

26. Setning Stokes

Stærðfræðigreining IIB, STÆ205G

8. apríl 2015

Sigurður Örn Stefánsson, sigurdur@hi.is
Verkfræði- og náttúruvísindasvið
Háskóli Íslands

Skilgreining 26.1

Látum \mathcal{S} vera áttanlegan flöt sem er reglulegur á köflum með jaðar \mathcal{C} og einingarþvervigrasvið \mathbf{N} . Áttun \mathcal{C} út frá \mathbf{N} finnst með að hugsa sér að gengið sé eftir \mathcal{C} þannig að skrokkurinn vísi í stefnu \mathbf{N} og göngustefnan sé valin þannig að flöturinn sé á vinstri hönd.

Setning 26.2 (Setning Stokes)

Látum \mathcal{S} vera áttanlegan flöt sem er reglulegur á köflum og látum \mathbf{N} tákna einingarpvervigrasvið á \mathcal{S} . Táknum með \mathcal{C} jaðar \mathcal{S} og áttum \mathcal{C} með tilliti til \mathbf{N} . Ef \mathbf{F} er samfellt diffranlegt vigursvið skilgreint á opnu mengi sem inniheldur \mathcal{S} þá er

$$\iint_{\mathcal{S}} \operatorname{curl} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \, dS = \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{T} \, ds.$$

Setning 26.3

Látum \mathbf{F} vera samfelldt diffranlegt vigursvið skilgreint á opnu mengi D í \mathbb{R}^3 . Látum P vera punkt á skilgreiningarsvæði \mathbf{F} og C_ε vera hring með miðju í P og geisla ε . Látum \mathbf{N} vera einingarpvervigur á planið sem hringurinn liggur í. Áttum hringinn jákvætt. Þá er

$$\mathbf{N} \cdot \operatorname{curl} \mathbf{F}(P) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi \varepsilon^2} \oint_{C_\varepsilon} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Setning 26.4

Látum \mathcal{S} vera lokaðan flöt sem er reglulegur á köflum. Táknum með D rúmskikann sem \mathcal{S} umlykur. Látum \mathbf{N} vera einingarþvervigursvið á \mathcal{S} sem vísar út úr D . Ef \mathbf{F} er samfelldiðfráanlegt vigursvið skilgreint á opnu mengi sem inniheldur D , þá er

$$\oiint_{\mathcal{S}} \operatorname{curl} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} \, dS = 0.$$