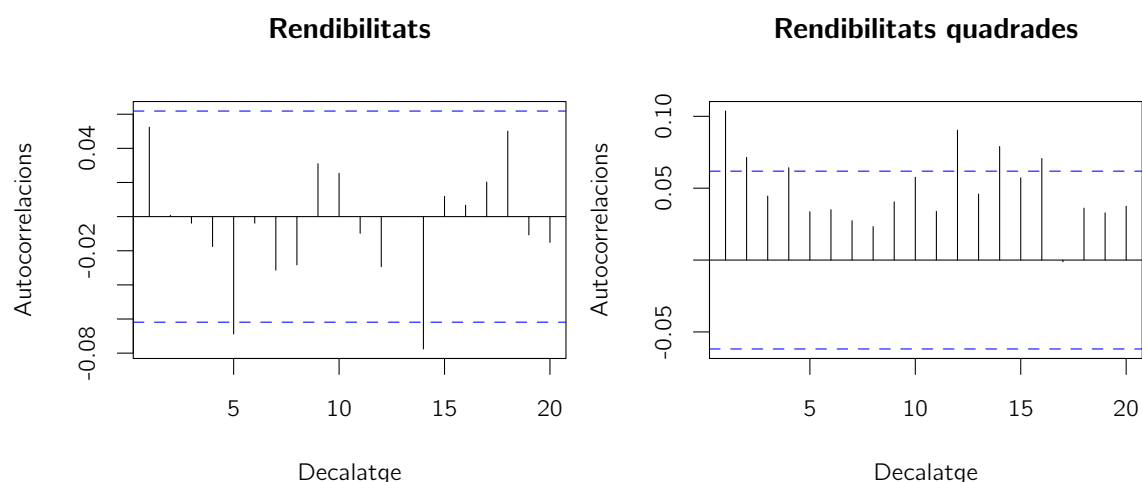


Figura 4.1: Autocorrelacions de les rendibilitats i rendibilitats al quadrat.

de les rendibilitats i les rendibilitats al quadrat. Veiem que no podem afirmar que les autocorrelacions dels quadrats siguin nul·les, i per tant rebutgem que siguin independents.

Aquests resultats eren d'esperar, ja que en general en els mercats financers les correlacions entre les rendibilitats són insignificants (excepte en escales de temps menors a 20 minuts) [8]. En canvi, en general, al fer una funció que anul·li el signe, com pot ser elevar al quadrat, s'observen correlacions. Això es deu en part a que esdeveniments d'alta volatilitat tendeixen a ocórrer junts, és a dir que hi ha pujades i baixades abruptes en temps curts. Aquest fet però, no el detecta la correlació directa ja que després d'una alta pujada pot haver-hi tant una altra pujada com una baixada. Ara bé, en prendre el valor absolut de les variacions, aquests dos fets no es diferencien i és aleshores quan detectem les correlacions. Finalment cal remarcar que, tot i que suposar normalitat pot semblar una mica contradictori amb tenir variables aleatòries no correlacionades però dependents, veurem que això s'explica pel fet que les rendibilitats no són exactament normals.

## 4.2 Normalitat

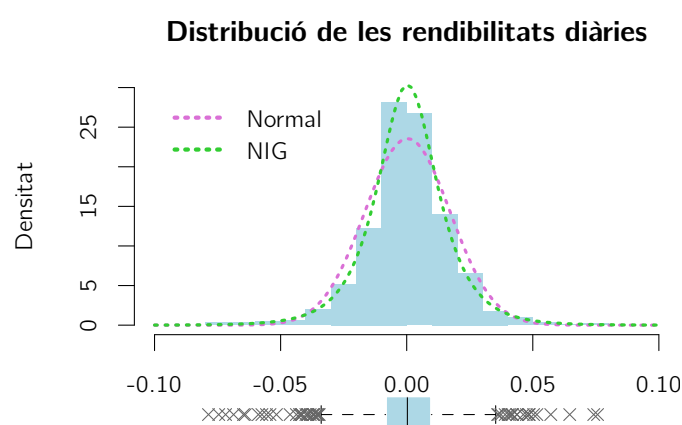


Figura 4.2: Evolució del preu de tancament de Caterpillar entre 2015 i 2018

A continuació avaluarem la hipòtesi de normalitat de les rendibilitats. Hem estimat la mitjana i desviació estàndard de les rendibilitats —eq. (3.3)—. Si, tal i com hem suposat, les rendibilitats fossin normals amb aquests paràmetres aleshores la probabilitat d'observar rendibilitats superiors a 0.07 o inferiors a  $-0.07$

és de l'ordre de  $10^{-5}$  i per tant, en una mostra de mida 1000 no n'esperariem cap. Amb tot hi ha 5 observacions en aquest rang. Això és indicatiu de que la distribució de les rendibilitats no és normal. Una altra dada que ens fa pensar que la distribució no és normal és la seva curtosi. Concretament, la mostra té un excés de curtosi de 2.8 i per tant és una distribució leptocúrtica —la distribució normal té un excés de curtosi de 0—. Això vol dir que té cues més pesades que la normal i per tant és més probable observar valors extrems, com és el cas.

#### 4.2.1 Test de Jarque-Bera

Podem acabar de determinar que la distribució no és normal amb el test Jarque-Bera. Aquest test fa servir l'estadístic

$$JB = \frac{n-k}{6} (b^2 + \frac{1}{4}\kappa_e^2) \quad (4.2)$$

on  $b$  és el biaix de la mostra,  $\kappa_e$  l'excés de curtosi,  $n$  la mida de la mostra i  $k$  el nombre de regressors per generar la sèrie. Aquest estadístic té distribució asimptòtica  $\chi^2$  amb dos graus de llibertat. Sota la hipòtesi nul·la de normalitat esperem que sigui nul ja que una distribució normal té biaix i excés de curtosi 0. Per a la sèrie de rendibilitats l'estadístic val aproximadament 342, i per tant tenim un  $p$ -valor de l'ordre de  $10^{-75}$ . Així doncs podem rebutjar la hipòtesi nul·la amb confiança pràcticament de 100 %. Cal remarcar que la hipòtesi nul·la és que la distribució té biaix i excés de curtosi nuls, no que la distribució sigui normal ja que la distribució normal no és l'única amb biaix i excés de kurtosi 0. Tot i així, com que rebutgem la hipòtesi nul·la podem afirmar que les dades que tenim no són normals.

#### 4.2.2 Test de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov serveix per a determinar si una mostra té una distribució concreta  $F$ . Donada una mostra  $\{x_1, \dots, x_n\}$  aleshores la seva distribució empírica és

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{1}_{[x_i, \infty)}(x),$$

és a dir, compta el nombre d'observacions més petites que el valor en qüestió. L'estadístic del test és la màxima discrepància entre la distribució empírica i la distribució que estem contrastant,

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)|.$$

Ara bé, si volem aplicar aquest test per a determinar normalitat —o per determinar si les dades provenen de qualsevol altra distribució— ens cal saber a priori els paràmetres de la distribució.

El test de Lilliefors és una variant del test de Kolmogorov-Smirnov que ens permet determinar la normalitat de les dades sense coneixer els paràmetres. L'estadístic que utilitza aquest test és la màxima discrepància entre la distribució empírica i una normal amb els paràmetres estimats a partir de la mostra. Per a la sèrie de rendibilitats  $D_n$  val 0.0633. I aleshores  $\sqrt{n}D_n = 2.005$ . Aquest valor és superior al valor crític  $k_{0.01} = 1.031$  i per tant podem rebutjar normalitat amb una confiança del 99 %.

## 5 Models alternatius

### 5.1 Distribució gaussiana normal-inversa (NIG)

Hem vist a la secció anterior que el model de Samuelson-Bachelier no és adequat ja que les dades no són normals. Una alternativa, doncs, és relaxar les hipòtesis originals. Si no suposem normalitat aleshores un bon candidat és la distribució gaussiana normal-inversa, NIG. La seva funció de densitat, considerant la versió simètrica, és

$$f_{\text{NIG}}(x | \omega, \phi) = \frac{\omega e^{\omega}}{\pi \sqrt{(x - \mu)^2 + \phi \omega}} K_1 \left( \sqrt{\frac{(x - \mu)^2 \omega}{\phi} + \omega^2} \right)$$



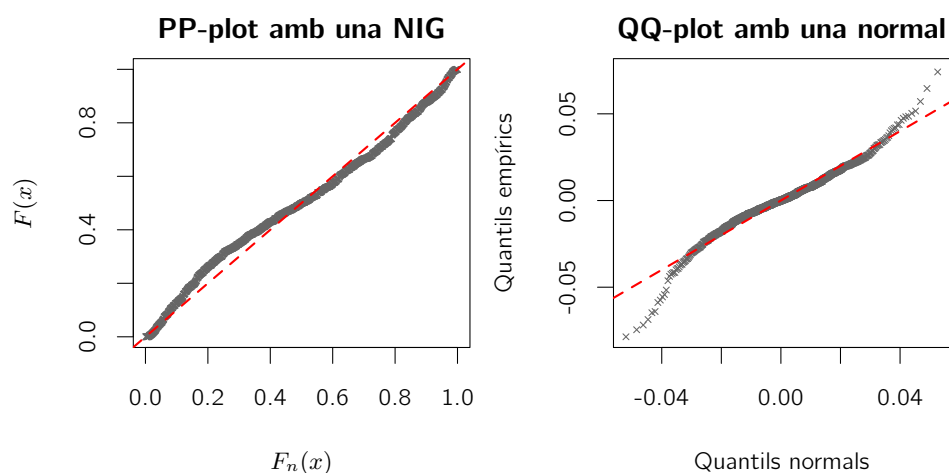


Figura 5.1: Comparació amb una distribució normal

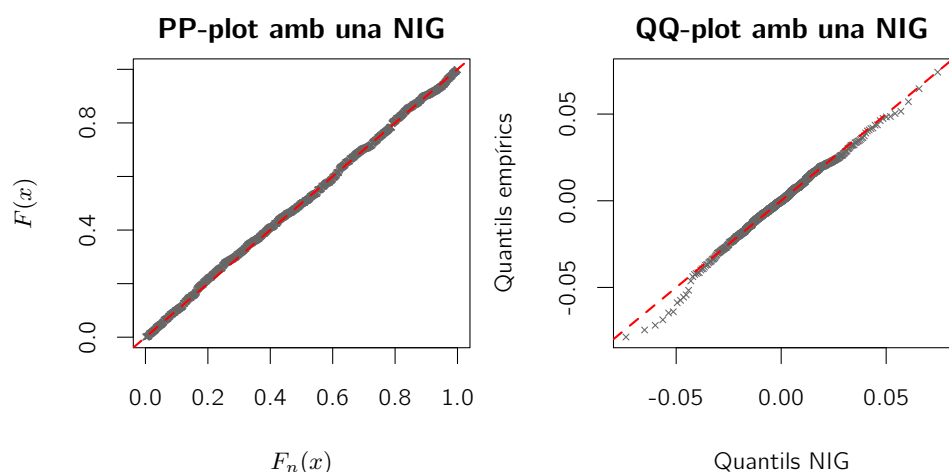


Figura 5.2: Comparació amb una distribució NIG

on  $K_1$  és la funció de Bessel d'ordre 3 i índex 1. Aquesta distribució té mitjana  $\mu$ , variància  $\phi$  i excés de kurtosi  $\omega$ . Aquesta classe de distribucions tenen la propietat de que si dues variables independents tenen distribució NIG amb el mateix ràtio  $\frac{\omega}{\phi}$  aleshores la seva suma també té distribució NIG. Això la fa un bon candidat per modelitzar les rendibilitats ja que volem que les propietats de les rendibilitats no canviïn si les considerem diàries, anualitzades o durant qualsevol altre període de temps.

Donada la sèrie de rendibilitats que tenim, podem estimar-ne els paràmetres de la distribució NIG mitjançant el mètode dels moments. Per analitzar com s'ajustaria aquest model, podem fer servir un PP-plot i un QQ-plot. El codi en R per a fer-ho és el següent:

```
1 ord <- sort(as.numeric(rend.CAT))
2 prob <- (1:length(rend.CAT))/length(rend.CAT)
3 norm.pp <- pnorm(ord, mean(rend.CAT), sd(rend.CAT))
4 norm.qq <- qnorm(prob, mean(rend.CAT), sd(rend.CAT))
5 phi <- as.numeric(var(rend.CAT))
6 w <- as.numeric(3/(kurtosis(rend.CAT)))
7 nig.pp <- pnig(ord, mu = mean(rend.CAT), delta = sqrt(phi*w),
8               alpha = sqrt(w/phi), beta = 0)
9 nig.qq <- qnig(prob, mu = mean(rend.CAT), delta = sqrt(phi*w),
10              alpha = sqrt(w/phi), beta = 0)
```

Per a fer el PP-plot hem de fer el gràfic de prob i norm.pp o nig.pp. I pel QQ-plot hem de fer el gràfic

de `norm.qq` o `nig.qq`, que són els quantils teòrics, i `ord`, els quantils empírics.

A les figures 5.1 and 5.2 veiem els PP-plots i QQ-plots. Si analitzem el QQ-plot amb la normal veiem clar que la distribució de les rendibilitats té cues pesades ja que els quantils empírics es troben més allunyats de la mitjana. Quan comparem amb la distribució NIG ja no veiem aquest fenomen ja que amb la NIG podem acomodar la curtosi de les dades.

**Taula 5.1:** Nombre d'observacions a diferents intervals i el corresponent nombre esperat d'observacions si les dades fossin normals i si tinguessin distribució NIG, arrodonits a les unitats

Interval	Observat	Normal	NIG
$(-0.08, -0.06]$	6	0	2
$(-0.06, -0.04]$	11	9	13
$(-0.04, -0.02]$	72	107	77
$(-0.02, 0]$	406	380	400
$(0, 0.02]$	409	387	414
$(0.02, 0.04]$	84	113	81
$(0.04, 0.06]$	13	9	13
$(0.06, 0.08]$	3	0	3

Per a contrastar aquestes dues distribucions de manera alternativa podem repartir les dades en intervals i comparar el nombre de punts observat a cada interval amb els que esperariem segons cada distribució, que serà  $n(F(b) - F(a))$ , on  $a$  i  $b$  són els extrems de l'interval i  $n$  la mida de la mostra. La funció `hist` de R ens permet repartir les dades en intervals determinats per una llista d'extrems. Hem triat intervals de longitud 0.02 entre  $-0.08$  i  $0.08$ . El codi R és el següent

```
1 ord <- sort(as.numeric(rend.CAT))
2 intervals <- seq(from = -0.08, to = 0.08, by = 0.02)
3 totals.exp <- hist(ord, intervals, plot = FALSE)$counts
4 totals.norm <- length(ord)*diff(pnorm(intervals,
5                                 mean = mean(ord), sd = sd(ord)))
6 totals.nig <- length(ord)*diff(pnig(intervals,
7                                 mu = mean(rend.CAT), delta=sqrt(phi*w),
8                                 alpha = sqrt(w/phi), beta = 0))
```

A la taula 5.1 hi ha els resultats. Com veiem, a les cues esperariem veure menys dades si fossin normals, mentre que prop de la mitjana en veiem més de les que esperariem. El nombre d'observacions que esperariem si les dades tinguessin distribució NIG es correspon molt millor a les dades que observem en realitat.

## 5.2 Rendibilitats a períodes més llargs

Hem vist que la distribució de les rendibilitats no és normal. Per tant les prediccions que hem fet prèviament són de validesa qüestionable. Tot i així, si enlloc de treballar amb rendibilitats diàries treballéssim amb rendibilitats setmanals o mensuals estariem treballant amb la suma de variables no correlacionades que, pel Teorema Central del Límit es pot aproximar per una normal. Aleshores perdriem poder predictiu a curt termini però en guanyariem a llarg termini.

## 6 Conclusions

Tot i que el model que hem fet servir no s'ajusta perfectament a les dades, sí que podem prendre els resultats obtinguts com a vàlids a grans trets pel que hem argumentat a l'última secció. Així doncs podem afirmar que tot i que Caterpillar és una empresa més volàtil que la mitjana del mercat, és una

bona inversió ja que en general esperem obtenir beneficis. Podem dir que és una inversió relativament segura.

Hem vist que la distribució gaussiana normal-inversa és una millor manera de modelar les rendibilitats diàries. Pel seu bon comportament respecte de la suma, també es podria modelar el camí aleatori dels log-preus amb la distribució NIG enlloc de la normal. Segurament obtindriem resultats més fiels a la realitat a curt termini però els resultats a llarg termini serien, segurament, prou propers als que hem obtingut aquí.

## Bibliografia

- [1] *About Caterpillar*. Caterpillar. 2019. URL: <http://fortune.com/fortune500/caterpillar/>.
- [2] *Fortune 500 List. 58: Caterpillar*. Fortune. 2019. URL: <http://fortune.com/fortune500/caterpillar/>.
- [3] *Fortune Global 500 List. 238: Caterpillar*. Fortune. 2019. URL: <http://fortune.com/global500/caterpillar/>.
- [4] Geoff Colvin. *Caterpillar is absolutely crushing it*. Fortune. 2011. URL: <http://fortune.com/2011/05/12/caterpillar-is-absolutely-crushing-it/>.
- [5] Tyler Durden. *Forget Recession: According To Caterpillar There Is A Full-Blown Global Depression*. ZeroHedge. 2015. URL: <https://www.zerohedge.com/news/2015-07-22/forget-recession-according-caterpillar-there-full-blown-global-depression>.
- [6] Lee Samaha. *Here's How Caterpillar Inc. Crushed It in 2017*. The Motley Fool. 2017. URL: <https://www.fool.com/investing/2017/11/25/heres-how-caterpillar-inc-crushed-it-in-2017.aspx>.
- [7] I Fang Liang. *Abrumadora caída de Caterpillar en la bolsa-Efecto Trump*. Prensa Objetiva. 2018. URL: <https://prensaobjetiva.com/2018/04/29/economia-abrumadora-caida-de-caterpillar-en-la-bolsa-efectotrump/>.
- [8] Rama Cont. "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues". A: *Quantitative finance* (2000).