Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Давтян Артур Арменович

Содержание

# Цель работы

Научиться решать задачу о погоне, строить графики траектории движения, выводить уравнение, описывающее движение.

# Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 18,2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# Выполнение лабораторной работы

## Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения: . Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки:
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1)

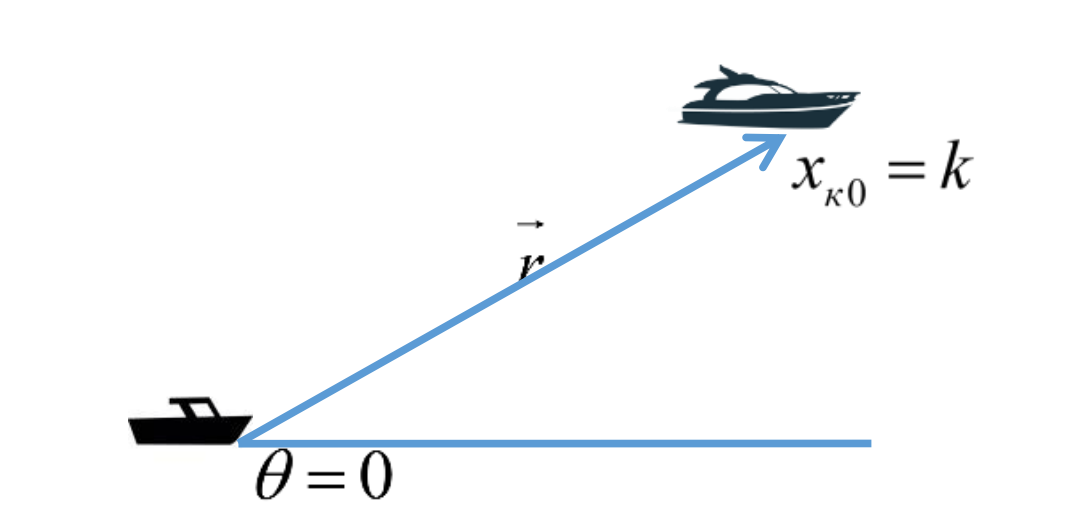


Figure 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
2. Чтобы найти расстояние (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер — (или в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:
3. или

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: — радиальная скорость и — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус

Из рисунка (рис. 2) видно: (учитывая, что радиальная скорость равна ). Тогда получаем

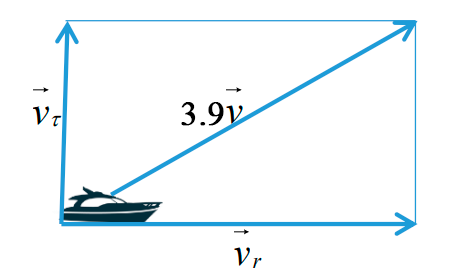


Figure 2: Скорости

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

с начальными условиями

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## Построение траектории движения и точки пересечения

Код для первого случая на python:

k=18.2 # начальное расстояние  
  
fi=3\*math.pi/4  
  
# движение охраны  
def dr(r, tetha):  
 dr = r/math.sqrt(14.21)  
 return dr  
  
r0=k/4.9 # первый случай  
  
tetha = np.arange(0, 2\*math.pi, 0.01)  
  
r = odeint(dr,r0,tetha) # решение диф. ур-я  
  
#движение браконьеров  
def f2(t):  
 xt=math.tan(fi)\*t  
 return xt  
  
t = np.arange(0, 100, 1)  
  
# перевести из декартовых в полярные  
ll = t\*t + f2(t)\*f2(t)  
r2 = np.sqrt(ll)  
  
tetha2 = (np.tan(f2(t)/t))\*\*-1  
  
# Графики  
plt.polar(tetha, r, 'g') # движение охраны  
plt.polar(tetha2,r2, 'b') # движение браконьеров

Графики движения и точки пересечения. Зелёным цветом — охрана, синим — браконьеры.

Случай первый (рис. 3)

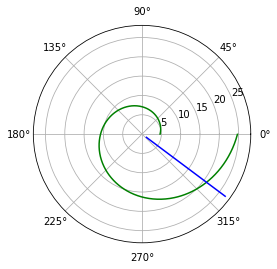


Figure 3: 1

Случай второй (рис. 4)

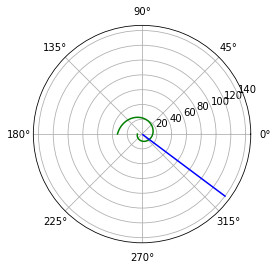


Figure 4: 2

# Выводы

1. Записал уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Нашел точку пересечения траектории катера и лодки
4. Научился решать задачу о погоне, строить графики.