

计算方法

第三次作业

周亚强

1. 用简单迭代法和牛顿迭代法求方程

$$x^3 - x - 120$$

在 $x=1.5$ 附近的根。

讨论两种迭代法的收敛速度。

解：

使用简单迭代法：

将方程改写成 $x = \sqrt[3]{x+1}$ 的形式，则其迭代公式为： $x_{k+1} = \sqrt[3]{x_k + 1}$ ，迭代结果如下所述：

k	0	1	2	3	4	5	6
x_k	1.5	1.35721	1.33086	1.32588	1.3294	1.32476	1.32473
k	7	8					
x_k	1.32472	1.32472.					

所以方程根为 $x^* = x_7 = x_8 = 1.32472$ 。

使用牛顿迭代法：

牛顿迭代公式为：

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^3 - x_k - 1}{3x_k^2 - 1}$$

迭代结果如下所述：

k	0	1	2	3	4
x_k	1.5	1.34783	1.32520	1.32472	1.32472

如两种方法单次计算时间远小于迭代执行时间，则可认为迭代次数少者收敛速度快。此例中，如均从 $x=1.5$ 处开始计算，使用牛顿迭代法的收敛速度更快。