

# **Лабораторная работа №7**

**Эффективность рекламы**

Давтян Артур Арменович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
2.1	Теоретическое введение . . . . .	6
2.2	Задание . . . . .	7
2.3	Код на Python . . . . .	8
2.4	Графики . . . . .	12
2.5	Вопросы к лабораторной . . . . .	15
2.5.1	Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель) . . . . .	15
2.5.2	Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение) . . . . .	15
2.5.3	На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы . . . . .	16
2.5.4	Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ . . . . .	16
2.5.5	Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Выводы</b>	<b>18</b>

## List of Tables

# List of Figures

2.1	Первый случай . . . . .	12
2.2	Второй случай . . . . .	13
2.3	Третий случай . . . . .	13
2.4	Все случаи . . . . .	14
2.5	Сравнение эффективности . . . . .	14
2.6	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	16
2.7	График логистической кривой . . . . .	17

# 1 Цель работы

1. Рассмотреть модель эффективности рекламы в разных случаях.
2. Построить график распространения рекламы о салоне красоты.
3. Сравнить решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сарафанного радио.

## 2 Выполнение лабораторной работы

### 2.1 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что

$\frac{\partial n}{\partial t}$  — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

$t$  — время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$n(t)$  — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем. Это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

$N$  — общее число потенциальных платежеспособных покупателей

$\alpha_1(t) > 0$  — характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

## 2.2 Задание

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.771 + 0.000007n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.0000075 + 0.32n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.52\sin(t) + 0.32tn(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 1084$ , в начальный момент о товаре знает 5 че-

ловек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

1. Построить график распространения рекламы о салоне красоты.
2. Сравнить эффективность рекламной кампании при  $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$  и  $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$
3. Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост (на вашем примере).
4. Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы
5. Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространяется только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения

## 2.3 Код на Python

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

x0 = 5 # количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени

N = 1084 # максимальное количество людей,
# которых может заинтересовать товар

t = np.arange(0, 12, 0.01) # временной промежуток
# (длительность рекламной кампании)

# функция, отвечающая за платную рекламу, альфа1

def k1(t):
```



```

    g = 0.771
    return g

def k2(t):
    g = 0.0000075
    return g

def k3(t):
    g = 0.52*np.sin(t)
    return g

# для задания из лабораторной

def k4(t):
    g = 0.009
    return g

# функция, описывающая сарафанное радио, альфа2

def p1(t):
    v = 0.000007
    return v

def p2(t):
    v = 0.32
    return v

def p3(t):
    v = 0.32*t

```

```

    return v

# для задания из лабораторной

def p4(t):
    v = 0.0009
    return v

# уравнение, описывающее распространение рекламы

# из задания

def f1(x, t):
    xd1 = ( k1(t) + p1(t)*x )*( N - x )
    return xd1

def f2(x, t):
    xd2 = ( k2(t) + p2(t)*x )*( N - x )
    return xd2

def f3(x, t):
    xd3 = ( k3(t) + p3(t)*x )*( N - x )
    return xd3

# платная реклама равна нулю

def f4(x, t):
    xd4 = ( p4(t)*x )*( N - x )

```

```

        return xd4

# сарафанное радио равно нулю

def f5(x, t):
    xd5 = k4(t) *( N - x )
    return xd5

# решение ОДУ
x1 = odeint(f1, x0, t)
x2 = odeint(f2, x0, t)
x3 = odeint(f3, x0, t)
x4 = odeint(f4, x0, t)
x5 = odeint(f5, x0, t)

plt.plot(t, x1) # случай 1

plt.plot(t, x2) # случай 2

# Момент времени с максимальной скоростью
t[np.argmax(x2[1:].reshape(1,1199)/t[1:])] + 1]

plt.plot(t, x3) # случай 3

plt.plot(t, x1, label='случай 1') # случай 1
plt.plot(t, x2, label='случай 2') # случай 2
plt.plot(t, x3, label='случай 3') # случай 3
plt.legend()

```

```
plt.plot(t, x4, label='Сарафанное') # нет платной
plt.plot(t, x5, label='Платная') # нет сарафанного
plt.legend()
```

## 2.4 Графики

Первый случай:  $\alpha_1(t) = 0.771, \alpha_2(t) = 0.000007$ .

$\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$ . (рис. 2.1)

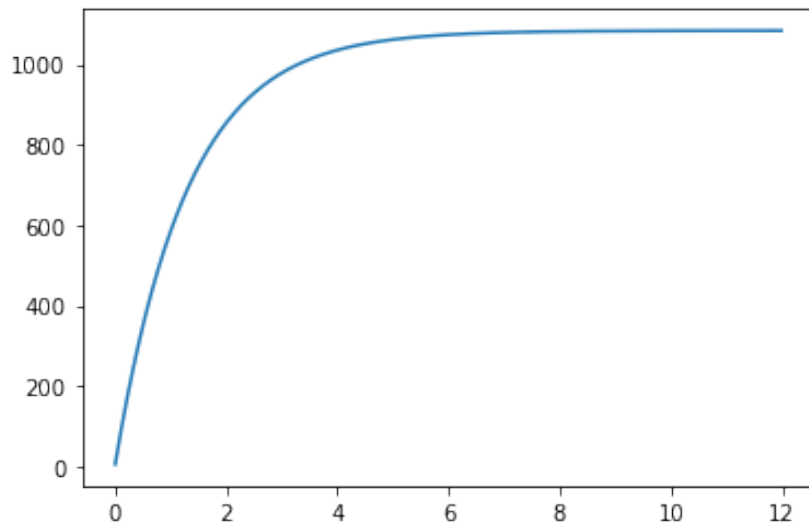


Figure 2.1: Первый случай

Второй случай:  $\alpha_1(t) = 0.0000075, \alpha_2(t) = 0.32$ . Наибольшая скорость достигается в момент времени 0.02.

$\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$ . (рис. 2.2)

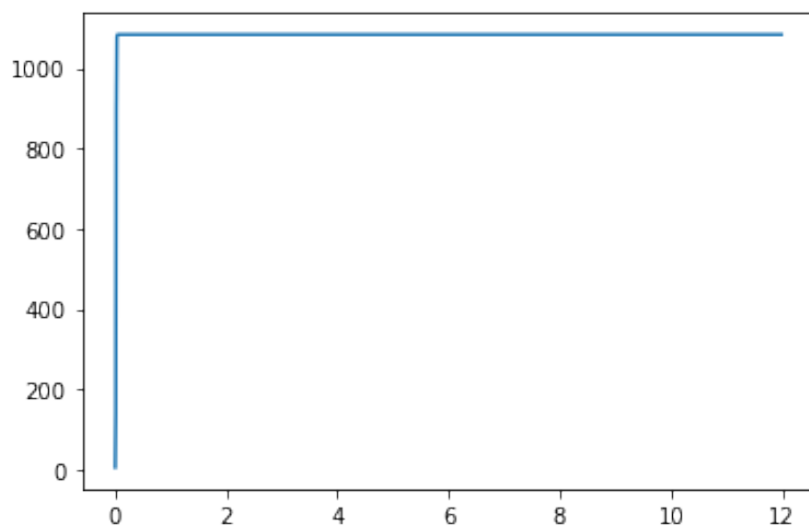


Figure 2.2: Второй случай

Третий случай:  $\alpha_1(t) = 0.52 * np.sin(t)$ ,  $\alpha_2(t) = 0.32t$ . (рис. 2.3)

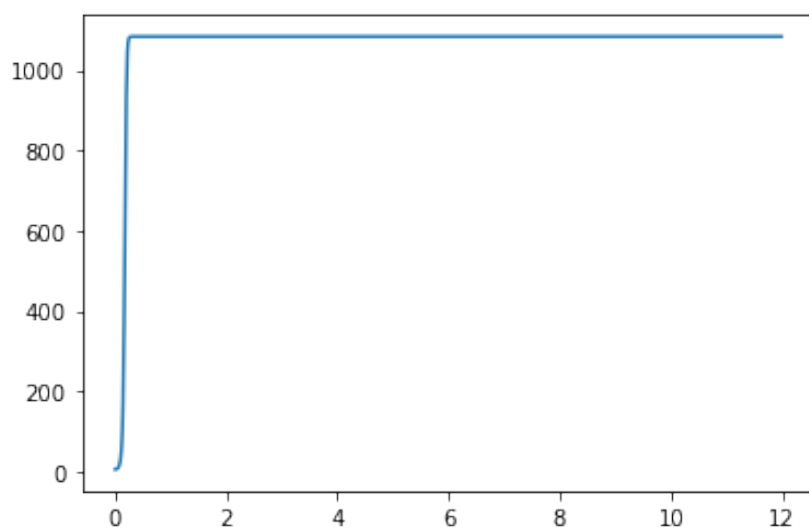


Figure 2.3: Третий случай

Все случаи вместе (рис. 2.4):

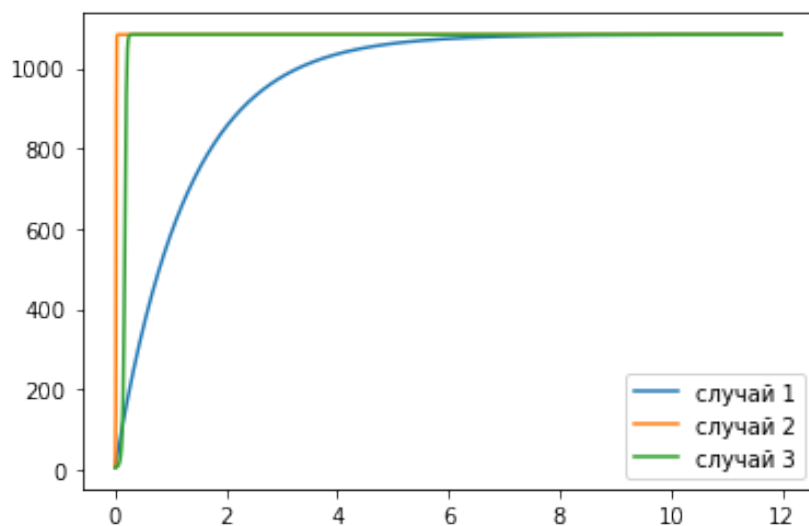


Figure 2.4: Все случаи

Для сравнения эффективности сарафанного радио и платной рекламы, предположим, что  $\alpha_1() = \alpha_2(t) = 0.0009$ . (рис. 2.5)

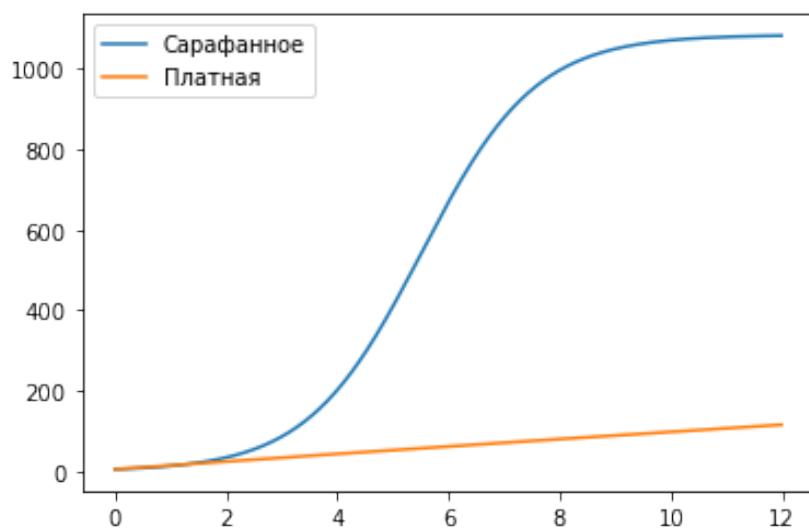


Figure 2.5: Сравнение эффективности

## 2.5 Вопросы к лабораторной

### 2.5.1 Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где

- $N$  — исходная численность населения,
- $r$  — коэффициент пропорциональности, для которого  $r = b - d$ , где
  - $b$  — коэффициент рождаемости
  - $d$  — коэффициент смертности
- $t$  — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

### 2.5.2 Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

- $r$  — характеризует скорость роста (размножения)
- $K$  — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции)

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;

- скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

### 2.5.3 На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$\alpha_2(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

### 2.5.4 Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса (рис. 2.6):

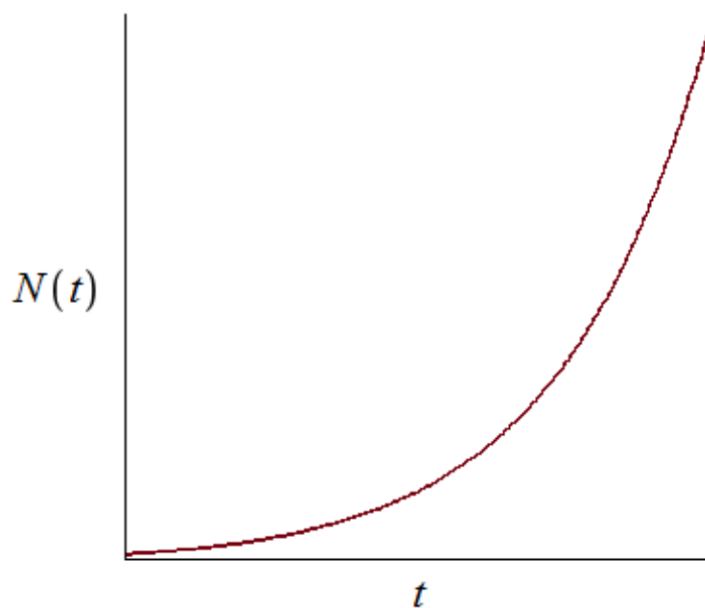


Figure 2.6: График решения уравнения модели Мальтуса



### 2.5.5 Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой (рис. 2.7):

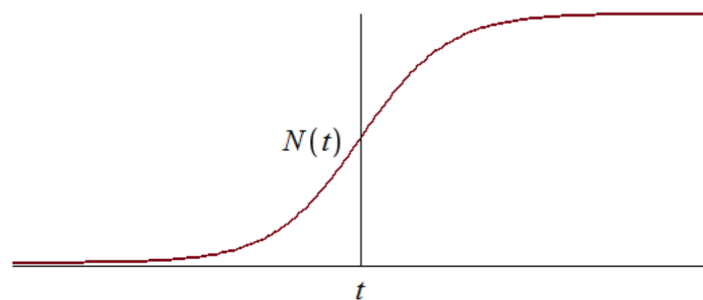


Figure 2.7: График логистической кривой

## 3 Выводы

1. Рассмотрел модель эффективности рекламы в разных случаях.
2. Построил график распространения рекламы о салоне красоты.
3. Сравнил решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сарафанного радио.