

# Лабораторная работа №2

---

Artur A. Davtyan<sup>1</sup>

RUDN University, 13 February, 2021 Moscow, Russia

<sup>1</sup>RUDN University, Moscow, Russian Federation

## Прагматика выполнения лабораторной работы (Зачем)

---

- Изучение основ математического моделирования.
- Умение строить траектории движения в теории и визуализировать их.

## Цель выполнения лабораторной работы

---

## Цель выполнения лабораторной работы

- Научиться решать задачу о погоне;
- Строить графики траектории движения;
- Выводить уравнение, описывающее движение.

## Задачи выполнения лабораторной работы

---

- Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
- Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
- Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

## Результаты выполнения лабораторной работы

---



4. Чтобы найти расстояние  $X$  (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер —  $k - x$  (или  $k + x$  в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $k - x/3.9v$  (во втором случае  $k + x/3.9v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3.9v} \text{ в первом случае}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{3.9v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{4}{4.9}$  и  $x_2 = \frac{4}{2.9}$ , задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  — радиальная скорость и  $v_t$  — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $\frac{dr}{dt} = v$ .

Тангенциальная скорость — это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ .

Из рисунка видно:  $v_t = \sqrt{15.21}v = v^2 = \sqrt{14.21}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{14.21}v$ .

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{14.21}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{14.21}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Figure 1: Выведение уравнения, описывающего движение катера

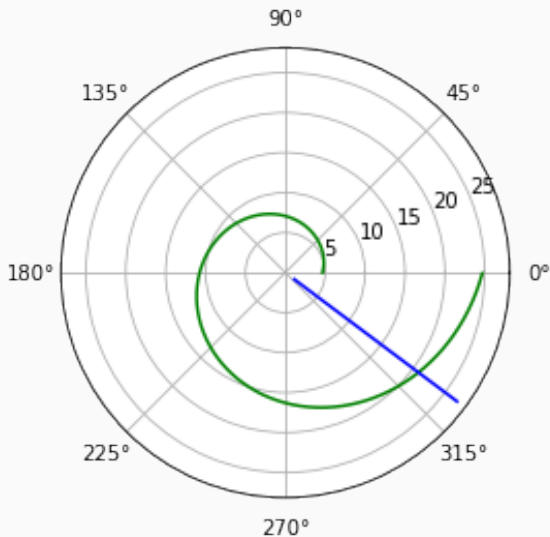


Figure 2: График 1

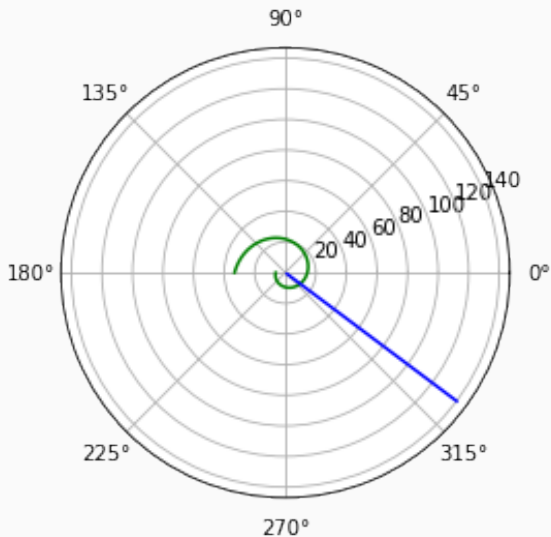


Figure 3: График 2

Хайп начался.

Спасибо за внимание!