

1. Feladat

Adott az alábbi egyenlet, írjuk át a De Morgan azonosság felhasználásával, úgy, hogy mindenhol VAGY-NEM kapcsolatok szerepeljenek.

$$Y = A * B + \bar{C} * (D + B)$$

Megoldás: A megoldás során az alábbi azonosságot használjuk: $A * B = \overline{\bar{A} + \bar{B}}$. Első lépésben azt is tehetjük, hogy felbontjuk a zárójelet, ezt a műveletek disztributív tulajdonsága alapján tehetjük meg, ami azt mondja, hogy: $A * (B + C) = A * B + A * C$.

$Y = A * B + \bar{C}(D + B) = A * B + \bar{C} * D + \bar{C} * B$. Ezek után vesszük sorra a tagokat, amelyek a következők: $A * B, \bar{C} * D, \bar{C} * B$. A tagokra külön-külön alkalmazzuk a fent leírt De Morgan azonosságot, így a tagok átírt alakja a következőképpen alakul:

$\bar{A} + \bar{B}, \bar{\bar{C}} + \bar{D}, \bar{\bar{C}} + \bar{B}$. Alkalmazva az $\bar{\bar{A}} = A$ tételt, az egyenletünk így fog kinézni:

$Y = \overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{D}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{B}}$. Az volt a célunk, hogy mindenhol VAGY-NEM kapcsolatok szerepeljenek, itt viszont a tagok VAGY kapcsolata szerepel. Felhasználva a $\bar{\bar{A}} = A$ tételt, a függvény végső alakja: $Y = \overline{\overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{D}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{B}}}$. Ebben az alakban teljesül, hogy mindenhol VAGY-NEM kapcsolatok szerepelnek.

Ha az elején nem bontjuk fel a zárójelet, akkor a függvény következő alakját kapjuk:

$$Y = \overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{D}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{B}} = \overline{\overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{D}} + \overline{\bar{\bar{C}} + \bar{B}}}$$

2. Feladat

Adott az alábbi egyenlet, írjuk át a De Morgan azonosság felhasználásával, úgy, hogy mindenhol ÉS-NEM kapcsolatok szerepeljenek.

$$X = (A + B) * C + D$$

Megoldás: A megoldás során az alábbi összefüggést használjuk: $A + B = \overline{\bar{A} * \bar{B}}$. Első lépésben azt is tehetjük, hogy felbontjuk a zárójelet, ezt a műveletek disztributív tulajdonsága alapján tehetjük meg, ami azt mondja, hogy: $A * (B + C) = A * B + A * C$.

$X = (A + B) * C + D = A * C + B * C + D$. Azt látjuk, hogy a tagok között VAGY kapcsolat van, de a tagokon belül a változók ÉS kapcsolata valósul meg. A tagok a következők: $A * C, B * C, D$ AZ ÉS kapcsolatokat nem írjuk át, de a VAGY kapcsolatot a fent megadott azonosság alkalmazásával átírjuk:

$$X = A * C + B * C + D = \overline{\bar{A} * \bar{C} * \bar{B} * \bar{C} * \bar{D}}$$

Ha nem bontjuk fel az elején a zárójelet, akkor a függvény alakja a következő lesz:

$$X = (A + B) * C + D = \overline{\overline{(A + B)} * \bar{C} * \bar{D}} = \overline{\bar{A} * \bar{B} * \bar{C} * \bar{D}}$$

3. Feladat

Adott az alábbi Z függvény írjuk fel egy egyszerűbb alakját!

$$Z = C * \bar{B} * A + C * \bar{B} * \bar{A} + \bar{C} * \bar{B} * A$$

Megoldás: Keressünk olyan tagokat, amelyekből kiemelhetők közös részek, itt a műveletek disztributív tulajdonságát használjuk fel. A " $C * \bar{B} * A, C * \bar{B} * \bar{A}$,"tagokból a $C * \bar{B}$ közös részlet kiemelhető, vagyis $Z = C * \bar{B}(A + \bar{A}) + \bar{C} * \bar{B} * A$ alakú lesz a függvény. Az $A + \bar{A} = 1$, illetve az $A * 1 = A$ alakú összefüggések felhasználásával a függvény alakja a következő lesz: $Z = C * \bar{B} + \bar{C} * \bar{B} * A$. Ha nézzük az eredeti függvényt, az 1. illetve a 3. tagot is össze tudnánk vonni, hogy ezt megtehessük, a $C * \bar{B} * A$ tagot megduplázzuk, ezzel a függvény értéke nem változik meg a $A + A = A$ tétel alapján, viszont a függvényünk alakja egyszerűbb lesz. A " $C * \bar{B} * A, \bar{C} * \bar{B} * A$,"tagokból a $\bar{B} * A$ közös részlet kiemelhető, vagyis a függvényünk:

$$Z = C * \bar{B} + \bar{B} * A(C + \bar{C})$$

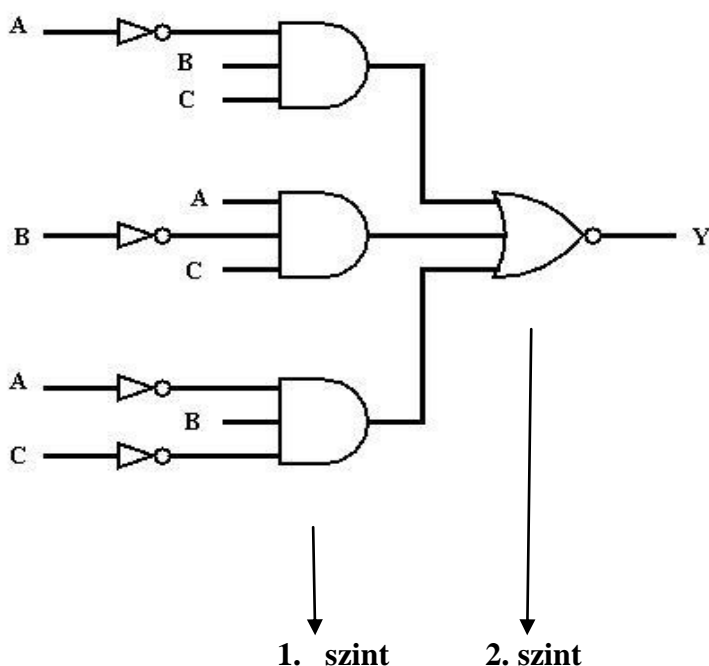
Az $A + \bar{A} = 1$, illetve az $A * 1 = A$ alakú összefüggések felhasználásával a függvény alakja a következő lesz: $Z = C * \bar{B} + \bar{B} * A$. Ennél egyszerűbb formában a függvény nem írható fel.

4. Feladat

Adott az Y logikai függvény az alábbi formátumban áramköri szimbólumokkal felrajzolva. Adjuk meg a függvény algebrai alakját!

Megoldás:Az 1. szintről indulunk ki és felírjuk az egyes tagokat (a bementen található inverterek nem jelentenek külön szintet):

$C * B * \bar{A}, C * \bar{B} * A, \bar{C} * B * \bar{A}$, utána ezeket a tagokat a rajz szerint a 2. szinten VAGY-NEM kapcsolattal fogjuk össze: $Y = \overline{(C * B * \bar{A}) + (C * \bar{B} * A) + (\bar{C} * B * \bar{A})}$.



5. Feladat

Adott a Z logikai függvény az alábbi formátumban áramköri szimbólumokkal felrajzolva. Adjuk meg a függvény algebrai alakját!

Megoldás: Az 1. szintről indulunk ki és felírjuk az egyes tagokat (a bemeneten található inverterek nem jelentenek külön szintet): $\overline{A} * E * B$, $\overline{C} + D$. Ezután továbblépünk a 2. szintre.

Itt az előzőleg felírt kettő tag VAGY-NEM kapcsolata szerepel $\overline{(\overline{A} * E * B) + (\overline{C} + D)}$, ez az egyik tényező, illetve egy újabb tényező is szerepel ezen a szinten ez pedig a következő: $\overline{C + D + \overline{E}}$. A 3. szinten a 2. szint kettő tényezőjének ÉS kapcsolata található. Így a Z függvényünk alakja a következő lesz: $Z = \overline{(\overline{A} * E * B) + (\overline{C} + D)} * \overline{C + D + \overline{E}}$

