



# 实验5：图像频域增强

## 实验目标：

掌握频域滤波的常用滤波器原理和方法

## 实验内容：

利用Python程序实现频域滤波的常用滤波器，并分析不同截止频率对不同滤波器的频域增强效果

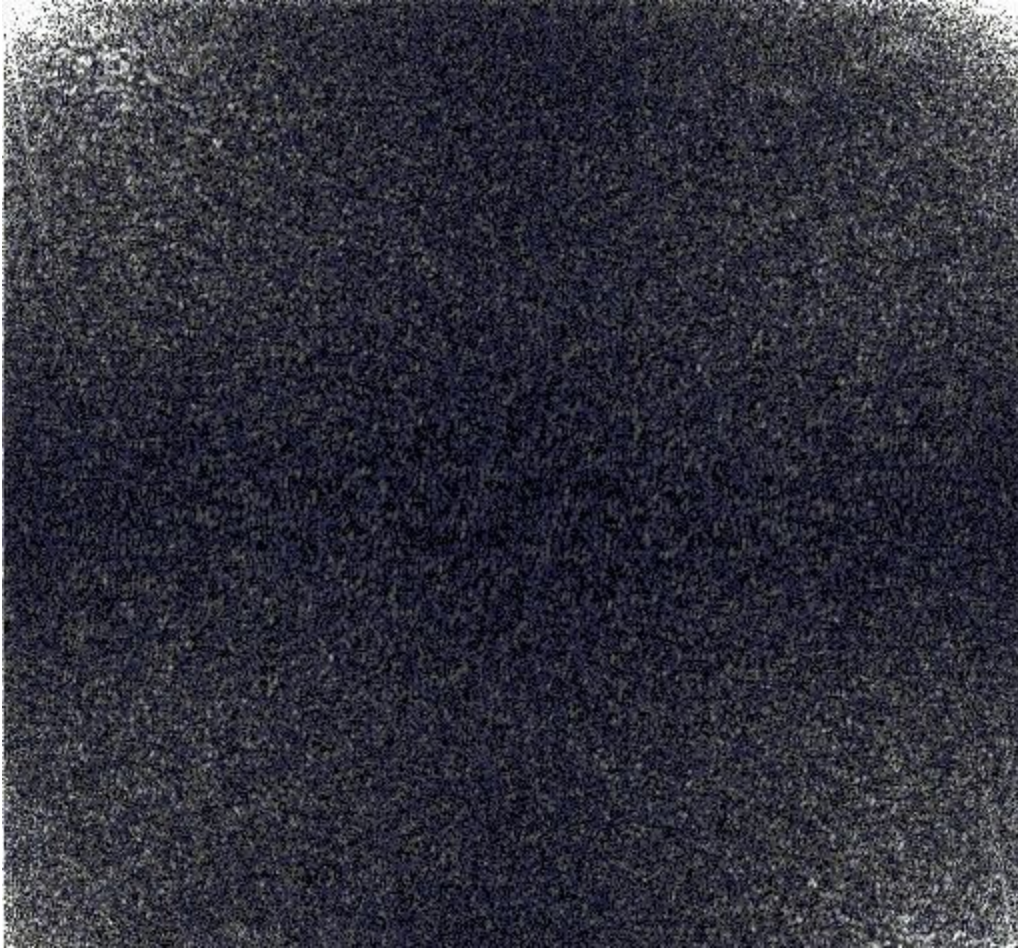
## 实验原理：

这里主要需要注意的地方是：

- 1、在做傅里叶变换(FFT)时，通常只使用灰度图像数据，所以需要将彩色图像数据转换为灰度图像数据。同时灰度图像数据作为傅里叶变换复数单元的实数部分，虚数部分直接将值设置为0即可。
- 2、FFT变换后的直流分量，代表和基准0的偏移量。FFT之后的数值不是真实的幅值，需要进行转换，第一个点需要除以N，才能还原为原来的结果。而FFT变换后的幅度就是复数的模 $=\sqrt{\text{real}^2 + \text{image}^2}$ ，假设原始信号的峰值为A，那么FFT的结果的每个点（除了第一个点直流分量之外）的模值就是A的N/2倍。而第一个点就是直流分量，它的模值就是直流分量的N倍。这是因为傅里叶级数对应时域幅值，其中已经包含了1/N项，而FFT变换中没有该系数，因此，进行FFT变换后，需除以(N/2)才能与时域对上。
- 3、变换到频域后的数据，低频中心(直流分量)分散在uv坐标系图像的四个角落上，为了方便后续频域处理，通常需要将低频中心位置偏移到uv坐标系图像的中心，需要做一个位置变换处理，然后进行频域滤波，滤波完成再将低频中心重新偏移到四个角落上做IFFT变换。
- 4、最后做傅里叶逆变换(IFFT)后，只取复数单元的实数部分，构成灰度图像，可以还原原始的灰度图像。

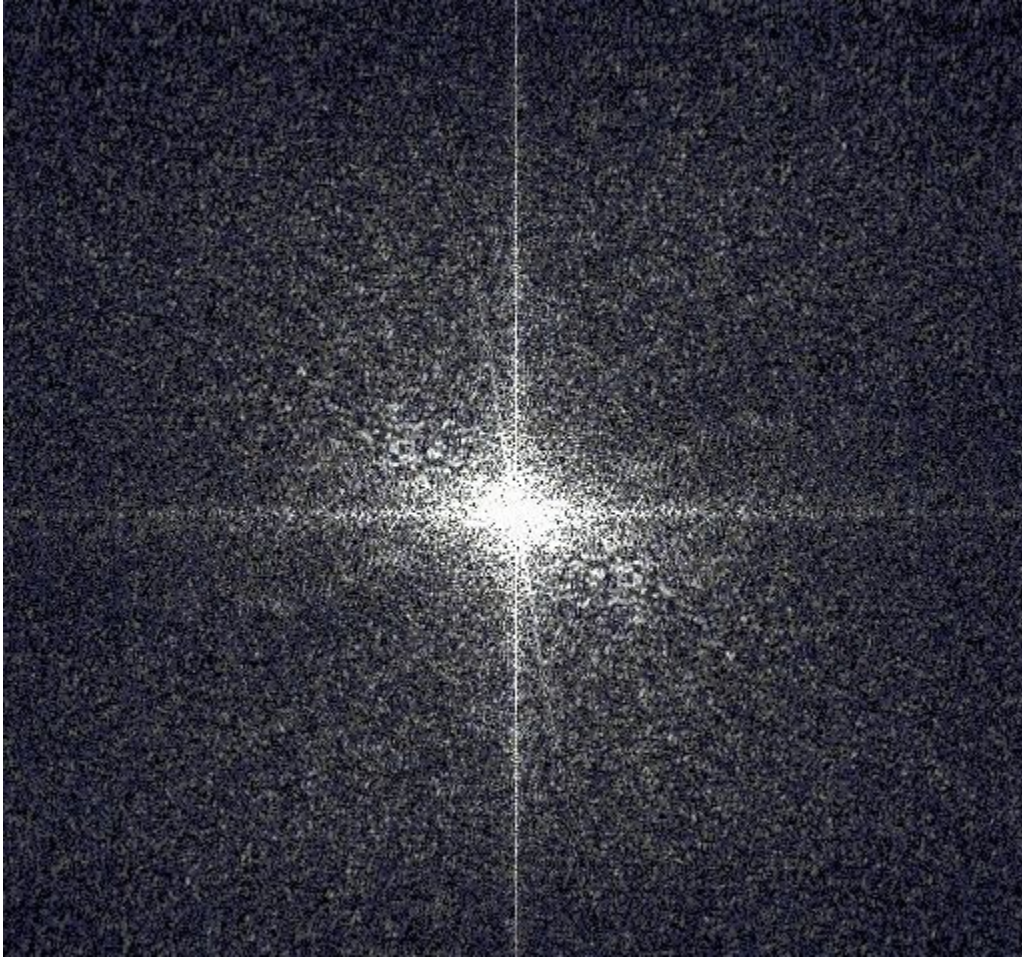


原始图像



傅里叶变换后的频谱图，直流分量在四个角





低频中心做偏移，偏移后直流分量在频谱图的中心



傅里叶逆变换后，只取实数部分数据组成灰度图像，跟原始灰度图像一致

## 二、频域滤波处理

在图像的频谱信息主要是表示图像灰度变化的快慢。低频中心的亮点反映的是图像低频信息，也就是图像的平滑部分，因平滑部分所占图像的比例较高，故能量高；而图像的边缘突变信息，也就是高频信息，即图像突变比较多的地方相对较少，因此能量低。而能量越高，在频谱图中所表现出来的就越亮。

### 1、理想低通滤波

顾名思义，低滤波器为：让低频信息通过，过滤高频信息。具体实现是保留频谱图中低频部分的数据，去除掉高频部分的信息。

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

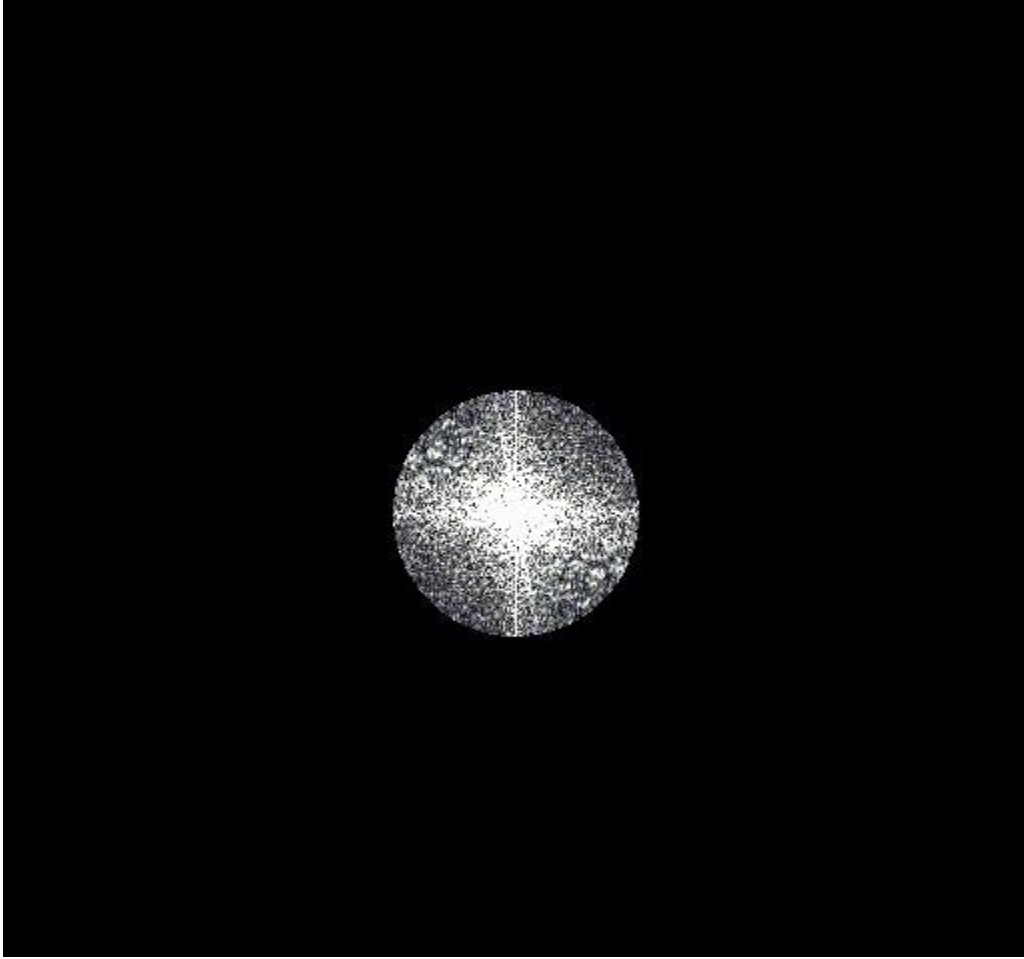
低通滤波器模板

其中， $D_0$ 表示通带半径， $D(u, v)$ 是到频谱中心的距离（欧式距离），计算公式如下：

$$D(u, v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$$

$M$ 和 $N$ 表示频谱图像的大小， $(M/2, N/2)$ 即为频谱中心

根据频谱信息的含义，当进行低通滤波后，图像高频信息被过滤去除了，也即图像的边缘、轮廓等突变信息被去除，保留下来图像的细节、柔和部分的信息。



低通滤波后的频谱图



低通滤波后的灰度图像

## 2、理想高通滤波

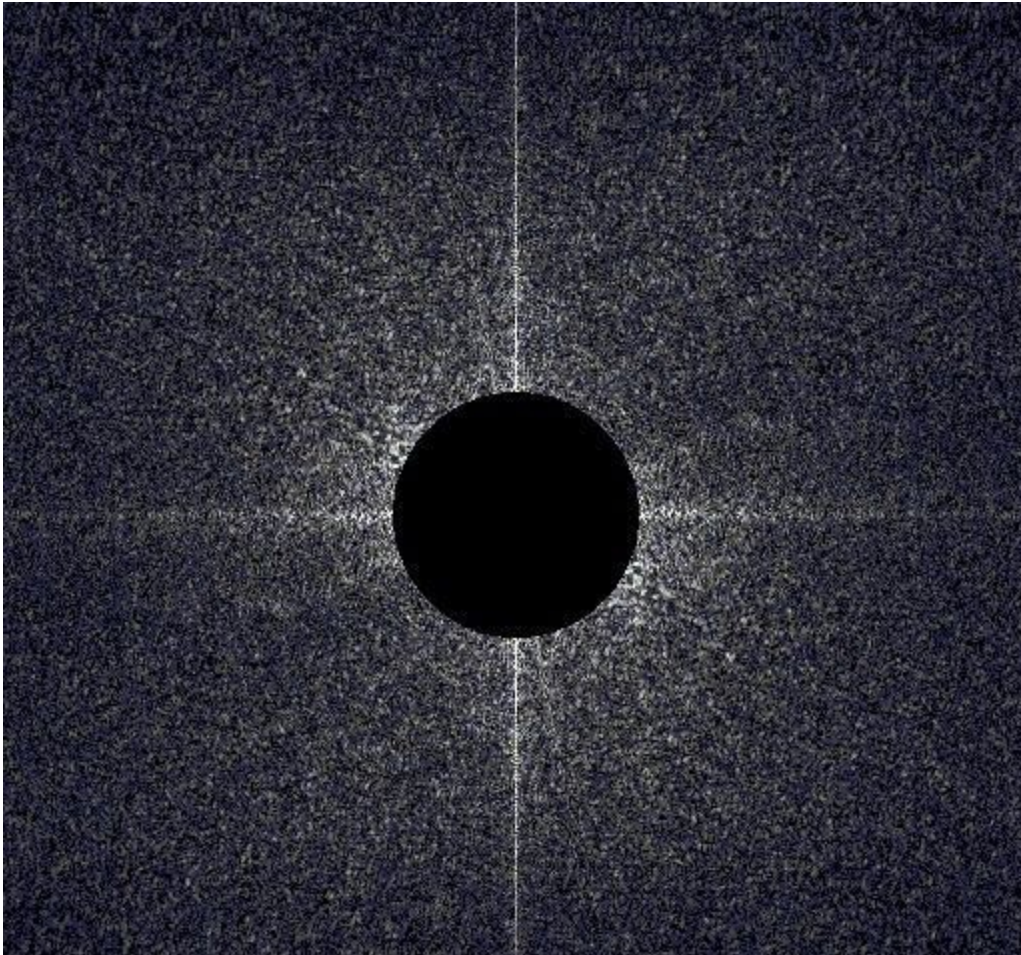
让高频信息通过，过滤低频信息。具体实现是保留频谱图中高频部分的信息，去除掉低频部分的信息。

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) > D_0 \\ 0, & D(u, v) \leq D_0 \end{cases}$$

高通滤波模板



根据频谱信息的含义，当进行高通滤波后，图像低频信息被过滤去除了，也即图像的细节、柔和等信息被去除，保留下来图像的边缘、轮廓灯突变部分的信息。



高频滤波后的频谱图



高频滤波后的图像数据

### 3、巴特沃斯滤波

巴特沃斯滤波器是一种在通带和阻带都平坦的滤波器，通带率响应曲线最平坦，没有起伏，阻带频带则逐渐下降为零，下降慢，在过渡带上很容易造成失真。可以细分为高通和低通两种滤波器。

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$

n阶巴特沃斯高通滤波器

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

n阶巴特沃斯低通滤波器

这里  $D_0$  是截止频率半径， $n$ 是阶数，通常可以为 1,2,3,4等，相比于前面直接高通、低通滤波器，巴特沃斯滤波器没有"振铃"现象，比较平滑。

**振铃**：对一幅图像进行滤波处理，若选用的频域滤波器具有陡峭的变化，则会使滤波图像产生“振铃”，所谓“振铃”，就是指输出图像的灰度剧烈变化处产生的震荡，就好像钟被敲击后产生的空气震荡。

振铃现象产生的**本质原因**是：

对于辛格函数sinc而言，经过傅里叶变换之后的函数形式为窗函数（理想低通滤波器）形式，用图像表示如下：

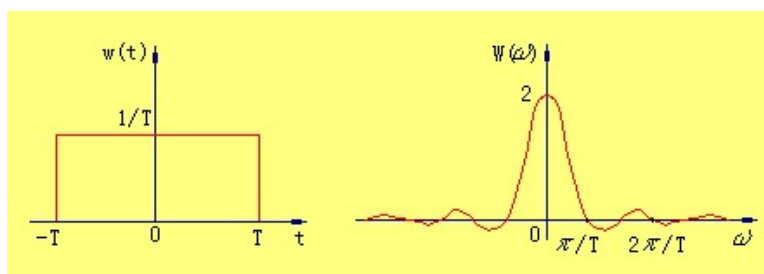
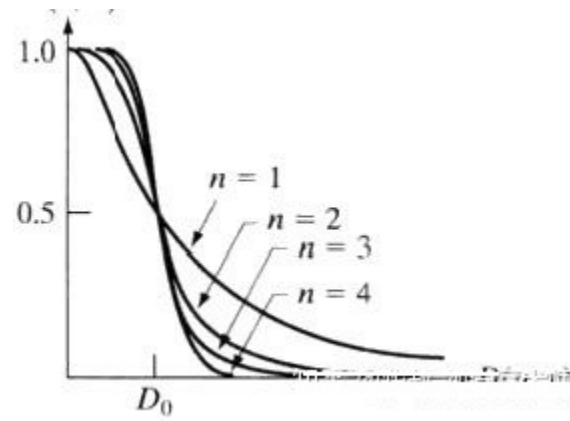


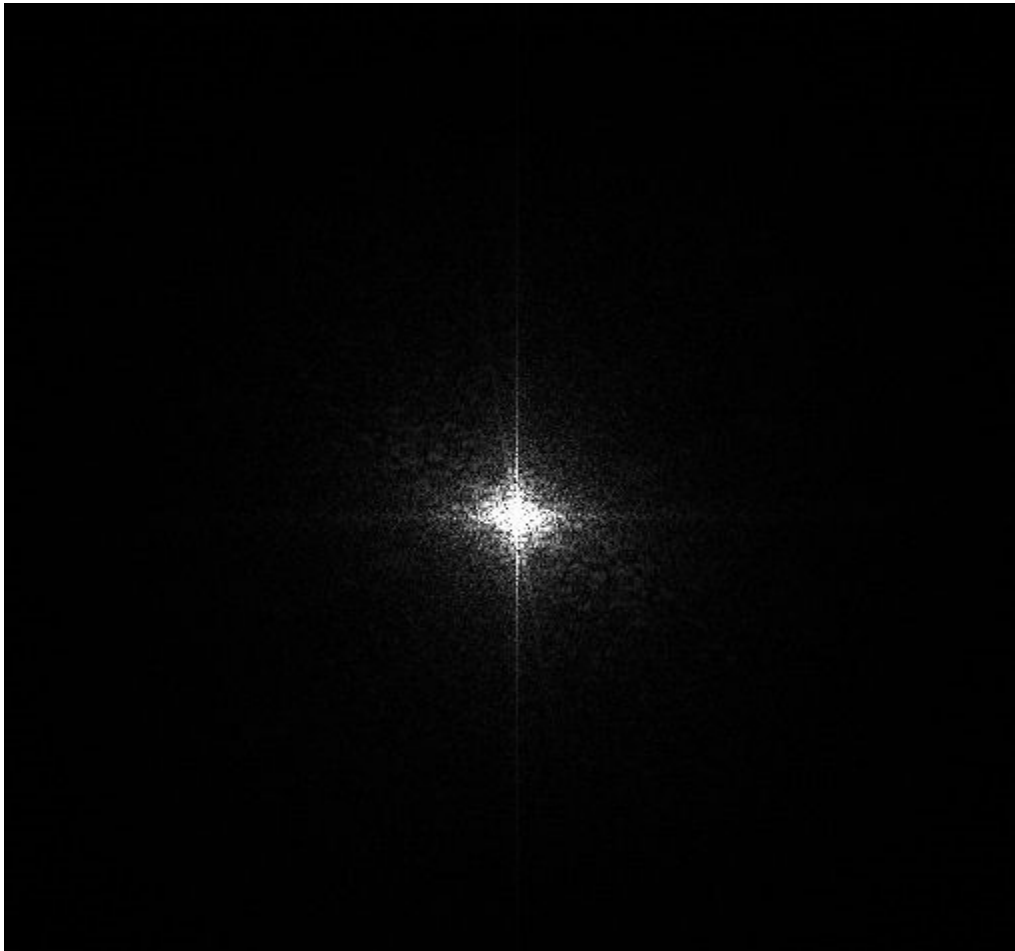
图1.左边为矩形窗函数，右边为辛格函数(将左边的空域换成频域，右边频域换成空域)

因此凡具有接近窗函数的滤波器，IFT（傅里叶反变换）之后，其空域函数形式多少接近sinc函数。**sinc**是进行图像滤波的主要因素，两边的余波将对图像产生振铃现象。

如下图：



阶数为1到4的滤波器径向剖面



巴特沃斯低通滤波后频谱





巴特沃斯低通滤波后图像