



**Universidad de Sevilla**  
**Departamento de Ingeniería Eléctrica**

**Tesis Doctoral**

**MODELO LINEAL PARA LA  
RECONFIGURACIÓN ÓPTIMA DE REDES DE  
MEDIA TENSIÓN URBANAS**

**Francisco Llorens Iborra**

**Sevilla, octubre 2010**





**Universidad de Sevilla**  
**Departamento de Ingeniería Eléctrica**

**Tesis Doctoral**

**MODELO LINEAL PARA LA  
RECONFIGURACIÓN ÓPTIMA DE REDES DE  
MEDIA TENSIÓN URBANAS**

Autor

Francisco Llorens Iborra

Directores de la Tesis

Dra. D<sup>a</sup> Esther Romero Ramos

Dr. D. Jesús Riquelme Santos

**Sevilla, octubre 2010**



*A Carmen, mi esposa,  
y mis hijos Marina, Pablo y Ricardo*



## **Agradecimientos**

Deseo agradecer especialmente a mis directores de tesis el tiempo y esfuerzo que me han dedicado en el desarrollo de esta tesis, y sobre todo a la enorme paciencia y confianza que han tenido en estos años.

También quiero agradecer a mis compañeros y amigos de la Escuela el apoyo en los primeros años y la ayuda prestada en esta última etapa para poder finalizar esta tesis.









# Índice General

|                                                                                             |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Índice de Figuras</b>                                                                    | v    |
| <b>Índice de Tablas</b>                                                                     | xi   |
| <b>Nomenclatura</b>                                                                         | xvii |
| <b>Capítulo 1 Resumen de la Tesis</b>                                                       | 1    |
| <b>Capítulo 2 Introducción</b>                                                              | 5    |
| <b>Capítulo 3 Estado del arte</b>                                                           |      |
| 3.1 Introducción .....                                                                      | 11   |
| 3.2 Mezcla de técnicas heurísticas y técnicas de optimización numéricas .....               | 12   |
| 3.3 Técnicas puramente heurísticas .....                                                    | 15   |
| 3.4 Métodos basados en la inteligencia artificial.....                                      | 17   |
| 3.5 Técnicas aplicadas a redes de gran dimensión .....                                      | 22   |
| 3.5.1 Jeon et al. (2002) .....                                                              | 23   |
| 3.5.2 Schmidt et al. (2005) .....                                                           | 24   |
| 3.5.3 Gomes et al. (2005) .....                                                             | 26   |
| 3.5.4 Gomes et al. (2006) .....                                                             | 28   |
| 3.5.5 Mendoza et al. (2006) .....                                                           | 30   |
| 3.5.6 Carpaneto y Chicco (2008) .....                                                       | 33   |
| 3.5.7 Santos et al. (2010) .....                                                            | 35   |
| <b>Capítulo 4 Reconfiguración de redes de distribución utilizando el concepto de camino</b> |      |
| 4.1 Introducción .....                                                                      | 39   |
| 4.2 El concepto de camino .....                                                             | 41   |
| 4.3 Obtención de los caminos: árbol madre.....                                              | 46   |
| 4.4 Obtención de las potencias máximas y mínimas por rama .....                             | 50   |
| 4.4.1 Potencia máxima en redes sin generación dispersa .....                                | 51   |
| 4.4.2 Potencia mínima en redes sin generación dispersa .....                                | 54   |
| 4.4.3 Potencia máxima y mínima en redes con generación dispersa .....                       | 57   |
| 4.5 Función a minimizar: pérdidas en la red .....                                           | 61   |
| 4.5.1 Simplificaciones propuestas sobre la función objetivo .....                           | 62   |
| 4.5.2 Conectividad de la red .....                                                          | 63   |
| 4.6 Restricciones .....                                                                     | 65   |

|                              |                                                                                                                  |     |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.6.1                        | Radialidad .....                                                                                                 | 65  |
| 4.6.2                        | Máxima circulación de potencia por cada línea .....                                                              | 65  |
| 4.6.3                        | Máxima caída de tensión .....                                                                                    | 66  |
| 4.7                          | Sistema de ecuaciones .....                                                                                      | 68  |
| 4.8                          | Linealización del modelo .....                                                                                   | 69  |
| 4.8.1                        | Rama con potencia siempre positiva ( $p_1, q_1$ ) .....                                                          | 73  |
| 4.8.2                        | Rama con potencia siempre negativa ( $p_2, q_2$ ) .....                                                          | 76  |
| 4.8.3                        | Rama con potencia mínima negativa y potencia máxima positiva<br>( $p_3, q_3$ ) .....                             | 78  |
| 4.8.4                        | Rama con potencia constante .....                                                                                | 80  |
| 4.9                          | Linealizaciones propuestas.....                                                                                  | 81  |
| 4.9.1                        | Linealización tipo N: número de tramos constante .....                                                           | 81  |
| 4.9.2                        | Linealización tipo L: longitud de tramo constante .....                                                          | 87  |
| 4.10                         | Reducción del número de caminos imponiendo la restricción de máxima<br>caída de tensión .....                    | 90  |
| 4.11                         | Reducción del número de caminos empleando el coeficiente de tensiones                                            | 94  |
| 4.12                         | Reducción del número de restricciones .....                                                                      | 100 |
| 4.12.1                       | Restricción de máxima caída de tensión .....                                                                     | 100 |
| 4.12.2                       | Restricción de máxima circulación de potencia .....                                                              | 103 |
| <b>Capítulo 5 Resultados</b> |                                                                                                                  |     |
| 5.1                          | Introducción .....                                                                                               | 105 |
| 5.2                          | Parámetros y variables que definen el problema .....                                                             | 107 |
| 5.3                          | Reducción del número de caminos .....                                                                            | 111 |
| 5.4                          | Reducción del número de restricciones.....                                                                       | 117 |
| 5.5                          | Intervalos de variación de potencia por rama .....                                                               | 118 |
| 5.5.1                        | Relación entre el intervalo de variación de potencia y el número de<br>caminos de cada rama .....                | 118 |
| 5.5.2                        | Repercusión de la reducción de caminos en el tamaño del intervalo<br>de variación de potencia de cada rama ..... | 119 |
| 5.6                          | Resultados en las redes de prueba y ajuste de los parámetros del<br>modelo .....                                 | 121 |
| 5.6.1                        | Coeficiente de caminos .....                                                                                     | 122 |
| 5.6.2                        | Linealización tipo L: longitud de tramos constante .....                                                         | 127 |
| 5.6.3                        | Linealización tipo N: número de tramos constante .....                                                           | 131 |
| 5.6.4                        | Diferencias entre los dos tipos de linealización empleados .....                                                 | 141 |
| 5.7                          | Datos relevantes del modelo completo aplicado a cada una de las<br>redes .....                                   | 143 |
| 5.8                          | Sensibilidad del modelo frente a los parámetros fijados .....                                                    | 148 |
| 5.8.1                        | Coeficiente de caminos de la red .....                                                                           | 148 |

|                    |                                                                                                   |            |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.8.2              | Restricción de máxima caída de tensión .....                                                      | 150        |
| 5.8.3              | Reducción de caminos por la técnica del coeficiente de tensiones ..                               | 152        |
| 5.8.4              | Eliminación de las técnicas de reducción caminos .....                                            | 155        |
| 5.8.5              | Número de tramos .....                                                                            | 156        |
| 5.8.6              | Comparativa entre las linealizaciones tipo N y L .....                                            | 157        |
| 5.9                | Comportamiento del modelo frente a variaciones del índice de carga de la red .....                | 160        |
| 5.10               | Aplicación a redes con generación dispersa .....                                                  | 162        |
| 5.10.1             | Red de 6 nudos con ramas tipo p1, p3 y q3 .....                                                   | 164        |
| 5.10.2             | Red de 6 nudos con ramas tipo p2, p3 y q3 .....                                                   | 165        |
| 5.10.3             | Red de 33 nudos con generación dispersa .....                                                     | 167        |
| 5.11               | Comportamiento del modelo frente a restricciones eléctricas más severas...                        | 168        |
| 5.11.1             | Restricción de máxima caída de tensión .....                                                      | 168        |
| 5.11.2             | Restricción de máxima circulación de potencia aparente .....                                      | 171        |
| <b>Capítulo 6</b>  | <b>Conclusiones</b>                                                                               | <b>173</b> |
| <b>Apéndices</b>   |                                                                                                   |            |
| A                  | Conectividad de la red y planteamiento matricial de las ecuaciones .....                          | 177        |
| B                  | Generación del árbol madre paso a paso .....                                                      | 183        |
| C                  | Cálculo de los intervalos de potencia por rama en una red de 6 nudos con generación dispersa..... | 195        |
| D                  | Características de las redes utilizadas .....                                                     | 199        |
| D.1                | Red de 6 nudos con generación dispersa (Red6GDv1) .....                                           | 201        |
| D.2                | Red de 6 nudos con generación dispersa (Red6GDv2) .....                                           | 202        |
| D.3                | Red de 33 nudos .....                                                                             | 204        |
| D.4                | Red de 33 nudos con generación dispersa (Red33GD) .....                                           | 206        |
| D.5                | Red de 69 nudos .....                                                                             | 207        |
| D.6                | Red de 84 nudos .....                                                                             | 210        |
| D.7                | Red de 118 nudos .....                                                                            | 213        |
| D.8                | Red de 137 nudos .....                                                                            | 217        |
| D.9                | Red de 205 nudos .....                                                                            | 218        |
| D.10               | Red de 409 nudos .....                                                                            | 219        |
| D.11               | Red de 1043 nudos .....                                                                           | 221        |
| D.12               | Mejores redes radiales conocidas al aumentar el consumo .....                                     | 224        |
| E                  | GAMS y opciones utilizadas .....                                                                  | 231        |
| <b>Referencias</b> |                                                                                                   | <b>233</b> |



# Índice de figuras

## Capítulo 2

|            |                                                                                                                                   |   |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Figura 2.1 | Red de 33 nudos en su configuración radial de mínimas pérdidas, destacando el trazado del camino correspondiente al nudo 32 ..... | 9 |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

## Capítulo 3

|            |                                                                         |    |
|------------|-------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.1 | Red ejemplo para la obtención de los bucles fundamentales .....         | 30 |
| Figura 3.2 | Operación de cruce .....                                                | 31 |
| Figura 3.3 | Red ejemplo para la codificación mediante la profundidad del nodo ..... | 35 |
| Figura 3.4 | Codificación de los feeders de la red ejemplo .....                     | 35 |
| Figura 3.5 | Operación de transferencia de nodos de un árbol a otro .....            | 36 |

## Capítulo 4

|             |                                                                                                               |    |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4.1  | Red ejemplo mallada.....                                                                                      | 41 |
| Figura 4.2  | Una red radial de la red ejemplo .....                                                                        | 43 |
| Figura 4.3  | Árbol madre de la red ejemplo mallada .....                                                                   | 47 |
| Figura 4.4  | Nodos con un solo nodo hijo.....                                                                              | 57 |
| Figura 4.5  | Porción de un árbol madre cuyos nodos 1 y 4 tienen dos nodos hijo .....                                       | 59 |
| Figura 4.6  | Parámetros y variables en la rama j de una red radial.....                                                    | 61 |
| Figura 4.7  | Red radial obtenida de la red ejemplo .....                                                                   | 63 |
| Figura 4.8  | Linealización a trozos de una función cuadrática.....                                                         | 69 |
| Figura 4.9  | Linealización para ramas del tipo "p1" .....                                                                  | 73 |
| Figura 4.10 | Linealización para ramas del tipo "p2".....                                                                   | 76 |
| Figura 4.11 | Linealización para ramas del tipo "p3".....                                                                   | 78 |
| Figura 4.12 | Linealización tipo N. Rama-1 con un tamaño de intervalo de variación de potencia pequeño.....                 | 81 |
| Figura 4.13 | Linealización tipo N. Rama-2 con un tamaño de intervalo de variación de potencia grande.....                  | 82 |
| Figura 4.14 | Linealización de un intervalo de variación de potencia mediante tres tramos. Error máximo que se produce..... | 84 |
| Figura 4.15 | Linealización tipo L. Rama-1 con un tamaño de intervalo de variación de potencia pequeño.....                 | 87 |

|                   |                                                                                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 4.16       | Linealización tipo L. Rama-2 con un tamaño de intervalo de variación de potencia grande.....                                                                                                                                            | 87  |
| Figura 4.17       | Red ejemplo y su árbol madre.....                                                                                                                                                                                                       | 91  |
| Figura 4.18       | Una red radial de la red ejemplo de la figura 4.17.....                                                                                                                                                                                 | 92  |
| Figura 4.19       | Tensión de los nudos asociados a los caminos óptimos y tensión real en los nudos de la red óptima. Red de 33 nudos.....                                                                                                                 | 93  |
| Figura 4.20       | Tensión del nudo a través de su camino $\pi_k^i$ y su coeficiente de tensiones $C_v(\pi_k^i)$ .....                                                                                                                                     | 95  |
| Figura 4.21       | Red ejemplo de 6 nudos para aplicar la técnica de reducción de caminos mediante el coeficiente de tensiones.....                                                                                                                        | 96  |
| Figura 4.22       | Camino $\pi_{k1}^{n4}$ en el seno de una red radial.....                                                                                                                                                                                | 101 |
| <b>Capítulo 5</b> |                                                                                                                                                                                                                                         |     |
| Figura 5.1        | Número de caminos en la red de 33 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                    | 112 |
| Figura 5.2        | Número de caminos en la red de 69 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                    | 113 |
| Figura 5.3        | Número de caminos en la red de 84 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                    | 113 |
| Figura 5.4        | Número de caminos en la red de 118 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                   | 113 |
| Figura 5.5        | Número de caminos en la red de 137 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                   | 114 |
| Figura 5.6        | Número de caminos en la red de 205 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                   | 114 |
| Figura 5.7        | Número de caminos en la red de 409 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                                                                   | 114 |
| Figura 5.8        | Número de caminos iniciales y rechazados para la red de 33 nudos, representados de forma gráfica y a escala .....                                                                                                                       | 116 |
| Figura 5.9        | Tamaño del intervalo de variación de potencia y el número de caminos de cada rama en la red de 33 nudos.....                                                                                                                            | 118 |
| Figura 5.10       | Tamaño del intervalo de variación de potencia por rama, cuando se utilizan todos los caminos iniciales y cuando solo se utilizan los caminos finales después de aplicar las técnicas de reducción de caminos en la red de 33 nudos..... | 120 |
| Figura 5.11       | Resultados y variables empleadas en la red de 33 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                 | 123 |
| Figura 5.12       | Resultados y variables empleadas en la red de 69 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                 | 123 |
| Figura 5.13       | Resultados y variables empleadas en la red de 84 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....                                                                                 | 124 |



|             |                                                                                                                                                                       |     |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 5.14 | Resultados y variables empleadas en la red de 118 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....              | 124 |
| Figura 5.15 | Resultados y variables empleadas en la red de 137 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....              | 124 |
| Figura 5.16 | Resultados y variables empleadas en la red de 205 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....              | 125 |
| Figura 5.17 | Resultados y variables empleadas en la red de 409 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.....              | 125 |
| Figura 5.18 | Resultados obtenidos al emplear la linealización tipo L, frente a la variación del umbral de error % en las pérdidas debido a la linealización .....                  | 129 |
| Figura 5.19 | Error % de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 33 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N..... | 131 |
| Figura 5.20 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 69 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....   | 132 |
| Figura 5.21 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 84 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....   | 132 |
| Figura 5.22 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 118 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....  | 132 |
| Figura 5.23 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 137 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....  | 133 |
| Figura 5.24 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 205 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....  | 133 |
| Figura 5.25 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 409 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....  | 133 |
| Figura 5.26 | Error de la red radial obtenida y potencia perdida linealizada en la red de 1043 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N..... | 134 |
| Figura 5.27 | Error de la red radial obtenida y pérdidas en la red de 84 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.....                       | 135 |
| Figura 5.28 | Resultados obtenidos al emplear la linealización tipo N, frente a la variación del umbral de error % en las pérdidas debido a la linealización.....                   | 140 |

|                   |                                                                                                                                                                                                                          |     |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 5.29       | Error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida y potencia perdida calculada por el modelo en la red de 409 nudos, variando el tiempo de simulación. Linealización tipo N con 20 tramos..... | 145 |
| Figura 5.30       | Error relativo %de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida y potencia perdida calculada por el modelo en la red de 1043 nudos, variando el tiempo de simulación. Linealización tipo N con 11 tramos..... | 145 |
| Figura 5.31       | Tensión mínima y pérdida real de la red radial obtenida, variando la restricción de tensión mínima permitida de 0,930 a 0,947 p.u., en la red de 33 nudos.....                                                           | 169 |
| Figura 5.32       | Tensión mínima y pérdida real de la red radial obtenida, variando la restricción de tensión mínima permitida de 0,930 a 0,947 p.u., en la red de 69 nudos.....                                                           | 169 |
| <b>Apéndice A</b> |                                                                                                                                                                                                                          |     |
| Figura A.1        | Red ejemplo mallada.....                                                                                                                                                                                                 | 177 |
| Figura A.2        | Una red radial de la red ejemplo propuesta.....                                                                                                                                                                          | 179 |
| <b>Apéndice B</b> |                                                                                                                                                                                                                          |     |
| Figura B.1        | Red ejemplo mallada.....                                                                                                                                                                                                 | 183 |
| Figura B.2        | Árbol madre en construcción con el nodo raíz y sus dos nodos hijo.....                                                                                                                                                   | 186 |
| Figura B.3        | Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 1 ejecutado.....                                                                                                                                                    | 188 |
| Figura B.4        | Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 2 ejecutado.....                                                                                                                                                    | 190 |
| Figura B.5        | Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 3 ejecutado.....                                                                                                                                                    | 192 |
| Figura B.6        | Red ejemplo y su árbol madre.....                                                                                                                                                                                        | 192 |
| <b>Apéndice C</b> |                                                                                                                                                                                                                          |     |
| Figura C.1        | Red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD_v2.....                                                                                                                                                                   | 195 |
| Figura C.2        | Árbol madre de la red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD_v2, utilizando un coeficiente de caminos igual a 3.....                                                                                                 | 196 |
| <b>Apéndice D</b> |                                                                                                                                                                                                                          |     |
| Figura D.1        | Red ejemplo de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD_v1...                                                                                                                                                             | 201 |
| Figura D.2        | Red ejemplo de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD_v2...                                                                                                                                                             | 202 |
| Figura D.3        | Red de 33 nudos.....                                                                                                                                                                                                     | 204 |
| Figura D.4        | Red de 69 nudos.....                                                                                                                                                                                                     | 207 |
| Figura D.5        | Red de 84 nudos.....                                                                                                                                                                                                     | 210 |
| Figura D.6        | Red de 118 nudos.....                                                                                                                                                                                                    | 213 |
| Figura D.7        | Red de 137 nudos.....                                                                                                                                                                                                    | 217 |

|             |                        |     |
|-------------|------------------------|-----|
| Figura D.8  | Red de 205 nudos.....  | 218 |
| Figura D.9  | Red de 409 nudos.....  | 219 |
| Figura D.10 | Red de 1043 nudos..... | 221 |



# Índice de tablas

## Capítulo 2

|           |                                                                                     |   |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Tabla 2.1 | Número de posibles redes radiales en cada uno de los sistemas de distribución ..... | 7 |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---|

## Capítulo 4

|            |                                                                                                      |     |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 4.1  | Caminos de la red ejemplo mallada .....                                                              | 42  |
| Tabla 4.2  | Conjuntos $\Pi_b^j$ de la red ejemplo.....                                                           | 44  |
| Tabla 4.3  | Ejemplos de los conceptos definidos sobre el árbol madre .....                                       | 47  |
| Tabla 4.4  | Caminos obtenidos a partir del árbol madre .....                                                     | 49  |
| Tabla 4.5  | Potencia que circula por cada una de las ramas en el árbol madre ....                                | 53  |
| Tabla 4.6  | Potencia máxima por cada rama.....                                                                   | 53  |
| Tabla 4.7  | Resultados del algoritmo para obtener la potencia mínima por cada rama.....                          | 55  |
| Tabla 4.8  | Datos de la red ejemplo de la figura 4.20, con una potencia base de 0,1MVA.....                      | 97  |
| Tabla 4.9  | Datos sobre los nudos y caminos obtenidos de la red de la figura 4.17.....                           | 98  |
| Tabla 4.10 | Potencia que se utilizará en cada rama del camino para el cálculo de la caída máxima de tensión..... | 102 |

## Capítulo 5

|           |                                                                                                                                                                                                      |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 5.1 | Parámetros necesarios para la definición del problema.....                                                                                                                                           | 110 |
| Tabla 5.2 | Resultados al aplicar la eliminación de restricciones de máxima caída de tensión .....                                                                                                               | 117 |
| Tabla 5.3 | Coeficiente de caminos mínimo de la mejor red conocida.....                                                                                                                                          | 126 |
| Tabla 5.4 | Resultados obtenidos imponiendo un umbral del 2,5% para el error relativo máximo de las pérdidas al linealizar el problema, para la linealización tipo L y un coeficiente de caminos igual a 3 ..... | 129 |
| Tabla 5.5 | Redes radiales diferentes obtenidas en la red de 84 nudos.....                                                                                                                                       | 138 |
| Tabla 5.6 | Resultados obtenidos imponiendo un umbral del 2,5% para el error relativo máximo de las pérdidas al linealizar el problema, para la linealización tipo N y un coeficiente de caminos igual a 3.....  | 140 |
| Tabla 5.7 | Parámetros base del modelo lineal propuesto.....                                                                                                                                                     | 143 |
| Tabla 5.8 | Datos relevantes del modelo: Tamaño del problema y tiempos de ejecución.....                                                                                                                         | 144 |
| Tabla 5.9 | Datos relevantes del modelo: Características de las redes radiales obtenidas.....                                                                                                                    | 146 |

|            |                                                                                                                                                                                                  |     |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 5.10 | Comportamiento del modelo ante la variación del coeficiente de caminos.....                                                                                                                      | 148 |
| Tabla 5.11 | Comportamiento del modelo ante la variación de la caída de tensión máxima permitida.....                                                                                                         | 150 |
| Tabla 5.12 | Caminos rechazados por las técnicas de reducción de caminos al aumentar la máxima caída de tensión permitida.....                                                                                | 151 |
| Tabla 5.13 | Comportamiento del modelo ante la variación del “Número de caminos mínimo de cada nudo” para considerarlo nudo activo en la técnica de reducción de caminos por el Coeficiente de tensiones..... | 152 |
| Tabla 5.14 | Comportamiento del modelo ante la variación del “intervalo de tensión del nudo” para considerar un nudo activo en la técnica de reducción de caminos por el Coeficiente de tensiones.....        | 153 |
| Tabla 5.15 | Comportamiento del modelo ante la variación del “Coeficiente de tensiones límite” en la técnica de reducción de caminos por el Coeficiente de tensiones.....                                     | 154 |
| Tabla 5.16 | Coeficiente de tensiones mínimo de la mejor red conocida .....                                                                                                                                   | 154 |
| Tabla 5.17 | Comportamiento del modelo cuando no se utiliza alguna de las técnicas de reducción de caminos.....                                                                                               | 155 |
| Tabla 5.18 | Comportamiento del modelo al variar el número de tramos estimado.....                                                                                                                            | 156 |
| Tabla 5.19 | Tabla resumen del estudio de sensibilidad del modelo frente a la variación de sus parámetros base, utilizando la linealización tipo N...                                                         | 158 |
| Tabla 5.20 | Tabla resumen del estudio de sensibilidad del modelo frente a la variación de sus parámetros base, utilizando la linealización tipo L...                                                         | 159 |
| Tabla 5.21 | Número de tramos estimado para aplicar la linealización tipo N y error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida, al variar el ‘índice de carga de la red’.....      | 160 |
| Tabla 5.22 | Error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida, al variar el ‘índice de carga de la red’, aplicando la linealización tipo L.....                                    | 161 |
| Tabla 5.23 | Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red con generación dispersa Red6GD_v1.....                                                                                                 | 164 |
| Tabla 5.24 | Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red con generación dispersa Red6GD_v2.....                                                                                                 | 165 |
| Tabla 5.25 | Tensión real de cada uno de los nudos en la red radial óptima.....                                                                                                                               | 166 |
| Tabla 5.26 | Potencia asociada a los nudos de generación en la red de 33 nudos con generación dispersa, Red33GD.....                                                                                          | 167 |
| Tabla 5.27 | Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red de 33 nudos con generación dispersa Red33GD.....                                                                                       | 167 |
| Tabla 5.28 | Potencia que circula por cada rama en la red radial de mínimas pérdidas de la red de 33 nudos. Valores calculados con el modelo propuesto.....                                                   | 172 |

|            |                                                                                                                                                                                                                                   |     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla 5.29 | Potencia que circula por cada rama en la red radial de mínimas pérdidas de la red de 33 nudos, cuando se impone una limitación de potencia aparente de 2,5 p.u. en la rama nº 15. Valores calculados con el modelo propuesto..... | 172 |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

## **Apéndice A**

|           |                                        |     |
|-----------|----------------------------------------|-----|
| Tabla A.1 | Caminos de la red ejemplo.....         | 172 |
| Tabla A.2 | Caminos válidos de la red ejemplo..... | 172 |

## **Apéndice B**

|            |                                                                                       |     |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla B.1  | Valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.....                      | 183 |
| Tabla B.2  | Información del nodo.....                                                             | 184 |
| Tabla B.3  | Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo..... | 185 |
| Tabla B.4  | Actualización de la información de cada nodo.....                                     | 185 |
| Tabla B.5  | Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                                  | 185 |
| Tabla B.6  | Actualización de la información de cada feeder.....                                   | 186 |
| Tabla B.7  | Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                                  | 186 |
| Tabla B.8  | Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo..... | 187 |
| Tabla B.9  | Actualización de la información de cada nodo.....                                     | 187 |
| Tabla B.10 | Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                                  | 187 |
| Tabla B.11 | Actualización de la información de cada feeder.....                                   | 187 |
| Tabla B.12 | Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                    | 188 |
| Tabla B.13 | Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo..... | 189 |
| Tabla B.14 | Actualización de la información de cada nodo.....                                     | 189 |
| Tabla B.15 | Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                                  | 189 |
| Tabla B.16 | Actualización de la información de cada feeder.....                                   | 189 |
| Tabla B.17 | Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                    | 190 |
| Tabla B.18 | Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo..... | 190 |
| Tabla B.19 | Actualización de la información de cada nodo.....                                     | 191 |
| Tabla B.20 | Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.....                    | 191 |
| Tabla B.21 | Actualización de la información de cada feeder.....                                   | 191 |
| Tabla B.22 | Tabla final con la información de cada nodo.....                                      | 193 |
| Tabla B.23 | Tabla final con la información de cada feeder.....                                    | 193 |
| Tabla B.24 | Caminos obtenidos a partir del árbol madre.....                                       | 193 |

## **Apéndice C**

|           |                                                                  |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla C.1 | Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD_v2. | 195 |
|-----------|------------------------------------------------------------------|-----|

|           |                                                                              |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla C.2 | Obtención de la potencia máxima y mínima en cada enlace del árbol madre..... | 197 |
| Tabla C.3 | Obtención de la potencia máxima y mínima en cada rama de la red..            | 198 |

## Apéndice D

|            |                                                                                                         |        |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Tabla D.1  | Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD_v1.                                        | 201    |
| Tabla D.2  | Datos relevantes de la red de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD_v1.....                           | 202    |
| Tabla D.3  | Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD_v2.                                        | 203    |
| Tabla D.4  | Datos relevantes de la red de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD_v2.....                           | 203    |
| Tabla D.5  | Datos relevantes de la red de 33 nudos.....                                                             | 204    |
| Tabla D.6  | Características de ramas y consumo en la red de 33 nudos.....                                           | 205    |
| Tabla D.7  | Potencia asociada a los nudos de generación en la red de 33 nudos con generación dispersa Red33GD.....  | 206    |
| Tabla D.8  | Datos relevantes de la red de 33 nudos con generación dispersa, Red33GD.....                            | 206    |
| Tabla D.9  | Datos relevantes de la red de 69 nudos.....                                                             | 207    |
| Tabla D.10 | Características de ramas y consumo en la red de 69 nudos.....                                           | 208-9  |
| Tabla D.11 | Datos relevantes de la red de 84 nudos.....                                                             | 210    |
| Tabla D.12 | Características de ramas y consumo en la red de 84 nudos.....                                           | 211-12 |
| Tabla D.13 | Datos relevantes de la red de 118 nudos.....                                                            | 214    |
| Tabla D.14 | Características de ramas y consumo en la red de 118 nudos.....                                          | 214-16 |
| Tabla D.15 | Datos relevantes de la red de 137 nudos.....                                                            | 217    |
| Tabla D.16 | Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 137 nudos.....           | 217    |
| Tabla D.17 | Datos relevantes de la red de 205 nudos.....                                                            | 218    |
| Tabla D.18 | Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 205 nudos.....           | 219    |
| Tabla D.19 | Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 409 nudos.....           | 220    |
| Tabla D.20 | Datos relevantes de la red de 409 nudos.....                                                            | 220    |
| Tabla D.21 | Datos relevantes de la red de 1043 nudos.....                                                           | 222    |
| Tabla D.22 | Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 1043 nudos.....          | 223    |
| Tabla D.23 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 33 nudos al aumentar el índice de carga de la red ..... | 224    |
| Tabla D.24 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 69 nudos al aumentar el índice de carga de la red ..... | 224    |
| Tabla D.25 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 84 nudos al aumentar el índice de carga de la red ..... | 225    |



|            |                                                                                                           |     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabla D.26 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 118 nudos al aumentar el índice de carga de la red .....  | 225 |
| Tabla D.27 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 137 nudos al aumentar el índice de carga de la red .....  | 226 |
| Tabla D.28 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 205 nudos al aumentar el índice de carga de la red .....  | 226 |
| Tabla D.29 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 409 nudos al aumentar el índice de carga de la red .....  | 227 |
| Tabla D.30 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 1043 nudos al aumentar el índice de carga de la red ..... | 228 |
| Tabla D.31 | Mejores redes radiales conocidas para la red de 1043 nudos al aumentar el índice de carga de la red ..... | 229 |



# Nomenclatura

| Símbolo                | Significado                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $b$                    | Número total de ramas de la red                                                                                                                                                                                         |
| $B$                    | Conjunto de ramas activas que forman la red radial                                                                                                                                                                      |
| $C_C$                  | Coeficiente de caminos de la red                                                                                                                                                                                        |
| $C_C^{\min}$           | Coeficiente de caminos mínimo de la red                                                                                                                                                                                 |
| $cp_j^{(t)}$           | Pendiente de la recta que linealiza el tramo (t) del intervalo de variación de potencia activa de la rama j                                                                                                             |
| $cq_j^{(t)}$           | Pendiente de la recta que linealiza el tramo (t) del intervalo de variación de potencia reactiva de la rama j                                                                                                           |
| $C_V(\pi_k^i)$         | Coeficiente de tensiones del camino $\pi_k^i$                                                                                                                                                                           |
| $C_V^{\lim}$           | Umbral del coeficiente de tensiones                                                                                                                                                                                     |
| $E_{loss,linear}^{\%}$ | Error relativo de las pérdidas en las ramas calculado por la función objetivo del modelo, debido a la linealización y expresado en % tomándose como valor de referencia las pérdidas de la red en configuración mallada |
| $E_{j,P}$              | Error máximo entre la curva cuadrática y la recta que lo linealiza correspondiente a la potencia activa de la rama j                                                                                                    |
| $E_{j,Q}$              | Error máximo entre la curva cuadrática y la recta que lo linealiza correspondiente a la potencia reactiva de la rama j                                                                                                  |
| $E_t$                  | Error o diferencia entre la curva cuadrática y la recta que lo linealiza                                                                                                                                                |
| $E_{t,max}$            | Error o diferencia máxima entre la curva cuadrática y la recta que lo linealiza                                                                                                                                         |
| $F_i$                  | Feeder Fi                                                                                                                                                                                                               |
| $i \ni j$              | Conjunto de nudos i que se encuentran aguas abajo de la rama j                                                                                                                                                          |
| $Int_V^{\lim}$         | Intervalo de tensión del nudo límite para considerar un nudo activo en la técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones                                                                         |
| $I_j$                  | Corriente que circula por la rama j                                                                                                                                                                                     |
| $j$                    | Subíndice o superíndice que generaliza a las ramas                                                                                                                                                                      |
| $L$                    | Longitud de tramo estimada para todos los intervalos de variación de potencia activa y reactiva de cada una de las ramas en la linealización tipo L                                                                     |
| $L_{\min}$             | Longitud correspondiente al tamaño de intervalo de variación de potencia más pequeño                                                                                                                                    |
| $L_{pj}$               | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia activa en la rama j si es del tipo p1 o p2                                                                                                                  |

|                     |                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $L_{pj}^{(n)}$      | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia activa negativa en la rama j si es del tipo p3                                                                                               |
| $L_{pj}^{(p)}$      | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia activa positiva en la rama j si es del tipo p3                                                                                               |
| $L_{qj}$            | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia reactiva en la rama j si es del tipo q1 o q2                                                                                                 |
| $L_{qj}^{(n)}$      | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia reactiva negativa en la rama j si es del tipo q3                                                                                             |
| $L_{qj}^{(p)}$      | Longitud de tramo del intervalo de variación de la potencia reactiva positiva en la rama j si es del tipo q3                                                                                             |
| $L_t$               | Longitud de tramo en la linealización                                                                                                                                                                    |
| $NC_V^{\min}$       | Número de caminos mínimo para considerar un nudo activo en la técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones                                                                      |
| $n_t$               | Número de tramos para la linealización de los intervalos de variación de potencia activa y reactiva de cada una de las ramas en la linealización tipo N                                                  |
| $n_{t0}$            | Número de tramos estimado para el caso base en la linealización tipo N                                                                                                                                   |
| p0                  | Conjunto de ramas por la que solo puede circular un valor constante de la potencia activa                                                                                                                |
| p1                  | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia activa solo toma valores positivos                                                                                                             |
| p2                  | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia activa solo toma valores negativos                                                                                                             |
| p3                  | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia activa puede tomar valores positivos y negativos                                                                                               |
| $P^{loss}$          | Potencia activa perdida en el conjunto de ramas de la red radial                                                                                                                                         |
| $P_{aprox}^{loss}$  | Potencia activa perdida en el conjunto de ramas de la red radial, calculada con los valores aproximados de circulación de potencia por rama y tensiones en nudos                                         |
| $P_j^{loss}$        | Potencia activa perdida en la rama j                                                                                                                                                                     |
| $P_{lineal}^{loss}$ | Potencia activa perdida en el conjunto de ramas de la red radial, calculada con los valores aproximados de circulación de potencia por rama y tensiones en nudos, y utilizando la linealización a tramos |
| $P_{real}^{loss}$   | Potencia activa perdida en el conjunto de ramas de la red radial, calculada con los valores reales de circulación de potencia por rama y tensiones en nudos                                              |
| $P_{Li}$            | Potencia activa absorbida por la carga en el nudo i                                                                                                                                                      |
| $P_j$               | Potencia activa aproximada que circula por la rama j                                                                                                                                                     |
| $P_{j,real}$        | Potencia activa real que circula por la rama j                                                                                                                                                           |
| $P_{rj}$            | Potencia activa aproximada que circula por la rama rj                                                                                                                                                    |
| $P_j^{\max}$        | Potencia activa máxima aproximada que puede circular por la rama j                                                                                                                                       |

|                      |                                                                                                              |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P_j^{\min}$         | Potencia activa mínima aproximada que puede circular por la rama $j$                                         |
| $P_{j,lineal}^2$     | Cuadrado de la potencia $P_j$ obtenido sobre la recta que linealiza la curva cuadrática                      |
| $P_{j,real}$         | Potencia activa real, sin aproximaciones, que circula por la rama $j$                                        |
| $\bar{P}^{(t)}$      | Valor límite superior de potencia activa del tramo $(t)$ en la linealización de los intervalos               |
| $P^{(t)}$            | Variable de la potencia activa que circula por el tramo $(t)$                                                |
| $P_{rj}^{\max}$      | Potencia máxima del intervalo de variación de potencia de la rama $rj$                                       |
| $P_{rj}^{\min}$      | Potencia mínima del intervalo de variación de potencia de la rama $rj$                                       |
| $P_{1l}$             | Potencia activa mínima de un tramo intermedio correspondiente a la linealización                             |
| $P_{2l}$             | Potencia activa máxima de un tramo intermedio correspondiente a la linealización                             |
| $P_{mallada}^{loss}$ | Potencia activa perdida real en las ramas de la red en configuración mallada                                 |
| $P_{\max,Fi}$        | Potencia activa máxima del feeder $Fi$                                                                       |
| $P_{\min,Fi}$        | Potencia activa mínima del feeder $Fi$                                                                       |
| $\Pi_b^j$            | Conjunto de caminos que contienen la rama $j$                                                                |
| $\Pi_n^i$            | Conjunto de caminos que unen el nudo $i$ con la subestación                                                  |
| $\pi_k^i$            | Camino $k$ del nudo $i$                                                                                      |
| $q_0$                | Conjunto de ramas por la que solo puede circular un valor constante de la potencia activa                    |
| $q_1$                | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia reactiva solo toma valores positivos               |
| $q_2$                | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia reactiva solo toma valores negativos               |
| $q_3$                | Conjunto de ramas cuyo intervalo de variación de potencia reactiva puede tomar valores positivos y negativos |
| $Q_{Li}$             | Potencia reactiva absorbida por la carga en el nudo $i$                                                      |
| $Q_j$                | Potencia reactiva aproximada que circula por la rama $j$                                                     |
| $Q_j^{\max}$         | Potencia reactiva máxima aproximada que puede circular por la rama $j$                                       |
| $Q_j^{\min}$         | Potencia reactiva mínima aproximada que puede circular por la rama $j$                                       |
| $Q_{j,lineal}^2$     | Cuadrado de la potencia $Q_j$ obtenido sobre la recta que linealiza la curva cuadrática                      |
| $Q_{j,real}$         | Potencia reactiva real, sin aproximaciones, que circula por la rama $j$                                      |

|                                             |                                                                                                                       |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\overline{Q}^{(t)}$                        | Valor límite superior de potencia reactiva del tramo $(t)$ en la linealización de los intervalos                      |
| $Q^{(t)}$                                   | Variable de potencia reactiva que circula por el tramo $(t)$                                                          |
| $(rj.t)$                                    | Tramo $t$ de la rama $rj$                                                                                             |
| $R_j$                                       | Resistencia de la rama $j$                                                                                            |
| $r_j$                                       | Rama $rj$                                                                                                             |
| $S_j^{\max}$                                | Potencia máxima aparente permitida por la rama $j$                                                                    |
| $(t)$                                       | Tramo de la linealización                                                                                             |
| $tp$                                        | Número de tramos elegido para linealizar cada uno de los intervalos de variación de la potencia activa de cada rama   |
| $tq$                                        | Número de tramos elegido para linealizar cada uno de los intervalos de variación de la potencia reactiva de cada rama |
| $\Delta V_{\max}$                           | Máxima caída de tensión permitida en la red                                                                           |
| $\Delta V_{\text{mallada}}^{\text{máxima}}$ | Máxima caída de tensión producida en la red en su configuración mallada                                               |
| $V_{\max}(i)$                               | Tensión máxima del nudo $i$ calculada a través de todos sus caminos asociados $\prod_n^i$                             |
| $V_{\min}(i)$                               | Tensión mínima del nudo $i$ calculada a través de todos sus caminos asociados $\prod_n^i$                             |
| $V_{\min}$                                  | Tensión mínima permitida en los nudos de la red                                                                       |
| $V_i$                                       | Tensión en el nudo $i$                                                                                                |
| $V_j$                                       | Tensión del nudo situado aguas abajo de la rama $j$                                                                   |
| $V_S$                                       | Tensión en la subestación                                                                                             |
| $V(\pi_k^i)$                                | Tensión del nudo $i$ a través del camino $\pi_k^i$                                                                    |
| $W_k^i$                                     | Variable binaria asociada al camino $\pi_k^i$ , que indicará si está o no activo                                      |
| $X_j$                                       | Reactancia de la rama $j$                                                                                             |
| $y_c$                                       | Ecuación de la curva cuadrática                                                                                       |
| $y_r$                                       | Ecuación de la recta que aproxima la curva cuadrática                                                                 |

# Capítulo 1

## Resumen de la Tesis

Esta tesis aborda el modelado y resolución de una de las problemáticas más conocidas en el análisis de los sistemas de distribución como es la reconfiguración de redes radiales para minimización de pérdidas.

Si bien se estudiará más adelante con detalle las dificultades inherentes al problema planteado, cabe adelantar que se trata de un problema de programación matemática de gran envergadura, debido básicamente a la no linealidad de las ecuaciones eléctricas del sistema y a la presencia de variables continuas y binarias. Estas características son especialmente relevantes cuando la dimensión del problema es apreciable, situación que concurre en las redes urbanas de media tensión donde se plantea el problema de reconfiguración a resolver.

En esta tesis se ha buscado definir un modelo aproximado del problema que minimice las dificultades anteriores. El resultado es un nuevo problema de programación lineal entera mixta capaz de abordar el estudio de redes de gran tamaño, y que se demuestra obtiene unos óptimos locales muy próximos a los mejores conocidos en cada caso.

La solución propuesta se fundamenta en el uso del concepto de camino. Este concepto permite formular de manera sencilla no sólo la restricción de radialidad de la red, sino también las ecuaciones electrotécnicas del problema, tanto las restricciones de capacidad y operación, como las ecuaciones de red. Para esto último se asumen algunas aproximaciones eléctricas que son muy habituales en la reconfiguración de redes de distribución. Estas simplificaciones suavizan la dificultad matemática del problema exacto y con ello es posible calcular de forma rápida y sencilla la circulación de potencia por cada rama.

Dado que el número factible de posibles caminos asociados a un nudo es muy elevado, se han propuesto tres procedimientos para la selección de caminos, eliminando aquellos con escasa o nula probabilidad de formar parte de la red radial óptima, lo cual ha permitido reducir el espacio de búsqueda y con ello el tamaño del

problema. Estos procedimientos vienen a tener en cuenta, por ejemplo, que caminos excesivamente largos desde un punto de vista eléctrico pueden ser descartados desde el principio pues implican pérdidas eléctricas elevadas. Análogamente, caminos que den lugar a caídas de tensión por encima de las impuestas en la operación también pueden ser eliminados a priori. Un tercer criterio ha sido el no incorporar al problema final aquellos caminos de un nudo que implican un perfil de tensiones bajo, asumiendo en este último caso la “percepción” práctica de que el árbol de mínimas pérdidas suele coincidir con el de mejor perfil de tensiones. Todo ello es convenientemente justificado, cuantificado y valorado a lo largo de la tesis.

Añadido a todo lo anterior, se propone una linealización a tramos del flujo de potencia cuadrático en las líneas, esto es, de las pérdidas en ellas, lo cual permite finalmente obtener un problema lineal entero mixto. Esta linealización a tramos se ejecuta no de forma aleatoria o heurística sino pseudo-óptima, tras imponer una cota al error que se comete en dicha linealización. A lo largo de la tesis se estudian dos posibles linealizaciones según se quiera definir el número de intervalos de la linealización a trozos o la longitud de estos intervalos. Tras numerosas pruebas se demuestra que ambos tipos de linealizaciones resultan igual de eficientes en cuanto a la calidad de la solución final que aportan.

La solución propuesta se ha adaptado a su vez para aceptar redes con generación dispersa, las cuales requieren un tratamiento diferente debido a la posible circulación de potencia aguas arriba de la subestación, así como la limitación de las posibles sobretensiones que pudieran ocasionar. Estas peculiaridades, no presentes en ausencia de generación dispersa como ocurría hasta hace relativamente poco, han sido caracterizadas y analizadas en el modelo desarrollado.

De la heurística adoptada para la simplificación del problema inicial, resulta un problema final de programación lineal entera-mixta que es función de una serie de parámetros. Para valorar la robustez del modelo y la calidad de la solución obtenida se realiza un análisis de sensibilidad, donde se verifica que se siguen obteniendo buenos resultados cuando se producen pequeñas variaciones del valor de los parámetros seleccionados en el modelo.

El modelo se ha aplicado a redes de gran dimensión, de hasta 1043 nudos, 1181 ramas y 139 bucles, donde se ha considerado que cada una de sus ramas puede estar abierta o cerrada. Esta última posibilidad, aun no siendo realista, se ha tenido en cuenta para estudiar la robustez del modelo en casos extremos en el que el número de variables binarias es muy elevado, viniendo éste muy determinado por el número



real de elementos de corte susceptibles de cambiar su estado para la búsqueda de caminos alternativos en la alimentación.

Finalmente señalar que los problemas de programación lineal entera-mixta son un clásico en numerosos campos, no sólo de la ingeniería, existiendo paquetes de programación comerciales muy eficientes que permiten su resolución incluso para problemas de gran dimensión. Esta característica es de especial relevancia para el modelo propuesto en esta tesis, ya que además de permitir valorar la exactitud de la solución obtenida con el nuevo modelo propuesto, se asegura la posibilidad de la implementación práctica de la solución adoptada.



# Capítulo 2

## Introducción

### Introducción

Las redes de distribución, de configuración mallada y explotación radial, son el objeto de análisis de esta tesis. La planificación y operación de estas redes implican una larga lista de problemas de optimización, como son la expansión con el mínimo coste [1-3] o la reconfiguración teniendo presente una función objetivo, como puede ser equilibrar la carga entre las diferentes subestaciones, la reducción de pérdidas o el restablecimiento de la energía con el número mínimo de operaciones. Por reconfiguración se entiende la apertura o cierre de los interruptores de línea, que minimiza o maximiza según el caso la función objetivo impuesta.

El problema de reconfiguración donde se minimiza la potencia activa perdida en las líneas es el más popular y extendido, y es donde se centra el contenido de esta tesis. Hasta hace poco este problema ha estado confinado a la fase de planificación, pero la aparición de las redes inteligentes permite considerar este problema en la operación de los sistemas de distribución [4].

Una característica fundamental de las redes de distribución de media tensión es que tienen una configuración mallada que permite alimentar a cada nudo de consumo desde dos circuitos diferentes, pero su explotación es radial por motivos de protección de las líneas ante la aparición de defectos en ellas. Estas redes suelen estar conectadas a una o varias subestaciones de alimentación que fijan la tensión en el punto de conexión y aportan la energía suficiente para alimentar a todos los nudos de consumo y soportar las pérdidas que se producen.

La tesis se enmarca en el entorno de las redes de media tensión urbanas, por ser éstas las que poseen mayor nivel de mallado, y los resultados pueden aplicarse tanto en la planificación como en la operación del sistema. Se busca definir un modelo de ecuaciones resoluble por cualquier software comercial de optimización, que permita solventar el problema de reconfiguración mencionado.

## Definición del problema

El problema de reconfiguración desde un punto de vista general es similar a un cálculo óptimo de flujo de potencia (OPF), pero con la diferencia de que presenta una carga computacional considerablemente mayor debido a la inclusión de variables adicionales para tener en cuenta el estado del interruptor y las restricciones de radialidad de la red. La formulación matemática del problema de reconfiguración para la minimización de pérdidas se ha representado en la literatura de diferentes formas; a continuación se expresa según Sarfi et al. en su estado del arte publicado en [5].

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} \cdot L_{ij} \quad (2.1)$$

sujeto a :

$$\sum_{i=1}^n S_{ij} = D_j \quad (2.2)$$

$$S_{ij} \leq S_{ij}^{\max} \quad (2.3)$$

$$\Delta V_j \leq \Delta V_{\max} \quad (2.4)$$

$$\prod_{\forall f_t} \lambda_{ft} = 1 \quad (2.5)$$

Donde:

- $L_{ij}$  Pérdidas de la línea que conecta los nudos i y j
- $C_{ij}$  Coeficiente que pondera las pérdidas de la línea ij
- $S_{ij}$  Flujo de potencia por la línea ij
- $D_j$  Demanda de potencia del nudo j
- $\Delta V_j$  Caída de tensión desde la subestación hasta el nudo j
- $\Delta V_{\max}$  Caída de tensión máxima permitida en la red
- $f_t$  Conjunto de líneas alimentadas por el transformador t
- $\lambda_{ft}$  1 si el conjunto  $f_t$  está abierto, 0 en caso contrario

En la formulación del problema de reconfiguración, la función objetivo (2.1) representa las pérdidas totales del sistema de distribución. La ecuación (2.2) asegura que se satisfaga la primera ley de Kirchhoff en los nudos. Las restricciones (2.3) y (2.4) cumplen con la máxima capacidad de las líneas y la máxima caída de tensión permitida. Por último, mediante la ecuación (2.5) se asegura la condición de radialidad de la red.

El problema de reconfiguración es claramente un problema de programación no lineal entero mixto. Éste presenta una carga computacional considerable incluso para un sistema de distribución de proporciones moderadas, produciéndose una verdadera explosión combinatoria de redes radiales a medida que aumenta el tamaño de la red. Una posible relajación de este tipo de problemas no es apropiado, debido al significado físico de los interruptores. Por otro lado, la naturaleza no lineal del sistema de distribución necesita que en cada iteración del algoritmo de optimización se realice una operación de cálculo del flujo de carga para determinar el nuevo punto de operación del sistema, lo cual aumenta el coste computacional del problema a resolver.

Sin embargo, la principal dificultad para resolver el problema es su enorme naturaleza combinatoria. Con objeto de cuantificar este número, en la tabla 2.1 se exponen las principales características de las redes utilizadas en esta tesis, como son el número de nudos y el número de ramas. En la tercera columna se recoge el número de combinaciones posibles según el estado de los interruptores, que en este trabajo se ha considerado el caso más desfavorable, asignando un interruptor a cada una de sus ramas. De todas estas posibles combinaciones, no todas ellas forman una red radial, por tanto, en la última columna y empleando el teorema matriz-árbol de Kirchhoff [6] se indican todas las posibles redes radiales de cada uno de los sistemas.

| Nº nudos de la red (Nn) | Nº ramas de la red (Nr) | Número de combinaciones posibles según el estado de los interruptores ( $2^{Nr}$ ) | Número de redes radiales posibles (Teorema matriz-árbol de Kirchhoff) |
|-------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 33                      | 37                      | 1,37439E+11                                                                        | 50.751                                                                |
| 69                      | 73                      | 9,44473E+21                                                                        | 407.924                                                               |
| 84                      | 96                      | 7,92282E+28                                                                        | 3,5196E+011                                                           |
| 118                     | 132                     | 5,44452E+39                                                                        | 4,0320E+015                                                           |
| 137                     | 148                     | 3,56812E+44                                                                        | 4,1998E+013                                                           |
| 205                     | 224                     | 2,69599E+67                                                                        | 1,9506E+022                                                           |
| 409                     | 451                     | 5,8147E+135                                                                        | 2,0827E+047                                                           |
| 1043                    | 1181                    | 3,2842E+355                                                                        | 2,3465E+141                                                           |

Tabla 2.1 Número de posibles redes radiales en cada uno de los sistemas de distribución

Como puede observarse, el número real de redes posibles es mucho menor que el número de combinaciones del estado de los interruptores, pero aún así el número es muy elevado incluso para redes de tamaño moderado. Este es uno de los principales motivos por el que han surgido numerosos procedimientos para resolver este problema, unos aplicando técnicas heurísticas junto con métodos numéricos de optimización, otros que solo aplican técnicas heurísticas y finalmente un numeroso

grupo que aplica un variado conjunto de técnicas de inteligencia artificial, que serán analizados en el siguiente capítulo.

En el trabajo de Morton y Mareels [7] se presenta un algoritmo de fuerza bruta, en el que se analizan todas las redes radiales posibles. La generación de todas las redes la realiza mediante un algoritmo recursivo de cambio de rama provocando una perturbación sobre la matriz de sensibilidad. Con objeto de calcular rápidamente las pérdidas de cada configuración, modela las cargas de la red suponiendo corriente constante. El ejemplo lo realiza con la red de 33 nudos, cuyo número total de redes radiales diferentes es de 50.751. La técnica presentada puede ser atractiva para redes de tamaño pequeño, pero si observamos el número de redes posibles para redes de mayor tamaño indicado en la tabla 2.1, el proceso presentado es inviable.

### **Objetivo de la tesis**

El objetivo de la tesis es desarrollar un modelo lineal que permita analizar grandes redes en tiempos de operación, que proporcione resultados cercanos al óptimo y que el sistema de ecuaciones planteado pueda ser resuelto por cualquier software comercial de optimización.

### **Modelo propuesto**

El modelo propuesto permite obtener una red radial a partir de la red mallada, imponiendo que la red final sea la de mínimas pérdidas de potencia activa en sus líneas. La principal novedad que presenta el método y la base de la originalidad de las ecuaciones planteadas, es la definición del concepto de camino como el conjunto de ramas que unen cada nudo con la subestación, al que se le asocia una variable binaria dando lugar a un problema no lineal entero mixto. La radialidad se consigue de manera sencilla, imponiendo que sólo un camino de cada nudo esté activo.

Para ilustrar gráficamente el concepto de camino y la restricción de radialidad, se utiliza la figura 2.1. Se ha dibujado la red de 33 nudos en su configuración radial de mínimas pérdidas, donde las ramas abiertas se han representado mediante una línea a trazos. Se destaca en trazo más grueso y en azul el camino correspondiente al nudo 32. Puede observarse que si la red estuviera mallada, el citado nudo tendría más caminos alternativos para llegar a la subestación, pero si la red es radial solo hay un camino que une cada uno de los nudos con la subestación.



## Estructura de la tesis

La estructura de la tesis, que sigue cronológicamente los pasos dados durante su desarrollo, es la siguiente:

La primera fase de este trabajo, capítulo 3, ha consistido en una búsqueda en la literatura técnica de los diferentes métodos planteados para resolver el problema de la reconfiguración de redes de distribución, lo cual ha permitido clasificar los diferentes métodos en tres grandes grupos. La atención se ha centrado en aquellos trabajos que abordan redes de gran tamaño.

En el capítulo 4 se formula de forma completa el modelo propuesto. En el capítulo 5 se aplica el modelo a ocho redes diferentes, cuyo tamaño varía desde 32 a 1043 nudos. Los resultados permiten analizar y fijar algunos parámetros del modelo, así como comprobar la eficacia del método. Se realiza un análisis de sensibilidad frente a los parámetros utilizados. Finalmente se aplica a redes con generación dispersa, indicando las modificaciones necesarias.

El capítulo 6 destaca las principales conclusiones del modelo propuesto y los resultados obtenidos al aplicarlo a las redes de prueba, así como las propuestas de futuras líneas de investigación.

Finalmente se encuentran los apéndices. El apéndice A detalla la conectividad de la red y plantea las ecuaciones de forma matricial. El apéndice B desarrolla la construcción paso a paso del árbol madre, sobre el que se obtendrán los caminos y otros parámetros de importancia. En el apéndice C se calcula para una red ejemplo con generación dispersa los intervalos de variación de potencia. Las principales características de todas las redes utilizadas se muestran en el apéndice D. Finalmente se dedica el apéndice E a las características del software de optimización empleado.



## Capítulo 3

### Estado del arte

#### 3.1. Introducción

Como ya se ha mencionado en el capítulo de introducción, el problema de la reconfiguración de redes es uno de los problemas de optimización más clásicos, y entre ellos, aquel que minimiza la potencia activa perdida en las líneas. La principal característica que es necesario tener presente en este problema es que las redes de distribución de energía eléctrica tienen una configuración mallada, pero su explotación es radial. El objetivo del problema de optimización es encontrar la mejor red radial que minimiza la función objetivo entre un enorme número de combinaciones posibles.

Merlin y Back en 1975 [8] plantearon por primera vez la utilización de los interruptores de las líneas para reconfigurar el sistema de distribución, con el objetivo de minimizar las pérdidas en las líneas para unas condiciones específicas de carga. Desde entonces se han propuesto numerosos métodos para resolver el problema planteado. Es en 1994 donde [5] revisa el estado del arte sobre este tema y propone una clasificación en función de los métodos empleados en resolver el problema: aquellos basados en una mezcla de métodos de optimización y heurísticos, aquellos que solo utilizan la heurística y finalmente los basados en la inteligencia artificial.

A continuación se hará un repaso de los métodos de resolución más relevantes, siguiendo la misma clasificación propuesta en [5]. Dada la gran cantidad y variedad existente, sólo se indicará la principal característica de ellos sin entrar en el detalle de su contenido. Se hará un análisis más profundo de aquellos trabajos cuyos métodos han permitido a los autores su aplicación a redes de gran dimensión, con objeto de poder comparar sus resultados con los obtenidos en esta tesis.

### 3.2. Mezcla de técnicas heurísticas y técnicas de optimización numéricas

El problema de la reconfiguración de redes de distribución para reducir las pérdidas fue propuesto por primera vez por Merlin y Back [8], utilizando una mezcla de heurística y métodos de optimización. El empleo de la heurística estaba justificado por la necesidad de reducir la enorme magnitud del problema. Los autores modelaron el sistema de distribución mediante una estructura de árbol, asignando variables binarias al estado de los interruptores. Con objeto de simplificar el problema despreciaron las restricciones eléctricas y el ángulo de las tensiones, y solo tuvieron en cuenta la parte real de la corriente para el cálculo de las pérdidas. Como era habitual de trabajos anteriores en el análisis de los sistemas de distribución, aplicaron flujos de potencia en continua para establecer el comportamiento del sistema.

El algoritmo de Merlin y Back consiste en un proceso iterativo, en el que se resuelve un flujo de potencia óptimo (OPF), obteniendo los flujos de potencia por las líneas que hacen que las pérdidas en la red sean mínimas. Una vez realizado el OPF, se utiliza como heurística la apertura de la rama por la que circula el mínimo flujo de potencia. Este proceso continúa hasta que se obtiene una red radial. Posteriormente el algoritmo fue modificado por Shirmohammadi y Hong [9], comprobando en cada etapa si la nueva configuración cumple las restricciones eléctricas de tensión y corriente, seleccionando en caso de incumplimiento el siguiente interruptor con menor corriente. Introduce una nueva mejora al utilizar un flujo de carga en corriente alterna en lugar de uno en corriente continua.

Los trabajos posteriores a [8] y [9] han abordado el problema de diferente forma. A continuación se indica escuetamente la principal característica de cada uno de ellos, siguiendo un orden cronológico:

- Liu et al. [10], consideran las cargas como sumideros de corriente, bien concentradas o distribuidas. Asumen la corriente que circula a través de las ramas como la suma de una corriente básica más una constante, obteniendo un perfil de carga continuo y monótono decreciente a través de la rama. De esta forma el problema de reconfiguración se transforma en un problema de optimización cuadrático.
- Glamocanin [11] y Wagner et al. [12] tratan la reconfiguración como un problema de transporte cuadrático y lineal a trozos respectivamente.
- Huddleston et al. [13] modela las pérdidas de la red mediante una función cuadrática con restricciones lineales. Las variables muestran finalmente

resultados de forma continua y requiere de una interpretación posterior que indique la nueva configuración.

- Chiang y Jean Jumeau [14-15] desarrollaron un algoritmo de dos etapas basado en la técnica del recocido simulado y el método de las restricciones. Presentan una función multiobjetivo no diferenciable con gran rigor matemático, pero requiere un tiempo elevado de ejecución para aplicaciones prácticas.
- Cherkaoui et al. [16] mantienen el método de cambio de interruptores para obtener la red de mínimas pérdidas, pero utilizando la técnica de búsqueda tabú para localizar los interruptores. Esta técnica de optimización para problemas con elevada combinatoria requiere elevados tiempos de ejecución para redes con tamaño real.
- Sarfi et al. [17] utiliza las técnicas de partición de redes con el objetivo de reducir los tiempos empleados, troceando la red en pequeños subsistemas que pueden ser resueltos de forma más eficiente.
- Borožan et al. [18] plantean el mismo procedimiento que en [8], con la diferencia de que introducen un algoritmo para el cálculo de la matriz de impedancia de lazos, reordenando los nudos de la red radial según su profundidad. Con ello consigue una mejora en la eficiencia del cálculo de la solución óptima.
- En mayo de 2005 se publica en [19] las principales aportaciones de esta tesis, abordando redes de hasta 205 nudos y 224 ramas. Investigaciones posteriores incluidas en este trabajo han permitido mejorar el modelo publicado y aplicarlo a redes de mayor tamaño.
- Schmidt et al. [20] utiliza como variables las corrientes por las ramas, y lo resuelve mediante el método de Newton (segunda derivada). Trabajo analizado en detalle en la sección 3.5.2.
- Gomes et al. [21] propone una función continua para modelar el estado de los interruptores y reducir el número total de flujos de potencia que es necesario realizar, en comparación con un trabajo previo de los mismos autores en [35]. Trabajo analizado en detalle en la sección 3.5.4.
- Raju y Bijwe [22] propone una combinación de técnica heurística y análisis de sensibilidad. Utiliza un coeficiente de sensibilidad de potencia activa con respecto a las impedancias de las ramas. Propone dos etapas, en la primera

usa las sensibilidades partiendo de la red mallada hasta alcanzar una red radial, en la segunda etapa utiliza un intercambio de ramas para afinar la solución.

- Khodr y Martinez-Crespo [23] proponen un problema de optimización no lineal exacto sin el uso de técnicas heurísticas, que se resuelve utilizando la técnica de descomposición de Benders. El problema principal corresponde a una programación no lineal entera mixta que resuelve la topología radial, y el problema secundario se formula como programación no lineal para determinar la viabilidad del problema principal. Informan que están trabajando en una red de 2344 nudos y que publicarán los resultados en un futuro cercano.
- Singh et al. [24] demuestra que la técnica original puede ser usada considerando el flujo de potencia en las ramas como variables, en lugar de las corrientes de rama.
- Romero-Ramos et al. [25] propone el uso de nuevas variables en lugar de las clásicas tensiones complejas de los nudos, permitiendo modelar las restricciones de la topología de la red y las restricciones eléctricas de tensión y capacidad de las líneas. No hace uso de técnicas heurísticas y como resultado se obtiene un problema algebraico cuadrático entero mixto formulado de manera eficiente y compacta, que resuelve mediante un software de optimización comercial. Sin embargo, solo se aportan resultados para redes pequeñas.

### 3.3. Técnicas puramente heurísticas

La enorme naturaleza combinatoria del problema ha motivado a los investigadores a dirigirse hacia técnicas puramente heurísticas. Los métodos se han caracterizado por el desarrollo de fórmulas empíricas que valoran la reducción de pérdidas cuando hay una operación de intercambio de interruptores y la propuesta de reglas que reducen el número de interruptores candidatos en las operaciones de intercambio. Estas reglas se han basado en la seguridad de que reduciendo la carga de los equipos y alimentadores provoca una reducción de las pérdidas. Este tipo de metodologías tienen en común que son fáciles de implementar y tienen una elevada eficiencia de búsqueda al reducir los tiempos de procesamiento, pero en general no convergen a la solución óptima global en los sistemas de distribución de gran dimensión.

Los orígenes de estos métodos se remontan a las publicaciones de Civanlar et al. [26] y Goswami et al. [27]. La idea base en [26] consiste en un cambio heurístico de interruptor partiendo de una red radial inicial. Los interruptores candidatos para realizar la operación de intercambio son aquellos normalmente abiertos cuyos nudos extremos tienen una diferencia de tensión apreciable, proponiéndose el traspaso de las cargas de un alimentador a otro. La elección final del interruptor en cada etapa se realiza con la ayuda de una fórmula aproximada que evalúa la variación de las pérdidas cuando se ejecuta el cambio de interruptor. Posteriormente en [27] se mejora el método propuesto anteriormente, simplemente limitando las operaciones de cambio de interruptor a un solo bucle en cada iteración, en el cual se cierra el interruptor de interconexión y se busca otro interruptor dentro del bucle que minimice las pérdidas.

Las siguientes publicaciones se basan en los dos trabajos anteriores. A continuación se indica escuetamente la principal característica de cada uno de ellos, siguiendo un orden cronológico:

- Baran y Wu [28] mejoran el método propuesto en [26] introduciendo dos fórmulas aproximadas del flujo de potencia cuando se transfieren las cargas de un alimentador a otro, incluyendo en la propia fórmula las restricciones eléctricas, sin necesidad de verificarlas posteriormente. Partiendo de una configuración inicial, la estrategia de búsqueda solo considera un subconjunto de los posibles árboles.
- Castro y Watanabe [29] no se limita a la opción de conmutación más prometedora, sino que considera un mayor número de operaciones de intercambio de interruptor, haciendo la estrategia de búsqueda más extensiva y por tanto aumenta la probabilidad de encontrar mejores soluciones.

- Fan et al. [30] modela las cargas por fuentes de corriente. Partiendo de una red radial, cierra el interruptor formando un bucle. Calcula el incremento de pérdidas al intercambiar las ramas vecinas del bucle formado, seleccionando la que provoque mayor reducción.
- Taleski y Rajicic [31] minimizan la energía perdida en lugar de la potencia, lo que requiere un mayor número de datos de entrada para describir la curva de carga diaria de cada consumidor.
- Sarfi et al [32] propone la teoría de particiones con el propósito de superar el inconveniente que suponen los problemas con un excesivo tamaño, aunque no se prueban redes de gran dimensión.
- Lin y Chin [33] proponen tres índices estadísticos: de tensión, óhmico y un tercero de decisión como producto de los anteriores. Estos índices tienen asociados factores de peso dependiendo de la posición relativa de la rama respecto del interruptor que ha formado el bucle y del número de ramas del bucle. Se abre la rama que posea un valor mayor del índice de decisión.
- McDermot et al. [34] propone un algoritmo constructivo, que parte de una red con todos los interruptores desconectados, y en cada etapa, cierra el interruptor que menor incremento provoca en la función objetivo, hasta conseguir la configuración final. La función se define como el incremento de pérdidas dividido por el incremento de cargas alimentadas.
- Gomes et al. [35] parte de la red completamente mallada. Realiza un flujo de cargas y calcula el incremento de pérdidas producido al abrir cada uno de los interruptores de forma separada; abriendo definitivamente el interruptor que ha provocado menor incremento. El proceso se repite hasta conseguir la red radial. Trabajo analizado con detalle en la sección 3.5.3.
- Martin y Gil [36] también utiliza la técnica de intercambio de interruptores por bucle e iteración. Selecciona los interruptores candidatos basándose en la dirección de los flujos tanto de potencia activa como reactiva. Para cada una de las posibles configuraciones realiza un flujo de cargas y selecciona el que menos pérdidas proporciona.
- Zhu et al. [37] presenta un nuevo flujo de carga para redes radiales en sistemas de distribución y utiliza las reglas empleadas en las operaciones reales de los sistemas como método heurístico para el intercambio de interruptores.

### 3.4. Métodos basados en la inteligencia artificial

En el grupo perteneciente a la inteligencia artificial pueden encontrarse un gran número de familias, como son: algoritmos evolutivos, redes neuronales artificiales, recocido simulado, búsqueda tabu, colonia de hormigas, etc. En estos métodos de resolución pueden destacarse dos inconvenientes, primero es que requieren una gran cantidad de tiempo para su ejecución y segundo que para evitar que las soluciones converjan hacia mínimos locales es necesario realizar una buena implementación para el problema específico que se desea resolver. Sin embargo, estas técnicas se adaptan muy bien a problemas de optimización donde su elevada naturaleza combinatoria los convierte en problemas de gran dimensión.

A continuación se agrupan las diferentes técnicas exponiendo la idea básica de cada una de ellas, y se indica la principal característica de una selección de trabajos basados en estos procedimientos, siguiendo un orden cronológico:

#### Algoritmos evolutivos

Los algoritmos evolutivos están basados en los mecanismos de la genética y la selección natural. La codificación discreta de las cadenas representa la genética, y permite adaptar con gran facilidad el estado binario de los interruptores en el problema de la reconfiguración. Una característica interesante de esta metodología es que parte de una población grande de individuos (representando cada uno de ellos una configuración radial diferente), y no de uno solo como en las técnicas anteriores. Se seleccionan individuos para someterlos a operaciones de cruce, obteniendo nuevos individuos hijo. Parte de ellos sufren mutaciones para evitar mínimos locales y explorar nuevos espacios de soluciones. Posteriormente se aplica el elitismo, seleccionando solo los mejores individuos, que son aquellos que menor valor provocan en la función objetivo. Las investigaciones en este grupo se focalizan en la presentación de nuevas codificaciones del individuo y operadores que sean rápidos y que obtengan nuevos individuos con una configuración ya radial.

- Nara et al. [38] codifica cada individuo como un conjunto de bits que representa el estado de los interruptores. La función objetivo calcula las pérdidas totales del sistema y penaliza las violaciones de caída de tensión y capacidad de las líneas. Los resultados obtenidos son buenos pero el tiempo empleado es excesivo.
- Song et al. [39] propone una programación evolutiva controlada por la lógica difusa. La mutación se realiza de forma adaptativa durante el proceso de

evolución, para ajustar el número de mutaciones, y con ello aumentar la rapidez del proceso evolutivo.

- Huang [40] utiliza un algoritmo genético mejorado basado en lógica difusa multiobjetivo para resolver el problema de reconfiguración.
- Delbem et al. [41] propone un nuevo y eficiente codificado del árbol y bosque, como conjunto de árboles que representan al sistema radial completo. La codificación está basada en las cadenas gráficas. Utiliza dos operadores que trasfieren ramas de un árbol a otro para generar nuevas configuraciones.
- Mendoza et al. [42] propone una estrategia de codificación basada en abrir los bucles fundamentales del sistema, lo que permite generar siempre individuos viables y reducir el espacio de búsqueda. Trabajo analizado con detalle en la sección 3.5.5.
- Enacheanu et al. [43] mantiene la estrategia de codificación empleada por Mendoza, pero el algoritmo se mejora incorporando la teoría de matrices y grafos en las operaciones de cruce y mutación.
- Ramos et al. [19] codifica los individuos utilizando el concepto de camino propuesto en esta tesis. Cada individuo está representado por un vector con tantos bits como caminos, y agrupados en bloques correspondientes a cada nudo. Un individuo factible será aquel que tenga activado un bit por cada bloque.
- Carreno et al. [44] presenta una nueva codificación en dos bloques, en el primero almacena los interruptores cerrados y en el segundo los abiertos. Aplica un operador de cruce y obtiene un único hijo, sobre el que realiza una mejora heurística. Esta mejora está basada en la estrategia propuesta por Civanlar et al. Este método mantiene la radialidad de los individuos y preserva la diversidad de las generaciones.
- Ching-Tzong y Lee [45], Chiou et al. [46] y Niknam [47] presentan algoritmos híbridos de evolución diferencial, basados en búsquedas estocásticas, que consiguen una convergencia más rápida; sin embargo, esta ventaja permite una probabilidad más alta de obtener mínimos locales. Para superar este inconveniente, se proponen diferentes versiones híbridas.
- Tsai y Hsu [48] propone un análisis de correlación Grey para integrar diferentes objetivos de la operación del sistema y proporcionar un valor que represente la función a minimizar.



- Cebrian y Kagan [49] incluyen las pérdidas de la red e índices de calidad de suministro aplicando el método de simulación Monte Carlo. Es de resaltar en este caso el uso de una codificación en base decimal.
- Santos et al. [50] aplican la codificación basada en la profundidad del nodo, que permite generar con sencillez las configuraciones radiales. El diseño de operadores de cruce específicos crean de forma rápida nuevos individuos y mantienen la radialidad. Trabajo analizado con detalle en la sección 3.5.7.

### **Redes neuronales**

Presentan una excelente característica para el problema de la reconfiguración, y es que ofrece reducidos tiempos de solución para redes de gran dimensión, sin embargo requieren un tiempo elevado para su entrenamiento, el cual debe ser específico para cada red y se debe actualizar para cualquier cambio que se produzca en las características del sistema. Hay que resaltar que la exactitud de la solución depende de la exactitud de los datos proporcionados durante el entrenamiento.

- Kim et al. [51] dividen la red en diferentes zonas de carga con sus propias redes neuronales, con objeto de evitar el problema del entrenamiento de las redes neuronales para sistemas de gran tamaño. Los datos para el entrenamiento de las redes los obtiene planteando un problema de programación cuadrática e incluyendo las restricciones eléctricas.
- Salazar et al. [52] mejoran la estructura de la red neuronal artificial usando técnicas de agrupamiento, reduciendo de esta manera el número de datos de entrada para su entrenamiento.

### **Recocido simulado**

El recocido simulado se denomina así por su analogía con el proceso físico de simulación de enfriamiento de materiales, donde el control de la temperatura juega un papel relevante para llegar a un estado de mínima energía. Normalmente en las técnicas de optimización se parte de una configuración inicial y mediante perturbaciones se aceptan las nuevas configuraciones que mejoran la función objetivo. En esta técnica heurística se permiten algunos movimientos hacia soluciones peores, con el objeto de evitar que el sistema caiga en mínimos locales. Pero por si la búsqueda está realmente yendo hacia una buena solución, estos movimientos “de escape” deben realizarse de un modo controlado. Este control se realiza mediante una función de probabilidad que hará disminuir la probabilidad de

esos movimientos hacia soluciones peores conforme avanza la búsqueda, y por tanto estamos previsiblemente más cerca del óptimo global. El parámetro de control se denomina generalmente “temperatura”, por su analogía con su origen. Esta estrategia necesita del valor de varios parámetros, los cuales tienen una gran influencia en la calidad de las soluciones generadas [53].

- Jeon et al. [54] propone la técnica del Recocido Simulado diseñando un programa de enfriamiento basado en la estadística durante el proceso de enfriamiento, lo que le permite abordar redes de gran tamaño. Trabajo analizado con detalle en la sección 3.5.1.
- Jeon y Kim [55] modifica la técnica anterior incluyendo también la búsqueda tabú para mejorar la búsqueda local. Este método híbrido permite mejorar el tiempo de computación en comparación con la aplicación de las dos técnicas por separado. Sin embargo los autores no la aplican a la red de gran tamaño utilizada en su anterior publicación.

### **Búsqueda tabú**

La búsqueda tabú es una estrategia para resolver problemas de optimización combinatoria. La idea básica es continuar con una búsqueda cuando se llega a un mínimo local, permitiendo movimientos que no mejoran la solución. Para evitar regresar a soluciones pasadas y entrar en ciclos, usa una memoria temporal, llamada “lista tabú”, que guarda la historia reciente de la búsqueda.

- Zhang et al. [56] mejora la búsqueda tabú estándar, incluyendo un operador de mutación para evitar óptimos locales. Con objeto de disminuir el espacio de búsqueda en cada cambio de interruptor y mejorar la eficiencia del método, propone una formula aproximada para detectar el mejor interruptor de cambio en cada bucle formado. El espacio de búsqueda está formado por dicho interruptor y sus vecinos.

### **Colonia de Hormigas**

Basado en el comportamiento colaborativo de las hormigas para encontrar buenas rutas desde el nido a los centros de comida. La hormiga sale del nido y se mueve alrededor aleatoriamente. Después de encontrar una buena fuente de comida la hormiga suelta feromonas en su camino de vuelta al nido, dependiendo de la cantidad y calidad de la comida encontrada, con el objeto de ayudar al resto de hormigas, que refuerzan el camino con más feromonas. Las feromonas se evaporan

y desaparecen si no se las refuerza. Esta técnica se ha mostrado como una poderosa herramienta para resolver problemas de optimización discreta en diferentes campos.

- Su et al. [57] emplea una función de probabilidad de cambio de interruptor que depende del nivel de feromona del interruptor y del inverso de la distancia. En cada generación realiza dos actualizaciones de las feromonas, una local para cada nueva configuración obtenida y otra global para la mejor configuración.
- Carpaneto y Chicco [58] introduce la variación de las feromonas en el rango  $[0,1]$ , lo que proporciona un escalado automático de la función objetivo y resulta más sencilla y robusta la implementación. Solo realiza una actualización global de feromonas en cada generación para la mejor configuración, y la función de probabilidad solo depende del nivel de feromonas. Trabajo analizado con detalle en la sección 3.5.6.

### **Sistemas expertos**

Como los algoritmos basados solo en la heurística, las reglas utilizadas en los sistemas expertos están basadas en las restricciones de operación del sistema y no directamente en la reducción de las pérdidas. Las limitaciones de esta metodología son similares a los métodos basados en la heurística.

- Chang et al. [59] introduce esta metodología en el desarrollo de un software para el análisis y control de los sistemas de distribución.
- Das [60] utiliza la lógica difusa para alcanzar cuatro objetivos, entre los que se encuentra la minimización de pérdidas. Emplea técnicas puramente heurísticas basadas en Civanlar et al. para seleccionar los interruptores candidatos al cambio, calculando la diferencia de tensión existente en los interruptores normalmente abiertos. Las reglas heurísticas se incorporan en el algoritmo para minimizar el número de operaciones.

### 3.5. Técnicas aplicadas a redes de gran dimensión

Después de realizar un breve resumen sobre las técnicas utilizadas para resolver el problema de la reconfiguración de redes para conseguir la minimización de pérdidas, corresponde entrar en el detalle de aquellas cuyos autores la han aplicado a sistemas de gran dimensión, que es uno de los principales objetivos de esta tesis.

En los resultados obtenidos en esta tesis se ha constatado que el comportamiento del modelo propuesto es similar ante cualquier red, independientemente de sus características y tamaño. Sin embargo cuando se alcanzan tamaños de redes del orden de la red de 1043 nudos (1181 ramas y 139 ramas) se observan oscilaciones en los resultados finales (poco o nada apreciables en redes de tamaño menor), debido a la enorme naturaleza combinatoria del problema. La forma de abordar esta dificultad en la tesis ha sido la reducción del espacio de búsqueda, disminuyendo con criterios razonables (heurística) el número de caminos. Se destaca esta característica porque en los trabajos analizados en el estado del arte, es un objetivo siempre buscado “reducir el espacio de búsqueda”, independientemente de la técnica utilizada.

Imponer la radialidad es otro de los grandes obstáculos, que muchos autores lo superan comprobando esta restricción en cada iteración. Otros diseñan mecanismos de intercambio de rama adecuados (heurísticos) o codifican de forma apropiada los individuos y sus operadores de cruce (algoritmos evolutivos), para conseguir que todas las configuraciones analizadas sean radiales sin necesidad de verificarlo. El modelo propuesto en esta tesis incorpora en el sistema de ecuaciones la propia restricción de radialidad.

Otra característica a valorar, después de la revisión del estado del arte, es que todas las técnicas propuestas en la literatura requieren de la definición de un conjunto de parámetros, cuyo valor es ajustado por los autores en función del tipo de red y sobre todo de su tamaño. También en el modelo de solución propuesto en esta tesis existen unos parámetros asociados al mismo, pero se verá como una vez sintonizados sus valores, estos permanecen inalterados independientemente de la red analizada.

El resto de características de cada modelo depende directamente de la técnica utilizada para resolver el problema y resulta complejo poder compararlas si las técnicas empleadas son diferentes, aún perteneciendo a un mismo grupo de clasificación.

### 3.5.1. Jeon et al. (2002)

Los autores en [54] utilizan la técnica del Recocido Simulado. Para poner en práctica esta técnica es necesario definir un apropiado mecanismo de perturbación, la función de costes y el programa de enfriamiento.

El mecanismo de perturbación elegido es el propuesto por Chiang y Jean-Jumeau en [14] y [15]. Parte de una red radial, selecciona uno de los interruptores abiertos y lo cierra, formando un bucle. Para volver a la configuración radial se abre aleatoriamente un interruptor del bucle formado. Se incluye como novedad el aumento de la probabilidad para elegir un interruptor que forme un bucle de gran dimensión. Con este mecanismo de perturbación se asegura la radialidad en cada paso.

La función de costes representada por (2.6) incluye las pérdidas calculadas para cada configuración radial,  $P_{loss}^{total}$ , más las penalizaciones cuando se incumplen las restricciones eléctricas de capacidad en las líneas,  $A(x)$ , y de caída de tensión,  $B(x)$ . Al principio de la simulación los valores de los factores de penalización ( $\alpha$  y  $\beta$ ) son pequeños para suavizar el rechazo de configuraciones con violaciones eléctricas, y al final del proceso estos valores aumentan para rechazar con claridad aquellas redes radiales en las que se incumplen las restricciones eléctricas.

$$\min f(x) = P_{loss}^{total} + \alpha \cdot A(x) + \beta \cdot B(x) \quad (2.6)$$

El programa de enfriamiento se define mediante la selección de los siguientes parámetros:

- Número de configuraciones nuevas generadas para cada temperatura.
- Temperatura inicial ( $T_0$ ), que debe ser lo suficientemente elevada para que se acepten todas las configuraciones generadas al principio.
- Función que disminuye la temperatura ( $T_{k+1}$ ), que depende de la temperatura anterior ( $T_k$ ) y de la desviación estándar de la función de costes de todas las redes generadas para la temperatura  $T_k$  ( $\sigma_{T_k}$ ).

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{1 + \frac{T_k \cdot \ln(1 + cte)}{3 \cdot \sigma_{T_k}}} \quad (2.7)$$

- Temperatura final, cuyo valor está basado en una extrapolación de los costes esperados.

El criterio característico del Recocido Simulado para aceptar las nuevas configuraciones que han empeorado su función de costes es el indicado en la expresión (2.8), donde  $\Delta f$  representa el incremento de pérdidas que se ha producido y  $R$  es un número aleatorio en el rango  $[0,1]$ . Se observa que al disminuir la temperatura, disminuye la probabilidad de aceptar la configuración que ha empeorado la función de costes.

$$\exp\left(\frac{-\Delta f}{T_k}\right) > R \quad (2.8)$$

El método propuesto se ha aplicado a varias redes conocidas en la literatura, alcanzando en todas ellas el óptimo conocido. Finalmente utiliza un sistema real con 362 nudos, 421 interruptores y 58 bucles. La validez y efectividad del método queda demostrada con las pruebas realizadas, pero en general este tipo de técnicas adolecen de necesitar un excesivo tiempo de simulación.

### 3.5.2. Schmidt et al. (2005)

La función objetivo a minimizar en [20] está formada por un primer sumando que calcula las pérdidas de la red y un segundo que representa la primera ley de Kirchhoff en cada uno de los nudos de la red:

$$\min E(\tilde{i}) = L \cdot \sum_{jk \in \Omega_B} r_{jk} \cdot c_{jk}^2 \cdot i_{jk}^2 + K \cdot \sum_p \left( \sum_{jk \in \Omega_{Bp}} c_{jk} \cdot i_{jk} + I_p \right)^2 \quad (2.9)$$

$\tilde{i}$  vector de todas las corrientes de rama

$L$  y  $K$  pesos de los dos sumandos en la función objetivo y son determinados por la experiencia

$I_p$  corriente consumida por el nudo  $p$

$\Omega_B$  conjunto de ramas del sistema

$\Omega_{Bp}$  conjunto de ramas conectadas al nudo  $p$

$r_{jk}$  resistencia de la rama  $jk$

$c_{jk} = \frac{I_{\max branch}}{I_{base}}$  corriente máxima que soporta la rama en p.u.

$i_{jk} = \frac{I_{jk}}{I_{\max branch}}$  corriente que circula por la rama en relación a la máxima admisible.

El producto  $c_{jk} \cdot i_{jk}$  proporciona directamente el valor de la corriente que circula por la rama en p.u., permitiendo formular de forma sencilla la restricción de capacidad por las ramas.

Dado que la función objetivo es cuadrática, el problema es resuelto mediante el método estándar de Newton con segundas derivadas:

$$\tilde{i}^{(k+1)} = \tilde{i}^{(k)} - [\nabla^2 E(\tilde{i}^{(k)})]^{-1} \cdot \nabla E(\tilde{i}^{(k)}) \quad (2.10)$$

El procedimiento que realiza es el siguiente:

1. Parte de la red mallada con todos los interruptores cerrados.
2. Resuelve la ecuación (2.10) para determinar la corriente en todas las ramas y calcular las pérdidas.
3. En el caso de que se produzcan sobrecargas en las ramas, se añaden a la función objetivo términos de penalización.
4. Calcula de forma aproximada el incremento de pérdidas que provoca la apertura de cada interruptor, creando una lista ordenada. El incremento de pérdidas se calcula mediante la expresión (2.11), donde se despreciará la variación de corriente en cada una de las ramas excepto en la rama donde se ha producido la apertura del interruptor. Esta simplificación convierte la ecuación (2.11) en una simple y rápida operación escalar.

$$E(\tilde{i} + \Delta\tilde{i}) - E(\tilde{i}) = (\Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla E) + \left( \frac{1}{2} \Delta\tilde{i}^t \cdot \nabla^2 E \cdot \Delta\tilde{i} \right) \quad (2.11)$$

5. Toma los “ $n$ ” primeros candidatos de la lista, y para cada uno de ellos, se abre el interruptor y se calcula el valor exacto del incremento de pérdidas que provoca, reordenando nuevamente la lista. El número de candidatos “ $n$ ” es definido por el usuario y es un compromiso entre la rapidez y exactitud del método.
6. Comprueba si la red es conexa y abre definitivamente el interruptor que provoca menores pérdidas. En caso negativo toma el siguiente interruptor de la lista.
7. Comprueba si el número de interruptores abiertos coincide con el número de bucles. En caso positivo finaliza el proceso.
8. Repite el proceso desde el paso 2.

La rapidez del algoritmo propuesto depende del número de interruptores candidatos “n” seleccionado, un valor bajo aumenta la rapidez pero va en detrimento de la exactitud de las pérdidas y por tanto de la calidad de las soluciones obtenidas. La rapidez anunciada permite su aplicación en tiempo real y sobre redes de gran dimensión.

Se presentan buenos resultados en las redes probadas, aunque no los óptimos. Se prueba sobre una red real de gran dimensión de 1107 nudos y 21 bucles, pero solo 129 interruptores. Como ya se ha expuesto en la introducción, la enorme naturaleza combinatoria del problema no la define el número de nudos y ramas, sino el número de interruptores y el número de bucles. Por lo tanto la red podríamos clasificarla dentro de las de tamaño medio dentro de los problemas de optimización.

Uno de los problemas del método es que no incluye en la formulación la restricción de radialidad de la red, necesitando comprobar en cada paso que la red es conexa y que al final el número total de interruptores abiertos coincide con el número de bucles.

### 3.5.3. Gomes et al. (2005)

El método heurístico propuesto en [35] para resolver el problema de la reconfiguración parte de la red mallada con todos los interruptores cerrados. En cada iteración se abre el interruptor que menor incremento de pérdidas provoca, calculado mediante un programa de flujo de carga. Posteriormente se permite un ajuste de la solución valorando los interruptores vecinos a los interruptores definitivamente abiertos.

El método propuesto se basa en la aplicación de dos procedimientos consecutivos:

Procedimiento A:

1. Actualiza la lista de ramas que pueden ser maniobradas.
2. Partiendo de la red mallada con todos los interruptores cerrados, abre una rama “i” y comprueba si la red no está aislada.
3. Si la red está aislada se cierra la rama y se vuelve al paso 2 con la siguiente rama “i+1”
4. Si la red es conexa, se resuelve y calcula las pérdidas que provoca. Se vuelve al paso 2 con la siguiente rama “i+1”.



5. Una vez comprobadas todas las ramas de la lista, se selecciona la que ha producido menores pérdidas, dejando esta rama abierta definitivamente y guardando en una lista las ramas vecinas (adyacentes) del mismo lazo.
6. Actualiza la lista de ramas que pueden ser maniobradas, eliminando la rama abierta definitivamente, así como el resto de ramas de dicho lazo que no pertenecen a otro lazo.
7. Vuelta al paso 2 con  $i=1$ , hasta que la lista de ramas operables esté vacía.
8. El procedimiento continúa hasta que el número de ramas abiertas coincide con el número de bucles independientes.

#### Procedimiento B:

1. Parte de la red radial obtenida del procedimiento A.
2. Para cada uno de los interruptores abiertos, se intercambia dicho interruptor con cada uno de sus vecinos, se comprueba si la nueva red es factible y se calculan sus pérdidas. Si las pérdidas son menores se procede al intercambio de interruptores.

El procedimiento es simple y efectivo, calcula en cada uno de los pasos las pérdidas reales de cada configuración. En todas las pruebas presentadas obtiene el óptimo o una red próxima.

El método no incluye en su formulación la restricción de radialidad de la red, necesitando comprobar en cada paso que la red es conexa y que al final el número total de interruptores abiertos coincide con el número de bucles independientes.

Se prueba sobre una red real de gran dimensión de 476 nudos y 22 interruptores. En este caso no se informa del número de bucles independientes, y dado el número de interruptores podemos clasificarla de tamaño pequeño dentro de los problemas de optimización, aunque el título de la publicación indique lo contrario.

### 3.5.4. Gomes et al. (2006)

Este trabajo [21] es una continuación de la publicación de los mismos autores [35], que ya ha sido analizada en la sección anterior. Por ello ahora solo nos centraremos en las diferencias y nuevas aportaciones.

Emplea el procedimiento A ya utilizado en la publicación [35], pero con las siguientes novedades:

- Introduce un flujo de potencia óptimo (OPF) con el objetivo de obtener un número reducido de interruptores candidatos que pueden abrirse.
- Incorpora en el OPF las restricciones del problema.

El interruptor de la rama “k-m” se modela usando una variable continua  $x_{km}$  para representar su estado, la cual puede tomar valores entre 1 (totalmente cerrado) y 0 (totalmente abierto). Esta variable se multiplica por la admitancia de cada una de las ramas. Para representar un interruptor abierto, se asigna a  $x_{km}$  un valor cercano a cero, obteniéndose una impedancia de valor elevado y por lo tanto una rama ficticia.

La función objetivo a minimizar del problema de optimización toma la forma de la expresión (2.12) y el resto de ecuaciones corresponde a las restricciones de igualdad del flujo de potencia y a las restricciones de desigualdad que limitan la operación del sistema.

$$\sum_{(k,m) \in \Omega_l} c_{km}^{loss} \cdot L_{km} + \sum_{(k,m) \in \Omega_l} c_{km}^{use} \cdot x_{km} \quad (2.12)$$

$\Omega_l$  conjunto de ramas del sistema

$c_{km}^{loss}$  coste de la pérdida de potencia de la rama k-m

$L_{km}$  pérdida de potencia de la rama k-m

$c_{km}^{use}$  coste de utilización de la rama k-m

$x_{km}$  variable continua del estado del interruptor de la rama k-m

El primer sumando de la función objetivo corresponde a las pérdidas en las ramas de la red y el segundo al coste de utilización de cada rama (este último de interés en tareas de planificación). Minimizar el primer sumando implica que todas las variables  $x_{km}$  tomen el valor unidad, pues es bien conocido que las menores pérdidas se producen en la red mallada con todos los interruptores cerrados. Sin embargo, minimizar el segundo sumando implica disminuir el valor de  $x_{km}$ . Este

conflicto se resuelve mediante los parámetros de coste, tomándose el valor unidad para el coste de las pérdidas y valores entre 0,001 y 0,1 para el coste de utilización de las ramas, cuya elección la realiza mediante un análisis de sensibilidad.

El procedimiento finalmente seguido es el mismo que en la sección anterior, salvo en el paso 2 del procedimiento A, que tiene la siguiente redacción:

Realiza un OPF y obtiene los valores de  $x_{km}$ . Toma solo aquellos interruptores cuya variable asociada está cercana a cero. Un número de interruptores adecuado según las pruebas realizadas es dos veces el número de bucles independientes.

Las redes de prueba son las mismas que en la sección anterior y los comentarios al modelo propuesto son iguales, apareciendo las siguientes mejoras:

- Se reduce el número de interruptores candidatos a ser abiertos en cada paso.
- El número de flujos de carga necesarios es menor, permitiendo reducir los tiempos de simulación.

Esta reducción de los tiempos de simulación es a costa de disminuir el espacio de búsqueda, lo que provoca que en la red de Baran y Wu analizada no se obtenga el óptimo, a diferencia del método original propuesto por los mismos autores.

### 3.5.5. Mendoza et al. (2006)

En esta publicación [42] los autores proponen una nueva codificación de los individuos basado en los bucles fundamentales. Esta codificación permite imponer de forma sencilla la radialidad de la red, pues es condición necesaria que permanezca abierto un interruptor por cada bucle.

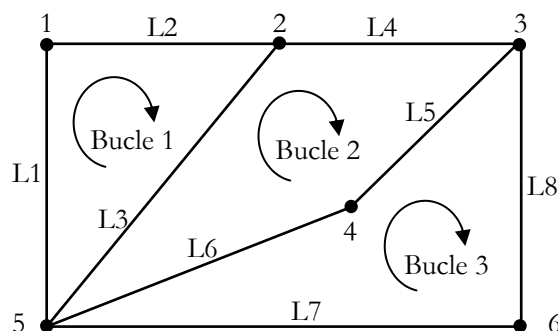


Figura 3.1 Red ejemplo para la obtención de los bucles fundamentales.

En la figura 3.1 se muestra una red ejemplo con sus tres bucles fundamentales, formados por las siguientes líneas:

Bucle 1 = [L1, L2, L3]

Bucle 2 = [L3, L4, L5, L6]

Bucle 3 = [L5, L6, L7, L8]

La codificación de los individuos se realiza mediante un vector cuyo tamaño se corresponde con el número de bucles fundamentales de la red, en el que se indica el interruptor que permanece abierto. Esta codificación permite tener cadenas más cortas que en trabajos anteriores, donde cada bit del individuo representaba un interruptor del sistema.

La población inicial de individuos se realiza de forma aleatoria, seleccionando un interruptor de cada bucle, con la precaución de no tomar dos interruptores con la misma carga genética, es decir, los interruptores L5 y L6 no pueden formar parte de un individuo, pues ambos pertenecen simultáneamente a los bucles 2 y 3. Esta forma de seleccionar individuos reduce el espacio de búsqueda, pues incluye la condición de radialidad.

Otra aportación de este trabajo es el diseño de operadores genéticos adaptados a la reconfiguración, pues los nuevos individuos que se obtienen poseen ya una

configuración radial, reduciendo de esta forma los tiempos de búsqueda. Los operadores son los siguientes:

- En la operación de cruce, se selecciona de forma aleatoria dos individuos de la generación actual y una posición de la cadena, intercambiando finalmente sus contenidos y creando dos nuevos individuos (hijos). En la figura 3.2 se representa de forma gráfica esta operación de cruce, donde se han elegido dos individuos aleatoriamente y en ellos la tercera posición para realizar el intercambio. El hijo 1 no es viable porque los interruptores de las líneas 5 y 6 tienen la misma carga genética, por ello se elige un nuevo punto de cruce (en este caso la posición 2) que vuelve a intercambiar con el individuo 2.

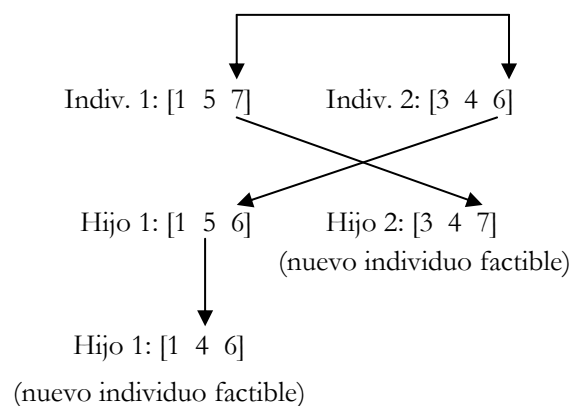


Figura 3.2 Operación de cruce.

- En la operación de mutación se selecciona aleatoriamente una posición de un individuo y se cambia el interruptor por otro del mismo bucle y que mantenga la radialidad.

El resto del proceso es similar a otros algoritmos genéticos: se comprueba la radialidad de los individuos generados, se resuelve cada una de las configuraciones, se comprueban las restricciones eléctricas y se calculan las pérdidas asociadas, seleccionando solo aquellos individuos que tienen menores pérdidas (elitismo).

El algoritmo se aplica a redes de diferente tamaño ampliamente usadas en la literatura, obteniéndose el óptimo en todas ellas. Destaca que el número de individuos en cada población y el número de generaciones es menor en comparación con trabajos anteriores.

Del método propuesto por el autor puede destacarse que la formación de individuos para la generación inicial, así como los operadores genéticos utilizados, proporcionan configuraciones radiales, gracias a la codificación basada en los bucles fundamentales. Sin embargo en las operaciones de cruce es necesario comprobar

que los interruptores de cada hijo no tienen la misma carga genética, como ocurre en el ejemplo de la figura 3.2, donde ha sido necesario repetir el cruce. Este hecho ha permitido reducir el espacio de búsqueda, pues solo se trabaja con individuos viables, lo que ha supuesto una reducción del número de generaciones necesarias y el tiempo de simulación.

Se presentan resultados sobre tres redes de pequeño tamaño hasta 33 nudos, presentando mejoras al reducir el tamaño y número de generaciones con respecto a trabajos anteriores. La metodología propuesta para reducir el espacio de búsqueda ha permitido a los autores trabajar también con un sistema real de 917 nudos, 959 líneas y 43 bucles. Este tamaño de red puede ser comparable a las grandes redes utilizadas en esta tesis, pero no se aportan datos del número de interruptores maniobrables, ni del número de generaciones y de individuos por población, ni del tiempo empleado.

### 3.5.6. Carpaneto y Chicco (2008)

En esta publicación [58] se parte de una red radial inicial, provocando los cambios de configuración propuestos por Civanlar et al en [26], donde se cierra un interruptor normalmente abierto y se vuelve a abrir otro interruptor del bucle que se ha formado. Este mecanismo de cambio asegura que todas las nuevas redes obtenidas siguen siendo radiales.

Para cada iteración “ $b$ ”, se comienza con la mejor red obtenida hasta el momento  $X_{best}$ . Se colocan  $N$  hormigas en los interruptores abiertos elegidos de forma aleatoria. Cada una de las hormigas introduce un cambio de interruptor, generándose  $N$  configuraciones en cada iteración. La lista de interruptores que pueden provocar el cambio está formada por el propio interruptor abierto donde se encuentra la hormiga y sus vecinos dentro del bucle formado. La distancia para considerar un interruptor como vecino se fija previamente al inicio del procedimiento.

El número de cambios de interruptor que puede realizar cada hormiga se determina de forma aleatoria en un rango predefinido. Una vez realizados todos los cambios se evalúa la función objetivo para cada una de las  $N$  configuraciones obtenidas, seleccionando la mejor red de la iteración actual  $X_{best}^{(h)}$  (elitismo).

Inicialmente todos los interruptores tienen un valor de feromona igual a uno,  $\xi_z^{(0)} = 1$  (máximo valor). Al final de cada iteración “ $b$ ” se toma la mejor red radial y se procede a la actualización de la cantidad de feromona de cada uno de los interruptores según la expresión (2.13). Disminuye la cantidad de feromona de los interruptores cerrados dependiendo del factor de evaporación ( $\rho$ ) y aumenta la correspondiente a los interruptores abiertos. La función propuesta por los autores provoca que si un interruptor permanece abierto en la mejor configuración de cada iteración, su nivel de feromona se mantiene en 1.

$$\xi_z^{(h)} = \begin{cases} \xi_z^{(h-1)} + \rho \cdot \left( \frac{f(X_{best})}{f(X_{best}^{(h)})} - \xi_z^{(h-1)} \right) & \text{interruptores abiertos} \\ (1 - \rho) \cdot \xi_z^{(h-1)} & \text{resto de interruptores} \end{cases} \quad (2.13)$$

donde  $f(X_{best})$  representa el valor de la función objetivo para la mejor configuración hasta el momento actual y  $f(X_{best}^{(h)})$  el valor de la mejor configuración de la iteración “ $h$ ”.

Para la selección del interruptor que se va a intercambiar, se asigna una probabilidad a cada uno de los interruptores que pueden participar en el intercambio, dada por la expresión (2.14), que como puede observarse depende del nivel de feromona que tiene cada interruptor con respecto al resto. Con ello se favorece que los interruptores con mayor nivel de feromona formen parte de la siguiente configuración.

$$\psi_m = \frac{v_m}{\sum_{q=1}^M v_q} \quad (2.14)$$

donde  $v_m$  representa nivel de feromona del interruptor  $m$  de la lista de interruptores factibles para el intercambio y  $M$  es el número de interruptores de la lista.

Los autores prueban la técnica diseñada con una red de 531 nudos, 554 ramas y 23 bucles, comparando los resultados con la técnica del Recocido Simulado, encontrando buenas soluciones con menos tiempo de computación.



### 3.5.7. Santos et al. (2010)

En esta publicación [50] los autores aplican la codificación basada en la profundidad del nodo, que permite generar con sencillez las configuraciones radiales. Asimismo se han diseñado operadores de cruce que se adaptan perfectamente a la codificación seleccionada y permiten obtener nuevos individuos viables.

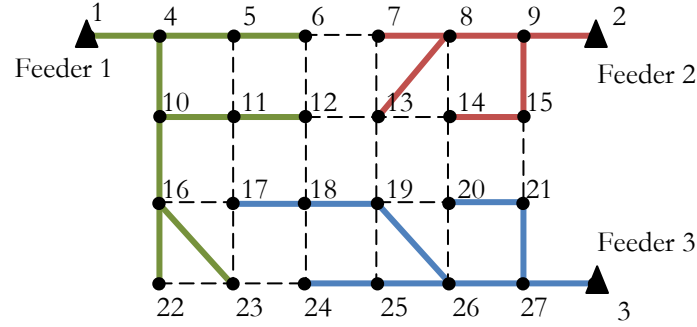


Figura 3.3 Red ejemplo para la codificación mediante la profundidad del nodo.

El sistema de la figura 3.3 está compuesto por 27 nudos, donde los nudos 1, 2 y 3 representan subestaciones. Las ramas representadas por líneas de trazos discontinuos representan interruptores abiertos que permiten la configuración radial. Las líneas con trazos continuos se corresponden con interruptores cerrados, formando 3 feeders diferentes, que se destacan con colores diferentes.

La codificación mediante la profundidad del nodo utiliza un vector para cada feeder donde almacena el nodo y su profundidad, entendiendo por profundidad el número de ramas que separan al nodo de la subestación que lo alimenta. El orden de aparición de los nodos en el vector va desde el nodo correspondiente a la subestación hasta cada uno de los nodos terminales de cada feeder. En la figura 3.4 se representa la codificación de los tres árboles de la red ejemplo, formando el bosque (conjunto de los tres árboles) de la configuración radial mostrada en la figura 3.3.

$$T_1 = \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 10 & 11 & 12 & 16 & 22 & 23 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 9 & 15 & 14 & 8 & 7 & 13 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 \\ 3 & 27 & 21 & 20 & 26 & 19 & 18 & 17 & 25 & 24 \end{bmatrix}$$

Figura 3.4 Codificación de los tres árboles de la red ejemplo.

Una vez definida la codificación de cada individuo, propone dos operadores que modifican al individuo padre y genera un nuevo individuo hijo:

- En el primer operador, se seleccionan dos árboles origen y destino de un mismo bosque ( $T_1$  y  $T_3$ ), un nodo del árbol origen (nodo 11) y otro nodo adyacente que pertenezca al árbol destino (nodo 17). Se abre el interruptor (poda) que une el nodo seleccionado (11) con el árbol origen ( $T_1$ ) y se cierra el interruptor que une ambos nodos adyacentes. Con esta operación se transfiere nodos de un árbol a otro. En la figura 3.5 se representa la operación descrita. Destacar que en el nuevo árbol destino ( $T_3'$ ) los nuevos nodos añadidos continúan con la profundidad del nodo adyacente seleccionado.

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & \boxed{3} & \boxed{4} & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 10 & \boxed{11} & \boxed{12} & 16 & 22 & 23 \end{bmatrix} \\
 T_3 &= \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & \boxed{5} & 3 & 4 \\ 3 & 27 & 21 & 20 & 26 & 19 & 18 & \boxed{17} & 25 & 24 \end{bmatrix} \\
 T_1' &= \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 10 & 16 & 22 & 23 \end{bmatrix} \\
 T_3' &= \begin{bmatrix} \text{depth} \\ \text{node} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & \boxed{5} & \boxed{6} & \boxed{7} & 3 & 4 \\ 3 & 27 & 21 & 20 & 26 & 19 & 18 & \boxed{17} & \boxed{11} & \boxed{12} & 25 & 24 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura 3.5 Operación de transferencia de nodos de un árbol a otro.

- Existe otro operador similar al anterior, pero en este caso en el árbol origen se seleccionan dos nodos, en uno de ellos se realiza la poda y a través del otro se realiza la unión con el árbol destino. Esta operación provoca mayores alteraciones que las del primer operador.

Otra aportación en este trabajo es el tratamiento de la función multiobjetivo. La idea básica es dividir la población de cada generación en tablas de subpoblaciones, donde cada fila representa un objetivo y en cada columna se recogen por orden los mejores individuos de cada objetivo. En la última fila de la tabla se encuentra la función multiobjetivo, que agrupa todos los objetivos y las penalizaciones por incumplimiento de las restricciones de operación. Los nuevos individuos generados se incluyen en la tabla si aún no está completa o si el valor de la función objetivo es mejor que el peor individuo de la subpoblación. Indicar que un individuo puede

estar en varias filas. El proceso finaliza cuando el número de individuos generados alcanza un valor máximo predefinido.

El método propuesto por los autores se aplica a redes de muy diferente tamaño, alcanzando redes de hasta 30.880 nudos, 5.166 interruptores y 1094 bucles. Estos sistemas son de gran dimensión, no usuales en la literatura, con tiempos de ejecución aptos para su utilización en la operación del sistema. Hay que destacar en el trabajo la codificación basada en la profundidad del nodo y los operadores utilizados, que permiten cruces rápidos manteniendo la radialidad.



## Capítulo 4

# Reconfiguración de redes de distribución utilizando el concepto de camino

### 4.1. Introducción.

Como ya se ha expuesto en el capítulo dedicado a la introducción, la originalidad de las ecuaciones propuestas a lo largo de esta tesis se basa en el concepto de camino, el cual permite imponer las restricciones de radialidad de la red y del resto de restricciones eléctricas sin el conocimiento previo de la configuración final del sistema.

En este capítulo se formula de forma teórica y completa el modelo propuesto. Solo la elección del valor de algunos parámetros se posponen para el capítulo 5, donde es necesario observar cómo se comportan cuando se aplican a las diferentes redes de prueba.

En la sección 4.2 se presenta el concepto de camino y cómo se consigue imponer la radialidad de la red. En la sección 4.3 se propone un método eficiente de obtención de los caminos a través del denominado “árbol madre”. Sobre él se calcularán los principales datos del modelo, de ahí la importancia en su construcción, como son las potencias máximas y mínimas que pueden circular por cada rama en cualquiera de las posibles configuraciones de redes radiales, cuyo procedimiento se detalla en la sección 4.4, para redes con y sin generación dispersa.

En la sección 4.5 se presenta la función objetivo que calcula las pérdidas en las ramas, y se incluyen las simplificaciones eléctricas. En la sección 4.6 se recuerda la restricción de radialidad y se formulan las restricciones de máxima circulación de potencia y máxima caída de tensión permitida. Finalmente en la sección 4.7 se recoge el sistema de ecuaciones completo, obteniéndose un modelo no lineal entero puro, cuyas variables binarias representan a cada uno de los caminos.

La linealización del modelo se desarrolla en la sección 4.8. En ella se aproxima el flujo de potencia cuadrático por una función lineal a trozos, y se clasifican los diferentes tipos de ramas en función del sentido de la circulación de potencia que puede circular por ella en cualquiera de las configuraciones posibles. La linealización a emplear es un factor importante del proceso, pues mejores aproximaciones provocan mejores convergencias hacia el óptimo global durante el proceso de optimización, como se mostrará en el capítulo 5.

En la sección 4.9 se proponen dos tipos de linealizaciones, una de ellas que impone un número de tramos constante para cada una de las ramas y una segunda que impone una longitud de tramo constante para todas las ramas. Para cada una de las linealizaciones se deduce una expresión que estima el valor del número de tramos o la longitud del tramo según el caso, imponiendo un umbral al error máximo provocado por la linealización en la función objetivo. En ambos tipos de linealización se destaca sus ventajas e inconvenientes.

Con objeto de reducir el tamaño del problema, que se convierte en uno de los grandes inconvenientes en las redes de gran dimensión, se proponen dos técnicas para reducir el número de caminos, rechazando aquellos que tienen nula o escasa probabilidad de formar parte de la red óptima. Ambas técnicas se detallan en las secciones 4.10 y 4.11; la primera utiliza la máxima caída de tensión permitida y la segunda técnica se basa una característica propia de las redes de mínimas pérdidas, y es que poseen un buen perfil de tensiones.

La última sección del capítulo 4 propone dos metodologías para reducir el número de restricciones eléctricas, eliminando aquellas que bajo las condiciones más extremas de circulación de potencia no superan los límites de máxima caída de tensión y máxima capacidad de las líneas. Esta acción provoca una nueva disminución del tamaño del problema, permitiendo la aplicación del modelo a redes de gran dimensión y disminuyendo los tiempos de ejecución.

## 4.2. El concepto de camino.

Se define “camino asociado a un nudo” como el conjunto de ramas que une a dicho nudo con la subestación, prohibiéndose la repetición de ramas y nudos, y con ello, la formación de bucles.

Realizada esta definición, la primera observación que hay realizar sobre una red mallada es que, supuesta una única subestación (Slack), existen diferentes “caminos” que unen cada nudo con la subestación. Si la red es radial, hay que destacar que sólo existe un único camino que une a cada uno de los nudos con el Slack. En el caso de existir más de una subestación, a todos los efectos es como si éstas estuvieran unidas entre sí.

Se define  $\Pi_n^i$  como el conjunto de caminos asociados al nudo  $i$ , es decir, el conjunto de todos los posibles caminos que unen el nudo  $i$  con la subestación.

$$\Pi_n^i = \{\pi_1^i, \pi_2^i, \dots, \pi_k^i, \dots, \pi_p^i\} \quad (4.1)$$

donde “ $\pi_k^i$ ” representa el camino  $k$  del nudo  $i$  y “ $p$ ” es el número total de posibles caminos desde el nudo  $i$  a la subestación.

Para ilustrar gráficamente los conceptos introducidos, se presenta en la figura 4.1 una red ejemplo mallada, con tres nudos más la subestación y 5 ramas. En la tabla 4.1 se muestran todos los caminos posibles indicando las ramas que lo forman, así como su clasificación en los diferentes conjuntos de caminos asociados a cada nudo  $\Pi_n^i$ .

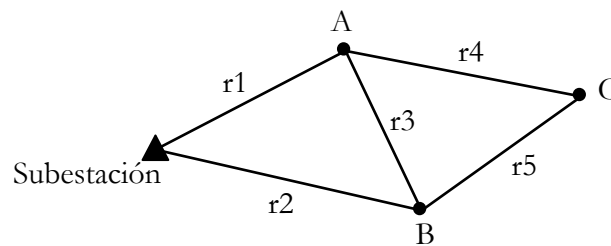


Figura 4.1 Red ejemplo mallada.

| $\Pi_n^i$ | <i>Caminos</i> | <i>Ramas del camino</i> |
|-----------|----------------|-------------------------|
| $\Pi_n^A$ | $\pi_1^A$      | r1                      |
|           | $\pi_2^A$      | r2, r3                  |
|           | $\pi_3^A$      | r2, r5, r4              |
| $\Pi_n^B$ | $\pi_1^B$      | r2                      |
|           | $\pi_2^B$      | r1, r3                  |
|           | $\pi_3^B$      | r1, r4, r5              |

| $\Pi_n^i$ | <i>Caminos</i> | <i>Ramas del camino</i> |
|-----------|----------------|-------------------------|
| $\Pi_n^C$ | $\pi_1^C$      | r1, r4                  |
|           | $\pi_2^C$      | r2, r5                  |
|           | $\pi_3^C$      | r1, r3, r5              |
|           | $\pi_4^C$      | r2, r3, r4              |

Tabla 4.1 Caminos de la red ejemplo mallada.

Como ya se ha indicado anteriormente, una red radial se caracteriza porque cada uno de los nudos sólo tiene un camino activo. Por ello, en el conjunto  $\Pi_n^i$  se exigirá que sólo uno de sus elementos esté activo, lo que lleva a la necesidad de definir una variable binaria asociada a cada camino, que indicará si está o no activo.

$$W_k^i = \begin{cases} 1 & \text{si el camino } \pi_k^i \text{ está activo, todas sus ramas están cerradas} \\ 0 & \text{si el camino } \pi_k^i \text{ no está activo, tiene alguna de sus ramas abiertas} \end{cases} \quad (4.2)$$

Por lo tanto, la restricción que debe imponerse para conseguir la radialidad de la red es que cada nudo tenga uno y solo un camino activo:

$$\sum_{k \in \Pi_n^i} W_k^i = 1 \quad \forall \text{ nudo } i \quad (4.3)$$

Los caminos no pueden seleccionarse de forma independiente para conseguir una red radial, sino que dado un camino asociado a un nudo, el camino asociado al siguiente nudo aguas arriba está contenido en el anterior y así sucesivamente.

Para aclarar este concepto se ilustrará sobre una de las posibles redes radiales representada en la figura 4.2. El camino  $\pi_3^C$  del nudo C está activo, donde los nudos que también forman parte de este camino son el B y el A. Tal y como se ha comentado en el párrafo anterior, las ramas de los caminos que se elijan para cada uno de estos dos nudos aguas arriba, deben estar contenidas en el camino  $\pi_3^C$ , con el objeto de evitar la formación de bucles.



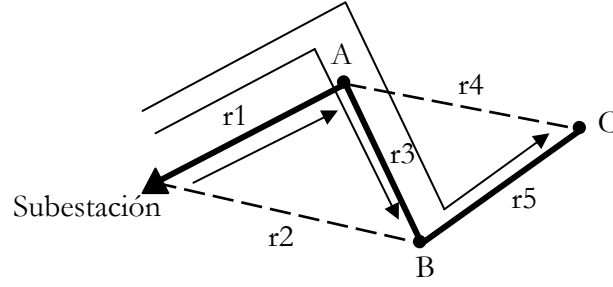


Figura 4.2 Una red radial de la red ejemplo.

Una vez elegido el camino  $\pi_3^C$  formado por las ramas 1, 3 y 5, para el nudo B situado inmediatamente aguas arriba, hay que seleccionar necesariamente el camino  $\pi_2^B$  (ramas 1 y 3), pues las ramas del camino seleccionado deben estar contenidas en el camino  $\pi_3^C$ . Por lo tanto la restricción que debe imponerse en este caso es que  $W_3^C \leq W_2^B$ . Razonando de igual forma con el nudo B, su camino  $\pi_2^B$  y su nudo A aguas arriba, se llega a que  $W_2^B \leq W_1^A$ . Dado que se ha alcanzado la subestación, se concluye que la ecuación que debe cumplirse es  $W_3^C \leq W_2^B \leq W_1^A$ , es decir, que si el camino  $\pi_3^C$  está activo, necesariamente los caminos  $\pi_2^B$  y  $\pi_1^A$  deben estar activos.

Las ecuaciones que vinculan a los caminos en la red ejemplo mallada de la figura 4.1 son las siguientes:

$$W_3^B \leq W_1^C \leq W_1^A$$

$$W_3^A \leq W_2^C \leq W_1^B$$

$$W_3^C \leq W_2^B \leq W_1^A$$

$$W_4^C \leq W_2^A \leq W_1^B$$

Expresando las ecuaciones anteriores de forma compacta y para un caso general, se obtiene la siguiente restricción al problema: si el camino  $\pi_k^i$  está activo entonces cualquier camino  $\pi_m^j$  contenido en  $\pi_k^i$  también está activo.

$$W_k^i \leq W_m^j \quad \forall \quad \pi_m^j \subset \pi_k^i \quad (4.4)$$

Por lo tanto, imponiendo las restricciones (4.3) y (4.4) se consigue que la red obtenida tenga una estructura radial.

Hay que observar desde el punto de vista del coste de tiempo de cálculo, que el número de caminos incluidos influirá decisivamente en la eficiencia del algoritmo propuesto, por ello se hace necesario analizar la realidad práctica de algunos caminos. En este sentido, si se tuviera que todas las ramas tienen la misma resistencia eléctrica, es poco probable que la alimentación de los nudos A y B se realizara a través de un camino con tres ramas, cuando tienen una conexión directa con la subestación, lo que nos llevaría a descartar los caminos  $\pi_3^A$  y  $\pi_3^B$ .

Por lo tanto, un criterio lógico a seguir para considerar los caminos asociados a cada uno de los nudos es que, la resistencia total del mismo no debe exceder de un número de veces la resistencia del camino más corto eléctricamente hablando, cociente que denominaremos “coeficiente de caminos,  $C_c$ ”. Este límite será estudiado con detalle en la sección 5.5.1, y permitirá reducir el número de caminos candidatos.

Análogamente, y con objeto de seguir reduciendo el número de caminos, se impondrá también a priori una limitación de caída de tensión máxima a cada uno de los caminos obtenidos, para rechazar así aquellos que no la cumplen. El detalle de esta propuesta y su ejecución práctica se desarrollará en la sección 4.10, pues requiere del concepto de caída de tensión asociada a un camino que se expondrá más adelante (sección 4.6.3), cuando se modele la restricción de máxima caída de tensión del problema.

Los conceptos y variables definidas son suficientes para modelar la estructura radial de la red, pero es necesaria la definición de un nuevo conjunto para especificar algunas restricciones del sistema, que más tarde se considerarán. Ese conjunto es  $\Pi_b^j$ , definido como el conjunto de caminos que contienen la rama  $j$ . En la tabla 4.2 se muestran dichos conjuntos para cada rama de la red ejemplo propuesta.

| Rama | $\Pi_b^j$                                                   |
|------|-------------------------------------------------------------|
| r1   | $\Pi_b^1 = \{\pi_1^A, \pi_2^B, \pi_3^B, \pi_1^C, \pi_3^C\}$ |
| r2   | $\Pi_b^2 = \{\pi_2^A, \pi_3^A, \pi_1^B, \pi_2^C, \pi_4^C\}$ |
| r3   | $\Pi_b^3 = \{\pi_2^A, \pi_2^B, \pi_3^C, \pi_4^C\}$          |
| r4   | $\Pi_b^4 = \{\pi_3^A, \pi_3^B, \pi_1^C, \pi_4^C\}$          |
| r5   | $\Pi_b^5 = \{\pi_3^A, \pi_3^B, \pi_2^C, \pi_3^C\}$          |

Tabla 4.2 Conjuntos  $\Pi_b^j$  de la red ejemplo

En la introducción se ha mostrado el enorme número de árboles que pueden obtenerse para redes malladas de mediano y gran tamaño. Igualmente en la sección 5.5.1 se pone de manifiesto que el número de caminos es también muy elevado, por lo tanto es importante obtener de forma eficiente los caminos de la red, así como su clasificación en los conjuntos  $\Pi_n^i$  y  $\Pi_b^j$ .

### 4.3. Obtención de los caminos: árbol madre

En esta sección se desarrolla el método original empleado para la obtención de los caminos de la red, a partir de la construcción del "árbol madre". La optimización de este proceso es esencial, pues es uno de los procesos del algoritmo que implica un mayor coste computacional. Para la obtención de los caminos se generará una estructura de árbol, que se denominará "árbol madre", del cual también se obtendrá la potencia máxima y mínima que circula por cada rama (sección 4.4).

En la figura 4.3 se representa gráficamente el árbol madre de la red ejemplo mallada; en él se distinguen dos tipos de elementos:

- Nodos: puntos de bifurcación del árbol madre, que representan a un camino y tienen asociado un nudo de la red en estudio. Se identifica gráficamente con un rectángulo que contiene la siguiente información:
  - Nombre del camino. Se enumeran con los números naturales y en orden de aparición, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.
  - Nudo asociado. Corresponde al nudo terminal del camino.
  - Codificación inicial dada a cada camino. Se representa entre paréntesis la nomenclatura dada a los caminos durante todo el desarrollo de este trabajo, donde se informa del nudo asociado (superíndice) y del número de orden de caminos asociados a dicho nudo (subíndice).
- Enlaces: conexiones entre los nodos, que equivalen a las líneas en la red eléctrica. Se representa mediante una recta, con el nombre dado a la línea en la red ejemplo.

En la estructura de árbol que se propone, un nodo puede tener varios "nodos hijo", que parten de él aguas abajo, y un único "nodo padre" que le precede aguas arriba, como se ilustra en la figura 4.3. Entre los nodos que forman el árbol madre puede distinguirse varios tipos:

- Nodo raíz: es aquel que no tiene nodo padre y por tanto tiene asociado como nudo a la propia subestación.
- Nodo terminal: es aquel que no tiene hijos.
- Nodos descendientes de un nodo: se entiende sus nodos hijos y los hijos de sus hijos, es decir, aquellos que se sitúan aguas abajo.
- Nodos ascendientes de un nodo: son aquellos que van desde dicho nodo hasta el nodo raíz.

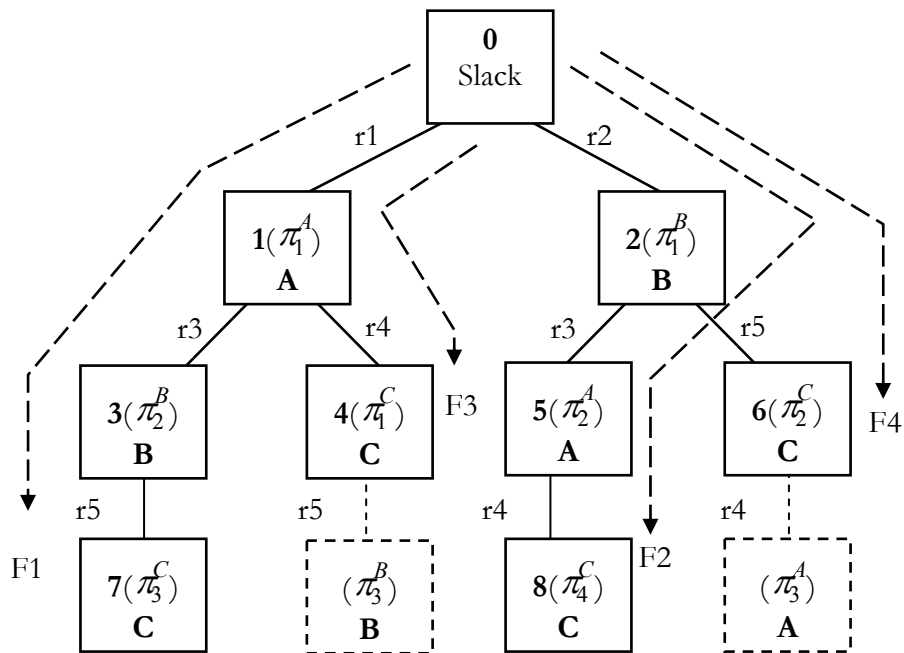


Figura 4.3 Árbol madre de la red ejemplo mallada

Como ya se expuso en la sección anterior, y con objeto de tomar solo caminos de interés práctico, se aplicará el concepto del “coeficiente de caminos,  $c_c$ ”, donde la resistencia total del camino no debe exceder de un número de veces la resistencia del camino más corto eléctricamente hablando, para cada uno de los nudos. Para el ejemplo considerado se supone una resistencia de valor 1 para cada una de las ramas y se toma un valor de 3 para el coeficiente de caminos. Bajo estas condiciones, y como ya se justificó en la sección anterior, se han desechado los caminos  $\pi_3^B$  y  $\pi_3^A$ , que se han representado en trazo discontinuo para indicar que no pertenecen al árbol madre por incumplir la condición del coeficiente de caminos.

Por último, se define el concepto de "feeder" como el conjunto de nodos y enlaces que unen al nudo raíz con un nodo terminal, correspondiéndole un feeder a cada nodo terminal. Con objeto de ilustrar las definiciones realizadas, en la tabla 4.3 se particulariza cada una para el árbol de la figura 4.3.

| Concepto                       | Ejemplo         |
|--------------------------------|-----------------|
| Nodo raíz                      | 0               |
| Nodos descendientes del nodo 1 | 3, 4, 7         |
| Nodos ascendientes del nodo 5  | 2, 0            |
| Nodos terminales               | 7, 4, 8, 6      |
| Feeder F3                      | 0, r1, 1, r4, 4 |

Tabla 4.3 Ejemplos de los conceptos definidos sobre el árbol madre.

Una vez realizadas las definiciones necesarias, se detalla la construcción del árbol madre de la red ejemplo de la figura 4.3. Antes de iniciar el procedimiento para la construcción del árbol, es necesario indicar las dos condiciones que debe cumplir un nodo para ser aceptado:

- a. La resistencia total del camino que representa el nodo no debe igualar o exceder un número de veces la resistencia del camino más corto eléctricamente hablando para cada nudo. En este ejemplo el denominado coeficiente de caminos toma el valor 3.
- b. El camino que representa el nodo no debe formar bucles. Esta condición se traduce en que el nudo asociado del nodo en estudio, no debe formar parte del camino de su nodo padre. Expresado de otra forma, en un mismo feeder no pueden repetirse los nudos.

La construcción del árbol madre se realiza según el siguiente procedimiento:

1. Se parte del nodo raíz, “0”, que se corresponde con la subestación (Slack).
2. Del nodo raíz parten tantos enlaces como ramas parten de la subestación, r1 y r2, que conducen a dos posibles nodos válidos.
  - La rama r1 conduce al nudo A y forma el camino  $\pi_1^A$ . Se cumplen las dos condiciones para aceptarlo como nodo, luego se acepta el nodo “1”.
  - La rama r2 conduce al nudo B y forma el camino  $\pi_1^B$ . Se cumplen las dos condiciones para aceptarlo como nodo, luego se acepta el nodo “2”.
3. Elección del nodo para obtener sus nodos hijo.
  - Tomar el nodo por orden de aparición y que aún no ha sido estudiado.
4. Nodo en estudio “1”: obtención de sus nodos hijo.
  - Tomar todas las ramas que parten de su nudo asociado “A”, excepto la rama que da acceso al nodo en estudio. Se tiene las ramas r3 y r4.
  - La rama r3 conduce al nudo B y forma el camino  $\pi_2^B$ . Se cumplen las dos condiciones para aceptarlo como nodo, luego se acepta el nodo 3.
  - La rama r4 conduce al nudo C y forma el camino  $\pi_1^C$ . Se cumplen las dos condiciones para aceptarlo como nodo, luego se acepta el nodo 4.
5. Volver al paso 3.

Una vez construido el árbol madre se obtienen de él los caminos. Cada nodo representa un camino diferente y está asociado a un nudo. Para obtener las ramas de cada camino, se toma la rama de dicho nodo, la rama de su nodo padre y así sucesivamente hasta llegar al nodo raíz, mostrándose el resultado en la tabla 4.4.

| Camino    | Nodo | Nudo | Ramas |    |    |
|-----------|------|------|-------|----|----|
| $\pi_1^A$ | 1    | A    | r1    | -- | -- |
| $\pi_1^B$ | 2    | B    | r2    | -- | -- |
| $\pi_2^B$ | 3    | B    | r1    | r3 | -- |
| $\pi_1^C$ | 4    | C    | r1    | r4 | -- |
| $\pi_2^A$ | 5    | A    | r2    | r3 | -- |
| $\pi_2^C$ | 6    | C    | r2    | r5 | -- |
| $\pi_3^C$ | 7    | C    | r1    | r3 | r5 |
| $\pi_4^C$ | 8    | C    | r2    | r3 | r4 |

Tabla 4.4 Caminos obtenidos a partir del árbol madre.

Sobre el “árbol madre” completo, se aprecian las siguientes características:

- Debido a la forma de construcción del árbol madre, se han obtenido los nodos por niveles.
- En el primer nivel horizontal están todos los nodos que tienen asociados caminos con una sola rama. En el segundo nivel están todos los nodos que tienen asociados caminos con dos ramas, y así sucesivamente.
- En relación con la resistencia eléctrica mínima asociada a cada nudo, se supone inicialmente una cantidad muy elevada y posteriormente se actualiza al ir apareciendo los nudos y sus distancias reales.
- En la implementación real para la generación del “árbol madre”, la utilización de los feeder es importante pues proporciona en cada instante todos los nudos y ramas que unen el nodo que se está analizando con el nodo raíz. Los nudos almacenados proporcionan la base de datos necesaria para comprobar que el nuevo nudo no es un ascendiente y por tanto no forma un bucle. Las ramas almacenadas es una información vital para generar de forma instantánea el camino asociado al nodo.

En el Apéndice B se realiza paso a paso la construcción del “árbol madre”, tal y como se ha hecho en su implementación práctica.

#### **4.4. Obtención de las potencias máximas y mínimas por cada rama.**

Con el objetivo de hacer más eficiente la linealización del cuadrado de la potencia que circula por cada una de las ramas, es necesario acotar el intervalo de variación de la potencia. Para ello se calculará la potencia máxima y mínima que puede circular por cada una de las ramas bajo cualquier configuración posible, que serán los valores que limiten el intervalo de variación de la potencia, y sobre el cual se realizará la linealización a tramos.

Una vez generado el "árbol madre" del sistema eléctrico, para obtener la potencia máxima y mínima que pueden circular por cada una de las ramas para todos los posibles caminos encontrados, se recorrerá el árbol hacia atrás, partiendo de los nodos terminales y finalizando en el nodo raíz. En el recorrido del árbol hacia arriba se utiliza el concepto de feeder, donde los datos relevantes serán los nudos situados aguas abajo del nodo considerado, pues al ser una red radial, la potencia que circula por una rama es la suma de la potencia consumida en los nudos situados aguas abajo, despreciando la circulación de la potencia perdida.

La obtención de la potencia máxima y mínima que pueden circular por cada una de las ramas se hará desde la seguridad, es decir, serán los valores máximos y mínimos que pueden circular por cada una de las ramas en todas las posibles combinaciones, pero no se puede asegurar que estos valores extremos se puedan alcanzar simultáneamente en alguna configuración radial de la red.

El método propuesto para la obtención de las potencias límites es diferente en el caso de que existan o no inyecciones de potencia en los nodos. En los siguientes apartados se analizarán ambos casos.



#### 4.4.1. Potencia máxima en redes sin generación dispersa.

Por redes sin generación dispersa se entiende aquellas donde la potencia consumida en todos sus nudos es mayor que cero. La red que se va a obtener finalmente es una red radial, por lo tanto la potencia que circula por una rama es la suma de la potencia consumida en los nudos situados aguas abajo. Trasladando este concepto al árbol madre, la potencia que circula por cada uno de los enlaces del árbol (ramas de la red), es la suma de las potencias de todos los nudos que hay aguas abajo del enlace en el árbol. La potencia máxima que puede circular por una rama de la red eléctrica será la mayor de todas las potencias que circulan por alguno de sus enlaces en el árbol madre, dado que pueden existir varios enlaces que corresponden a la misma rama.

Para conseguir el propósito descrito hay que analizar todos los enlaces del árbol madre, y es necesario hacerlo de una forma eficiente, recorriendo todo el árbol y aprovechando la información de los enlaces que ya hayan sido analizados. Para ello se propone recorrer el árbol mediante los feeder comenzando desde el último feeder al primero y en cada feeder desde su nodo terminal hasta su feeder padre o hasta el nodo raíz en el caso de que no tenga feeder padre. Esta propuesta tiene las siguientes ventajas:

- Permite recorrer todos los enlaces del árbol de forma ordenada (recorrido de los feeder).
- Se aprovecha la información obtenida previamente. En el análisis de cada enlace se toma la información obtenida del enlace situado aguas abajo y que acaba de ser analizado (recorrido del feeder desde su nodo terminal).
- Se aprovecha la información obtenida previamente. En el análisis de los enlaces que se bifurcan posteriormente se toma la información obtenida de ambos enlaces situados aguas abajo y que ya han sido analizados, correspondiendo a su propio feeder y a su feeder hijo.

A continuación se detalla el procedimiento a seguir para la red ejemplo y su árbol madre de la figura 4.3.

1. Se comienza con el nodo terminal del último feeder F4, nodo “6”, que tiene el enlace r5:
  - El único nodo que tiene aguas abajo es el 6, su nudo es el C y la potencia que consume es  $P_{LC}$ .

- El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “2”, y pertenece a otro feeder (F2). Luego ha finalizado el análisis del feeder F4.
2. El siguiente nodo que se toma es el nodo terminal del siguiente feeder F3, nodo “4”, que tiene el enlace r4.
    - El único nodo que tiene aguas abajo es el “4”, su nudo es el C y la potencia que consume es  $P_{LC}$ .
    - El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “1”, y pertenece a otro feeder (F1). Luego ha finalizado el análisis del feeder F3.
  3. Se continúa con el nodo terminal del siguiente feeder F2, nodo “8”, que tiene el enlace r4.
    - El único nodo que tiene aguas abajo es el “8”, su nudo es el C y la potencia que consume es  $P_{LC}$ .
    - El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “5”; sigue perteneciendo al feeder F2 y tiene el enlace r3.
      - El nodo que tiene aguas abajo es el “5”, su nudo es el A y la potencia que consume es:  $P_{LA}$ . Hay que añadirle los consumos acumulados en el feeder F2. Luego la potencia que circula es:  $P_{LA} + P_{LC}$ .
    - El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “2”, sigue perteneciendo al feeder F2 y tiene el enlace r2.
      - El nodo que tiene aguas abajo es el “2”, su nudo es el B y la potencia que consume es:  $P_{LB}$ . Hay que añadirle los consumos acumulados en el feeder F2 ( $P_{LA} + P_{LC}$ ) y los consumos acumulados en su feeder hijo F4 ( $P_{LC}$ ). Teniendo en cuenta que no puede repetirse el consumo de un mismo nudo, la potencia que circula es:  $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$
    - El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo raíz “0”. Luego ha finalizado el feeder F2.
  4. El último feeder pendiente del análisis es el F1 y su nodo terminal el “7”, que tiene el enlace r5.
    - El único nodo que tiene aguas abajo es el “7”, su nudo es el C y la potencia que consume es:  $P_{LC}$ .
    - El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “3”, sigue perteneciendo al feeder F1 y tiene el enlace r3.

- El nodo que tiene aguas abajo es el “3”, su nudo es el B y la potencia que consume es  $P_{LB}$ . Hay que añadirle los consumos acumulados en el feeder F1. Luego la potencia que circula es:  $P_{LB} + P_{LC}$ .
- El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo “1”, sigue perteneciendo al feeder F1 y tiene el enlace r1.
  - El nodo que tiene aguas abajo es el “1”, su nudo es el A y la potencia que consume es:  $P_{LA}$ . Hay que añadirle los consumos acumulados en el feeder F1 ( $P_{LB} + P_{LC}$ ) y los consumos acumulados en su feeder hijo F3 ( $P_{LC}$ ). Luego la potencia que circula es:  $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$ .
- El siguiente nodo es su padre, que corresponde al nodo raíz “0”. Luego ha finalizado el feeder F1.

En la tabla 4.5 se recogen las potencias que circulan por cada uno de los enlaces según el orden de aparición en el procedimiento descrito. Se toma la potencia máxima de cada uno de los enlaces y se obtiene definitivamente el valor de la potencia máxima para cada rama, según se recoge en la tabla 4.6. Hay que señalar que por la rama r3, la potencia máxima será el mayor valor entre  $(P_{LA} + P_{LC})$  y  $(P_{LB} + P_{LC})$ .

| Enlace | Nodo | Feeder | Potencia máxima            |
|--------|------|--------|----------------------------|
| r5     | 6    | F4     | $P_{LC}$                   |
| r4     | 4    | F3     | $P_{LC}$                   |
| r4     | 8    | F2     | $P_{LC}$                   |
| r3     | 5    |        | $P_{LA} + P_{LC}$          |
| r2     | 2    |        | $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$ |
| r5     | 7    | F1     | $P_{LC}$                   |
| r3     | 3    |        | $P_{LB} + P_{LC}$          |
| r1     | 1    |        | $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$ |

Tabla 4.5 Potencia que circula por cada una de las ramas en el árbol madre.

| Rama | Potencia máxima                          |
|------|------------------------------------------|
| r1   | $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$               |
| r2   | $P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}$               |
| r3   | $\max(P_{LA} + P_{LC}, P_{LB} + P_{LC})$ |
| r4   | $P_{LC}$                                 |
| r5   | $P_{LC}$                                 |

Tabla 4.6 Potencia máxima por cada rama.

El método descrito para obtener la potencia máxima es igualmente válido tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva, y su cálculo se realiza de forma simultánea.

#### 4.4.2. Potencia mínima en redes sin generación dispersa.

La potencia mínima que circula por cada rama, siempre en el supuesto de redes radiales y sin generación dispersa, se producirá cuando cada rama "r" tenga un solo nudo aguas abajo al que alimentar, que se corresponde con los consumos de los nudos extremos, y de ellos el que consuma menor potencia. Puede producirse la circunstancia de que un nudo o un conjunto de nudos contengan a la rama "r" en todos sus caminos, en este caso se define "potencia segura de la rama r" como la suma de las potencias consumidas por dichos nudos.

Si alguno de los nudos extremos de la rama se encuentra en su potencia segura, la potencia mínima de dicha rama será su potencia segura. En caso contrario, la potencia mínima de dicha rama es la suma de su potencia segura más la potencia menor de sus dos nudos extremos.

El algoritmo que se propone para obtener la potencia mínima de todas las ramas es el siguiente:

1. Obtener la potencia segura de todas las ramas.
  - 1.a. Inicializar la potencia segura de todas las ramas a cero.
  - 1.b. Para cada nudo de la red.
    - Obtener el conjunto de ramas que se encuentran en cada uno de los caminos asociados a un nudo.
    - Para cada rama que se encuentra en todos los caminos asociados a un nudo.
      - Añadir la potencia consumida por el nudo a la potencia segura de la rama.
      - Si el nudo es uno de los extremos de la rama, activar el 'flag' de la rama.
2. Para cada rama de la red.
  - 2.a. Si el 'flag' de la rama está activado, nos informa que alguno de sus extremos ya pertenece a la potencia segura.
    - La potencia mínima de la rama es la potencia segura de la misma ya calculada

- 2.b. Si el 'flag' de la rama no está activado, nos informa que ninguno de sus extremos contribuye a la potencia segura.
- La potencia mínima de la rama es la potencia segura de la misma, más la menor de las potencias consumidas en sus nudos extremos.

El resultado del desarrollo del algoritmo descrito, aplicado a la red ejemplo y árbol madre de la figura 4.3, se muestra en la tabla 4.7. El valor "1" en la fila correspondiente a cada camino indica que dicha rama pertenece al camino y "0" en caso contrario. En este caso particular todas las ramas tienen potencia segura nula, es decir, que no hay ningún nudo en el que alguna de las ramas se repita en todos sus caminos asociados.

En el caso de las ramas "r1" y "r2" se ha puesto directamente los consumos  $P_{LA}$  y  $P_{LB}$  respectivamente, porque el otro nudo extremo corresponde a la propia subestación y por tanto el flujo de potencia no va nunca hacia él.

| Nudos | Camino    | Ramas    |          |                        |          |          | Ramas en todos los caminos del mismo nudo |
|-------|-----------|----------|----------|------------------------|----------|----------|-------------------------------------------|
|       |           | r1       | r2       | r3                     | r4       | r5       |                                           |
| A     | $\pi_1^A$ | 1        | 0        | 0                      | 0        | 0        | ninguna                                   |
|       | $\pi_2^A$ | 0        | 1        | 1                      | 0        | 0        |                                           |
| B     | $\pi_1^B$ | 0        | 1        | 0                      | 0        | 0        | ninguna                                   |
|       | $\pi_2^B$ | 1        | 0        | 1                      | 0        | 0        |                                           |
| C     | $\pi_1^C$ | 1        | 0        | 0                      | 1        | 0        | ninguna                                   |
|       | $\pi_2^C$ | 0        | 1        | 0                      | 0        | 1        |                                           |
|       | $\pi_3^C$ | 1        | 0        | 1                      | 0        | 1        |                                           |
|       | $\pi_4^C$ | 0        | 1        | 1                      | 1        | 0        |                                           |
|       |           | 0        | 0        | 0                      | 0        | 0        | Potencia segura de la rama                |
|       |           | $P_{LA}$ | $P_{LB}$ | $\min(P_{LA}, P_{LB})$ | $P_{LC}$ | $P_{LC}$ | Potencia mínima de la rama                |

Tabla 4.7 Resultados del algoritmo para obtener la potencia mínima por cada rama.

Un aspecto que hay que destacar en la tabla de resultados 4.7 es que las ramas "r4" y "r5" no pertenecen a ninguno de los caminos asociados a los nudos A y B. Esto quiere decir que por estas ramas no circulará en ningún caso los consumos de estos nudos, luego no deben aparecer en su potencia mínima. Esto no ha sido un error en el planteamiento global o en el algoritmo, sino que se han despreciado caminos

excesivamente largos mediante la utilización del "coeficiente de caminos" ( $C_c$ ), que sí incluían estos caminos. Por ello la potencia mínima real alcanzable de cada rama, con los caminos propuestos, no contempla los nudos A y B para las ramas "r4" y "r5". Finalmente el valor de la potencia mínima de cada rama se muestra en la última fila de la tabla.

#### 4.4.3. Potencia máxima y mínima en redes con generación dispersa.

En el caso de redes con generación dispersa las potencias consumidas por los nudos de la red pueden ser positivas o negativas, lo que significa que al aumentar el número de nudos aguas abajo de una rama, no tiene porque aumentar la potencia que circula por la rama, incluso puede disminuir en el caso de la existencia de nudos que inyecten potencia a la red.

Para obtener las potencias máximas y mínimas en esta situación, se recorre el árbol aguas arriba, recorriendo el árbol mediante los feeder, comenzando desde el último feeder al primero y en cada feeder desde su nodo terminal hasta su feeder padre o hasta el nodo raíz en el caso de que no tenga feeder padre; del mismo modo que se hizo para obtener las potencias máximas en redes sin generación dispersa. En cada feeder se van almacenando los nudos aguas abajo, junto con la potencia máxima y mínima de cada enlace recorrido a lo largo del feeder.

Para ilustrar el algoritmo de obtención de las potencias máximas y mínimas, se tomarán dos situaciones, una en la que el nodo solo tenga un nodo hijo y otra en la que tenga dos o más nodos hijos. En la figura 4.4 se representa una parte de un árbol madre donde todos los nodos del feeder tienen un solo hijo.

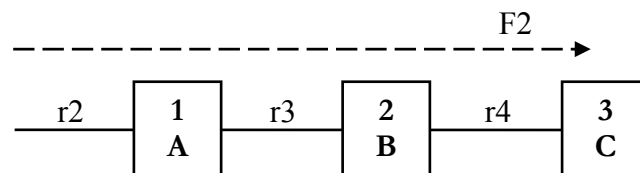


Figura 4.4 Nodos con un solo nodo hijo

El procedimiento para esta situación es el siguiente:

1. Elección del feeder: F2.
2. El nodo terminal "3", está asociado al nudo C y tiene como enlace la rama r4.
  - La potencia máxima y mínima que puede circular por esta rama, por ser nodo terminal, es  $P_{LC}$ .
3. El nodo padre "2", está asociado al nudo B y tiene como enlace la rama r3.
  - Si su nodo hijo no estuviese activo, es decir, si el camino asociado al nodo debe estar desconectado, la potencia que circula por el enlace r3 sería:

$$P_{r3} = P_{LB}.$$

- Si por el contrario su nodo hijo está activo, la potencia que circularía por el enlace r3 sería:

$$P_{r3} = P_{LB} + P_{LC}.$$

- Uno de estos valores será la potencia máxima y el otro la mínima, con ellos se actualizan los valores de "potencia máxima del feeder F2 ( $P_{\max,F2}$ )" y "potencia mínima del feeder F2 ( $P_{\min,F2}$ )".

4. El nodo padre "1", está asociado al nudo A y tiene como enlace la rama r2.

- Potencia máxima

- Si su nodo hijo no estuviese activo, la potencia que circula por el enlace r2 sería:

$$P_{r2} = P_{LA}$$

- Si por el contrario su nodo hijo está activo, la potencia que circularía por el enlace r2 sería:

$$P_{r2} = P_{LA} + P_{\max,F2}.$$

- El mayor de estos valores será la potencia máxima del enlace r2. Actualizar la "potencia máxima del feeder F2".

- Potencia mínima

- Si su nodo hijo no está activo, la potencia que circula por el enlace r2 es:

$$P_{r2} = P_{LA}.$$

- Si su nodo hijo está activo, la potencia que circula por el enlace r2 es:

$$P_{r2} = P_{LA} + P_{\min,F2}.$$

- El menor de estos valores será la potencia mínima del enlace r2. Actualizar la "potencia mínima del feeder F2".

Otra situación que es habitual encontrar en un árbol madre corresponde a un nodo que tiene varios nodos hijo. En la figura 4.5 se propone un ejemplo como parte de un árbol madre que tiene dos nodos (1 y 4) que tienen dos nodos hijo. Para este caso se proponen dos procedimientos diferentes, según se repitan o no los mismos nudos en los feeder bajo análisis. El primero de esos procedimientos está basado en las potencias máximas y mínimas de los feeder, y el segundo está basado en los nudos aguas abajo.





1. Obtener el conjunto de nudos situados aguas abajo del nodo "1" en el árbol madre.
2. Del conjunto obtenido, subdividirlo en un primer subconjunto con aquellos nudos cuyo consumo de potencia es positiva y un segundo subconjunto con aquellos nudos cuyo consumo de potencia es negativa.
3. La potencia máxima es la suma de todas las potencias del primer subconjunto.
4. La potencia mínima es la suma de todas las potencias del segundo subconjunto.

La aplicación de estos procedimientos sería bastante complejo para una red ejemplo sin valores numéricos, pues se impide tomar decisiones sobre valores positivos o negativos. En el Apéndice C se detalla la obtención de la potencia máxima y mínima en una pequeña red de 6 nudos con generación dispersa, utilizando datos numéricos.

#### 4.5. Función a minimizar: pérdidas en la red.

El objetivo del problema, dada la red de distribución mallada, es encontrar la configuración radial que minimiza la potencia activa perdida en todas las ramas del sistema.

Las pérdidas en la rama  $j$  se calculan mediante la ecuación (4.5), cuyas variables se encuentran representadas en la figura 4.6:

$$P_j^{loss} = R_j \cdot \frac{(P_j^2 + Q_j^2)}{V_j^2} \quad (4.5)$$

donde:

- “ $j$ ” rama analizada.
- “ $R_j$ ” resistencia de la rama  $j$ .
- “ $P_j$ ” potencia activa que circula por la rama  $j$ .
- “ $Q_j$ ” potencia reactiva que circula por la rama  $j$ .
- “ $V_j$ ” tensión del nudo situado aguas abajo de la rama  $j$ .
- “ $P_{Lj} + jQ_{Lj}$ ” potencia activa y reactiva consumida por el nudo  $n_j$ .

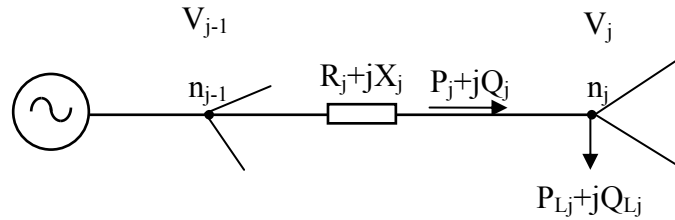


Figura 4.6 Parámetros y variables en la rama  $j$  de una red radial

Extendiendo el sumatorio a todas las ramas del sistema, se obtiene la función objetivo a minimizar:

$$P^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot \frac{(P_j^2 + Q_j^2)}{V_j^2} \quad (4.6)$$

donde “ $B$ ” es el conjunto de ramas activas que forman la red radial.

### 4.5.1. Simplificaciones propuestas sobre la función objetivo.

Sobre la función objetivo se proponen las siguientes simplificaciones para evitar la no linealidad de la ecuación:

- a) Las tensiones en los nudos expresadas en “por unidad” pueden aproximarse a la unidad, tomando la función objetivo la forma:

$$P^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot (P_j^2 + Q_j^2) \quad (4.7)$$

- b) Las pérdidas en las ramas son despreciables frente a la potencia demandada por las cargas del sistema, por lo que en una red radial se puede concluir que la potencia que circula por una rama es igual al consumo de los nudos que existen aguas abajo de dicha rama, según se deduce de la primera ley de Kirchhoff aplicada en términos de potencia y despreciando las pérdidas de la red.

$$P_j = \sum_{i \ni j} P_{Li} \text{ y } Q_j = \sum_{i \ni j} Q_{Li} \quad (4.8)$$

donde

- “ $P_{Li}$ ” y “ $Q_{Li}$ ” potencia activa y reactiva absorbida por la carga en el nudo  $i$ .
- “ $i \ni j$ ” representa el conjunto de nudos  $i$  que se encuentran aguas abajo de la rama  $j$ .

Incorporando las simplificaciones descritas, la función objetivo queda de la siguiente forma:

$$P^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot \left( \left( \sum_{i \ni j} P_{Li} \right)^2 + \left( \sum_{i \ni j} Q_{Li} \right)^2 \right) \quad (4.9)$$

### 4.5.2. Conectividad de la red.

Para la aplicación real de la ecuación (4.9) es necesario conocer la red radial definitiva con el objeto de identificar el conjunto de ramas activas,  $B$ , y el conjunto de nudos aguas abajo de cada rama  $j$ . Por lo tanto es necesario incorporar la conectividad de la red en la propia función objetivo. Para conseguir este propósito, el flujo de potencia a través de la rama  $j$  se expresa en función de la variable binaria asociada al camino:

$$\begin{aligned} P_j &= \sum_{k \in \Pi_b^i} W_k^i \cdot P_{Li} \\ Q_j &= \sum_{k \in \Pi_b^i} W_k^i \cdot Q_{Li} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Como ejemplo de esta nueva formulación, sobre la red de la figura 4.1 expresamos la potencia activa que circula por la rama r3:

$$P_3 = \sum_{k \in \Pi_b^3} W_k^i \cdot P_{Li} = W_2^A \cdot P_{LA} + W_2^B \cdot P_{LB} + W_3^C \cdot P_{LC} + W_4^C \cdot P_{LC}$$

Si la red radial obtenida finalmente es la representada en figura 4.7, la potencia que circula por la rama r3 toma el valor:

$$P_3 = \sum_{k \in \Pi_b^3} W_k^i \cdot P_{Li} = 0 \cdot P_{LA} + 1 \cdot P_{LB} + 1 \cdot P_{LC} + 0 \cdot P_{LC} = P_{LB} + P_{LC}$$

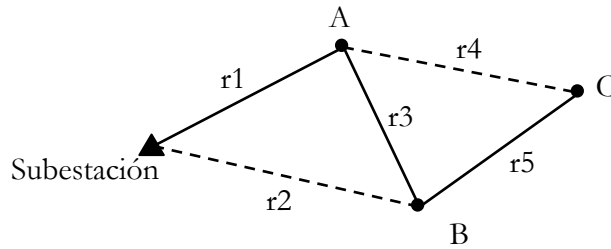


Figura 4.7 Red radial obtenida de la red ejemplo

Incorporando la nueva expresión de la potencia que circula por cada rama, la función objetivo toma la forma:

$$P^{loss} = \sum_{j=1}^b R_j \cdot \left( \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right)^2 + \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right)^2 \right) \quad (4.11)$$

donde “ $b$ ” es el número total de ramas de la red.

Obsérvese que en la función objetivo obtenida aparecen variables binarias cuadráticas.

En el Apéndice A se desarrolla la conectividad de la red y el planteamiento matricial de las ecuaciones de forma detallada para la red ejemplo.

## 4.6. Restricciones

Cuando se minimiza la función objetivo, deben cumplirse simultáneamente las restricciones que fijan la topología radial de la red y las restricciones eléctricas de máxima caída de tensión y máxima capacidad térmica de las líneas para el transporte de potencia.

### 4.6.1. Radialidad

Como ya se ha explicado en la sección 4.2, se basa en el concepto de camino y la restricción queda definida con las ecuaciones (4.3) y (4.4). A los nudos asociados a cada camino no se les impone ninguna condición, por lo que los nudos de tránsito no requieren ningún tratamiento especial.

### 4.6.2. Máxima circulación de potencia por cada línea

Las propias características de las líneas limitan la máxima circulación de potencia aparente que pueden transportar, y la restricción que limita la circulación de potencia activa y reactiva para cada rama  $j$  viene dado por la ecuación:

$$P_j^2 + Q_j^2 \leq (S_j^{\max})^2 \quad (4.12)$$

donde “ $S_j^{\max}$ ” es la potencia máxima aparente permitida por la rama  $j$ .

Incorporando la expresión de la potencia que circula por cada rama (4.10), la restricción (4.12) toma la forma:

$$\left( \sum_{k \in \Pi_b^i} W_k^i \cdot P_{Li} \right)^2 + \left( \sum_{k \in \Pi_b^r} W_k^i \cdot Q_{Li} \right)^2 \leq (S_j^{\max})^2 \quad (4.13)$$

Nuevamente la restricción obtenida es variable entera cuadrática

### 4.6.3. Máxima caída de tensión

Para la restricción de máxima caída de tensión se utilizará una aproximación más exacta que la ecuación de Blondel. En esta expresión, formulada por Baran y Wu en [28], se han despreciado las pérdidas en la rama frente al consumo de los nudos y ramas situadas aguas abajo, y toma la forma:

$$V_i^2 - V_j^2 \cong 2 \cdot (R_j \cdot P_j + X_j \cdot Q_j) \quad (4.14)$$

donde

- “ $i$  y  $j$ ” nudo origen y extremo de la línea respectivamente,
- “ $R_j$  y  $X_j$ ” características de la línea.
- “ $P_j$  y  $Q_j$ ” potencia que circula por la línea en el extremo  $j$ .

Utilizando esta aproximación para calcular la caída de tensión en un camino  $\pi_k^i$ , se tiene:

$$V_s^2 - V_i^2 \cong 2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^i} (R_j \cdot P_j + X_j \cdot Q_j) \quad (4.15)$$

donde

- “ $V_s$ ” representa la tensión en la subestación.
- “ $V_i$ ” tensión en el nudo extremo del camino.

Si  $\Delta V_{\max}$  representa la máxima caída de tensión permitida, la restricción que debe imponerse es  $V_s - V_i \leq \Delta V_{\max}$ . Si se reformula esta restricción para que tome la forma de diferencia de tensiones cuadráticas, podrá utilizarse la ecuación (4.15).

$$\begin{aligned} (V_s - \Delta V_{\max})^2 &\leq (V_i)^2 \\ V_s^2 + (\Delta V_{\max})^2 - 2 \cdot V_s \cdot \Delta V_{\max} &\leq V_i^2 \\ V_s^2 - V_i^2 &\leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_s - \Delta V_{\max}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Utilizando la aproximación de la ecuación (4.15), se obtiene:

$$2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^i} (R_j \cdot P_j + X_j \cdot Q_j) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_s - \Delta V_{\max}) \quad (4.17)$$

Sustituyendo la formulación de la potencia que circula por cada rama por su valor en función de las cargas situadas aguas abajo (4.10), se obtiene la expresión:



$$2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^i} \left( R_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right) + X_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right) \right) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) + (1 - W_k^i) \quad (4.18)$$

donde el término  $(1 - W_k^i)$  se añade para dejar sin efecto la restricción cuando se está valorando un camino inactivo, pues el segundo término tendría un valor muy elevado, lo que haría cumplir la restricción para cualquier valor del resto de variables y parámetros.

La nueva restricción obtenida es más simple que la anterior, pues no contiene variables enteras cuadráticas.

En el caso de que existan dos o más subestaciones, la aplicación de la restricción de máxima caída de tensión (4.18) es la misma, pues en ésta solo se hace uso del conjunto de ramas que forman el camino que se está analizando. Como ya se ha indicado en la sección 4.2, a todos los efectos es como si estuvieran unidas entre sí, pero la restricción (4.18) permite imponer diferentes tensiones de consigna para cada una de las diferentes subestaciones.

## 4.7. Sistema de ecuaciones

A continuación se muestra el problema de optimización completo hasta ahora planteado. Éste es aún un problema de optimización no lineal entero puro.

Función objetivo: pérdidas en las ramas de la red

$$P^{loss} = \sum_{j=1}^b R_j \cdot \left( \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right)^2 + \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right)^2 \right) \quad (4.11)$$

Restricción de radialidad

$$\sum_{k \in \Pi_n^i} W_k^i = 1, \quad \forall \text{ nudo } i \quad (4.3)$$

$$W_k^i \leq W_m^j, \quad \forall \quad \pi_m^j \subset \pi_k^i \quad (4.4)$$

Restricción de potencia máxima admisible para cada rama j

$$\left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right)^2 + \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right)^2 \leq (S_j^{\max})^2 \quad (4.13)$$

Restricción de máxima caída de tensión para cada camino  $\pi_k^j$

$$2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^i} \left( R_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right) + X_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right) \right) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) + (1 - W_k^i) \quad (4.18)$$

Variables del sistema

$W_k^i$ : variable binaria asociada al camino  $\pi_k^i$

Debido a las simplificaciones realizadas, las tensiones complejas han sido eliminadas del modelo propuesto, lo que significa que no es necesario realizar ningún reparto de cargas durante el proceso de resolución.

El modelo en su conjunto presenta una gran complejidad, pues tanto en la función objetivo (4.11) como en la restricción de máxima potencia admisible (4.13) aparecen las variables binarias al cuadrado. Adicionalmente, y dada la enorme naturaleza combinatoria del problema, el número de caminos es muy elevado, provocando un sistema de ecuaciones de gran tamaño para redes con un número elevado de ramas y bucles. El objetivo ahora consiste en llegar a definir un problema lineal, ya que éstos son fácilmente resolubles incluso para problemas de gran dimensión.

#### 4.8. Linealización del modelo

Como ya se ha mencionado en la sección anterior, el problema de optimización planteado es cuadrático en sus variables binarias  $W_k^i$ , lo que dificulta la búsqueda de soluciones. Con el objetivo de obtener un modelo lineal, se aproximará el flujo de potencia cuadrático por una función lineal a trozos, como se muestra en la figura 4.8.

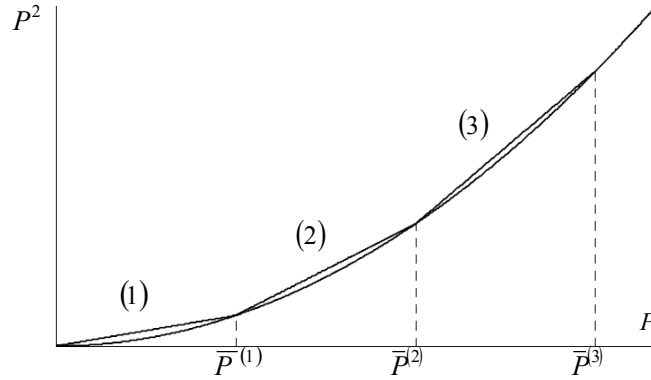


Figura 4.8 Linealización a trozos de una función cuadrática

Suponiendo una linealización en tres intervalos, e identificando con el superíndice la pertenencia a cada uno de los intervalos, el flujo de potencia  $P$  toma la forma:

$$P = P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)}$$

Sujeto a:

$$0 \leq P^{(1)} \leq \bar{P}^{(1)} \quad (4.19)$$

$$0 \leq P^{(2)} \leq (\bar{P}^{(2)} - \bar{P}^{(1)})$$

$$0 \leq P^{(3)} \leq (\bar{P}^{(3)} - \bar{P}^{(2)})$$

donde:  $P^{(t)}$  es la variable de potencia en el tramo  $(t)$  y  $\bar{P}^{(t)}$  es el valor límite del tramo  $(t)$ .

La linealización descrita puede aplicarse a las pérdidas en una rama:

$$P_j^{loss} = R_j \cdot (P_j^2 + Q_j^2)$$

$$P_j^{loss} = R_j (cp_j^{(1)} P_j^{(1)} + cp_j^{(2)} P_j^{(2)} + cp_j^{(3)} P_j^{(3)}) + R_j (cq_j^{(1)} Q_j^{(1)} + cq_j^{(2)} Q_j^{(2)} + cq_j^{(3)} Q_j^{(3)}) \quad (4.20)$$

donde los coeficientes  $cp_j^{(t)}, cq_j^{(t)}$  ( $t=1,2,3$ ) corresponden a la pendiente de la recta de cada uno de los tramos linealizados.

Pueden imponerse diferentes intervalos de linealización para cada rama, así como para la potencia activa y reactiva. Cuanto más pequeños sean los tramos más exacta será la aproximación, pero aumenta el número de variables continuas. Por ello es

necesario dedicar una especial atención al número de tramos elegidos cuando se realice la implementación práctica del algoritmo.

Un dato que ayuda a limitar el número de tramos de linealización, es el cálculo previo de la máxima y mínima potencia que puede circular por cada rama para cualquiera de las configuraciones posibles, valor que se obtiene cuando ya se han localizado todos los caminos del sistema de distribución que formarán parte del problema de optimización.

Por lo tanto, la función a optimizar toma la forma:

$$P^{loss} = \sum_{j=1}^b R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) \quad (4.21)$$

donde “ $tp$  y  $tq$ ” indican el número de tramos elegidos para linealizar cada uno de los intervalos de variación de potencia activa y reactiva respectivamente.

La potencia que circula por cada rama, en función de las nuevas variables, toma la forma:

$$\begin{aligned} P_j &= \sum_{t \in tp} P_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^t} W_k^i \cdot P_{Li} \\ Q_j &= \sum_{t \in tq} Q_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^t} W_k^i \cdot Q_{Li} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Es importante destacar que debido a la concavidad de la función de pérdidas de potencia activa, la pendiente de la curva crece continuamente a medida que aumenta la potencia, cumpliéndose las siguientes desigualdades  $0 \leq cp^{(t-1)} \leq cp^{(t)}$  y  $0 \leq cq^{(t-1)} \leq cq^{(t)}$ . Esta circunstancia provoca que, durante la búsqueda de un mínimo de la función objetivo,  $P_j^{(t)}$  permanezca nula hasta que  $P_j^{(t-1)}$  alcanza su límite superior.

Aunque se observa que la linealización a trozos provoca una sobreestimación de las pérdidas, ésta se ve compensada por las aproximaciones (4.7), donde la tensión toma el valor unidad (habitualmente será menor), y la aproximación (4.8), donde se desprecian las pérdidas en las líneas frente al consumo en los nudos, a la hora de calcular el flujo de potencia que circula por cada rama.

Aplicando la misma metodología, la linealización de la restricción de máxima potencia permitida por cada línea toma la forma:

$$\sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \leq (S_j^{\max})^2, \forall \text{ rama } j \quad (4.23)$$

Finalmente el problema lineal entero mixto consiste en minimizar

$$P^{\text{loss}} = \sum_{j=1}^b R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) \quad (4.24)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in \Pi_n^i} W_k^i = 1, \forall \text{ nudo } i \quad (4.25)$$

$$W_k^i \leq W_m^l, \forall \pi_m^l \subset \pi_k^i \quad (4.26)$$

$$2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^i} \left( R_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} \right) + X_j \cdot \left( \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} \right) \right) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) + (1 - W_k^i) \quad (4.27)$$

$\forall \text{ camino } \pi_k^i$

$$\sum_{t \in tp} P_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li}, \forall \text{ rama } j \quad (4.28)$$

$$\sum_{t \in tq} Q_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li}, \forall \text{ rama } j \quad (4.29)$$

$$\sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \leq (S_j^{\max})^2, \forall \text{ rama } j \quad (4.30)$$

Límites de las nuevas variables:

$$\begin{aligned} 0 &\leq P_j^{(1)} \leq \bar{P}_j^{(1)} \\ 0 &\leq P_j^{(2)} \leq (\bar{P}_j^{(2)} - \bar{P}_j^{(1)}) \\ &\dots \\ 0 &\leq P_j^{(tp)} \leq (\bar{P}_j^{(tp)} - \bar{P}_j^{(tp-1)}) \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq Q_j^{(1)} \leq \bar{Q}_j^{(1)} \\ 0 &\leq Q_j^{(2)} \leq (\bar{Q}_j^{(2)} - \bar{Q}_j^{(1)}) \\ &\dots \\ 0 &\leq Q_j^{(tq)} \leq (\bar{Q}_j^{(tq)} - \bar{Q}_j^{(tq-1)}) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Variables:

$$P_j^{(t)}, Q_j^{(t)}$$

$$W_k^i$$

Con el objetivo de reducir el tamaño del problema y reducir el tiempo de cálculo, se tendrán en consideración las siguientes simplificaciones y características:

- Se descartarán para cada nudo, aquellos caminos cuya longitud eléctrica supera un determinado número de veces la longitud del camino más corto.
- Se rechazarán aquellos caminos cuya caída de tensión supere la caída de tensión máxima permitida en la explotación de la red.
- Si el conjunto de caminos asociados a un nudo contiene un solo camino, entonces dicho camino está activo para todas las configuraciones posibles.
- Si el conjunto de caminos asociados a una rama contiene un solo camino, entonces el flujo por dicha rama es constante para todas las configuraciones posibles.

Después del proceso de selección de los caminos, se obtendrá la potencia máxima,  $P_j^{\max}$ , y mínima,  $P_j^{\min}$ , que puede circular por cada rama para todas las posibles configuraciones de redes radiales. Estos valores límites del flujo de potencia definirán los valores de  $cp_j^{(t)}$ ,  $\bar{P}_j^{(t)}$ ,  $cq_j^{(t)}$ ,  $\bar{Q}_j^{(t)}$ , y los diferentes tipos de curvas.

A continuación, se ilustran todos los posibles casos que pueden darse, pues cada uno de ellos requiere una linealización específica, que influye a la hora de obtener las constantes  $cp_j^{(t)}$  y  $cq_j^{(t)}$  y los límites de las variables de cada tramo. Para ilustrar los diferentes tipos se tomará un número representativo de tramos de 3, por simplicidad en la exposición.

### 4.8.1. Rama con potencia siempre positiva

En este caso, la potencia máxima y la mínima son positivas ( $0 < P^{\min} < P^{\max}$ ), cuya banda de operación se encuentra entre los límites  $[P^{\min}, P^{\max}]$ , y se denominan como ramas tipo “p1”. La potencia real que circule por esta rama estará finalmente dentro del tramo de operación o tomará el valor nulo en el caso de que la rama no se encuentre activa en la solución final. Si se toma un número de intervalos de linealización igual a tres dentro de la banda de operación, más el intervalo inicial, se tienen finalmente cuatro intervalos como se muestra en la figura 4.9.

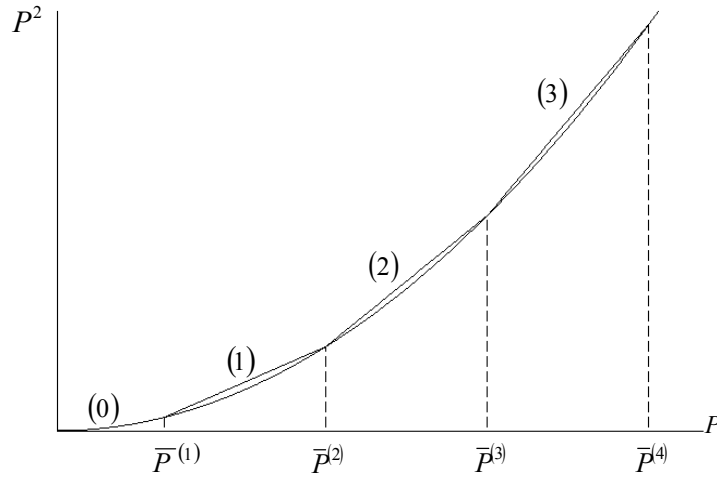


Figura 4.9 Linealización para ramas del tipo "p1"

En este tipo de ramas  $\bar{P}^{(1)} = P^{\min}$  y  $\bar{P}^{(4)} = P^{\max}$ , y las desigualdades de la linealización a trozos se muestran en las ecuaciones (4.33), donde la variable  $P_j^{(0)}$  solo puede tomar los valores extremos.

$$\begin{aligned}
 0 &\leq P_j^{(0)} \leq \bar{P}_j^{(1)} \\
 0 &\leq P_j^{(1)} \leq (\bar{P}_j^{(2)} - \bar{P}_j^{(1)}) \\
 0 &\leq P_j^{(2)} \leq (\bar{P}_j^{(3)} - \bar{P}_j^{(2)}) \\
 0 &\leq P_j^{(3)} \leq (\bar{P}_j^{(4)} - \bar{P}_j^{(3)})
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

En cada tramo, se aproximará el valor de la función  $P^2$  por el de la recta correspondiente a dicho tramo, como se indica a continuación.

$$\begin{aligned}
P_j^2 &\cong \frac{(\bar{P}_j^{(1)})^2 - 0}{\bar{P}_j^{(1)}} \cdot P_j^{(0)} = cp_j^{(0)} \cdot P_j^{(0)}, \text{ si } 0 \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(1)} \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(1)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(2)})^2 - (\bar{P}_j^{(1)})^2}{\bar{P}_j^{(2)} - \bar{P}_j^{(1)}} P_j^{(1)} = (\bar{P}_j^{(1)})^2 + cp_j^{(1)} P_j^{(1)}, \text{ si } \bar{P}_j^{(1)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(2)} \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(2)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(3)})^2 - (\bar{P}_j^{(2)})^2}{\bar{P}_j^{(3)} - \bar{P}_j^{(2)}} P_j^{(2)} = (\bar{P}_j^{(2)})^2 + cp_j^{(2)} P_j^{(2)}, \text{ si } \bar{P}_j^{(2)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(3)} \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(3)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(4)})^2 - (\bar{P}_j^{(3)})^2}{\bar{P}_j^{(4)} - \bar{P}_j^{(3)}} P_j^{(3)} = (\bar{P}_j^{(3)})^2 + cp_j^{(3)} P_j^{(3)}, \text{ si } \bar{P}_j^{(3)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(4)}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

De forma compacta, se obtiene la siguiente expresión:

$$P_j^2 \cong cp_j^{(0)} \cdot P_j^{(0)} + cp_j^{(1)} \cdot P_j^{(1)} + cp_j^{(2)} \cdot P_j^{(2)} + cp_j^{(3)} \cdot P_j^{(3)} \tag{4.35}$$

Como ya se indicó anteriormente, la función que se pretende linealizar,  $P^2$ , es cóncava, y por lo tanto su pendiente es continuamente creciente, es decir,  $0 < cp_j^{(0)} < cp_j^{(1)} < cp_j^{(2)} < cp_j^{(3)}$ . Según las definiciones realizadas,  $P_j^{(t)}$  debe ser nula hasta que  $P_j^{(t-1)}$  alcance su límite superior. Esta circunstancia no es necesaria imponerla mediante una restricción, pues al minimizar la función objetivo, la variable  $P_j^{(t)}$  que posea un coeficiente  $cp_j^{(t)}$  de mayor coste será nula hasta que las variables anteriores  $P_j^{(t-1)}$  con coeficientes  $cp_j^{(t-1)}$  de menor coste, no hayan alcanzado su valor límite. Es decir, el sumando del tramo "t" será nulo hasta que el sumando del tramo "t-1" haya alcanzado su límite superior.

De forma similar se linealiza para la potencia reactiva,  $Q_j^2$ , y se las denomina ramas tipo "q1".

Puesto que en la linealización de cada intervalo de variación de potencia de cada rama se impondrá que la longitud de cada uno de sus tramos sea la misma, los límites de las variables asociadas a cada tramo se ponen en función de este valor. En la ecuación (4.36) se muestra su cálculo para la potencia activa de la rama j, así como los nuevos límites de las variables en las ecuaciones (4.37). El mismo procedimiento se sigue para la potencia reactiva.

$$L_{pj} = \frac{P_j^{\max} - P_j^{\min}}{t_p} \tag{4.36}$$



$$\begin{aligned}
0 &\leq P_j^{(0)} \leq P_j^{\min} \\
0 &\leq P_j^{(1)}, P_j^{(2)}, P_j^{(3)} \leq L_{pj}
\end{aligned}
\tag{4.37}$$

donde  $P_j^{\max}$  y  $P_j^{\min}$  son la potencia máxima y mínima que puede circular por la rama  $j$ , y  $t_p$  el número de tramos de linealización.

### 4.8.2. Rama con potencia siempre negativa

Este supuesto trata con ramas cuya potencia máxima y mínima son negativas ( $P^{\min} < P^{\max} < 0$ ), y se las denomina ramas tipo “p2”. Este tipo de ramas solo aparece en redes con generación dispersa, donde la circulación de potencia en la rama se produce aguas arriba del árbol donde se encuentra. La potencia que circule por estas ramas estará finalmente dentro del intervalo de variación o tomará el valor nulo en el caso de que no se encuentre la rama activa en la solución final. Si se toma un número de tramos de linealización igual a tres dentro de la banda de operación, más el intervalo inicial, se tienen finalmente cuatro intervalos como se muestra en la figura 4.10.

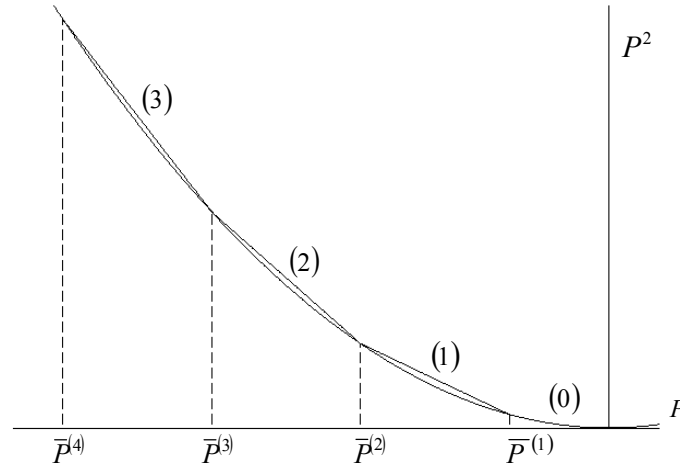


Figura 4.10 Linealización para ramas del tipo "p2"

En este tipo de ramas  $\bar{P}^{(1)} = P^{\max}$  y  $\bar{P}^{(4)} = P^{\min}$ , y las desigualdades de la linealización a trozos se muestran en las ecuaciones (4.38), donde la variable  $P_j^{(0)}$  solo puede tomar los valores extremos.

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_j^{(1)} &\leq P_j^{(0)} \leq 0 \\
 (\bar{P}_j^{(2)} - \bar{P}_j^{(1)}) &\leq P_j^{(1)} \leq 0 \\
 (\bar{P}_j^{(3)} - \bar{P}_j^{(2)}) &\leq P_j^{(2)} \leq 0 \\
 (\bar{P}_j^{(4)} - \bar{P}_j^{(3)}) &\leq P_j^{(3)} \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

En cada tramo se aproximará el valor de la función  $P^2$  por el de la recta correspondiente a dicho tramo. Hay que señalar que en este caso, las variables  $P_j^{(i)}$  y los parámetros  $cp_j$  son siempre negativos.

$$\begin{aligned}
P_j^2 &\cong \frac{(\bar{P}_j^{(1)})^2 - 0}{\bar{P}_j^{(1)}} \cdot P_j^{(0)} = cp_j^{(0)} \cdot P_j^{(0)}, \quad \text{si } \bar{P}_j^{(1)} \leq P_j \leq 0 \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(1)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(2)})^2 - (\bar{P}_j^{(1)})^2}{\bar{P}_j^{(2)} - \bar{P}_j^{(1)}} P_j^{(1)} = (\bar{P}_j^{(1)})^2 + cp_j^{(1)} P_j^{(1)}, \quad \text{si } \bar{P}_j^{(2)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(1)} \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(2)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(3)})^2 - (\bar{P}_j^{(2)})^2}{\bar{P}_j^{(3)} - \bar{P}_j^{(2)}} P_j^{(2)} = (\bar{P}_j^{(2)})^2 + cp_j^{(2)} P_j^{(2)}, \quad \text{si } \bar{P}_j^{(3)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(2)} \\
P_j^2 &\cong (\bar{P}_j^{(3)})^2 + \frac{(\bar{P}_j^{(4)})^2 - (\bar{P}_j^{(3)})^2}{\bar{P}_j^{(4)} - \bar{P}_j^{(3)}} P_j^{(3)} = (\bar{P}_j^{(3)})^2 + cp_j^{(3)} P_j^{(3)}, \quad \text{si } \bar{P}_j^{(4)} \leq P_j \leq \bar{P}_j^{(3)}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

De nuevo recordar que no es necesario imponer de forma explícita una restricción que obligue a la variable  $P_j^{(t)}$  a permanecer nula hasta que  $P_j^{(t-1)}$  alcance su límite superior, dado que la función es cóncava y se minimiza la función objetivo. De forma compacta, se obtiene la siguiente ecuación:

$$P_j^2 \cong cp_j^{(0)} \cdot P_j^{(0)} + cp_j^{(1)} \cdot P_j^{(1)} + cp_j^{(2)} \cdot P_j^{(2)} + cp_j^{(3)} \cdot P_j^{(3)} \tag{4.40}$$

De forma similar se linealiza para la potencia reactiva,  $Q_j^2$ , y se las denomina ramas tipo “q2”.

Al igual que en el tipo anterior (p1), la longitud de cada uno de los tramos en cada intervalo es la misma, por lo que los límites de las variables asociadas a cada tramo se ponen en función de este valor. El cálculo de la longitud de tramo se realiza según la misma ecuación (4.36) y los nuevos límites de las variables se imponen según las ecuaciones (4.41). El mismo procedimiento se sigue para la potencia reactiva.

$$\begin{aligned}
P_j^{\max} &\leq P_j^{(0)} \leq 0 \\
-L_{pj} &\leq P_j^{(1)}, P_j^{(2)}, P_j^{(3)} \leq 0
\end{aligned} \tag{4.41}$$

### 4.8.3. Rama con potencia mínima negativa y potencia máxima positiva

En este caso se tiene que la potencia máxima es superior a cero y la mínima toma un valor negativo ( $P^{\min} < 0 < P^{\max}$ ), cuya banda de operación es  $[P^{\min}, P^{\max}]$ , y se la denomina como rama tipo “p3”. Al igual que la rama tipo “p2”, este tipo de ramas solo aparece en redes con generación dispersa, donde la circulación de potencia por la rama puede ir aguas arriba o aguas abajo según el árbol finalmente activo. Si no se considera el cero como uno de los límites de los tramos, la linealización de dicho punto será siempre un valor no nulo y en general muy diferente del valor real, en el supuesto de que no circule potencia. Este hecho también ocurre con todos los puntos cercanos al cero, positivos o negativos. Para evitarlo se toma el cero como límite entre tramos y se divide la zona negativa y positiva en el número de tramos propuesto, con el propósito de no perder cierta simetría en la linealización, como se muestra en la figura 4.11.

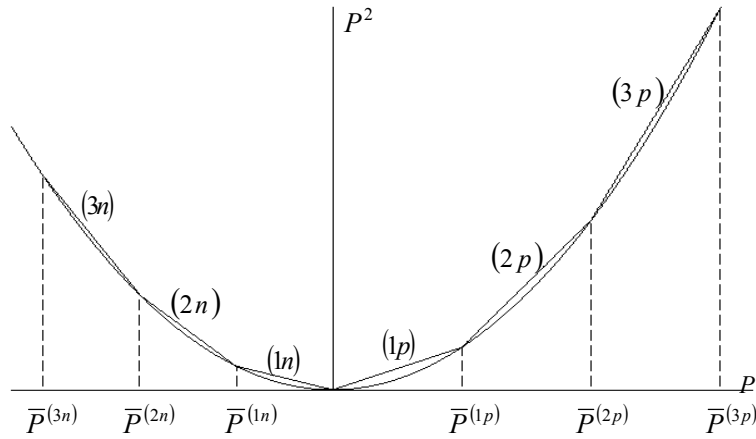


Figura 4.11 Linealización para ramas del tipo "p3"

En este tipo de ramas  $\bar{P}^{(3n)} = P^{\min}$  y  $\bar{P}^{(3p)} = P^{\max}$ , y las desigualdades de la linealización a trozos se muestran en las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} (\bar{P}_j^{(3n)} - \bar{P}_j^{(2n)}) &\leq P_j^{(3n)} \leq 0 \\ (\bar{P}_j^{(2n)} - \bar{P}_j^{(1n)}) &\leq P_j^{(2n)} \leq 0 \\ \bar{P}_j^{(1n)} &\leq P_j^{(1n)} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq P_j^{(1p)} \leq \bar{P}_j^{(1p)} \\ 0 &\leq P_j^{(2p)} \leq (\bar{P}_j^{(2p)} - \bar{P}_j^{(1p)}) \\ 0 &\leq P_j^{(3p)} \leq (\bar{P}_j^{(3p)} - \bar{P}_j^{(2p)}) \end{aligned} \quad (4.43)$$

La ecuación en forma compacta tiene la siguiente expresión:

$$P_j^2 \cong cp_j^{(3n)} P_j^{(3n)} + cp_j^{(2n)} P_j^{(2n)} + cp_j^{(1n)} P_j^{(1n)} + \\ + cp_j^{(1p)} P_j^{(1p)} + cp_j^{(2p)} P_j^{(2p)} + cp_j^{(3p)} P_j^{(3p)} \quad (4.44)$$

De forma similar se linealiza para la potencia reactiva  $Q_j^2$ , y se las denomina ramas tipo “q3”.

La longitud de cada uno de los tramos en la zona positiva es la misma, por lo que los límites de las variables asociadas a cada tramo se ponen en función de este valor, ocurriendo lo mismo en la zona negativa. En la ecuación (4.45) se muestra su cálculo para la potencia activa de la rama j, tanto para la zona positiva como la negativa. Los nuevos límites de las variables se muestran en las ecuaciones (4.46). El mismo procedimiento se sigue para la potencia reactiva.

$$L_{pj}^{(p)} = \frac{P_j^{\max} - 0}{t_p} \quad \text{y} \quad L_{pj}^{(n)} = \frac{0 - P_j^{\min}}{t_p} \quad (4.45)$$

Donde (p) y (n) hacen referencia a la zona positiva y negativa de los flujos.

$$0 \leq P_j^{(1p)}, P_j^{(2p)}, P_j^{(3p)} \leq L_{pj}^{(p)} \\ -L_{pj}^{(n)} \leq P_j^{(1n)}, P_j^{(2n)}, P_j^{(3n)} \leq 0 \quad (4.46)$$

#### 4.8.4. Rama con potencia constante

En este caso se tiene que la potencia solo toma un valor ( $P^{\min} = P^{\max}$ ), lo que significa que si la rama está activa la potencia que circula es la misma para cualquier configuración de la red. Esta situación puede ocurrir si la rama considerada es camino obligatorio para un grupo de nudos, o si es la única rama que parte de la subestación. Las ramas que cumplen esta condición se denominarán ramas tipo “p0”.

En este caso solo se considera un intervalo de linealización, entre cero y  $P_j^{\min}$ . Si la rama está cerrada la potencia es  $P_j^{\min}$  y si está abierta es cero.

De forma compacta,  $P^2$  toma la siguiente forma.

$$P_j^2 \cong P_j^{\min} \cdot P_j, \text{ si } 0 \leq P_j \leq P_j^{\min} \quad (4.47)$$

De forma similar se linealiza para la potencia reactiva  $Q_j^2$ , y se las denomina ramas tipo “q0”.

## 4.9. Linealizaciones propuestas.

Durante el desarrollo de esta sección se analizarán dos tipos de linealizaciones diferentes, indicando las características que presentan y justificando sus ventajas e inconvenientes. En la sección 5.5 se presentarán los resultados obtenidos aplicando las dos linealizaciones a todas las redes de prueba.

Las dos propuestas parten de que es conocido el intervalo de variación de la potencia que puede circular por cada una de las ramas  $[P_j^{\min}, P_j^{\max}]$ , y que se ha obtenido después de realizar el árbol madre de la red, en el que se encuentran todos los caminos. El tamaño del intervalo de variación es diferente en cada una de las ramas y depende de las características de la red en estudio, así como del número de caminos que se hayan seleccionado finalmente.

### 4.9.1. Linealización tipo N: número de tramos constante.

En este tipo de linealización, su característica básica es que todos los intervalos de variación de potencia de cada rama se han dividido en el mismo número de tramos, reemplazándose en ellos la curva original por una recta, como se representa en las figuras 4.12 y 4.13. Se han representado los intervalos de variación de la potencia de dos ramas diferentes con tamaños diferentes, donde se han tomado dos tramos de linealización, los tramos r1.1 y r1.2 para la rama-1 (figura 4.12) y los tramos r2.1 y r2.2 para la rama-2 (figura 4.13).

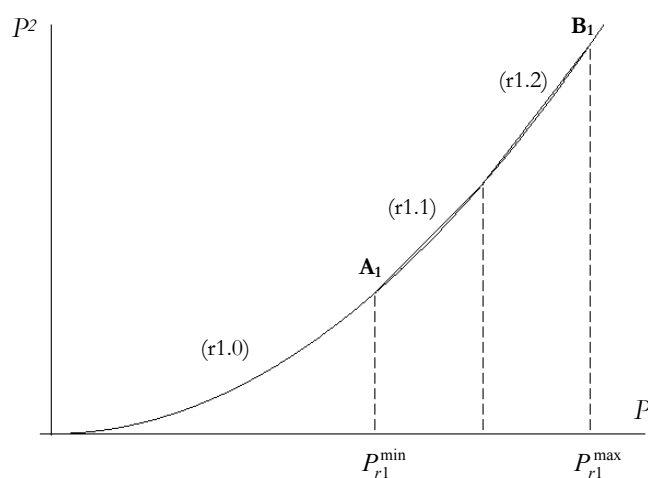


Figura 4.12 Linealización tipo N. Rama-1 con un tamaño de intervalo de variación de potencia pequeño.

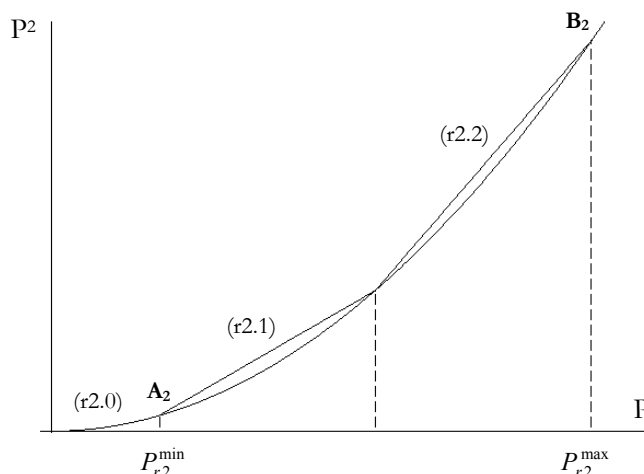


Figura 4.13 Linealización tipo N. Rama-2 con un tamaño de intervalo de variación de potencia grande.

Esta linealización presenta las siguientes ventajas:

- El número de tramos es el mismo para cada rama, facilitando la programación de las ecuaciones.
- El número de parámetros a calcular es el mismo para cada rama: longitud del tramo y pendiente de la recta de cada tramo.
- El almacenamiento y utilización de los parámetros necesarios es sencillo y compacto.
- La formulación de las ecuaciones en el lenguaje de programación que realiza la optimización es sencilla y compacta.

Los inconvenientes se pueden deducir directamente de las figuras 4.12 y 4.13:

- La diferencia entre la linealización realizada en la rama-2, que posee un intervalo de mayor tamaño (figura 4.13) y la curva real es superior a la que se produce en la rama 1 (figura 4.12), lo que se traduce en una peor aproximación de las pérdidas en la rama-2 con respecto a la que se produce en la rama-1.
- La aproximación lineal siempre toma un valor mayor que el real, lo que provocará una penalización del aumento de potencia que puede circular por la rama-2 (intervalo de mayor tamaño) en la función objetivo, en la que se persigue la minimización de las pérdidas.



Los inconvenientes descritos son más acusados cuando el número de tramos elegido es pequeño, lo que puede provocar que durante el proceso de optimización se tomen decisiones que no se ajustan a valores reales, fruto de una linealización deficiente y diferente en cada una de las ramas.

Es importante destacar que en este tipo de linealización es necesario decidir a priori el número de tramos que se va a utilizar. Si el número de tramos es elevado, la aproximación será cada vez mejor, pero el número de variables continuas aumenta pues es necesaria una variable por cada tramo. En la sección 5.5.3. se realizan las pruebas sobre todas las redes empleadas en este trabajo, y se comprueba que a medida que aumenta el número de tramos de linealización, las redes radiales obtenidas después del proceso de optimización presentan pérdidas cada vez menores, tendiendo hacia el mínimo global, debido a la mejor aproximación que se consigue de la curva cuadrática.

Por este motivo, se propone utilizar un número de tramos que acote el error que provoca la linealización sobre la pérdida de potencia calculada en la función objetivo. El procedimiento para el cálculo de este error es el siguiente:

- 1) Cálculo del error máximo entre la curva cuadrática y la recta que lo aproxima.

Sea la curva cuadrática de la figura 4.14, donde se desea linealizar el intervalo  $[P_{\min}, P_{\max}]$  mediante tres tramos de linealización de igual longitud. Centrando la atención sobre el tramo intermedio para conseguir una mayor generalidad, se representa el error en el tramo mediante expresión (4.48), que viene dado por la diferencia entre la curva cuadrática y la recta que la aproxima.

$$E_t = y_r - y_c \quad (4.48)$$

donde  $E_t$  es error o diferencia entre la curva cuadrática y la recta que lo linealiza,  $y_r$  es la ecuación de la recta que aproxima la curva cuadrática, e  $y_c$  es la ecuación de la curva cuadrática

$$y_r = P_{1l}^2 + C_2 \cdot P = P_{1l}^2 + \frac{P_{2l}^2 - P_{1l}^2}{P_{2l} - P_{1l}} P = P_{2l} + (P_{2l} + P_{1l})P \quad (4.49)$$

donde  $C_2$  es la pendiente de la curva,  $P$  la variable de la ecuación de la recta en el tramo intermedio y  $P_{2l}$ ,  $P_{1l}$  potencia máxima y mínima, todas ellas en el tramo intermedio

$$y_c = x^2 = (P_{ll} + P)^2 \quad (4.50)$$

donde  $y_c$  es la ecuación de la curva cuadrática en el tramo intermedio

Sustituyendo las expresiones (4.49) y (4.50) en la ecuación (4.48), se tiene:

$$E_t = y_r - y_c = P \cdot L_t - P^2 \quad (4.51)$$

donde  $L_t$  es la longitud del tramo intermedio

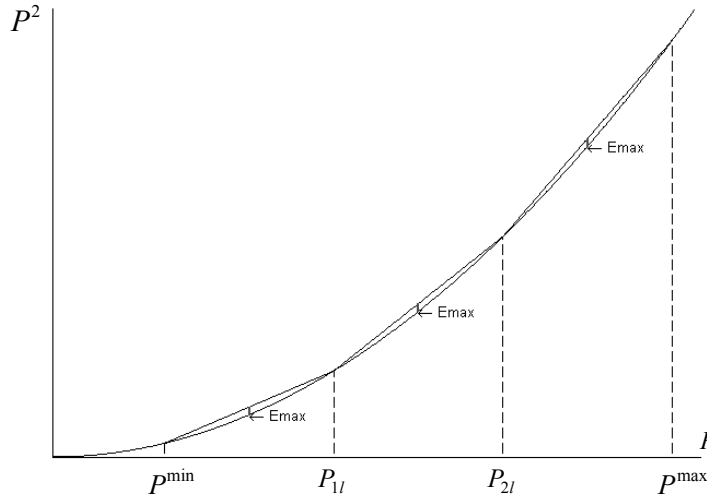


Figura 4.14 Linealización de un intervalo de variación de potencia mediante tres tramos. Error máximo que se produce

Derivando la función que representa el error en el tramo (4.51), se obtiene que el máximo se produce en el punto medio, por lo que el error máximo que puede cometerse toma el valor indicado en la ecuación (4.52). Se observa que esta diferencia máxima no depende del tramo que se esté considerando, y solo es función de la longitud del tramo, es decir, del tamaño del intervalo y del número de tramos seleccionado.

$$\frac{dE_t}{dP} = 0 \Rightarrow P = \frac{L_t}{2} \quad (4.52)$$

$$E_{t,\max} \left( P = \frac{L_t}{2} \right) = \left( \frac{L_t}{2} \right)^2 = \left( \frac{P^{\max} - P^{\min}}{n_t \cdot 2} \right)^2$$

donde  $n_t = t_p$  es el número de tramos en el que se ha dividido el intervalo de variación de potencia, limitado por la potencia máxima y la mínima.

Si  $P_{j,lineal}^2$  es el cuadrado de la potencia activa que circula por la rama  $j$  obtenida con la linealización a trozos,  $P_j^2$  es el cuadrado de la potencia activa que circula por la rama  $j$ , y  $E_{j,P}$  es el error máximo que puede cometerse entre los valores anteriores (valor que viene dado por la expresión (4.52)); entonces la relación entre la curva cuadrática y la linealización a trozos en el punto de máxima diferencia viene dada por la siguiente expresión:

$$P_{j,lineal}^2 = P_j^2 + E_{j,P} \quad (4.53)$$

Señalar que el procedimiento descrito para la potencia activa es el mismo que se sigue para la potencia reactiva.

- 2) Cálculo de la potencia perdida en las ramas utilizando la linealización a tramos.

La función objetivo representa las pérdidas en las líneas de la red empleando la linealización a trozos, y viene dada por la expresión (4.54). Sustituyendo el valor de la potencia cuadrática lineal dada por (4.53), se obtiene la ecuación (4.55). Se observa que el segundo sumando representa el error provocado por la linealización en la función objetivo.

$$P^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot (P_{j,lineal}^2 + Q_{j,lineal}^2) \quad (4.54)$$

$$P^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot (P_j^2 + Q_j^2) + \sum_{j \in B} R_j \cdot (E_{j,P} + E_{j,Q}) \quad (4.55)$$

- 3) Cálculo del error relativo de las pérdidas debido a la linealización expresado en %.

Con objeto de poder valorar y comparar el error en las diferentes redes, se define el error relativo de las pérdidas calculado por la función objetivo, debido a la linealización y expresado en % según la expresión (4.56), tomándose como valor de referencia las pérdidas de la red con configuración mallada.

$$E_{loss,lineal} \% = \frac{100}{P_{mallada}^{loss}} \cdot \sum_{j \in B} R_j \cdot (E_{j,P} + E_{j,Q}) \quad (4.56)$$

donde  $P_{mallada}^{loss}$  representa la potencia activa perdida en las ramas de la red en configuración mallada.

## 4) Cálculo del número de tramos.

Finalmente el número de tramos se obtiene sustituyendo el error máximo en cada rama (4.52), en la expresión (4.56), obteniéndose la ecuación (4.57) que estima el número de tramos, y tras asumir que  $n_t = t_P = t_Q$ :

$$n_t = \frac{10}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j \in B} R_j \cdot \left( (P_j^{\max} - P_j^{\min})^2 + (Q_j^{\max} - Q_j^{\min})^2 \right)}{E_{loss, lineal} \% \cdot P_{mallada}^{loss}}} \quad (4.57)$$

Para poder aplicar esta expresión, es necesario fijar el error máximo permitido debido a la linealización,  $E_{loss, lineal} \%$ . Valores altos de este umbral implican un número bajo del número de tramos, y por lo tanto un número reducido de variables continuas asociadas a cada tramo, pero escasa aproximación en la linealización y baja probabilidad de encontrar la red óptima. De forma contraria sucede al imponer un valor del umbral bajo. En el siguiente capítulo se justificará el valor finalmente propuesto.

#### 4.9.2. Linealización tipo L: longitud de tramo constante.

De los inconvenientes expuestos para la linealización anterior, surge de forma natural la nueva propuesta de linealización. Consiste en hacer que la longitud de los tramos sea constante para cualquier intervalo de variación de potencia de cada rama y por tanto, que el número de tramos para cada intervalo sea distinto.

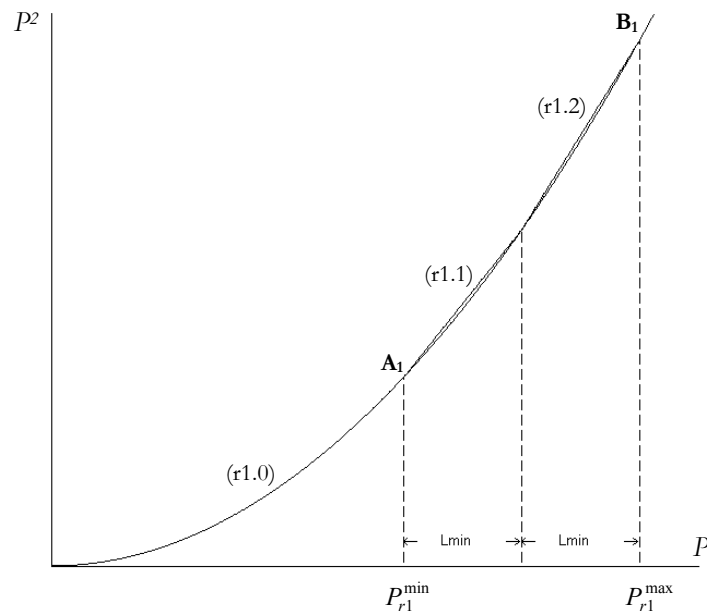


Figura 4.15 Linealización tipo L. Rama-1 con un tamaño de intervalo de variación de potencia pequeño

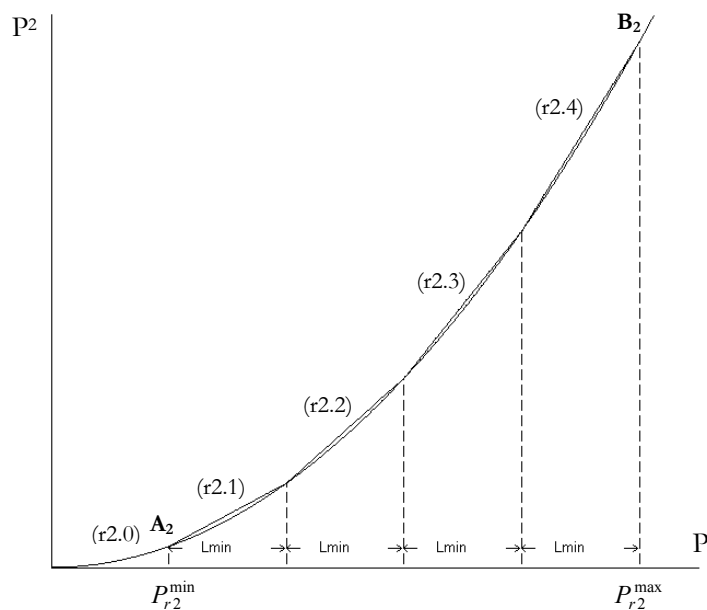


Figura 4.16 Linealización tipo L. Rama-2 con un tamaño de intervalo de variación de potencia grande

En las figuras 4.15 y 4.16 se pone de manifiesto de forma gráfica el cambio propuesto, donde se observa que en ambas ramas la aproximación es similar, aún teniendo tamaño de intervalo muy diferente.

Las mejoras que se producen respecto a la linealización tipo N son las siguientes:

- La máxima diferencia entre el valor de  $P^2$  y  $Q^2$  en la linealización y la curva real, está acotada independientemente de la rama a la que corresponda.
- No hay ramas desfavorecidas frente a otras por una linealización menos eficiente.

Sin embargo, aparecen los siguientes inconvenientes:

- Cada una de las ramas tiene un número de variables diferente, debido a que poseen un número de tramos diferente. Este aspecto complica la codificación de las ecuaciones en el lenguaje de programación.
- El almacenamiento y utilización de los parámetros que definen cada uno de los tramos de linealización deja de ser compacto.

El procedimiento que se propone para su implementación es el siguiente:

1. Se obtiene el intervalo de variación de potencia de cada una de las ramas para todos los caminos posibles.
2. Se selecciona el intervalo de menor tamaño.
3. Se toma como longitud del tramo el tamaño del intervalo menor:  $L_{\min}$
4. Se divide el intervalo de variación de potencia de cada rama entre  $L_{\min}$ , y se toma el entero superior, que representa el número de tramos de dicho intervalo, obteniéndose una longitud de intervalo ligeramente inferior a  $L_{\min}$ , garantizando de esta forma una linealización uniforme.
5. Finalmente se calculan las pendientes de los tramos linealizados para cada uno de los tramos de cada uno de los intervalos de potencia de las ramas.

El procedimiento descrito asegura una longitud de tramo prácticamente igual para los intervalos de variación de potencia de cada una de las ramas, corrigiendo de esta manera las aproximaciones diferentes en las distintas ramas que se producían al emplear la linealización anterior. Sin embargo, pueden aparecer dos inconvenientes que no pueden evitarse y que solo dependen de las características de la red en estudio y del número de caminos obtenido.

- Si el tamaño del intervalo más pequeño es muy bajo en comparación con el resto, aparecerán un número muy elevado de tramos, y por tanto el número de variables continuas puede hacerse excesivamente elevado, provocando que el tamaño del problema lo haga inabordable.
- En el caso contrario, el número de tramos será muy pequeño y se producirá una linealización deficiente, que impedirá la búsqueda del óptimo real.

Con objeto de evitar estos problemas y mantener el concepto de longitud constante para todos los tramos de la linealización, se propone utilizar una longitud de tramo constante para  $P^2$  y  $Q^2$ , que acote el error que provoca la linealización sobre la pérdida de potencia calculada en la función objetivo.

En la sección anterior se obtuvo la ecuación (4.56), que define el error relativo de las pérdidas debido a la linealización expresado en %. Sobre esta expresión se sustituye el valor del error máximo cometido en cada tramo dado por la ecuación (4.52), obteniéndose la expresión (4.58). En este caso se parte de la base de que la longitud de todos los tramos es la misma, independientemente de la rama a la que pertenezcan, y está representado en la ecuación por ' $L$ '.

$$E_{loss,linear} \% = \frac{100 \cdot 2 \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{P_{mallada}^{loss}} \cdot \sum_{j \in B} R_j \quad (4.58)$$

Finalmente la estimación de la longitud de tramo viene fijada por la ecuación (4.59), donde es necesario fijar el valor de umbral del error impuesto a la linealización. Valores altos de este umbral implican una longitud grande, y por lo tanto un número reducido de variables continuas asociadas a cada tramo, pero escasa aproximación en la linealización y baja probabilidad de encontrar la red óptima real. De forma contraria sucede al imponer un valor del umbral bajo.

$$L = \sqrt{\frac{E_{loss,linear} \% \cdot P_{mallada}^{loss}}{50 \cdot \sum_{j \in B} R_j}} \quad (4.59)$$

El número de tramos real en cada intervalo de variación de potencia de cada rama, se obtiene al dividir el tamaño del intervalo entre la longitud estimada ( $L$ ), tomando el valor entero superior, como ya se razonó anteriormente.

#### 4.10. Reducción del número de caminos imponiendo la restricción de máxima caída de tensión

El propósito de esta sección es la reducción del número de caminos obtenidos inicialmente. Cada camino tiene asociado una variable binaria en las ecuaciones del modelo, que indicarán si el camino correspondiente está o no activo en la red radial finalmente obtenida. La reducción del número de caminos implica de manera directa una reducción del número de variables binarias, por lo que reduce el tamaño del problema y facilita la convergencia del algoritmo de optimización hacia el óptimo global, o en su caso, a redes próximas a él. En la sección 5.4 se presentan los resultados sobre todas las redes de prueba, donde se pone de manifiesto el elevado número de caminos inicialmente obtenidos y la necesidad de reducirlo.

La máxima caída de tensión es una de las restricciones que forma parte de la formulación del problema, por lo que las redes obtenidas deben cumplir finalmente esta restricción. Lo que en este apartado se plantea es imponer a priori la restricción de la máxima caída de tensión a los caminos, es decir, rechazar aquellos caminos que no la cumplan antes de ejecutar el algoritmo de optimización sobre las ecuaciones propuestas.

El cálculo de la caída de tensión de cada camino se hará mediante la ecuación (4.15), que como ya se ha indicado, presenta la ventaja de ser un valor más exacto que la ecuación de Blondel. A partir de este valor se calculará la tensión del nudo asociado a cada camino,  $V_i$ .

La implementación práctica se hará en dos fases:

- Inicialmente, se obtienen los caminos que cumplen con el “coeficiente de caminos,  $C_c$ ”, que como ya se ha indicado, impone un límite a la resistencia de los caminos comparándolos con el camino de menor resistencia.
- Una segunda fase toma cada uno de los caminos anteriores y se calcula la caída de tensión en cada uno de ellos, obteniéndose la tensión de su nudo asociado,  $V_i$ .
- Se toma el valor máximo de caída de tensión permitido,  $\Delta V_{\max} = V_S - V_i$ , o lo que es lo mismo, el valor de tensión mínima permitida en los nudos,  $V_{\min} = V_S - \Delta V_{\max}$ .
- Finalmente se desechan aquellos caminos cuyo nudo asociado no alcance el umbral  $V_{\min}$  fijado.



La obtención de la caída de tensión de cada camino se realiza sobre el árbol madre, se parte desde la posición de dicho camino o nodo en el árbol madre y se recorre el árbol hacia arriba hasta el origen, siguiendo su feeder. Para el cálculo de la caída de tensión se utilizará la resistencia y reactancia de cada una de las ramas recorridas, y la potencia activa y reactiva de los nudos situados aguas abajo, sin tener en cuenta el resto de caminos.

Como ejemplo ilustrativo, se hace uso de la red ejemplo y su árbol madre representado en la figura 4.17, mostrándose en la ecuación (4.60) la caída de tensión del camino “3” que está formado por las ramas r1 y r3.

$$\left[ V_S^2 - V_B^2 \right]_{CAMINO} = 2(R_3 P_{LB} + X_3 Q_{LB}) + 2(R_1 (P_{LA} + P_{LB}) + X_1 (Q_{LA} + Q_{LB})) \quad (4.60)$$

donde  $R_j$  y  $X_j$  es la resistencia y reactancia de la rama  $rj$ , y  $P_{Li}$  y  $Q_{Li}$  es el consumo de potencia activa y reactiva del nudo  $i$ .

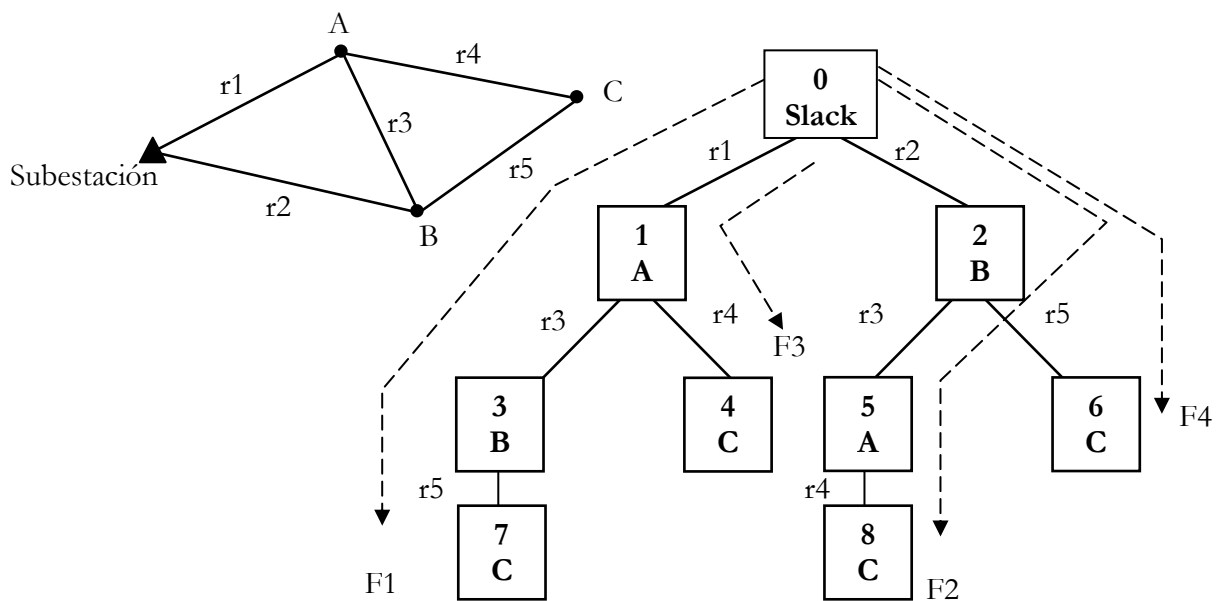


Figura 4.17 Red ejemplo y su árbol madre

Es necesario destacar que la red final es una superposición de caminos, por lo que los caminos tratados de forma individualizada no tienen en cuenta toda la potencia que realmente circula por cada una de sus ramas cuando forman parte de una red. Para concretar e ilustrar esta característica, se utiliza la red radial de la figura 4.18, que es una de las posibles redes radiales de la red ejemplo de la figura 4.17. El

camino que une el nudo B con el origen está formado por las ramas r1 y r3 (marcadas en trazo más grueso) y se corresponde con el camino “3”.

El cálculo de la caída de tensión hasta el nudo B en la red radial viene dado por la ecuación (4.61), donde se tiene en cuenta el consumo del nudo C aunque no forme parte del camino “3”, pues la potencia de este nudo circula por la rama r1. Se observa que la caída de tensión obtenida es menor cuando se hace a través del camino (4.60) sin tener en cuenta el resto de la red, que cuando se tiene en cuenta la topología radial final (4.61). Por lo tanto, la tensión que se calcula en su nudo extremo con (4.60) es siempre mayor que la que se produce realmente en la red final. Esta característica permite imponer el umbral de tensión mínima a los nudos de los caminos, y estar del lado de la seguridad de que no se descartan caminos válidos.

Hay que indicar que sigue siendo necesario imponer la restricción de máxima caída de tensión en el planteamiento de las ecuaciones y que debe cumplir el modelo durante el proceso de obtención del mínimo, pues como se ha demostrado, las tensiones de los nudos considerando su camino de forma aislada y las tensiones de los nudos en la red real son diferentes.

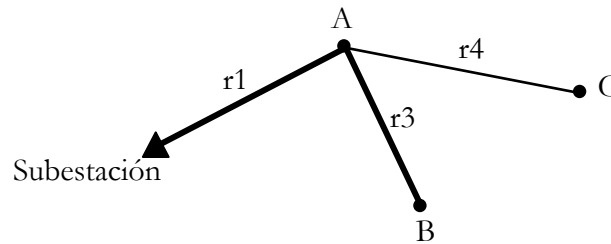


Figura 4.18 Una red radial de la red ejemplo de la figura 4.17

$$\left[ V_s^2 - V_B^2 \right]_{RED} = 2(R_1(P_{LA} + P_{LB} + P_{LC}) + X_1(Q_{LA} + Q_{LB} + Q_{LC})) + 2(R_3P_{LB} + X_3Q_{LB}) \quad (4.61)$$

Con objeto de comprobar numéricamente estas consideraciones, en la figura 4.19 se muestran las tensiones de los nudos asociados a los caminos óptimos (serie rombo), tomando éstos de forma aislada y las tensiones reales de los nudos formando parte de la red óptima (serie cuadrado) para la red de 33 nudos. Se observa gráficamente que la tensión real en cualquier nudo de la red es siempre menor que la del mismo nudo calculado sólo a través de su camino. Este hecho nos permite aplicar la restricción de caída de tensión a los caminos y rechazar aquellos que no la cumplen, sin riesgo de rechazar caminos válidos, pues sus nudos asociados tendrán tensiones menores en la red final.

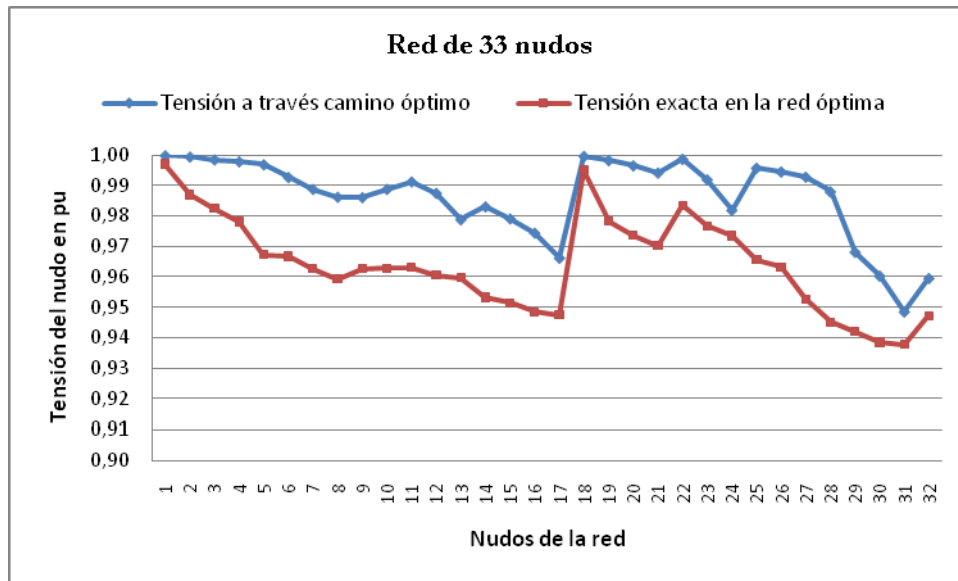


Figura 4.19 Tensión de los nudos asociados a los caminos óptimos y tensión real en los nudos de la red óptima. Red de 33 nudos

En la sección 5.5 donde se muestran los resultados sobre todas las redes de prueba, se pone de manifiesto con datos una importante reducción del número de caminos y como consecuencia directa, la reducción del número de variables binarias.

Otro aspecto de enorme importancia asociado a la reducción del número de caminos, es que el intervalo de variación de potencia de cada una de las ramas se reduce, en concreto el valor de la potencia máxima que puede circular por cada una de las ramas disminuye al tener asociado un número menor de caminos, lo que finalmente provoca:

- Mejor aproximación entre la recta y la curva real, si se emplea la linealización de número de tramos constantes para cada intervalo de las ramas.
- Menor número de tramos en cada uno de los intervalos si se emplea la linealización de longitud de tramo constante, lo que se traduce de forma directa en un menor número de variables continuas.

Las mejoras conseguidas con la reducción del número de caminos, provocarán una reducción del tamaño del problema, una disminución de los tiempos de procesamiento y que el algoritmo de optimización tenga mayores probabilidades de alcanzar el óptimo global, o en caso de que este no se alcance, obtener soluciones próximas a él.

#### 4.11. Reducción del número de caminos empleando el “coeficiente de tensiones”

El objetivo de esta propuesta, al igual que en la sección anterior, sigue siendo la reducción del número de caminos obtenidos inicialmente, con el fin de disminuir el número de variables binarias en la formulación final del problema.

La presente sección rechaza caminos cuyas características hacen que tenga escasa o nula probabilidad de formar parte de la red óptima o de redes próximas a ella. Para ello se hace valer una característica que presentan las redes radiales con menores pérdidas de potencia activa, y es que presentan un buen perfil de tensiones.

La principal idea de esta técnica es:

En el conjunto de caminos asociados a un mismo nudo,  $\Pi_n^i$ , aquellos que tienen menor caída de tensión son los que tienen mayor probabilidad de formar parte de la red radial óptima o de redes cercanas a ella. Por ello se rechazan los caminos que presentan mayores caídas de tensión.

Con objeto de poner en práctica esta idea se definen los siguientes conceptos sobre el conjunto de caminos asociados a un mismo nudo,  $\Pi_n^i$ :

- $V(\pi_k^i)$ : tensión del nudo  $i$  a través del camino  $\pi_k^i$ .
- $V_{\min}(i), V_{\max}(i)$  : tensión mínima y máxima respectivamente del nudo  $i$ , calculada a través de todos sus caminos asociados.
- $Int_V(i) = V_{\max}(i) - V_{\min}(i)$  : Intervalo de tensión del nudo  $i$ .

Se define el coeficiente de tensiones del camino  $\pi_k^i$  como:

$$C_V(\pi_k^i) = \frac{V(\pi_k^i) - V_{\min}(i)}{Int_V(i)} \quad (4.62)$$

La definición realizada obliga a que todos los valores se encuentren en el intervalo  $[0,1]$ , donde el cero corresponde al camino que provoca menor tensión y el uno al camino que provoca mayor tensión en el nudo asociado. Aceptando que la red radial buscada tiene un buen perfil de tensiones, los caminos próximos a 1 serán los candidatos a formar parte de dicha red radial. Por ello se rechazarán todos aquellos caminos cuyo coeficiente de tensiones,  $C_V(\pi_k^i)$ , sea menor que un umbral fijado, que para este trabajo toma el valor medio de  $C_V^{\lim} = 0,5$ .

En la figura 4.20 se representa de forma gráfica un ejemplo de la técnica propuesta, donde el nudo “i” tiene asociados siete caminos  $\Pi_n^i = \{\pi_1^i, \pi_2^i, \dots, \pi_7^i\}$ . Las barras representan la caída de tensión en cada camino, en la izquierda de la figura se representa la tensión en p.u. del nudo “i” a través de cada camino,  $V(\pi_k^i)$ , y en la derecha se muestra el valor del coeficiente de tensiones de cada camino,  $C_V(\pi_k^i)$ .

Se observa que el camino con menor caída de tensión ( $\pi_1^i$ ) tiene un coeficiente de tensiones igual a la unidad y el camino con mayor caída de tensión ( $\pi_5^i$ ) tiene un coeficiente de tensiones igual a cero. En el ejemplo de la figura los caminos  $\{\pi_4^i, \pi_5^i, \pi_6^i, \pi_7^i\}$  no superan el valor umbral,  $C_V^{\text{lim}} = 0,5$ , y por lo tanto no formarán parte del modelo final.

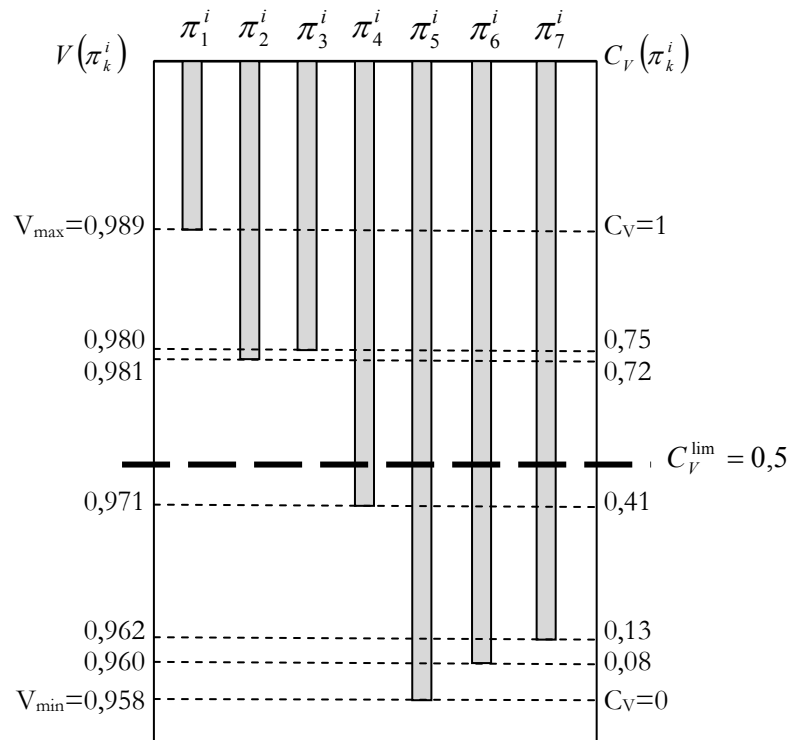


Figura 4.20 Tensión del nudo a través de su camino  $\pi_k^i$  y su coeficiente de tensiones  $C_V(\pi_k^i)$

El proceso de eliminación de caminos no se hará en todos los nudos, sino solo sobre los denominados “nudos activos”, que son aquellos que cumplen las dos características siguientes:

- A) El nudo activo debe tener un “número de caminos mínimo,  $NC_V^{\text{min}}$ ”, pues es necesario permitir que el algoritmo de optimización evolucione y que existan diferentes posibilidades de unir cada uno de los nudos con la subestación. Actuar sobre una población de dos o tres caminos por nudo,

obligaría a eliminar uno o dos de ellos, lo que impediría o limitaría en exceso la formación de diferentes redes radiales. Por ello se propone que los “nodos activos” tengan un número de caminos igual o superior a 4.

- B) El intervalo de tensión del nudo activo,  $Int_V(i)$ , debe superar un valor umbral,  $Int_V^{lim}$ . Esta limitación es necesaria, pues puede suceder que todos los caminos asociados a un nudo tengan tensiones muy similares, y no debe descartarse ninguno de ellos. Se toma como valor umbral,  $Int_V^{lim}$ , la mayor caída de tensión que se produce en la red mallada, que es un valor característico de cada red.

El mayor inconveniente de esta técnica se centra en la elección de los valores límites definidos. Las numerosas pruebas realizadas, su aplicación a todas las redes estudiadas obteniéndose la mejor red radial conocida (sección 5.3) y el análisis de sensibilidad realizado a estos parámetros (sección 5.7), permiten verificar la idoneidad de los valores tomados.

Para ilustrar la aplicación completa de esta técnica, se toma la red ejemplo de la figura 4.21, que consta de cinco nodos de consumo, un nudo Slack representado por el nudo n6 y dos bucles. En la tabla 4.8 se muestran los datos de consumo de los nodos y las características de las ramas de la red ejemplo.

Sobre esta red se construye su árbol madre siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.3, obteniéndose un total de 17 caminos, que son todos los caminos posibles, pues se ha tomado un coeficiente de caminos infinito.

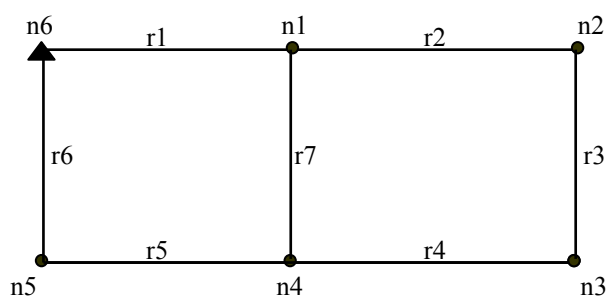


Figura 4.21 Red ejemplo de 6 nodos para aplicar la técnica de reducción de caminos mediante el coeficiente de tensiones

| Rama | Nudo origen | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Potencia activa consumida nudo destino (MW) | Potencia reactiva consumida nudo destino (MW) |
|------|-------------|--------------|--------------------|-------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1    | 6           | 1            | 6,85070e-004       | 3,48899e-004      | 13,4550E-03                                 | 9,982E-03                                     |
| 2    | 2           | 1            | 7,13333e-004       | 3,63311e-004      | --                                          | --                                            |
| 3    | 3           | 2            | 1,72577e-004       | 8,79734e-005      | 24,887E-03                                  | 17,81E-03                                     |
| 4    | 4           | 3            | 1,53298e-003       | 5,06689e-004      | 48,5E-03                                    | 34,609E-03                                    |
| 5    | 5           | 4            | 3,50396e-004       | 1,15862e-004      | 15,176E-03                                  | 10,198E-03                                    |
| 6    | 6           | 5            | 1,33158e-003       | 4,40054e-004      | 16,5E-03                                    | 11,775E-03                                    |
| 7    | 4           | 1            | 7,00792e-004       | 2,31725e-004      | --                                          | --                                            |

Tabla 4.8 Datos de la red ejemplo de la figura 4.21, con una potencia base de 0,1MVA.

Para el cálculo de la caída de tensión en cada camino, se utilizará la ecuación descrita en la sección 4.6.3, y no se han tenido en cuenta el resto de caminos que pudiesen estar conectados a él cuando forme parte de una red, pues no son conocidos a priori.

En la tabla 4.9 aparecen los datos más relevantes de la aplicación de la técnica de reducción de caminos mediante el coeficiente de tensiones, de izquierda a derecha:

- Nudo: conjunto de nudos excepto la subestación.
- Camino: conjunto de caminos obtenidos en el árbol madre. La numeración representada ha sido según el orden de aparición en el árbol madre, y se han agrupado en función de su nudo asociado.
- Ramas: conjunto de ramas que forman el camino, en orden desde la subestación hasta el nudo extremo.
- $V(\pi_k^i)$ : tensión del nudo  $i$  calculado a través del camino  $\pi_k^i$ .
- N° de caminos por nudo: número de caminos que forman la población de caminos que tiene el mismo nudo asociado,  $\Pi_n^i$ .
- $Int_v(i)$ : Intervalo de tensión del nudo.
- Estado del nudo: indica si el nudo es o no activo.
- $C_v(\pi_k^i)$ : coeficiente de tensiones del camino  $\pi_k^i$  calculado mediante la expresión (4.62).
- Eliminados: columna que indica si el correspondiente camino se ha eliminado o no mediante esta técnica.

- Óptimos: columna donde se indica el camino que forma parte de la red radial de mínimas pérdidas.

| Nudo | Camino | Ramas          | $V(\pi_k^i)$ | Número caminos por nudo | $Int_V(i)$ | Estado del nudo | $C_V(\pi_k^i)$ | Caminos eliminados | Caminos óptimos |
|------|--------|----------------|--------------|-------------------------|------------|-----------------|----------------|--------------------|-----------------|
| n1   | 1      | r1             | 0,99987      | 3                       | 0,00414    | No activo       | 1,00           | --                 | Optimo          |
|      | 10     | r6,r5,r7       | 0,99902      |                         |            |                 | 0,79           | --                 | --              |
|      | 16     | r6,r5,r4,r3,r2 | 0,99573      |                         |            |                 | 0,00           | --                 | --              |
| n2   | 3      | r1,r2          | 0,99940      | 4                       | 0,00296    | Activo          | 1,00           | --                 | Optimo          |
|      | 14     | r6,r5,r7,r2    | 0,99804      |                         |            |                 | 0,54           | --                 | --              |
|      | 12     | r1,r7,r4,r3    | 0,99683      |                         |            |                 | 0,13           | Eliminado          | --              |
|      | 13     | r6,r5,r4,r3    | 0,99644      |                         |            |                 | 0,00           | Eliminado          | --              |
| n3   | 6      | r1,r2,r3       | 0,99836      | 4                       | 0,00234    | Activo          | 1,00           | --                 | Optimo          |
|      | 7      | r1,r7,r4       | 0,99781      |                         |            |                 | 0,77           | --                 | --              |
|      | 9      | r6,r5,r4       | 0,99749      |                         |            |                 | 0,63           | --                 | -               |
|      | 17     | r6,r5,r7,r2,r3 | 0,99602      |                         |            |                 | 0,00           | Eliminado          | --              |
| n4   | 4      | r1,r7          | 0,99960      | 3                       | 0,00185    | No activo       | 1,00           | --                 | --              |
|      | 5      | r6,r5          | 0,99942      |                         |            |                 | 0,90           | --                 | Optimo          |
|      | 11     | r1,r2,r3,r4    | 0,99775      |                         |            |                 | 0,00           | --                 | --              |
| n5   | 2      | r6             | 0,99973      | 3                       | 0,00272    | No activo       | 1,00           | --                 | Optimo          |
|      | 8      | r1,r7,r5       | 0,99923      |                         |            |                 | 0,82           | --                 | --              |
|      | 15     | r1,r2,r3,r4,r5 | 0,99701      |                         |            |                 | 0,00           | --                 | --              |

Tabla 4.9 Datos sobre los nudos y caminos obtenidos de la red de la figura 4.17.

Como ya se ha indicado anteriormente, el nudo es activo si cumple dos características:

- El número de caminos por nudo debe ser igual o superior a un umbral fijado en 4, que en la red ejemplo se cumple en los nudos n2 y n3.
- El intervalo de tensión del nudo debe ser superior a la máxima caída de tensión que se produce en la red cuando se encuentra mallada. En la red ejemplo este umbral corresponde al valor  $Int_V^{\lim} = 0,00126$  p.u. y se cumple en todos los nudos.

Analizados todos los nudos se tiene que solo los nudos n2 y n3 son activos, luego solo se aplicará la técnica de reducción de caminos sobre ellos. El siguiente paso es calcular el coeficiente de tensiones,  $C_V(\pi_k^i)$ , de cada uno de los caminos mediante la



expresión (4.62). A continuación se eliminan aquellos caminos cuyo coeficiente de tensiones es inferior al límite fijado de 0,5, actuando solo sobre los nudos activos. En la tabla 4.9 se reflejan los valores obtenidos y aquellos caminos eliminados.

Finalmente hay que resaltar la información de la última columna de la tabla 4.9 en la que se indican los caminos que forman parte de la red radial óptima de mínimas pérdidas, y que se corresponde con la apertura de las ramas  $r_4$  y  $r_7$ . Es de destacar que todos los caminos óptimos poseen un coeficiente de tensiones igual a 1,0, salvo en el nudo 4 que tiene un valor de 0,9. Los resultados confirman pues, que la red radial obtenida es una red que presenta un perfil de tensiones muy bueno, y avala la técnica aplicada.

La utilización de esta técnica presenta la ventaja de poder reducir el número de caminos y por tanto del número de variables binarias que intervienen en el proceso de optimización. En la sección 5.3 se aplicará la presente propuesta a todas las redes de prueba y se comprobará la eficacia de la misma.

## 4.12. Reducción del número de restricciones.

Con el objetivo de disminuir el tamaño del problema, reducir el tiempo de ejecución del algoritmo de optimización, y no consumir memoria innecesaria, se propone no incluir aquellas restricciones que incluso en las situaciones más extremas, siempre se van a cumplir, por lo que no suponen en ningún caso una limitación al problema.

Se analizarán las restricciones eléctricas de máxima caída de tensión impuesta a todos los caminos y las de máxima circulación de potencia sobre cada una de las ramas.

### 4.12.1. Restricción de máxima caída de tensión.

Las ecuaciones que hacen cumplir la restricción de máxima caída de tensión para cada uno de los nudos de la red radial se aplican sobre cada uno de los caminos, y toma la forma de la ecuación (4.63). Se propone no imponer aquellas restricciones de máxima caída de tensión sobre aquellos caminos que, aún circulando la máxima potencia posible por sus ramas, cumplen siempre con la limitación.

$$2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^t} \left( R_j \cdot \sum_{t \in tp} P_j^{(t)} + X_j \cdot \sum_{t \in tp} Q_j^{(t)} \right) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) \quad (4.63)$$

Para detallar el procedimiento utilizado, se utiliza el camino ejemplo de la figura 4.22, que forma parte de una red radial desconocida. El camino “ $\pi_{kl}^{n4}$ ” está destacado en trazo grueso y formado por las ramas r1, r2, r3 y r4, teniendo como nodo asociado o nodo terminal, el n4. Igualmente se ha representado parte de la red con líneas a trazos, con el objeto de destacar que desde todos los nudos que forman parte del camino pueden partir ramas que alimenten a otros nudos.

Es necesario calcular la máxima caída de tensión del camino bajo cualquier configuración posible, para ello se utiliza como dato la máxima potencia que puede circular por cada una de las ramas, y cuyo cálculo se ha detallado en la sección 4.4. El procedimiento seguido es el siguiente:

- Se toma cada nodo/camino sobre el árbol madre y se recorre aguas arriba hasta la subestación, con objeto de localizar todas sus ramas.
- Se calcula la caída de tensión en la primera rama que parte de la subestación, tomando la potencia máxima que puede circular por ella.

- c. Se calcula la caída de tensión en la siguiente rama aguas abajo. Teniendo en cuenta que la circulación de potencia en una red radial debe ir decreciendo a medida que se avanza aguas abajo en el camino, se toma como potencia el menor valor entre:
- c.1. Máxima potencia que puede circular por la rama bajo cualquier configuración posible, obtenida en la sección 4.4.
  - c.2. Potencia que se ha tomado en la rama situada inmediatamente aguas arriba.
- En el caso de redes con generación dispersa, la potencia no tiene porqué ir siempre decreciendo a lo largo del camino, por lo tanto se toma siempre el valor descrito en paso c.1.
- d. Se repite el proceso hasta llegar al nudo terminal del camino.
- e. Se suman todas las caídas de tensión calculadas, obteniéndose la mayor caída de tensión posible en dicho camino.
- f. Si bajo estas condiciones de cálculo, se cumple la desigualdad (4.63), se puede asegurar que la restricción se va a cumplir para todas las configuraciones posibles, y por tanto no es necesario imponerla durante el proceso de optimización.

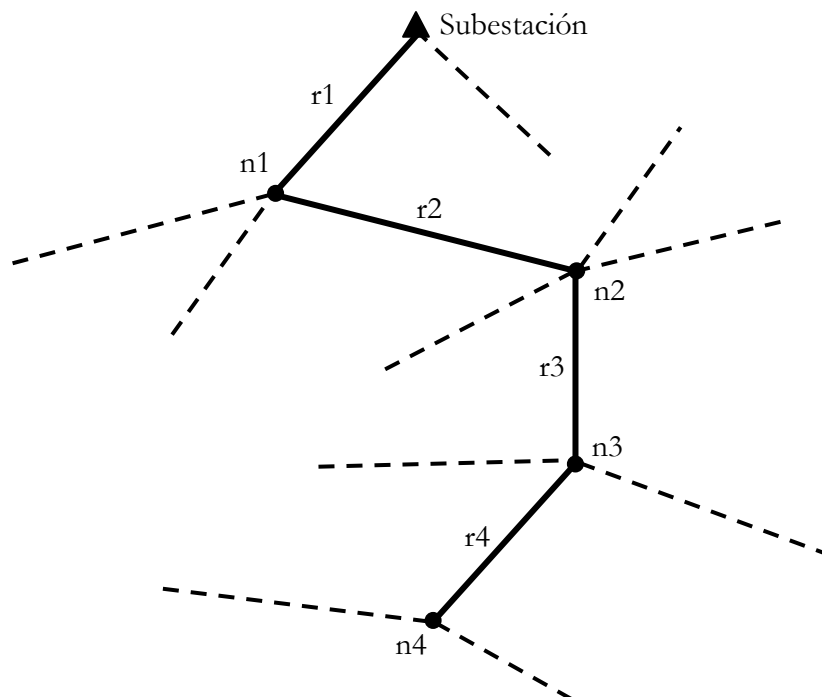


Figura 4.22 Camino  $\pi_{k1}^{n4}$  en el seno de una red radial

En la tabla 4.10 se pone en práctica el procedimiento descrito, seleccionando la potencia máxima que puede circular por cada una de las ramas del camino de la figura 4.22. En la segunda columna de la tabla se encuentran los valores del intervalo de variación de potencia para cada una de las ramas, y en la última columna se ha representado el valor máximo de potencia que puede circular por cada rama en dicho camino, y por tanto el valor que se utilizará para calcular la máxima caída de tensión. En la misma tabla se destaca el valor utilizado en la rama r3, donde se ha tomado el valor descrito en el paso c.2 del procedimiento, con objeto de no superar la potencia que circula aguas arriba.

| Rama | Intervalo de potencia | Potencia máxima por cada rama del camino $\pi_{k1}^{n4}$ |
|------|-----------------------|----------------------------------------------------------|
| r1   | [ 3 , 15 ]            | 15                                                       |
| r2   | [ 2 , 10 ]            | 10                                                       |
| r3   | [ 3 , 12 ]            | 10                                                       |
| r4   | [ 3 , 4 ]             | 4                                                        |

Tabla 4.10 Potencia que se utilizará en cada rama del camino para el cálculo de la caída máxima de tensión.

### 4.12.2. Restricción de máxima circulación de potencia.

Las ecuaciones que hacen cumplir la restricción de máxima circulación de potencia en la red radial se aplican sobre cada una de las ramas, y toman la forma de la ecuación (4.64).

$$\sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \leq (S_j^{\max})^2, \forall \text{ rama } j \quad (4.64)$$

Al igual que en la sección anterior, se propone no imponer aquellas restricciones sobre las ramas que, aún circulando la máxima potencia en cualquiera de las configuraciones posibles, cumplen siempre la limitación. Para su aplicación es necesario utilizar como dato la máxima potencia que puede circular por cada una de las ramas ( $P_j^{\max}$ ), y cuyo cálculo se ha detallado en la sección 4.4.

El procedimiento es sencillo, pues solo basta comprobar si se cumple la desigualdad (4.65) para cada una de las ramas. Este caso es la situación más extrema, por lo que si se cumple la desigualdad quiere decir que no suponen en ningún caso una limitación al problema, y no es necesario imponer la restricción de máxima circulación de potencia a dicha rama.

$$(P_j^{\max})^2 + (Q_j^{\max})^2 \leq (S_j^{\max})^2, \forall \text{ rama } j \quad (4.65)$$



# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Introducción

En el capítulo anterior se obtuvo el sistema de ecuaciones con una función objetivo que representa de forma aproximada las pérdidas en todas las ramas de la red, sujeto a una serie de restricciones que obligan a que la red obtenida sea radial y que cumpla los límites de máxima caída de tensión y potencia máxima aparente que puede circular. El problema a optimizar es lineal entero mixto, presentando dos tipos de variables, una de ellas binaria que está asociada a la activación o no del camino que representa, y un segundo tipo de variables continuas que indica la circulación de potencia activa y reactiva por cada una de las ramas y están asociadas a cada uno de los tramos de linealización.

La formulación del problema lineal entero mixto se ha codificado en formato GAMS y ejecutado en la clasificación MIP (Mixed Integer Problem) con el módulo CPLEX. Hay que destacar que, a diferencia de investigaciones anteriores, los resultados obtenidos en este trabajo son fruto de la aplicación de un software de optimización comercial a un sistema de ecuaciones con una función a optimizar, donde solo se han empleado técnicas heurísticas para la reducción del número de caminos que intervienen finalmente en la definición del problema. Las simulaciones se han ejecutado en un equipo con procesador Intel Pentium III Xeon, 2,83 GHz y 3,5 GB de RAM.

El modelo propuesto se ha aplicado a ocho redes diferentes (33, 69, 84, 118, 137, 205, 409 y 1043 nudos). Las redes de 33 y 69 nudos han sido estudiadas en numerosos trabajos anteriores y son ampliamente conocidas, así como la red radial óptima que debe obtenerse. Las redes de 84 y 118 nudos también han sido propuestas y tratadas en algunos trabajos anteriores, y se conoce la red óptima buscada. Las redes de mayor tamaño, 137, 205 y 409 nudos, se han generado repitiendo 2, 3, y 6 veces respectivamente la red de 69 nudos, y uniéndolas mediante líneas de interconexión. Finalmente la red de 1043 nudos se ha generado uniendo la red de 409 nudos con cuatro redes de 118 nudos y dos de 84 nudos, y uniéndolas

mediante líneas de interconexión. Su construcción y valores se explican con detalle en el Apéndice D de redes.

Las redes mencionadas en el apartado anterior no tienen generación dispersa, y dada la dificultad para encontrar en la literatura redes con nudos donde solo se inyecta potencia, se proponen dos redes de prueba donde aparece la generación dispersa. Una primera red de 6 nudos y dos bucles (Red 6GD), donde dada su simplicidad, se conoce perfectamente la red radial óptima, con el objeto de comprobar los resultados obtenidos. Finalmente se tomará la clásica red de 33 nudos, seleccionando varios de sus nudos donde se asignará un determinado valor de inyección de potencia tanto activa como reactiva (Red 33GD). Su construcción y valores se explican con detalle en el Apéndice D de redes.

Un aspecto a tener en cuenta y que influye de manera decisiva en los resultados, es que los algoritmos de optimización para este tipo de problemas no aseguran alcanzar el óptimo global, sino mínimos locales que cumplen con las restricciones dadas en la definición del problema. Por ello es de vital importancia en este trabajo analizar el comportamiento y la influencia que tienen los parámetros y variables del problema para mejorar los resultados del algoritmo de optimización, aspecto que se trata en las secciones 5.2 a 5.5. Puede adelantarse que los resultados finales alcanzan la mejor red radial conocida para las redes de pequeño y mediano tamaño (32 a 205 nudos), y configuraciones muy próximas a la mejor red radial conocida en las redes de gran tamaño (409 y 1043 nudos). Los datos relevantes del modelo completo aplicado a cada una de las redes se exponen en la sección 5.6.

En la sección 5.7 de este capítulo se estudia la sensibilidad del modelo, valorando las soluciones obtenidas al producirse variaciones pequeñas de los diferentes parámetros seleccionados. En la sección 5.8 se aumenta el índice de carga de la red, definido como la carga total sistema dividido por el número de nudos de consumo, y se observa el comportamiento del modelo.

La sección 5.9 se dedica a redes con generación dispersa, donde el modelo responde de forma satisfactoria para las redes probadas. En la última sección del capítulo, se imponen restricciones eléctricas más severas, disminuyendo los valores de máxima caída de tensión y máxima circulación de potencia aparente. Ante estas nuevas restricciones el modelo responde con nuevas soluciones que respetan las nuevas limitaciones impuestas.



## 5.2. Parámetros y variables que definen el problema.

Antes de realizar las simulaciones para cada una de las redes de prueba, se hará una clasificación de los parámetros y variables que definen el problema:

### A) Parámetros fijos que definen la red.

Estos datos se obtienen del fichero con extensión "raw" que sigue el formato de entrada de la aplicación de análisis de redes PSS, ampliamente extendida entre las empresas propietarias de redes. Son los valores relacionados con el modelo eléctrico de las líneas y los consumos y/o generaciones en términos de potencia en cada nudo. Definen cada red y son fijos, pues una variación en ellos implica modificar la red en estudio. Los valores de los parámetros se utilizarán en "por unidad". En dichos ficheros de datos se obtienen los siguientes parámetros de la red:

- Tensión de consigna en p.u. de los nudos PV.
- Potencia aparente base, en las unidades de MVA.
- Potencia consumida/generada por cada nudo, en MW y Mvar.
- Elementos shunt conectados en cada nudo, en MW y Mvar a tensión nominal.
- Resistencia y reactancia de cada rama, en por unidad.
- Límites de potencia que puede transportar cada rama en MVA.
- Etc.

### B) Parámetros que limitan la explotación de la red.

Estos parámetros son impuestos por la propia explotación de la red y las características de los materiales y receptores, su valor debe suministrarlos el agente que gestiona la red. Los más importantes y comúnmente utilizados son:

- Límite de potencia aparente que puede circular por cada rama ( $S_j^{\max}$ ).
- Caída de tensión máxima permitida ( $\Delta V_{\max}$ ).

## C) Reducción del número de caminos:

### C.1. Coeficiente de caminos de la red.

Los caminos de cada uno de los nudos son únicos dada una red, y con objeto de reducir su elevado número en el algoritmo de optimización, se descartarán para cada nudo, aquellos caminos cuya resistencia eléctrica supera un determinado número de veces la resistencia del camino con menor valor. Este parámetro se define como "coeficiente de caminos de la red,  $C_c$ " y está relacionado de manera directa con el número de variables binarias del problema.

Seleccionar un valor de  $C_c$  elevado implica obtener un elevado número de caminos, lo que conlleva un mayor número de variables binarias, aumentar el tamaño del problema y por lo tanto mayor dificultad para obtener el mínimo global. Si por el contrario se elige un valor de  $C_c$  pequeño, se obtiene un número de caminos pequeño y se corre entonces el riesgo de que la solución óptima no se encuentre entre ellos.

La elección de este parámetro se realizará en la sección 5.5.1, fruto de la experiencia al aplicar el modelo propuesto a todas las redes de prueba.

### C.2. Caminos con caídas de tensión elevadas.

Con el objetivo de continuar reduciendo el número de variables binarias, es necesario eliminar aquellos caminos que tienen escasa o nula probabilidad de formar parte de la solución óptima, para conseguirlo se han propuesto dos técnicas descritas en las secciones 4.10 y 4.11. Los parámetros necesarios para poder aplicar estas técnicas se enumeran a continuación:

- Reducción del número de caminos imponiendo la restricción de máxima caída de tensión.
  - Valor de la máxima caída de tensión, impuesta por el operador de la red. En el presente trabajo se toma el 7%.
- Reducción del número de caminos empleando la técnica del “coeficiente de tensiones”, donde los parámetros necesarios para su aplicación se han obtenido después de numerosas pruebas y son:

- Número de caminos mínimo para considerar el nudo activo,  $NC_v^{\min} = 4$ .
- Umbral del intervalo de tensión para considerar el nudo activo,  $Int_v^{\lim}$ . Se ha tomado el valor de la máxima caída de tensión que se produce en la red en configuración mallada.
- Umbral del coeficiente de tensiones,  $C_v^{\lim} = 0,5$ .

#### D) Tipo de linealización empleada.

Como ya se ha descrito en la sección 4.8, la linealización del modelo provoca la división del intervalo de variación de la potencia de cada rama en un número determinado de tramos, y a cada uno de ellos se le asocia una variable continua. Según el tipo de linealización empleada, los parámetros que son necesarios definir son diferentes:

- Linealización tipo N, de número de tramos constantes para todos los intervalos.
  - Valor del número de tramos para cada intervalo, que depende del umbral de error máximo permitido debido a la linealización.
- Linealización tipo L, de longitud de tramo constante para todos los intervalos.
  - Valor de la longitud de tramo para cada intervalo, que depende del umbral de error máximo permitido debido a la linealización.

#### Resumen de los parámetros necesarios.

En la tabla 5.1 se muestra un resumen con todos los parámetros necesarios. Los parámetros que presentan un valor asignado han sido justificados en la sección correspondiente del capítulo 4. Aquellos otros parámetros en los que se indica “pendiente de valorar”, se asignará su valor definitivo cuando se realicen las simulaciones en la sección 5.5, por lo que su valor vendrá determinado por la experiencia adquirida en las redes de prueba.

|                                                                    |                               |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Coeficiente de caminos: $C_C$                                      | Pendiente de valorar          |
| Umbral de error % debido a la linealización: $E_{loss, lineal} \%$ | Pendiente de valorar          |
| Número de tramos en linealización tipo N: $n_t = t_p = t_q$        | Según ecuación 4.57           |
| Longitud de tramo en linealización tipo L: L                       | Según ecuación 4.59           |
| Caída de tensión máxima permitida: $\Delta V_{max}$                | 7%                            |
| Parámetros del coeficiente de tensiones                            |                               |
| Límite número de caminos para nudo activo: $NC_V^{\min}$           | 4                             |
| Límite caída tensión para nudo activo (p.u.): $Int_V^{\lim}$       | $\Delta V_{mallada}^{máxima}$ |
| Umbral del coeficiente de tensiones: $C_V^{\lim}$                  | 0,5                           |

Tabla 5.1 Parámetros necesarios para la definición del problema.

Un aspecto importante a considerar de la bondad del modelo propuesto, es la sensibilidad que presenta frente a variaciones del valor finalmente asignado a cada uno de los parámetros considerados, y cuyo estudio se realizará en la sección 5.7.

### 5.3. Reducción del número de caminos.

En esta sección se comprobará la bondad de las dos técnicas propuestas para la eliminación de caminos, que implica de forma directa la reducción del número de variables binarias del problema. Esta reducción de variables repercute directamente en una disminución del tamaño del problema y en aumentar las probabilidades de que el proceso de optimización converja hacia la red óptima o hacia redes con pérdidas similares.

Como aún no se ha seleccionado el valor que debe tomar el parámetro “coeficiente de caminos de la red,  $C_c$ ”, las pruebas se realizarán variando los valores entre 2 y 10. Por la propia definición de  $C_c$ , no es posible tomar el valor uno, pues implicaría tomar un solo camino por cada nudo, lo que impide la formación de redes.

En las figuras 5.1 a 5.7 se representan para siete de las ocho redes de prueba, los siguientes valores en la gráfica de la izquierda:

- Número inicial de caminos, obtenidos mediante la generación del árbol madre y aplicando el correspondiente valor del coeficiente de caminos.
- Número de caminos rechazados por la técnica de reducción de caminos basada en la máxima caída de tensión permitida.
- Número de caminos rechazados por la técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones.
- Número de caminos que finalmente intervienen en el algoritmo de optimización, y que se corresponde con el número de variables binarias.

Para mayor comodidad se ha representado también en la gráfica de la derecha, mediante diagrama de barras, el porcentaje de reducción que representan los valores anteriores. De esta forma se muestra con mayor claridad la bondad de estas dos técnicas en su objetivo de eliminar caminos que tienen nula o escasa probabilidad de formar parte de la solución óptima.

En la gráfica 5.1.a, se puede apreciar que la serie rombo, que representa el número inicial de caminos obtenidos al aplicar el coeficiente de caminos, aumenta su valor al aumentar  $C_c$ , pues se permite la incorporación de caminos cada vez más largos eléctricamente hablando.

La serie cuadrado representa el número de caminos rechazados que incumplen la restricción de máxima caída de tensión, que en este trabajo se ha tomado un valor del 7%. Su evolución, en cuanto a su número, sigue la misma tendencia creciente que la curva del número inicial de caminos, pues al aumentar  $C_c$  los caminos

nuevos tienen mayores distancias y la mayor parte de ellos serán eliminados por incumplir la restricción de máxima caída de tensión. Visto sobre el diagrama de barras, primera columna de la figura 5.1.b, se observa que el porcentaje de caminos eliminados aumenta al aumentar  $Cc$ .

El número de caminos rechazados por no alcanzar el umbral del coeficiente de tensiones, que en esta tesis se ha tomado un valor de 0,5, está representado en las gráficas por la serie triángulo. Su valor aumenta al aumentar  $Cc$ , pues la población de caminos asociados a cada nudo aumenta, pero no al mismo ritmo de crecimiento que el número inicial de caminos. En el diagrama de barras (segunda columna) se observa que el porcentaje aumenta hasta un límite en el que se mantiene estable.

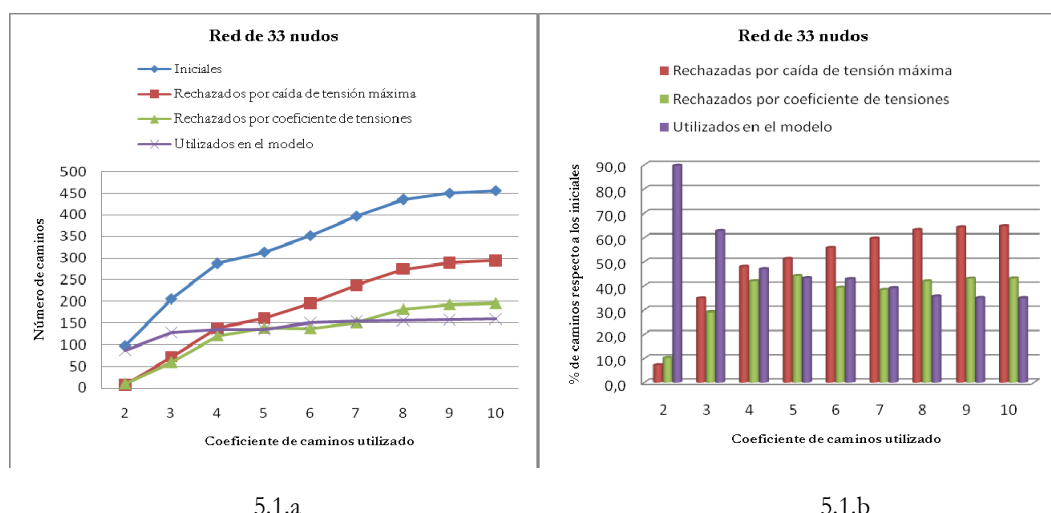
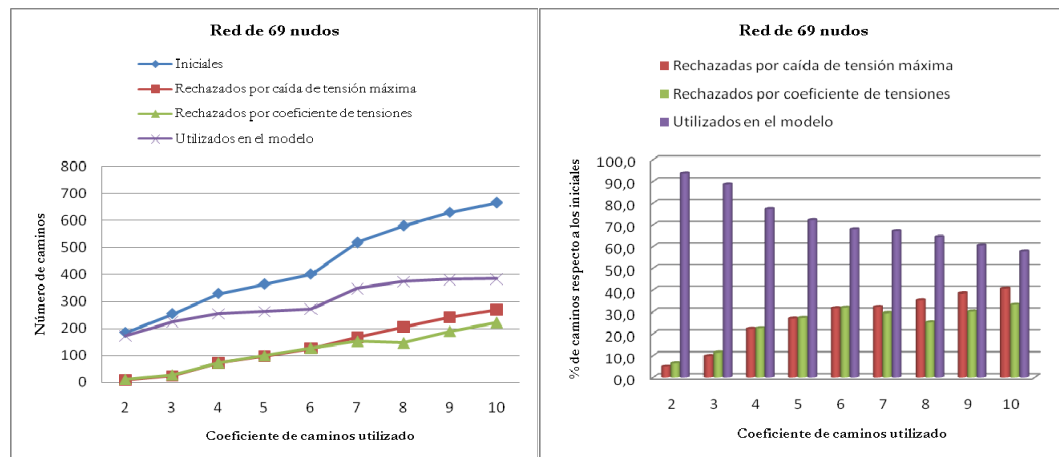


Figura 5.1 Número de caminos en la red de 33 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

La serie aspa representa la curva del número final de caminos, es decir, del número de variables binarias en el modelo propuesto. Se observa que su número no crece al mismo ritmo que el número inicial de caminos, sino que su valor se mantiene con un crecimiento moderado cuando se aumenta  $Cc$ , lo cual se debe a que la mayoría de los caminos que se van añadiendo al aumentar el coeficiente de caminos son rechazados por las técnicas de reducción propuestas. En el diagrama de barras, representado por la tercera columna, se tiene el porcentaje de caminos activos respecto al número inicial, observándose que su valor se reduce al aumentar el coeficiente de caminos.

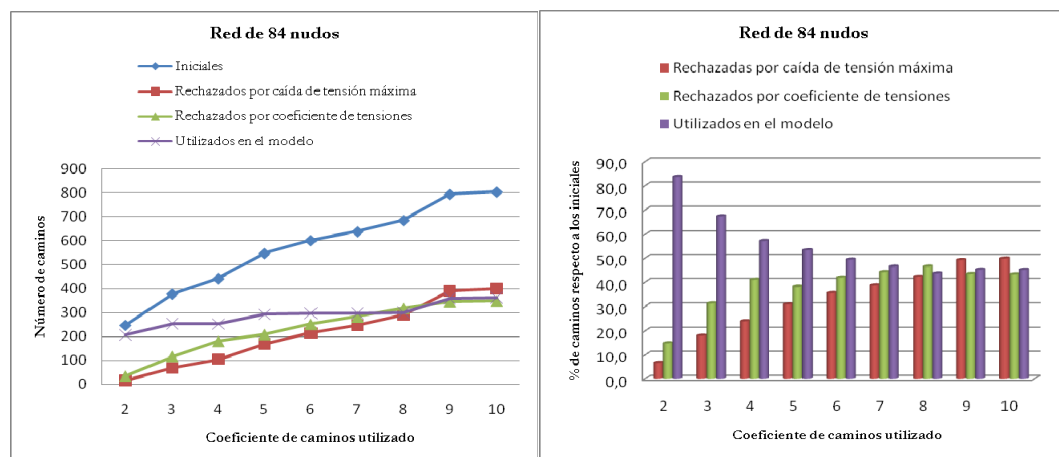
El análisis realizado sobre la red de 33 nudos, puede extenderse a todas las redes de prueba, comportándose todas ellas de forma similar.



5.2.a

5.2.b

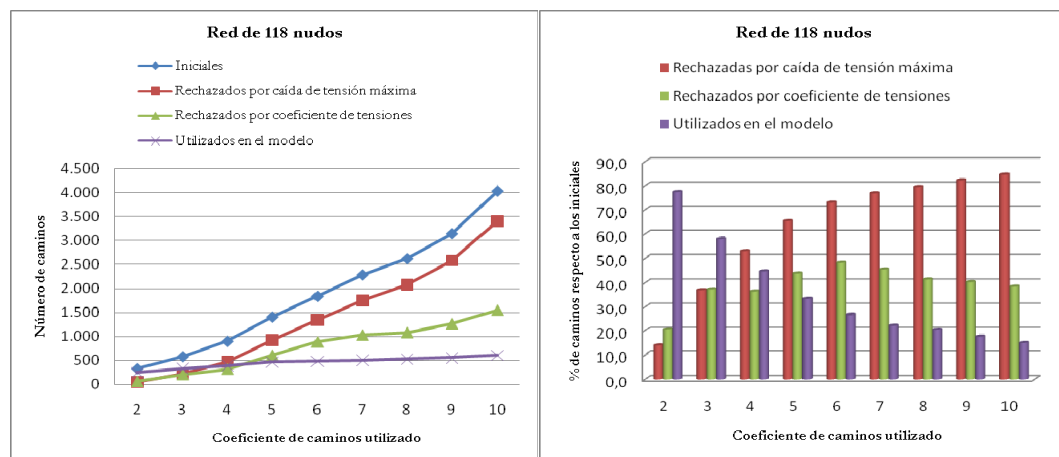
Figura 5.2 Número de caminos en la red de 69 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.



5.3.a

5.3.b

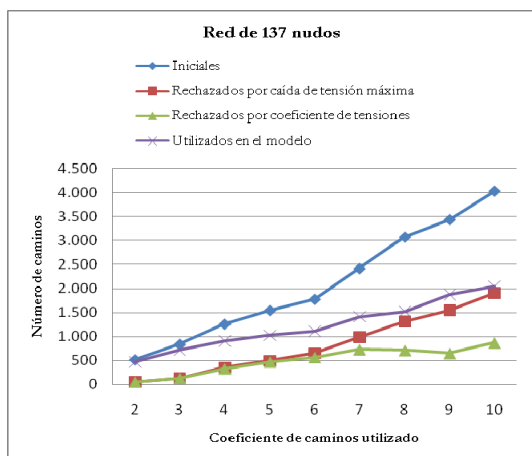
Figura 5.3 Número de caminos en la red de 84 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.



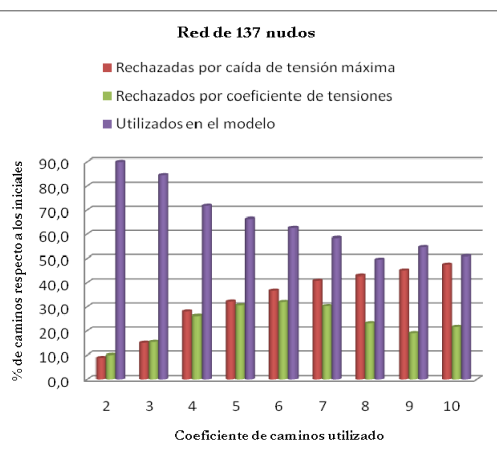
5.4.a

5.4.b

Figura 5.4 Número de caminos en la red de 118 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

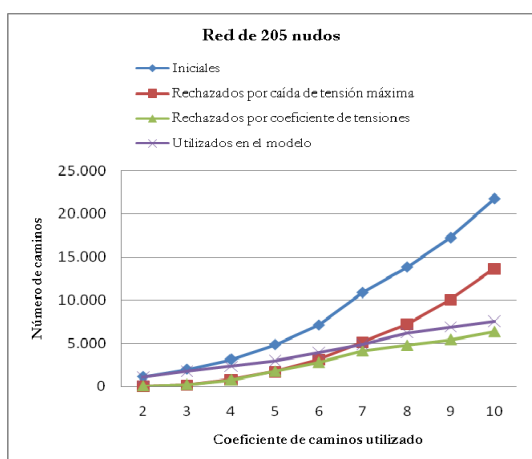


5.5.a

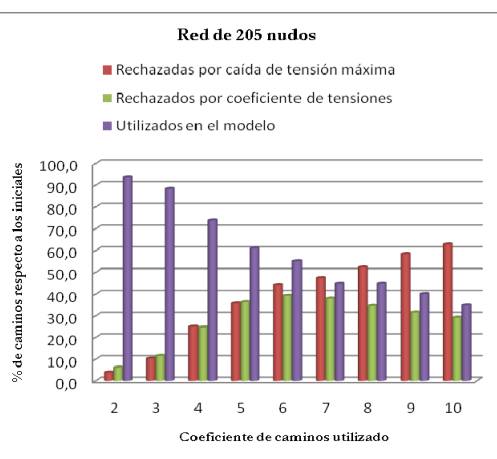


5.5.b

Figura 5.5 Número de caminos en la red de 137 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

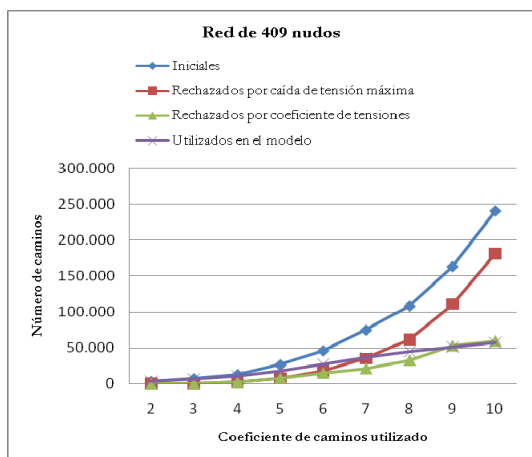


5.6.a

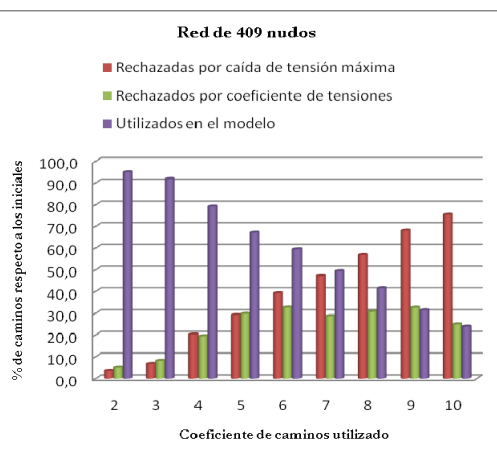


5.67.b

Figura 5.6 Número de caminos en la red de 205 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.



5.7.a



5.7.b

Figura 5.7 Número de caminos en la red de 409 nudos, variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.



Los resultados obtenidos muestran un elevado porcentaje de caminos rechazados, que se traducen en las siguientes ventajas:

- Importante reducción en el número de variables binarias que forman finalmente parte del modelo propuesto, lo que se traduce en una reducción del tamaño del problema.
- Una elección elevada del coeficiente de caminos de la red no supone un gran problema de aumento excesivo del tamaño del problema, pues se incrementa de forma simultánea el número de caminos rechazados, estabilizándose el número de caminos usados.
- Permite abordar redes de gran tamaño, pues se reduce el tamaño del problema.
- Disminuye el intervalo de variación de potencia de cada rama, permitiendo mejorar la linealización o en su caso disminuir el número de variables continuas asociadas a cada tramo de linealización. Un análisis detallado sobre esta característica se realizará en la siguiente sección.

En todas las pruebas realizadas se ha tomado el valor del 7% para la caída máxima de tensión permitida, por ser el valor límite que nos permite alcanzar los óptimos suministrados en la literatura para las redes de 33 y 118 nudos, cuyas tensiones mínimas toman los valores de 0,938 y 0,932 respectivamente. Esta limitación debe ser suministrada por el operador de la red, siendo este valor del 7% bastante realista para redes de media tensión.

En cuanto a la reducción de caminos imponiendo la técnica del coeficiente de tensiones, se han utilizado los parámetros justificados en la sección 4.11, siendo el de mayor relevancia el valor del “coeficiente de tensiones límite”, que se ha fijado en 0,5. Un umbral mayor implicaría rechazar un mayor número de caminos, pero se corre el riesgo de eliminar caminos que formen parte de la red óptima. El análisis de sensibilidad del modelo con respecto a variaciones en estos parámetros se hará en la sección 5.7.

La bondad de estas técnicas de eliminación de caminos, desde el punto de vista cualitativo, se verificará en la sección 5.6 cuando se compruebe que permiten alcanzar la red radial óptima o redes cercanas a ella.

### Relación entre las dos técnicas de reducción de caminos

Las dos técnicas propuestas de reducción de caminos están basadas en la caída de tensión en cada uno de los caminos, por lo que gran parte de los caminos eliminados por ambas técnicas son los mismos. En la figura 5.8 se representa de forma gráfica y a escala los valores correspondientes a la red de 33 nudos para un coeficiente de caminos igual a 3:

- El color amarillo representa el conjunto de caminos eliminados simultáneamente por ambas técnicas (55 caminos).
- El color verde representa el conjunto de caminos eliminados sólo por la técnica de máxima caída de tensión (17 caminos).
- El color azul representa el conjunto de caminos eliminados sólo por la técnica del coeficiente de tensiones (5 caminos).
- El color blanco representa el conjunto de caminos que finalmente se utilizarán en el proceso de optimización después de aplicar las dos técnicas reducción (129 caminos).

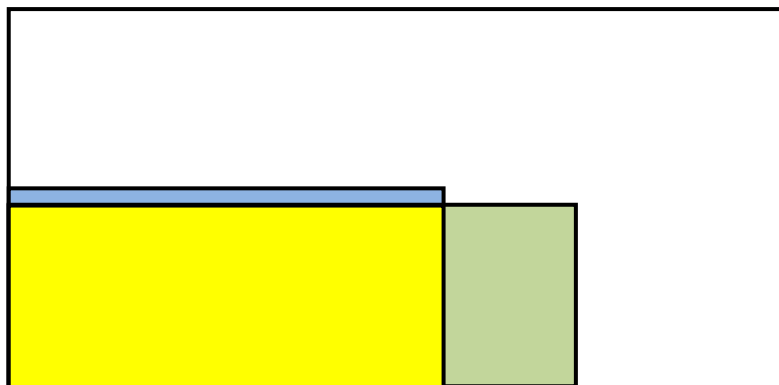


Figura 5.8 Número de caminos iniciales y rechazados para la red de 33 nudos, representados de forma gráfica y a escala.

De los resultados expuestos gráficamente en la figura 5.8 puede observarse que:

- La mayor parte de caminos rechazados son eliminados por ambas técnicas simultáneamente (color amarillo), debido a que en los dos procedimientos se utiliza la caída de tensión en el camino.
- En el caso de que el gestor de la red relaje la restricción de máxima caída de tensión, únicamente implicará la disminución de los caminos eliminados solo por esta técnica (color verde), sin alterar de forma significativa el número total de caminos eliminados. Este hecho se pondrá de manifiesto en la

sección 5.7.2. al analizar la sensibilidad del modelo frente variaciones de  $\Delta V_{\max}$ .

- Las dos técnicas se pueden aplicar conjuntamente o solo una de ellas, pues como se ha mostrado, el porcentaje de caminos que rechazan de forma simultánea es elevado si la caída máxima de tensión impuesta es muy restrictiva.
- La técnica basada en el coeficiente de tensiones (técnica heurística), se hace necesaria cuando no se dispone de restricción de caída de tensión máxima o las caídas de tensión en la red son pequeñas respecto a la máxima caída de tensión permitida (esto último suele ser lo habitual en redes urbanas).

#### 5.4. Reducción del número de restricciones.

La aplicación de la propuesta de reducción del número de restricciones de máxima caída de tensión sobre cada uno de los caminos, desarrollada en la sección 4.12.1, se representa en la tabla 5.2. Se observa que en todas las redes se han podido eliminar restricciones, sin afectar al resultado final, lo que conlleva una disminución del tamaño del problema, que se traduce de forma directa en una disminución del tiempo empleado en el algoritmo de optimización y menor cantidad de memoria utilizada. La incidencia de la propuesta es diferente dependiendo de la red utilizada, alcanzándose valores entre el 4% y el 97%.

| Red  | Número de caminos utilizados en el algoritmo de optimización | Restricciones de máxima caída de tensión eliminadas |                |
|------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------|
|      |                                                              | Número                                              | Porcentaje (%) |
| 33   | 129                                                          | 18                                                  | 14             |
| 69   | 226                                                          | 220                                                 | 97             |
| 84   | 254                                                          | 120                                                 | 47             |
| 118  | 336                                                          | 71                                                  | 21             |
| 137  | 711                                                          | 199                                                 | 28             |
| 205  | 1.747                                                        | 189                                                 | 11             |
| 409  | 6.526                                                        | 268                                                 | 4              |
| 1043 | 13.545                                                       | 744                                                 | 5              |

Tabla 5.2 Resultados al aplicar la eliminación de restricciones de máxima caída de tensión.

## 5.5. Intervalos de variación de potencia por rama.

En esta sección se analiza la posible relación entre el intervalo de variación de potencia de cada rama y el número de caminos. Asimismo se estudiará la repercusión de la reducción de caminos en el tamaño del intervalo de variación de potencia de cada rama, y las consecuencias que esto provoca en las dos linealizaciones propuestas.

### 5.5.1. Relación entre el intervalo de variación de potencia de cada rama y el número de caminos

En el caso de que los consumos de todos los nudos sean de igual valor, las ramas que involucran pocos caminos tendrán un intervalo de variación de potencia menor y de forma contraria ocurre con las ramas que pertenecen a un elevado número de caminos. En este supuesto habría una relación lineal entre el número de caminos que contiene a una rama y el tamaño del intervalo de variación de potencia. La situación más habitual es que el consumo de los nudos sea variable y por tanto no exista relación lineal entre el número de caminos de cada rama y el tamaño de su intervalo de potencia.

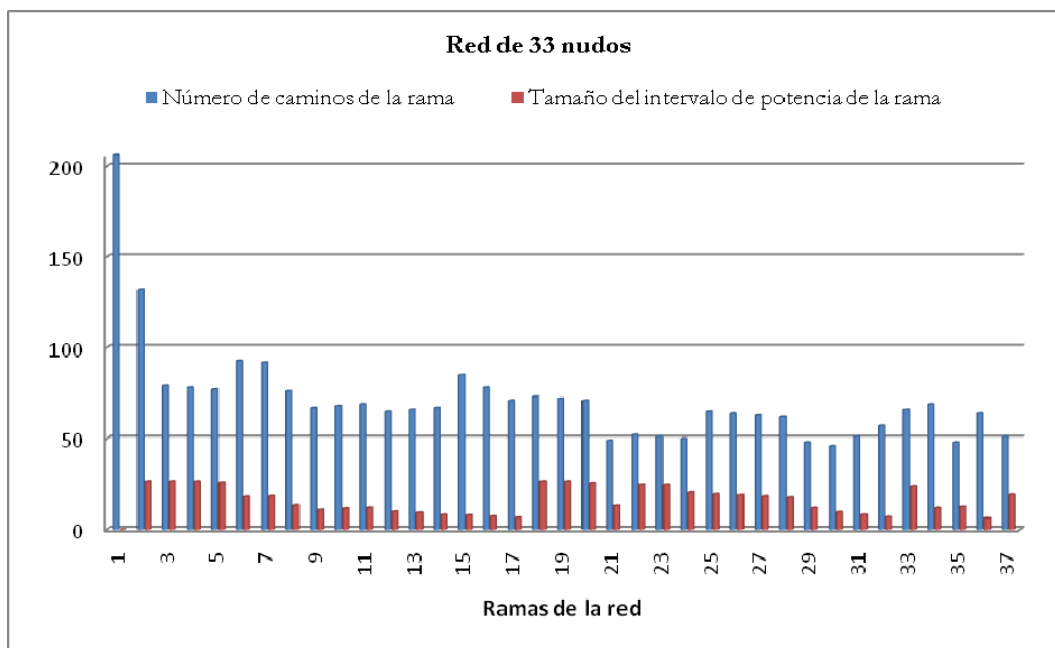


Figura 5.9 Tamaño del intervalo de variación de potencia y el número de caminos de cada rama en la red de 33 nudos.

En la figura 5.9 se representa gráficamente ambos valores para cada una de las ramas de la red de 33 nudos. Para su obtención se ha tomado un valor del

coeficiente de caminos de la red igual a 3 y los caminos inicialmente obtenidos, sin aplicar las técnicas de reducción. Se observa efectivamente que no existe relación lineal entre ambos valores, aunque sí de otro tipo como se pone de manifiesto en el siguiente apartado. Es necesario mencionar que la rama nº 1 es del "tipo p0", donde la potencia máxima coincide con la mínima, lo que provoca un tamaño de intervalo de valor nulo.

### **5.5.2. Repercusión de la reducción de caminos sobre el tamaño del intervalo de variación de potencia de cada rama.**

En la sección 5.3 se menciona que una reducción de caminos implica una mejora en la linealización o en el número de variables que ella provoca. Veamos si se corresponde con los datos obtenidos. Los datos más relevantes y que influyen de manera decisiva en la linealización son:

- Tamaño de los intervalos de variación de potencia de cada rama
- Número de tramos seleccionado, para la linealización tipo N.
- Longitud de tramo seleccionado, para la linealización tipo L.

En la figura 5.10 se representa la reducción del tamaño de los intervalos de variación de potencia cuando se pasa de considerar todos los caminos iniciales, a tomar solo aquellos caminos que finalmente utiliza el modelo, después de aplicar las técnicas de reducción. Para su obtención se ha tomado un valor del coeficiente de caminos de la red igual a 3 y la red de 33 nudos. Se observa que en todos los casos se ha producido una disminución del tamaño del intervalo, excepto en las ramas 1 a 5 donde se ha mantenido constante. Queda pues de manifiesto que para cada una de las ramas, considerar un número menor de caminos implica tener un tamaño de intervalo igual o menor.

La disminución del tamaño del intervalo cuando se está utilizando la linealización tipo N, donde se emplea un número de tramos constante en cada intervalo, provoca que la longitud del tramo disminuya, consiguiéndose mejores aproximaciones a la curva real con el mismo número de variables continuas, lo que conlleva una mejora de la convergencia hacia el óptimo.

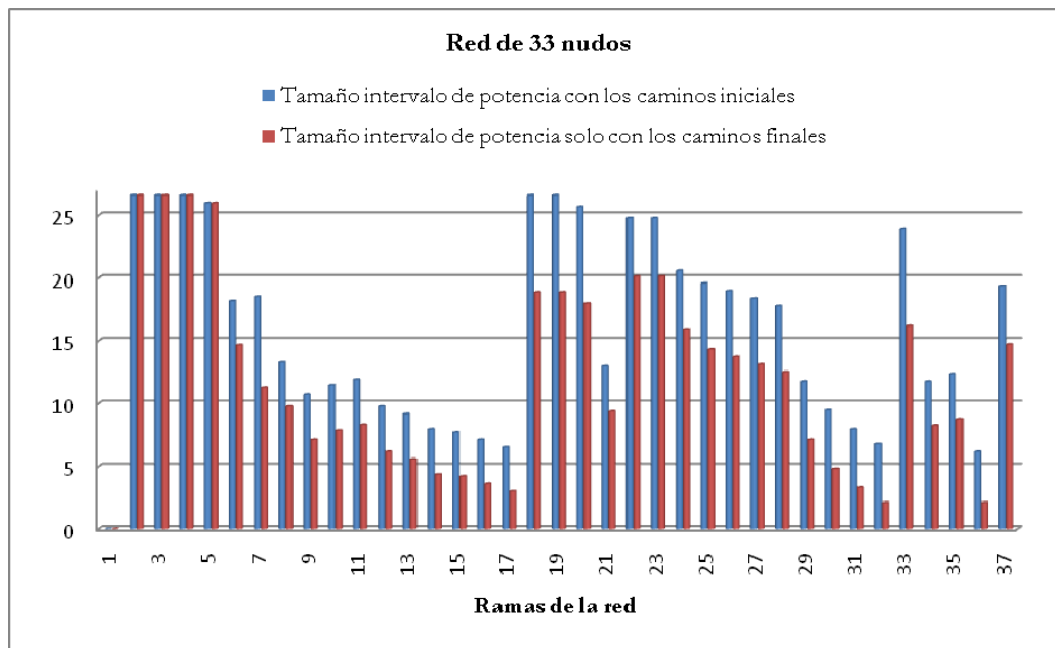


Figura 5.10 Tamaño del intervalo de variación de potencia por rama, cuando se utilizan todos los caminos iniciales y cuando solo se utilizan los caminos finales después de aplicar las técnicas de reducción de caminos en la red de 33 nudos

En el caso de que se utilice la linealización tipo L, de longitud constante para todos los tramos, al disminuir el tamaño de los intervalos provoca una disminución directa del número de variables continuas asociadas a cada tramo. Esta circunstancia reduce el tamaño del problema, disminuyendo los tiempos de ejecución y mejorando la convergencia.

## **5.6. Resultados en las redes de prueba y ajuste de los parámetros del modelo.**

Para la aplicación del modelo propuesto a las redes son necesarios los parámetros que se muestran en la tabla 5.1 de la sección 5.2. De estos parámetros, algunos se encuentran ya definidos y otros como el “coeficiente de caminos de la red,  $C_C$ ” y el “Umbral de error % debido a la linealización”, se tomarán fruto de la experiencia al aplicar el modelo lineal a las diferentes redes.

Las pruebas se realizarán para valores del coeficiente de caminos de la red entre 2 y 10, con el objeto de decidir al final del análisis el valor más idóneo. Se aplicarán en todos los casos las dos técnicas de reducción de caminos analizadas en las dos secciones anteriores, que han supuesto una importante disminución del número de variables binarias.

Se emplearán los dos tipos de linealizaciones, con objeto de identificar cuál de ellas se adapta mejor al modelo, proporcionando los mejores resultados al aplicarlo a diferentes tipos de redes y consiguiendo un modelo robusto frente a variaciones del valor de los parámetros necesarios.

En todas las soluciones presentadas, se muestra el “error relativo en porcentaje de la red radial obtenida”, cuya comparación se ha realizado con respecto a la mejor red radial conocida de mínimas pérdidas; en este caso un valor del 0,00% implica que la red obtenida coincide con la mejor red radial conocida. Las características de las redes y sus mejores redes radiales conocidas se encuentran en el Apéndice D.

### 5.6.1. Coeficiente de caminos.

En esta sección se analizará el comportamiento del modelo frente a la variación del coeficiente de caminos, con objeto de identificar el valor más idóneo.

Para su análisis se empleará la linealización tipo L, con longitud de tramo constante para todas las ramas, y cuyo valor corresponde al tamaño del intervalo de variación de potencia más pequeño, diferenciando para la potencia activa y reactiva. Se ha seleccionado este tipo de linealización porque no requiere de ningún parámetro ni estimación adicional, con objeto de centrar toda la atención sobre los resultados variando solo el coeficiente de caminos.

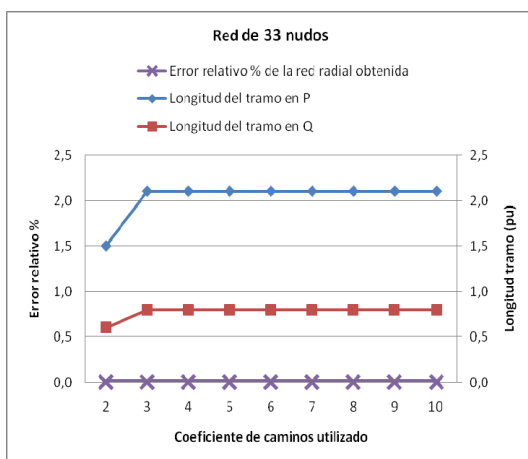
En las figuras 5.11 a 5.17 se muestran los resultados obtenidos en siete de las ocho redes de prueba, donde se ha variado el valor del coeficiente de caminos desde 2 a 10. En la gráfica situada a la izquierda y representada por la serie aspa, se muestra el error relativo en % de la red radial obtenida. Además se representa la longitud de tramo utilizado para la linealización del cuadrado de la potencia activa y reactiva. De los resultados obtenidos puede afirmarse que:

- En todas las redes con un valor del coeficiente de caminos igual o superior a 3 se consigue la red radial óptima o redes muy próximas a ella.
- En la red de 409 nudos, aparecen problemas de falta de memoria durante el proceso de optimización, cuando se utilizan valores del coeficiente de caminos igual o superior a 3. Esto es debido al enorme tamaño que adquiere el problema, alcanzando 6.362 variables binarias y 84.681 variables continuas para un coeficiente de caminos igual a 3. Con objeto de poder realizar las simulaciones, se ha reducido el tamaño del problema eliminando las restricciones de máxima caída de tensión y de máxima circulación de potencia. En todos los casos se ha comprobado a posteriori sobre la red obtenida que no se superan los límites de las restricciones eléctricas.
- Si se analiza la gráfica de barras de la figura de la derecha, donde aparece en la primera barra el número de variables binarias y en la segunda el número de variables continuas. Se observa con carácter general que el número de variables binarias aumenta progresivamente al aumentar el coeficiente de caminos, pues se permite la participación de un mayor número de caminos. Sin embargo el número de variables continuas presenta un valor inesperadamente elevado para un coeficiente de caminos de 3 en la red de 69 y 118 nudos, y aparece una brusca caída en la red de 409 nudos para un coeficiente de caminos de 6. Estas variaciones bruscas se deben a cambios en

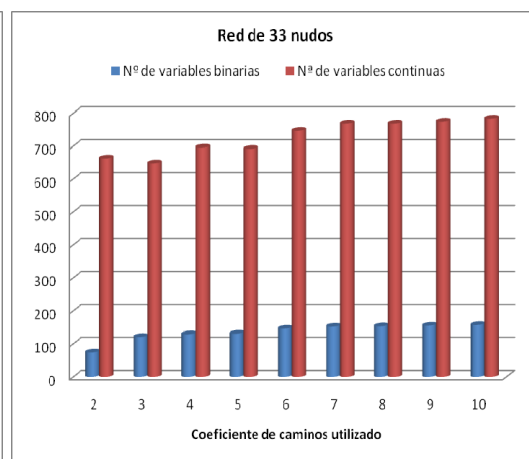


el valor de la longitud del intervalo menor con respecto al resto de intervalos, que a su vez ambos dependen del conjunto de caminos utilizado.

El objetivo de esta sección es identificar el valor del coeficiente de caminos idóneo, que permita obtener la red radial óptima o redes muy próximas a ella para cualquier red. En las figuras se observa que se obtienen muy buenos resultados para un coeficiente de caminos igual a 3, y que valores superiores implican un tamaño de problema mayor al aumentar el número de variables binarias sin que se produzcan mejoras en la solución o incluso empeora.

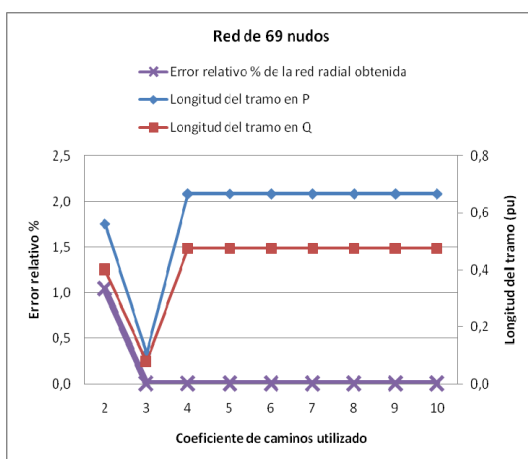


5.11.a

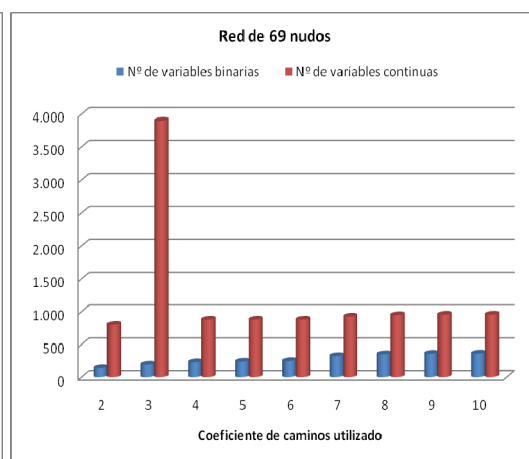


5.11.b

Figura 5.11 Resultados y variables empleadas en la red de 33 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

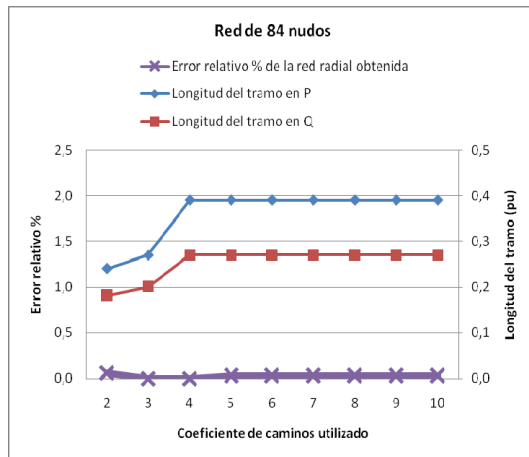


5.12.a

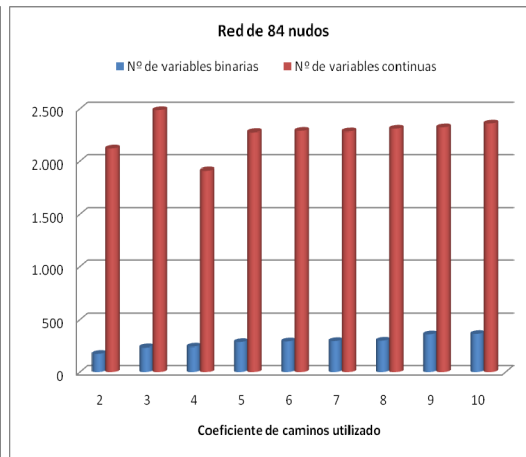


5.12.b

Figura 5.12 Resultados y variables empleadas en la red de 69 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

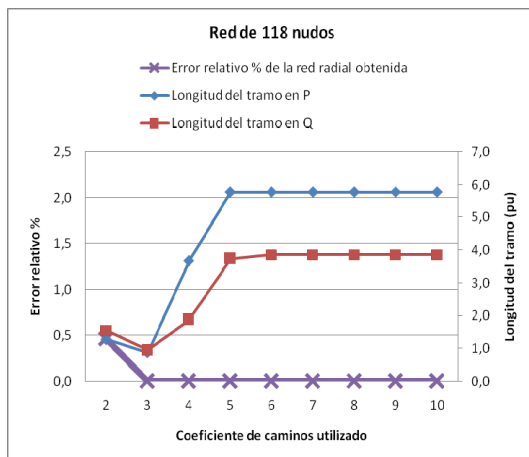


5.13.a

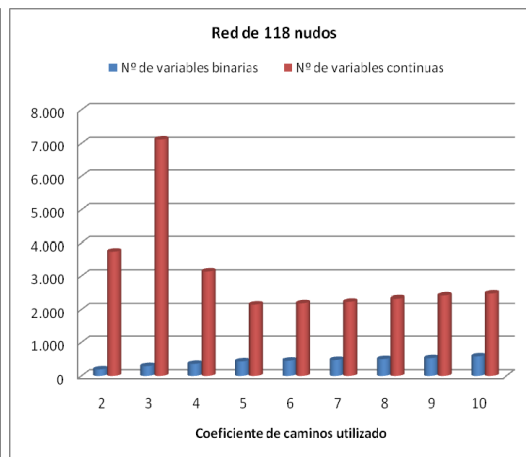


5.13.b

Figura 5.13 Resultados y variables empleadas en la red de 84 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10

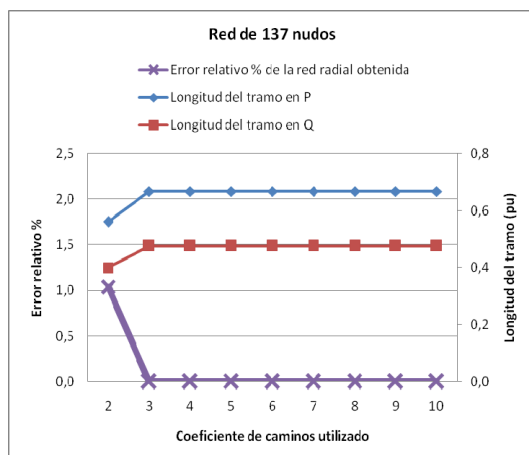


5.14.a

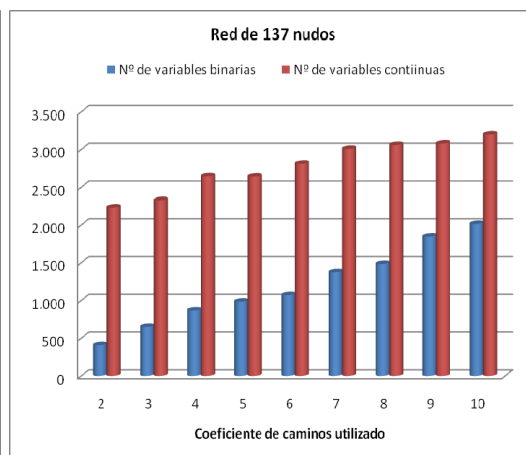


5.14.b

Figura 5.14 Resultados y variables empleadas en la red de 118 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

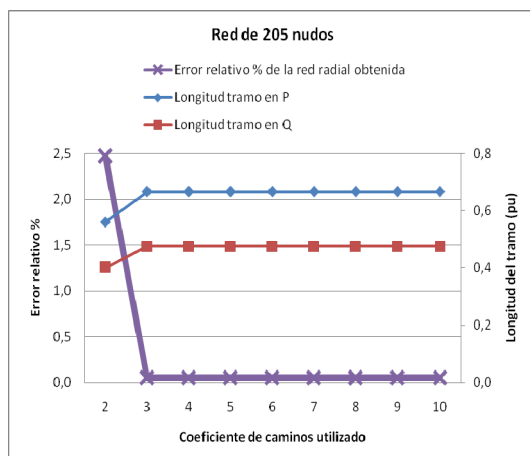


5.15.a

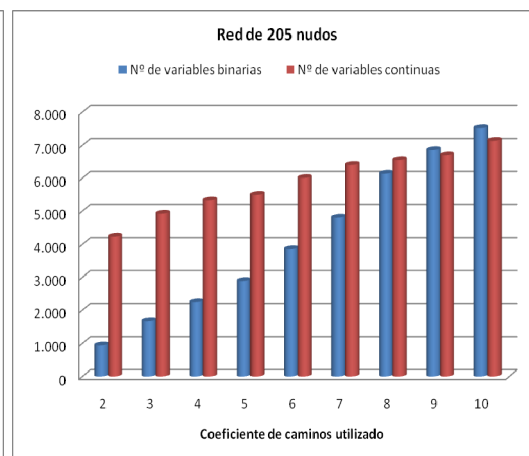


5.15.b

Figura 5.15 Resultados y variables empleadas en la red de 137 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

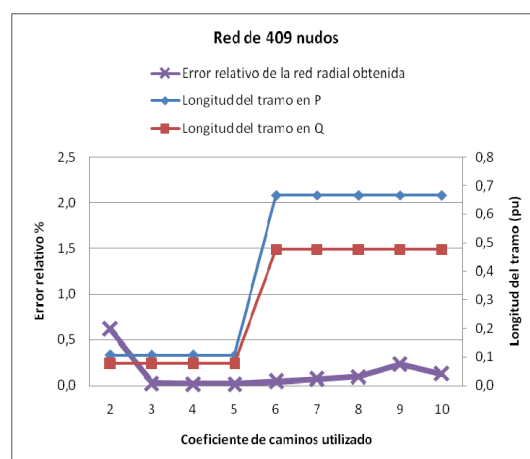


5.16.a

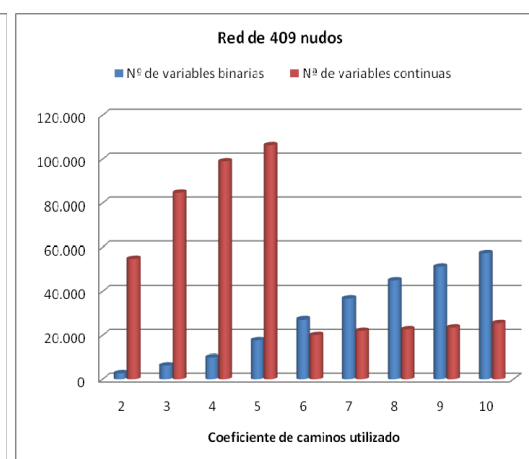


5.16.b

Figura 5.16 Resultados y variables empleadas en la red de 205 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.



5.17.a



5.17.b

Figura 5.17 Resultados y variables empleadas en la red de 409 nudos utilizando la linealización tipo L y variando el coeficiente de caminos de la red de 2 a 10.

El objetivo último de este trabajo no es encontrar siempre el óptimo global, sino definir un modelo fácilmente resoluble para obtener redes muy próximas al óptimo, desde redes de pequeño tamaño (33 nudos y 5 bucles) hasta redes de gran tamaño (1043 nudos y 139 bucles). En cualquier caso, obtener la mejor red conocida para las redes de pequeño tamaño, como son las redes de 33 a 118 nudos.

En este punto es necesario introducir el concepto de "coeficiente de caminos mínimo,  $C_c^{\min}$ ", definido como aquel coeficiente de caminos a partir del cual se permite la aparición de todos los caminos que forman parte de la mejor red radial conocida, o dicho de otra forma, el mayor coeficiente de caminos de todos los caminos que forman parte de la mejor red radial conocida. Utilizar un valor inferior a éste impide la convergencia hacia dicha red. En la tabla 5.3 se muestran los valores de este coeficiente para las redes más estudiadas en la literatura.

Estos valores de  $C_c^{\min}$  indican que puede alcanzarse la mejor red conocida cuando se supera dicho coeficiente de caminos mínimo. Se observa que si se toma un valor del coeficiente de caminos igual a 3 para las cuatro redes de menor dimensión, el modelo tiene la posibilidad de alcanzar el óptimo, pues la red de mínimas pérdidas puede formarse con los caminos obtenidos.

| Red          | 33   | 69   | 84   | 118  |
|--------------|------|------|------|------|
| $C_c^{\min}$ | 1,92 | 2,46 | 2,07 | 2,85 |

Tabla 5.3 Coeficiente de caminos mínimo de la mejor red conocida.

Después del análisis de los resultados puede concluirse que la elección de un coeficiente de caminos igual a 3, permite la obtención de todos los caminos que forman parte de la red radial óptima o de redes muy próximas a ella. Valores superiores implican el aumento del tamaño del problema, aumento de los tiempos de procesamiento y disminución de la probabilidad de encontrar el óptimo. Por ello, y de aquí en adelante se tomará este valor para todas las redes.

### 5.6.2. Linealización tipo L: longitud de tramos constante.

En esta sección se continúa con el análisis de las figuras 5.11 a 5.17, donde se ha utilizado la linealización tipo L, y en la que se ha tomado como longitud de tramo el tamaño del intervalo más pequeño. Es necesario recordar que cuando se aumenta el coeficiente de caminos, aumenta el número de caminos que finalmente interviene en el modelo, y por tanto los intervalos de variación de potencia de cada rama o se mantienen igual o aumentan su tamaño. Este hecho implica que la longitud de tramo, que corresponde al tamaño del intervalo menor, debe aumentar. Sin embargo, en la figura 5.12.a, correspondiente a la red de 69 nudos, se observa que ocurre lo contrario, pues al pasar de un coeficiente de caminos de valor dos a tres, se produce inesperadamente una disminución notable de la longitud del tramo. Esta disminución de la longitud del tramo, provoca un elevado aumento del número de variables continuas, como se muestra en la figura 5.12.b.

Esta circunstancia se debe a un hecho singular que se produce cuando hay ramas que pasan de tipo  $p_0/q_0$  (ramas cuyo intervalo de variación de potencia es cero, coincidiendo el valor máximo y el mínimo) a tipo  $p_1/q_1$  (ramas con potencia siempre positiva y tamaño de intervalo no nulo). En concreto para la red de 69 nudos y un coeficiente de caminos de dos, hay dos ramas de tipo  $p_0$  que al aumentar el coeficiente de caminos pasan a tipo  $p_1$  responsables de que se produzca una disminución de la longitud del tramo.

En la red de 409 nudos, ocurre el efecto esperado al aumentar el coeficiente de caminos de 5 a 6 (figura 5.17.a), pues aumenta la longitud del tramo menor más que el resto, lo que provoca un descenso acusado del número de variables continuas (figura 5.17.b). Se destaca este caso porque las variaciones son más bruscas que en el resto de redes, dependiendo solo de la topología de la red y del perfil de consumo de sus nudos.

En la misma red de 409 nudos es necesario explicar un comportamiento diferente de la curva que representa el error de la red radial obtenida (figura 5.17.a) frente al resto. Se observa que se alcanza la mejor red para un coeficiente de caminos 3 y 4, pero para valores superiores el error aumenta, apareciendo un error del 0,2% para un  $C_c = 9$ . Este aumento del error es atribuible al elevado número de variables binarias que entran en juego en el modelo, pues para un  $C_c = 3$  se tienen 6.526 variables binarias y para un  $C_c = 9$  se tienen 51.274 variables binarias. Este elevado número de variables implica una mayor dificultad para que el algoritmo de optimización converja hacia un óptimo global quedándose en óptimos locales, pero

la red radial obtenida se mantiene dentro de un margen que puede calificarse de aceptable.

Como ya se expuso de forma teórica en la sección 4.9.2, ha aparecido uno de los dos inconvenientes al tomar el tamaño del intervalo menor como longitud de tramo, que es un aumento no controlado del tamaño del problema en el número de variables continuas asociadas a la linealización a trozos. Por este motivo, se recurre a la estimación de la longitud de tramo dada por la expresión (4.59), y que se recuerda a continuación:

$$L = \sqrt{\frac{E_{loss,linear} \% \cdot P_{mallada}^{loss}}{50 \cdot \sum_{j \in B} R_j}}$$

Esta expresión se dedujo en la sección 4.9.2, donde se acota el error máximo que produce la linealización al calcular la potencia perdida en la función objetivo. En este punto es necesario fijar el valor de umbral de error impuesto a la linealización. Valores altos de este umbral implican una longitud grande, y por lo tanto un número reducido de variables continuas asociadas a cada tramo, pero escasa aproximación en la linealización y baja probabilidad de encontrar la red óptima. De forma contraria sucede al imponer un valor del umbral bajo.

Con objeto de poder tomar una decisión basada en los resultados, en la figura 5.18 se ha representado el error relativo de la red radial obtenida frente al umbral de error impuesto debido a la linealización, variando su valor del 1,5% al 8,0%. Para las redes hasta los 409 nudos, los resultados son muy buenos, consiguiéndose errores por debajo del 0,20% en todos los casos. En la red de 1043 nudos aparecen valores mayores con oscilaciones por debajo del 0,5%. Se toma el valor de compromiso del 2,5% que proporciona buenos resultados en todas las redes.

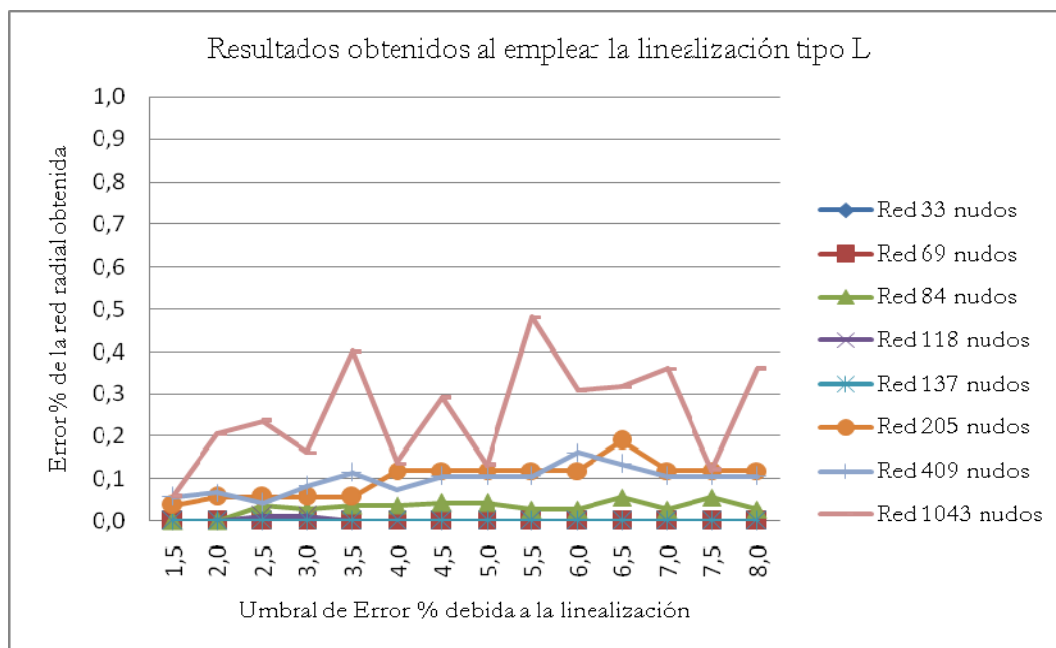


Figura 5.18 Resultados obtenidos al emplear la linealización tipo L, frente a la variación del umbral de error % en las pérdidas debido a la linealización.

En la tabla 5.3 se muestran los resultados obtenidos para todas las redes con la elección realizada. En estos resultados se ha incluido la red de 1043 nudos, pues la nueva estimación de la longitud de tramo permite obtener un tamaño del problema aceptable y poder incluir todas las restricciones eléctricas durante el proceso de optimización, manteniendo una buena linealización que permite obtener la red radial óptima o redes muy próximas a ella. En la tabla se muestra la longitud de tramo estimada y la potencia perdida cuando la red se encuentra en configuración mallada. Asimismo se observa que el número de variables continuas asociadas a la linealización aumenta al aumentar la dimensión de la red. Finalmente se muestra el error relativo en % de la red radial obtenida respecto la mejor red conocida.

| Red                       | 33    | 69    | 84    | 118   | 137   | 205   | 409    | 1043   |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| L (p.u.)                  | 1,893 | 0,493 | 0,481 | 3,618 | 0,479 | 0,454 | 0,446  | 0,197  |
| $P_{mallada}^{loss}(pu.)$ | 1,23  | 0,26  | 0,46  | 8,19  | 0,49  | 0,66  | 1,28   | 3,35   |
| Nº de variables continuas | 483   | 889   | 1.362 | 2.064 | 2.741 | 6.033 | 18.473 | 34.719 |
| Er% red radial obtenida   | 0,00  | 0,00  | 0,04  | 0,01  | 0,00  | 0,06  | 0,04   | 0,27   |

Tabla 5.4 Resultados obtenidos imponiendo un umbral del 2,5% para el error relativo máximo de las pérdidas al linealizar el problema, para la linealización tipo L y un coeficiente de caminos igual a 3.

Analizando los resultados obtenidos de la tabla 5.4, donde se ha resuelto el problema imponiendo todas las restricciones eléctricas, puede destacarse que:

- Las redes radiales obtenidas son las óptimas o muy próximas a ella, lo que confirma la bondad del método, del tipo de linealización, así como de la longitud de tramo estimada.
- El problema ha reducido notablemente su tamaño con la red de 409 nudos, puesto que el número de variables continuas que ha sido necesario utilizar es de 18.473, valor mucho menor que 84.681, que fue el necesario cuando se tomó como longitud de tramo el intervalo de menor tamaño.
- Esta reducción del número de variables ha permitido resolver la red de 1043 nudos, utilizando un número de variables aceptable y obteniéndose una red radial con un error del 0,27%, que puede considerarse un valor bastante cercano al óptimo.



### 5.6.3. Linealización tipo N: número de tramos constante.

En esta sección se aplica el modelo propuesto con la linealización tipo N, donde se considera igual número de tramos para todos los intervalos de variación de potencia de las ramas, lo que requiere fijar a priori el número de tramos ( $n_t$ ). Para analizar el comportamiento del problema frente al número de tramos tomado, se aplicará el modelo a todas las redes de prueba, variando el valor del número de tramos desde 1 a 20.

Se comprobará sobre los resultados obtenidos que en general se mejora la convergencia hacia el óptimo cuando mejora la aproximación lineal, es decir al aumentar  $n_t$ . Posteriormente se empleará la estimación teórica del número de tramos expuesta en la sección 4.9.1, que se ha obtenido limitando el error que provoca la linealización sobre la función objetivo.

En las figuras 5.19 a 5.26 se muestran los resultados obtenidos en todas las redes de prueba. En cada una de las gráficas se representan dos series de datos:

- Error relativo en % de la red radial obtenida respecto la mejor red conocida. En los puntos de la gráfica donde no aparece representado el error, es debido a que su valor es superior al 2,5%.
- Potencia perdida linealizada, que representa directamente el valor de la función objetivo en el proceso de optimización del problema.

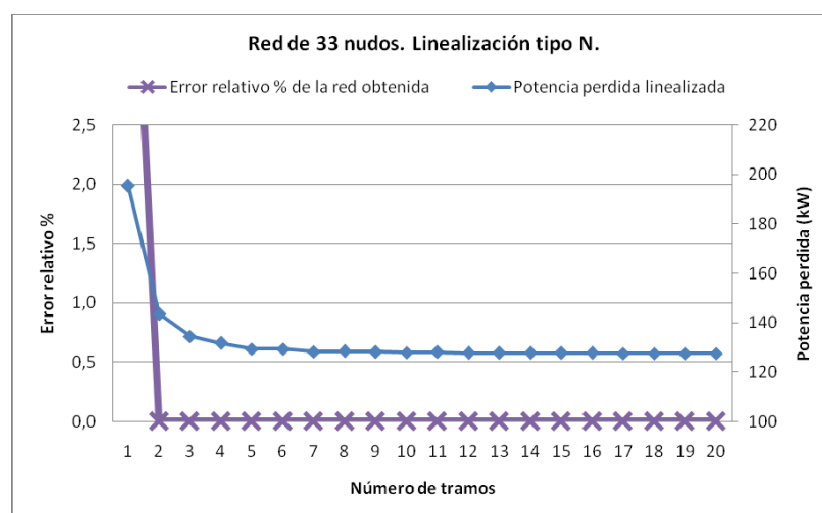


Figura 5.19 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red de 33 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

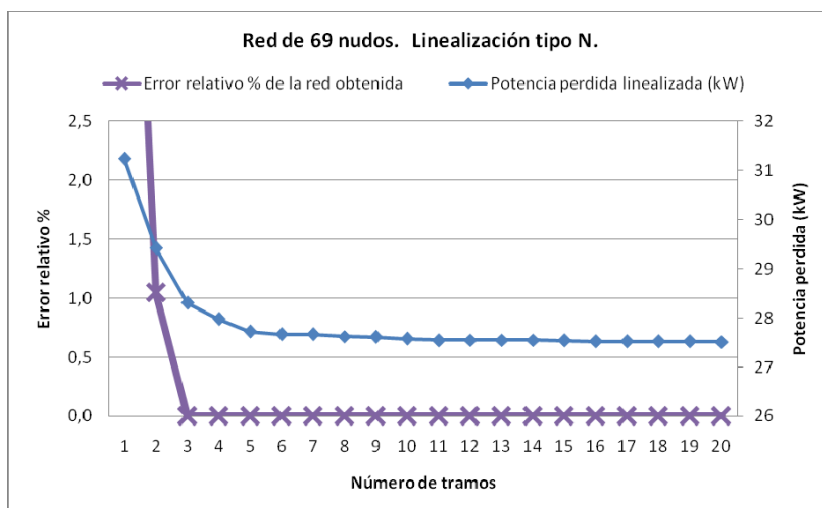


Figura 5.20 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red de 69 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

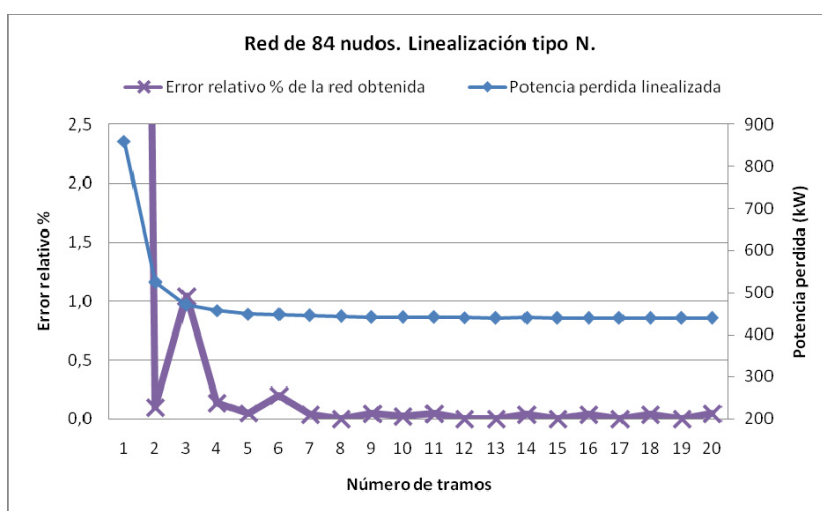


Figura 5.21 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red de 84 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

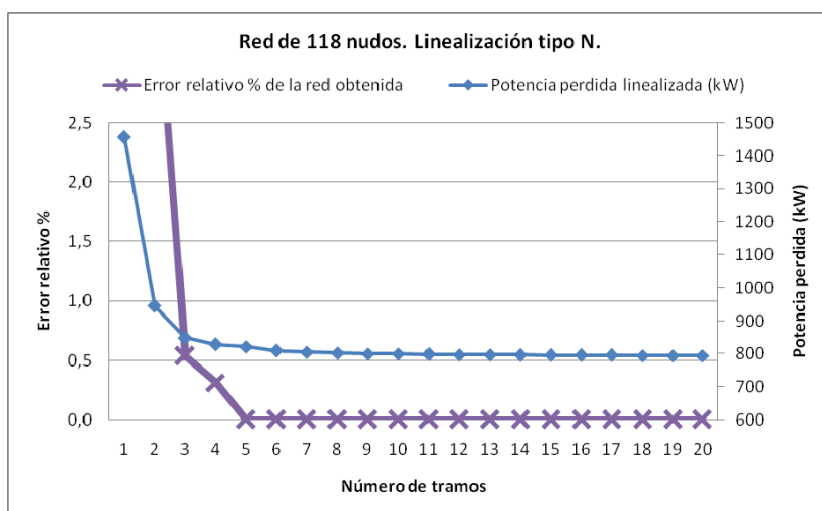


Figura 5.22 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red 118 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

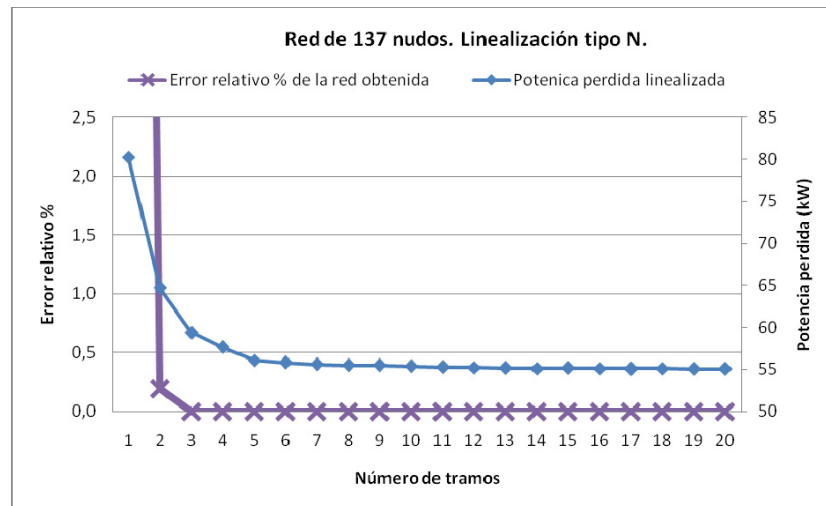


Figura 5.23 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red 137 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

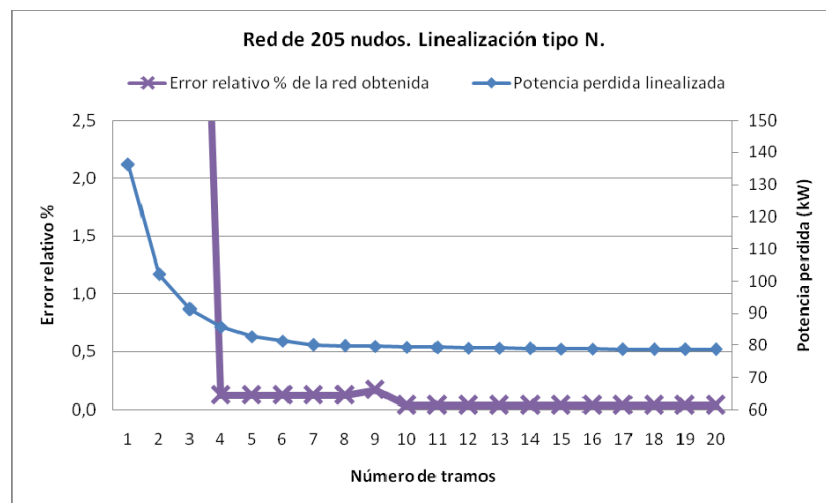


Figura 5.24 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red 205 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

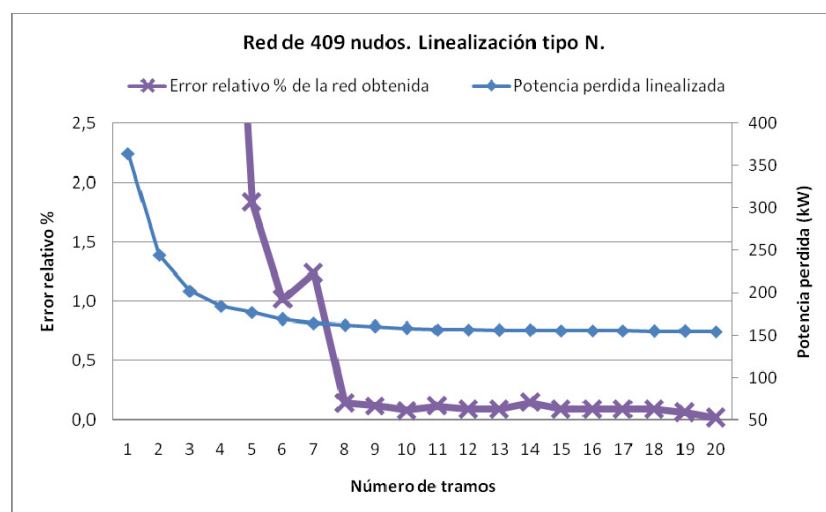


Figura 5.25 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red 409 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

Con carácter general se observa que ambas curvas disminuyen su valor al aumentar el número de tramos, debido a la mejor aproximación lineal que se produce de la curva cuadrática, que permite evolucionar hacia el óptimo durante el proceso de optimización. En todas las redes de pequeño y mediano tamaño, e incluso en la red de 409 nudos, la red radial obtenida se mantiene estable a partir de un determinado valor del número de tramos, pudiéndose considerar como la red óptima o un valor muy próximo a ella.

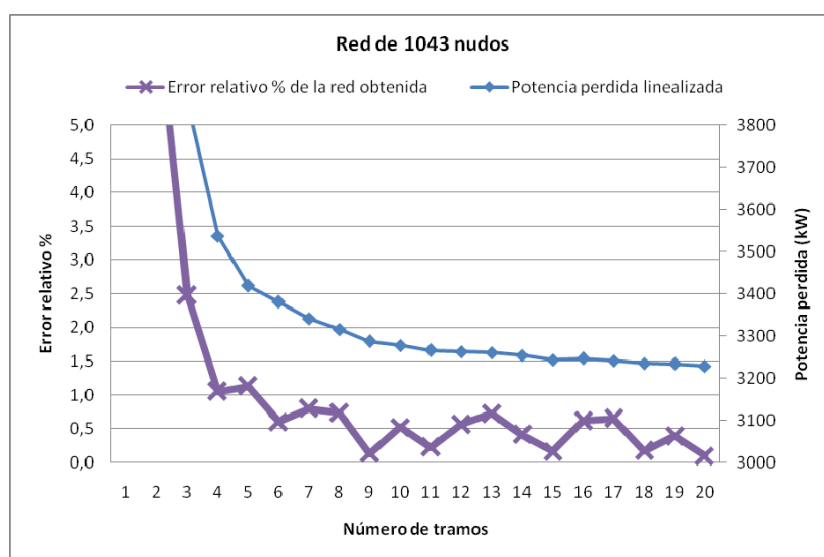


Figura 5.26 Error % red radial obtenida y potencia perdida linealizada en red 1043 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N

Los resultados en la red de 1043 nudos, presentados en la figura 5.26, muestran un comportamiento algo diferente al resto de redes de menor dimensión. En ella se observa que a partir de un número de tramos igual o superior a 6, el error de las redes obtenidas oscila con valores por debajo del 0,8%. Estas oscilaciones también se aprecian para la red de 409 nudos si bien son más pequeñas.

El gran tamaño de la red de 1043 nudos, con 139 bucles y 1181 líneas con sus respectivos interruptores, provoca un elevado número de posibles redes radiales, lo que justifica la dificultad de convergencia del modelo y las diferentes redes que se obtienen.

### Discusión sobre las oscilaciones producidas

La serie de datos que representa el error relativo en % de la red radial obtenida respecto de la mejor red conocida, presenta de forma general una tendencia decreciente hacia el valor cero cuando se aumenta el número de tramos. Sin embargo, se observa que para un número de tramos igual a 3 en la red de 84 nudos (figura 5.21), se produce un inesperado y brusco aumento del error. Con objeto de justificar este comportamiento, se traza en la figura 5.27 tres series de datos que representan la potencia perdida obtenida de tres formas diferentes:

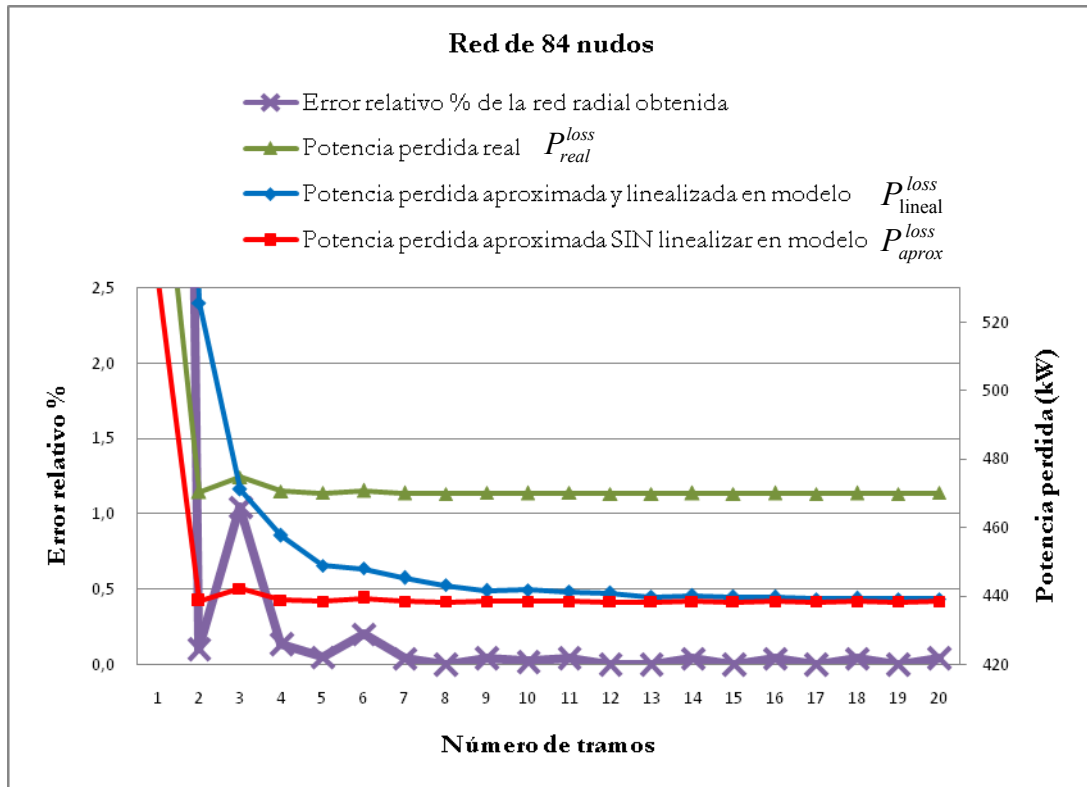


Figura 5.27 Error % de la red radial obtenida y pérdidas en la red de 84 nudos, variando el número de tramos de 1 a 20 empleando la linealización tipo N.

- 1) Potencia perdida real, definida por la ecuación 5.1 y representada por la serie triángulo en la figura 5.27. El cálculo de este valor es el exacto, donde se tienen en cuenta la potencia real que circula por cada una de las ramas y la tensión real en cada uno de los nudos.

$$P_{real}^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot \frac{(P_{j,real}^2 + Q_{j,real}^2)}{V_j^2} \quad (5.1)$$

- 2) Potencia perdida aproximada linealizada en el modelo, definida por la ecuación (5.2) y representada por la serie de datos rombo en la figura 5.27. Esta potencia es la que se calcula en la función objetivo del modelo, teniendo en cuenta las dos aproximaciones eléctricas descritas en la sección 4.5.1 y la linealización del cuadrado de la potencia. Se observa en la gráfica que mantiene una tendencia decreciente, lo que confirma la influencia del número de tramos en el resultado, alcanzando redes radiales mejores al aproximar mejor la curva cuadrática.

$$P_{\text{lineal}}^{\text{loss}} \cong \sum_{j \in p0} R_j \cdot (P_j^{\min} \cdot P_j) + \sum_{j \in q0} R_j \cdot (Q_j^{\min} \cdot Q_j) + \sum_{j \in p1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) \right) + \sum_{j \in q1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) \quad (5.2)$$

- 3) Potencia perdida aproximada sin linealizar en el modelo, definida por la ecuación (5.3) y representada por la serie de datos cuadrado en la figura 5.27. El cálculo de este valor se ha obtenido elevando al cuadrado la variable de potencia, sin realizar la linealización, pero aplicando las dos aproximaciones eléctricas descritas en la sección 4.5.1.

$$P_{\text{aprox}}^{\text{loss}} \cong \sum_{j \in p0} R_j \cdot (P_j^{\min} \cdot P_j) + \sum_{j \in q0} R_j \cdot (Q_j^{\min} \cdot Q_j) + \sum_{j \in p1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (P_j^{(t)}) \right)^2 + \sum_{j \in q1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tq} (Q_j^{(t)}) \right)^2 \quad (5.3)$$

Si se comparan las diferentes series de datos entre sí, hay que destacar que:

- Al aumentar el número de tramos, las pérdidas linealizadas ( $P_{\text{lineal}}^{\text{loss}}$ ) que representa el valor de la función objetivo, tiende a la potencia perdida aproximada sin linealizar ( $P_{\text{aprox}}^{\text{loss}}$ ). Esto es debido a que la linealización a trozos se aproxima cada vez más a la curva cuadrática, y el comportamiento de ambas se hace indistinguible para valores elevados del número de tramos
- Existe una diferencia entre la potencia perdida real ( $P_{\text{real}}^{\text{loss}}$ ) y la potencia perdida aproximada sin linealizar ( $P_{\text{aprox}}^{\text{loss}}$ ), debida a las dos aproximaciones eléctricas:
  - Las tensiones en los nudos se han aproximado a la unidad, y en las redes sin generación dispersa las tensiones son menores que la unidad,  $V_j < 1$  (supuesta  $V_{\text{slack}} = 1$ ).

- Se ha despreciado la circulación de la potencia perdida frente al consumo de los nudos situados aguas abajo, por lo que la potencia real que circula es mayor que la aproximada,  $P_{j,real} > P_j$

Estas dos aproximaciones provocan la desigualdad entre  $P_{real}^{loss}$  y  $P_{aprox}^{loss}$ , que viene determinada por la ecuación (5.4), y que supone una diferencia porcentual casi constante del 6,7% entre ambas series de datos para la red de 84 nudos. Esta característica es natural, pues  $P_{aprox}^{loss}$  no está afectada por el número de tramos tomado, sino por la red radial obtenida y las aproximaciones eléctricas.

$$P_{real}^{loss} = \sum_{j \in B} R_j \cdot \frac{(P_{j,real}^2 + Q_{j,real}^2)}{V_j^2} > \sum_{j \in B} R_j \cdot (P_{j,real}^2 + Q_{j,real}^2) > \sum_{j \in B} R_j \cdot (P_j^2 + Q_j^2) = P_{aprox}^{loss} \quad (5.4)$$

- A partir de un cierto valor del número de tramos (igual o superior a tres en la red de 84 nudos), se cumple que  $P_{real}^{loss} > P_{lineal}^{loss} > P_{aprox}^{loss}$ . Para valores inferiores del número de tramos, la linealización es tan deficiente que la potencia perdida linealizada toma valores mayores, cumpliéndose que  $P_{lineal}^{loss} > P_{real}^{loss} > P_{aprox}^{loss}$ .

El análisis de los datos obtenidos permite confirmar que las aproximaciones eléctricas realizadas en la sección 4.5.1 son aceptables y no distorsionan la búsqueda del óptimo, pues las pérdidas obtenidas de forma aproximada sin linealizar ( $P_{aprox}^{loss}$ ) y real ( $P_{real}^{loss}$ ) siguen la misma tendencia, aunque presenten valores distintos. La diferencia es la misma si se obtienen las mismas redes radiales y la diferencia es muy similar cuando las redes radiales obtenidas son muy similares. A su vez, se ha comprobado que las pérdidas linealizadas ( $P_{lineal}^{loss}$ ) tienden a las pérdidas aproximadas sin linealizar ( $P_{aprox}^{loss}$ ) al aumentar el número de tramos. Por lo tanto, para un número de tramos lo suficientemente elevado como para proporcionar una buena aproximación lineal, el comportamiento de las pérdidas reales sigue la misma tendencia que las pérdidas linealizadas calculada por la función objetivo.

Puede concluirse que las oscilaciones bruscas, en concreto la que se produce para un número de tramos igual a 3, son debidas a una linealización deficiente, que al tomar valores muy diferentes a los reales distorsiona el proceso de optimización. Su efecto

se atenúa cuando el número de tramos aumenta y la curva linealizada se aproxima más a la curva cuadrática. A partir de un número de tramos determinado se consigue una buena linealización de las pérdidas calculadas en la función objetivo, y el algoritmo converge a la red óptima.

Es necesario hacer constar que cada error diferente que se muestra en la gráfica se corresponde con una red radial diferente, debido a la enorme naturaleza combinatoria del problema que se trata de resolver. Para resaltar esta circunstancia se muestra en la tabla 5.5 las diferentes redes obtenidas en la red de 84 nudos, indicando sus diferentes potencias asociadas y para qué número de tramos se producen.

| Red radial diferente | Error % respecto a la mejor red conocida | $P_{real}^{loss}$ | $P_{lineal}^{loss}$ | $P_{aprox}^{loss}$ | Nº de tramos          |
|----------------------|------------------------------------------|-------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|
| 1                    | 23,8717                                  | 582,04            | 860,34              | 531,58             | 1                     |
| 2                    | 0,1005                                   | 470,35            | 525,60              | 438,52             | 2                     |
| 3                    | 1,0434                                   | 474,78            | 471,05              | 442,16             | 3                     |
| 4                    | 0,1352                                   | 470,51            | 457,66              | 438,65             | 4                     |
| 5                    | 0,0483                                   | 470,10            | 448,91              | 438,43             | 5                     |
| 6                    | 0,2012                                   | 470,82            | 447,99              | 439,25             | 6                     |
| 7                    | 0,0381                                   | 470,06            | 445,30 a 439,22     | 438,30             | 7, 14, 16, 18         |
| 8                    | 0,0000                                   | 469,88            | 443,11 a 438,92     | 438,21             | 8, 12, 13, 15, 17, 19 |
| 9                    | 0,0439                                   | 470,08            | 441,46 a 439,15     | 438,27             | 9, 11, 20             |
| 10                   | 0,0204                                   | 469,97            | 441,68              | 438,29             | 10                    |

Tabla 5.5 Redes radiales diferentes obtenidas en la red de 84 nudos.

Se observa en la tabla 5.5 que para un solo tramo el error es muy elevado, debido a una linealización muy deficiente. Para un número de tramos igual a 3 las pérdidas reales son de 474,78 p.u., valor superior a las obtenidas con 2 tramos, lo que ha provocado la oscilación analizada. Hay que destacar que a partir de 7 tramos se obtienen 4 redes diferentes, con diferencias insignificantes entre 469,88 p.u. y 470,08 p.u., que supone un error relativo máximo del 0,04%. Por tanto, todas ellas se pueden considerar soluciones similares a la óptima.



### Elección del número de tramos estimado

Los resultados obtenidos en todas las redes al emplear la linealización tipo N, podrían considerarse como buenos en el caso de que se pudiera seleccionar a priori el valor del número de tramos que provoca la convergencia hacia la mejor red. Se ha comprobado que a medida que aumenta el número de tramos de linealización, las redes radiales obtenidas después del proceso de optimización presentan pérdidas cada vez menores, tendiendo hacia el mínimo global, debido a la mejor aproximación que se consigue de la curva cuadrática.

Por este motivo, se propone utilizar un número de tramos que acote el error que provoca la linealización sobre la pérdida de potencia calculada en la función objetivo. Para ello, se recurre a la estimación del número de tramos dado por la expresión (4.57) obtenida en la sección 4.9.1, y que se recuerda a continuación:

$$n_t = \frac{10}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j \in B} R_j \cdot \left( (P_j^{\max} - P_j^{\min})^2 + (Q_j^{\max} - Q_j^{\min})^2 \right)}{E_{\text{loss, lineal}} \% \cdot P_{\text{mallada}}^{\text{loss}}}}$$

En este punto es necesario fijar el valor de umbral de error impuesto a la linealización. Valores altos de este umbral implican un número bajo del número de tramos, y por lo tanto un número reducido de variables continuas asociadas a cada tramo, pero escasa aproximación en la linealización y baja probabilidad de encontrar la red óptima. De forma contraria sucede al imponer un valor del umbral bajo.

Con objeto de poder tomar una decisión, en la figura 5.28 se ha representado el error relativo de la red radial obtenida frente al umbral de error impuesto debido a la linealización, variando su valor del 1,5% al 8,0%. Para las redes hasta los 409 nudos, los resultados son muy buenos, consiguiéndose errores por debajo del 0,20% en todos los casos. Solo en la red de 1043 nudos aparecen valores mayores con oscilaciones por debajo del 0,82%. Para poder comparar los resultados entre los dos tipos de linealización, se toma el mismo valor de compromiso del 2,5% que proporciona buenos resultados en todas las redes.

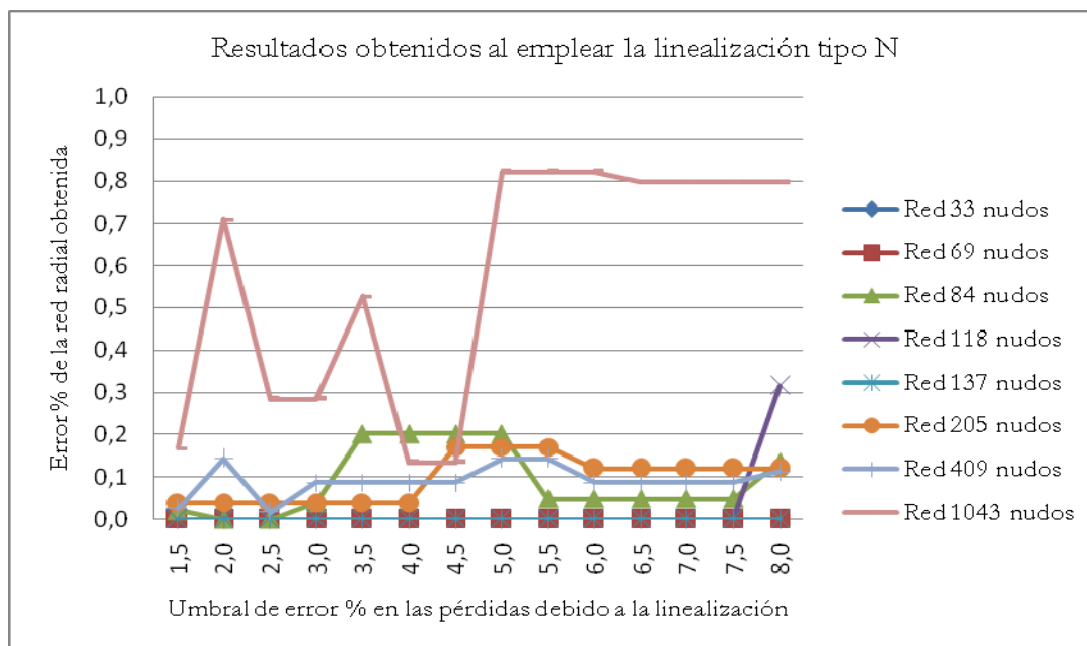


Figura 5.28 Resultados obtenidos al emplear la linealización tipo N, frente a la variación del umbral de error % en las pérdidas debido a la linealización.

En la tabla 5.6 se encuentran los resultados numéricos obtenidos para todas las redes de prueba tomando un umbral de error relativo en porcentaje debido a la linealización del 2,5%. Se muestra el número de tramos estimado para cada red y la potencia perdida cuando la red se encuentra en configuración mallada. Asimismo se observa que el número de variables continuas asociadas a la linealización aumenta al aumentar la dimensión de la red.

Finalmente se indica el error relativo en % de la red radial obtenida respecto la mejor red conocida, observándose que son las redes radiales óptimas o muy próximas a ella, lo que confirma la bondad del método, así como del número de tramos estimado.

| Red                        | 33   | 69   | 84    | 118   | 137   | 205   | 409    | 1043   |
|----------------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| $n_t$                      | 6    | 6    | 8     | 7     | 8     | 13    | 20     | 11     |
| $P_{mallada}^{loss}(pu.)$  | 1,23 | 0,26 | 0,46  | 8,19  | 0,49  | 0,66  | 1,28   | 3,35   |
| No. de variables continuas | 506  | 818  | 1.616 | 1.958 | 2.344 | 5.596 | 16.902 | 26.012 |
| Er% red radial obtenida    | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,04  | 0,02   | 0,28   |

Tabla 5.6 Resultados obtenidos imponiendo un umbral del 2,5% para el error relativo máximo de las pérdidas al linealizar el problema, para la linealización tipo N y un coeficiente de caminos igual a 3.

#### 5.6.4. Diferencias entre los dos tipos de linealización empleados.

Una vez aplicados los dos tipos de linealización sobre las redes de prueba, hay que destacar que se han obtenido buenos resultados con ambos tipo de linealización y en todas las redes empleadas. A continuación se enumeran las principales ventajas e inconvenientes de cada una de ellas:

- Linealización tipo L:
  - Ventaja: La aproximación lineal es igual en todos los intervalos de variación de potencia de cada rama, manteniéndose el mismo error en todas las ramas. Esta característica se traduce en que no hay discriminación entre las diferentes ramas durante el proceso de optimización.
  - Ventaja: Las oscilaciones que se producen en la red de 1043 nudos se mantienen por debajo de un error del 0,5%, a diferencia de la linealización tipo N, donde alcanza hasta el 0,8%.
  - Inconveniente: Requiere una codificación más compleja al tener un número de tramos diferente para cada intervalo de variación de potencia de cada rama e implica un mayor número de variables continuas.
- Linealización tipo N:
  - Ventaja: El hecho de tener el mismo número de tramos para todas las ramas, permite realizar una codificación más compacta y sencilla.
  - Ventaja: Para un mismo umbral de error debido a la linealización del 2,5%, se observa en las tablas 5.4 y 5.6 que el número de variables continuas asociadas a la linealización es menor en la linealización tipo N que en la tipo L, lo que se traduce en un problema de menor tamaño.
  - Inconveniente: Los errores debidos a la linealización son diferentes en cada uno de los intervalos de variación de potencia de cada rama, lo que puede implicar una penalización de aquellas ramas con intervalos de gran tamaño, pues presentan tramos de linealización de mayor tamaño y por tanto con mayores pérdidas.

En las secciones 5.7 y 5.8 se realiza un estudio de sensibilidad del modelo frente a variaciones de los valores de los parámetros utilizados y un análisis del

comportamiento del modelo frente a incrementos del consumo de los nudos respectivamente, donde se ha utilizado la linealización tipo N.

Al final de cada una de estas secciones se realiza una comparativa de resultados al emplear la linealización tipo N y tipo L. Se adelanta ya que se observa que los resultados son muy similares para ambos tipos de linealización.

## 5.7. Datos relevantes del modelo completo aplicado a cada una de las redes.

En esta sección se mostrarán los datos más relevantes del modelo final aplicado a cada una de las redes, aquellos relacionados con el tamaño del problema y los relacionados con la red radial obtenida. Ahora es necesario recordar mediante la tabla 5.7 los valores de los parámetros utilizados y señalar que se empleará la linealización tipo N.

|                                                                    |                               |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Número de tramos en linealización tipo N: $n_t = t_p = t_q$        | Según ecuación (4.57)         |
| Umbral de error % debido a la linealización: $E_{loss, lineal} \%$ | 2,5                           |
| Coefficiente de caminos: $C_C$                                     | 3                             |
| Caída de tensión máxima permitida (p.u.): $\Delta V_{max}$         | 0,07                          |
| Parámetros del coeficiente de tensiones                            |                               |
| Límite número de caminos para nudo activo: $NC_V^{\min}$           | 4                             |
| Límite caída tensión para nudo activo (p.u.): $Int_V^{\lim}$       | $\Delta V_{mallada}^{máxima}$ |
| Umbral del coeficiente de tensiones: $C_V^{\lim}$                  | 0,5                           |

Tabla 5.7 Parámetros base del modelo lineal propuesto.

En la tabla 5.8 se muestran los resultados más relevantes relacionados con el tamaño del problema y los tiempos de ejecución, al aplicar el modelo a todas las redes. Los datos representados son:

- Datos de la red que nos informan de su tamaño, como son el número de nudos y ramas.
- Número de variables binarias, que se corresponden con los caminos finalmente utilizados, después de aplicar las dos técnicas de reducción de caminos.
- Número de variables continuas, asociadas a cada uno de los tramos de linealización de los intervalos de variación de potencia de las ramas.
- Número de restricciones de igualdad, que incluyen las restricciones de radialidad y la obtención de la potencia activa y reactiva que circula por cada rama en función de los consumos de los nudos situados aguas abajo.
- Número de restricciones de desigualdad, que incluyen las restricciones de parentesco entre caminos para mantener la radialidad y las restricciones eléctricas de máxima caída de tensión y capacidad máxima de cada línea.

- Tiempo empleado en la preparación del modelo y en el proceso de optimización.

Analizando los datos contenidos en la tabla 5.8 puede observarse de forma general que el tamaño del problema crece al aumentar la dimensión de la red. Destacar que el número de variables binarias crece de forma moderada debido a la aplicación de las técnicas de reducción de caminos. El aumento del número de variables continuas asociadas a la linealización crece al aumentar el número de ramas de la red, aunque no de forma directa, pues depende también de la topología de la red y de su perfil de consumo.

| Redes                              | 33   | 69   | 84   | 118  | 137   | 205  | 409   | 1043  |
|------------------------------------|------|------|------|------|-------|------|-------|-------|
| Nº de nudos excepto el slack       | 32   | 68   | 83   | 117  | 136   | 204  | 408   | 1042  |
| Nº de ramas                        | 37   | 73   | 96   | 132  | 148   | 224  | 451   | 1181  |
| Nº de variables binarias           | 129  | 226  | 254  | 336  | 711   | 1747 | 6526  | 13545 |
| Nº de variables continuas          | 506  | 818  | 1616 | 1958 | 2344  | 5596 | 16902 | 26012 |
| Nº de restricciones de igualdad    | 106  | 214  | 275  | 381  | 432   | 652  | 1310  | 3404  |
| Nº de restricciones de desigualdad | 239  | 231  | 387  | 600  | 1222  | 3304 | 12783 | 26345 |
| Tiempo preparación modelo (s)      | 0,59 | 1,16 | 1,55 | 2,74 | 6,61  | 22   | 144   | 689   |
| Tiempo proceso optimización (s)    | 1,11 | 0,61 | 0,70 | 4,72 | 12,59 | 130  | 6366  | 10000 |

Tabla 5.8 Datos relevantes del modelo: Tamaño del problema y tiempos de ejecución.

En cuanto al número de restricciones de igualdad, mantiene una relación lineal con la dimensión de la red pues depende solo del número de nudos y ramas. Las restricciones de desigualdad suponen un porcentaje importante del tamaño del problema, pues están ligadas directamente al número de caminos y ramas del sistema.

El tiempo de preparación del modelo corresponde principalmente a la lectura de las características de la red, construcción del árbol madre, cálculo de coeficientes, escritura en fichero de resultados intermedios y finalmente la codificación del problema en el lenguaje de programación GAMS. Se observa que su valor crece al aumentar el tamaño de la red, pasando de los 0,59 s de la red de 33 nudos a los 689 s de la red de mayor tamaño.

El tiempo del proceso de optimización corresponde a la lectura del fichero de entrada al GAMS, su ejecución y la escritura de resultados. Se observa con carácter general que los tiempos también se incrementan al aumentar el tamaño de la red. Indicar que para la red de 409 nudos el tiempo puede parecer excesivo, pero ya se alcanzan buenos resultados con errores del 0,52% y 0,05% cuando han transcurrido

1000 s y 2000 s respectivamente. En la red de 1043 nudos se ha limitado el tiempo de ejecución a 10000 s, pero ya se alcanza una solución con un error del 0,28% a los 2000 s. La evolución de los resultados en las redes de 409 y 1043 nudos en función del tiempo, se representa en las figuras 5.29 y 5.30 respectivamente.

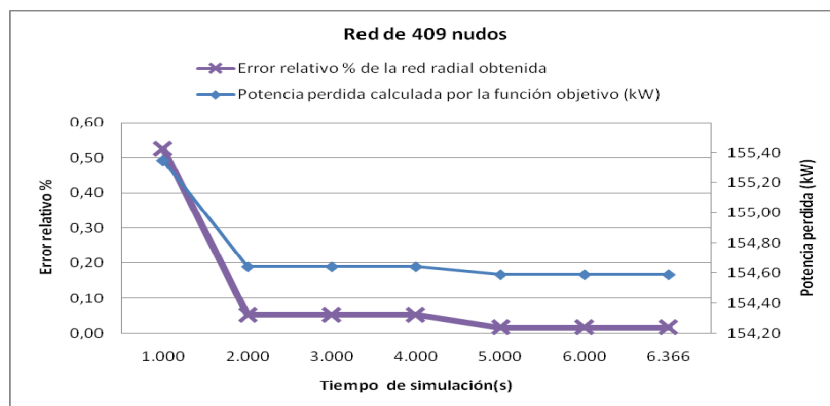


Figura 5.29 Error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida y potencia perdida calculada por el modelo en la red de 409 nudos, variando el tiempo de simulación. Linealización tipo N con 20 tramos.

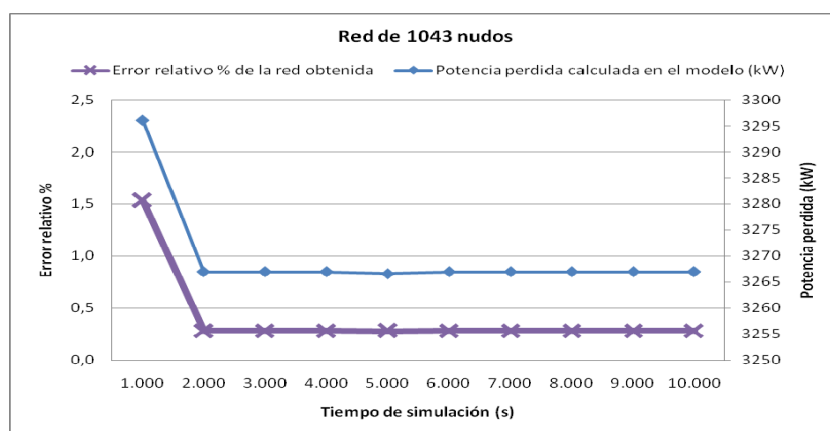


Figura 5.30 Error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida y potencia perdida calculada por el modelo en la red de 1043 nudos, variando el tiempo de simulación. Linealización tipo N con 11 tramos.

En la tabla 5.9 se muestran los resultados más relevantes relacionados la red radial obtenida después de la reconfiguración, al aplicar el modelo lineal a todas las redes de prueba. Los datos representados son:

- Error relativo en % de la red radial obtenida respecto la mejor red conocida, utilizando la linealización tipo N y con los parámetros base indicados en la tabla 5.7.
- Tensión mínima en la red radial obtenida (pu).

- Potencia perdida calculada en el modelo lineal de la red radial (kW), que se corresponde con el valor de la función objetivo.
- Potencia perdida real de la red radial obtenida (kW), después del proceso de reconfiguración.
- Potencia perdida real de la red radial original (kW), donde se encuentran abiertas las líneas de interconexión que permiten obtener una red radial, y que se describen en el apéndice D.
- Porcentaje de ahorro producido en las pérdidas de las líneas conseguido por la reconfiguración, donde la comparación se realiza con respecto a la red radial original.

Analizando los datos contenidos en la tabla 5.9 puede observarse que los valores de tensión mínima cumplen con la restricción impuesta de máxima caída de tensión del 7%. En la tercera fila de la tabla se muestran los valores de la potencia perdida en las ramas calculada por la función objetivo, donde se han realizado las siguientes aproximaciones:

- Tomar la tensión de los nudos como 1 p.u.
- Despreciar la circulación de la potencia perdida frente al consumo de los nudos.
- Aproximación lineal de la curva cuadrática  $P^2$  y  $Q^2$ .

| Redes                                                 | 33     | 69    | 84     | 118     | 137    | 205    | 409    | 1043    |
|-------------------------------------------------------|--------|-------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|
| Error relativo % red radial obtenida                  | 0,00   | 0,00  | 0,00   | 0,00    | 0,00   | 0,04   | 0,02   | 0,28    |
| Tensión mínima red radial (p.u.)                      | 0,938  | 0,945 | 0,953  | 0,932   | 0,945  | 0,945  | 0,945  | 0,938   |
| Potencia perdida calculada por modelo red radial (kW) | 129,39 | 27,67 | 443,11 | 805,49  | 55,49  | 79,04  | 154,59 | 3266,92 |
| Potencia perdida real en la red radial obtenida (kW)  | 139,55 | 30,09 | 469,88 | 869,69  | 60,19  | 85,12  | 166,25 | 3441,22 |
| Potencia perdida real en la red radial original (kW)  | 202,67 | 69,78 | 531,99 | 1296,52 | 139,55 | 209,33 | 418,65 | 5009,08 |
| % de ahorro conseguido en la reconfiguración          | 31,14  | 56,88 | 11,68  | 32,92   | 56,87  | 59,34  | 60,29  | 31,30   |

Tabla 5.9 Datos relevantes del modelo: Características de las redes radiales obtenidas.

En la cuarta fila de la tabla 5.9 se refleja la potencia real de la red radial obtenida, cuyo valor es siempre superior al calculado por la función objetivo. Esto se debe a



las dos aproximaciones eléctricas realizadas, puesto que las redes no presentan nudos con generación, y la tensión en todos ellos es siempre inferior a la unidad. La linealización ejerce su influencia en sentido contrario, pues toma un valor superior al exacto, pero la aproximación es lo suficientemente buena y no supera el efecto provocado por las aproximaciones eléctricas.

Finalmente en la última fila de la tabla 5.9 se muestra el porcentaje de ahorro de pérdida de potencia conseguido con la nueva red radial después de la reconfiguración. El valor conseguido en todas las redes es elevado, destacando los valores conseguidos en las redes de mayor tamaño, con un ahorro del 60,29% y 31,30% en las redes de 409 y 1043 nudos respectivamente. Es necesario resaltar que estas dos últimas redes se aportan como novedad y no han sido estudiadas en trabajos anteriores, por lo que no se parte de referencia alguna.

## 5.8. Sensibilidad del modelo frente a los parámetros fijados.

El objetivo ahora es comprobar la estabilidad del modelo lineal frente a pequeñas variaciones de los parámetros base necesarios para su aplicación, que se encuentran resumidos en la tabla 5.7 de la sección anterior. Para ello se realizarán variaciones de cada uno de los parámetros, dejando el resto fijo, y se analizarán las nuevas redes radiales obtenidas. El modelo se considera estable si los resultados son iguales o similares a los conseguidos con los parámetros base.

### 5.8.1. Coeficiente de caminos de la red.

Para comprobar la sensibilidad del modelo propuesto frente al coeficiente de caminos, se tomará los valores 4 y 5, dejando el resto de parámetros fijo. Realizar pruebas para valores inferiores a 3 no tiene sentido, pues ya se ha visto en la sección 5.5.1 que limita las posibles combinaciones de redes, y en la mayoría de las redes no se tomarían los caminos de la red óptima, como se muestra en la tabla 5.3 de coeficiente de caminos mínimo.

En la tabla 5.10 se encuentran los resultados cuando se varía el coeficiente de caminos tomando los valores 4 y 5. Un aumento de este parámetro provoca el aumento de caminos y por tanto elevar el número de variables binarias, lo que aumenta el tamaño del problema.

| Red          | Cc = 3             |      | Cc = 4             |       | Cc = 5             |       |
|--------------|--------------------|------|--------------------|-------|--------------------|-------|
|              | Variables binarias | Er % | Variables binarias | Er %  | Variables binarias | Er %  |
| <b>33</b>    | 129                | 0,00 | 135                | 0,00  | 136                | 0,00  |
| <b>69</b>    | 226                | 0,00 | 255                | 0,00  | 264                | 0,00  |
| <b>84</b>    | 254                | 0,00 | 252                | 0,00  | 293                | 0,00  |
| <b>118</b>   | 336                | 0,00 | 399                | 0,00  | 468                | 0,00  |
| <b>137</b>   | 711                | 0,00 | 906                | 0,00  | 1.025              | 0,00  |
| <b>205</b>   | 1.747              | 0,04 | 2.307              | 0,02  | 2.952              | 0,17  |
| <b>409</b>   | 6.526              | 0,02 | 10.208             | 0,10  | 17.867             | 0,11* |
| <b>1.043</b> | 13.545             | 0,28 | 21.950             | 0,16* | 33.984             | 0,20* |

Tabla 5.10 Comportamiento del modelo ante la variación del coeficiente de caminos.

De los resultados obtenidos para los nuevos valores del coeficiente de caminos, se observa que:

- Para las redes de pequeño tamaño hasta los 137 nudos se obtiene siempre la mejor red radial conocida.

- En las redes de mayor tamaño la solución no es la óptima, pero se mantiene con errores pequeños e inferiores al 0,20%.
- Se ha marcado con un asterisco la red de 409 y 1043 nudos para un coeficiente de caminos de 5 y además la de 1043 nudos para un coeficiente de caminos de 4, pues se ha resuelto sin incluir las restricciones eléctricas. Esto ha sido debido al excesivo tamaño que adquiere el problema y los problemas de falta de memoria que conlleva.

El pequeño incremento en el error obtenido solo en algunas de las redes al variar el coeficiente de caminos, pone de manifiesto que el modelo es robusto frente a los incrementos de este parámetro.

### 5.8.2. Restricción de máxima caída de tensión

Esta restricción debe suministrarla el propio gestor de la red, imponiendo el valor de la máxima caída de tensión que admite el sistema. Como ya se ha mencionado anteriormente, en todas las pruebas realizadas se ha tomado el valor del 7%, por ser el valor mínimo que nos permite alcanzar los óptimos publicados para las redes de 33 y 118 nudos.

Para comprobar la sensibilidad del modelo propuesto frente a la reducción de caminos por incumplir esta restricción, se tomarán los valores del 8% y 9% que relajan la restricción y amplían el campo de soluciones, dejando el resto de parámetros fijo. Tomar valores menores provocaría que no se alcanzaran los óptimos, como ya se ha comentado en el párrafo anterior, y serán objeto de un análisis específico en la sección 5.10.

En la tabla 5.11 se encuentran los resultados cuando se varía el valor de la restricción de caída de tensión máxima. Un aumento de este valor provoca un menor número de caminos rechazados, y por tanto elevar el número de variables binarias activas. Se observa que en todas las redes la variación de esta restricción no ha modificado la red radial obtenida, salvo una pequeña diferencia en la red de 1043 nudos.

| Red          | $\Delta V_{\max} = 7\%$ |      | $\Delta V_{\max} = 8\%$ |      | $\Delta V_{\max} = 9\%$ |      |
|--------------|-------------------------|------|-------------------------|------|-------------------------|------|
|              | Variables binarias      | Er % | Variables binarias      | Er % | Variables binarias      | Er % |
| <b>33</b>    | 129                     | 0,00 | 141                     | 0,00 | 145                     | 0,31 |
| <b>69</b>    | 226                     | 0,00 | 226                     | 0,00 | 226                     | 0,00 |
| <b>84</b>    | 254                     | 0,00 | 259                     | 0,00 | 259                     | 0,00 |
| <b>118</b>   | 336                     | 0,00 | 346                     | 0,00 | 358                     | 0,00 |
| <b>137</b>   | 711                     | 0,00 | 712                     | 0,00 | 712                     | 0,00 |
| <b>205</b>   | 1.747                   | 0,04 | 1.747                   | 0,04 | 1.747                   | 0,04 |
| <b>409</b>   | 6.526                   | 0,02 | 6.527                   | 0,02 | 6.528                   | 0,02 |
| <b>1.043</b> | 13.545                  | 0,28 | 13.745                  | 0,32 | 13.830                  | 0,37 |

Tabla 5.11 Comportamiento del modelo ante la variación de la caída de tensión máxima permitida.

Los resultados muestran que el número de variables binarias ha aumentado muy poco en cada una de las redes. Esta circunstancia, ya analizada en la sección 5.3, es debida a que los caminos desechados por la técnica del coeficiente de tensiones coinciden en su mayor parte con los caminos desechados por la técnica de caída de tensión máxima, y compensan los caminos que han dejado de ser rechazados por incumplir la caída de tensión máxima.

En la tabla 5.12 se muestra el número de caminos rechazados por la técnica de reducción de caminos de la caída de tensión máxima, y en la fila siguiente aparece solo el número de caminos rechazados por la técnica del coeficiente de tensiones que son adicionales o diferentes a los caminos de la técnica anterior. Se observa que a medida que disminuyen el número de caminos rechazados por la técnica de la caída de tensión máxima, aumentan el número de caminos adicionales rechazados por la técnica del coeficiente de tensiones. Hay que señalar que la técnica del coeficiente de tensiones rechaza el mismo número total de caminos en todos los casos, pues sus parámetros permanecen fijos. Se observa de forma generalizada en todas las redes que el descenso de caminos rechazados por una técnica es compensada por la otra.

|                       | Redes                                                            | 33 | 69 | 84 | 118 | 137 | 205 | 409 | 1043  |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-------|
| $\Delta V_{\max}=7\%$ | Caminos rechazados por la técnica $\Delta V_{\max}$              | 72 | 25 | 68 | 212 | 128 | 205 | 476 | 4.504 |
|                       | Caminos adicionales rechazados por técnica coeficiente tensiones | 5  | 4  | 55 | 30  | 4   | 25  | 105 | 1.111 |
| $\Delta V_{\max}=8\%$ | Caminos rechazados por la técnica $\Delta V_{\max}$              | 55 | 15 | 51 | 181 | 90  | 136 | 269 | 3.379 |
|                       | Caminos adicionales rechazados por técnica coeficiente tensiones | 10 | 14 | 67 | 51  | 41  | 94  | 311 | 2.036 |
| $\Delta V_{\max}=9\%$ | Caminos rechazados por la técnica $\Delta V_{\max}$              | 44 | 7  | 35 | 139 | 39  | 48  | 105 | 2.671 |
|                       | Caminos adicionales rechazados por técnica coeficiente tensiones | 17 | 22 | 83 | 81  | 92  | 182 | 474 | 2.659 |

Tabla 5.12 Caminos rechazados por las técnicas de reducción de caminos al aumentar la máxima caída de tensión permitida.

Los resultados obtenidos, ponen de manifiesto que el modelo es robusto ante variaciones de esta restricción, pues las redes radiales obtenidas son iguales o muy similares.

### 5.8.3. Reducción de caminos mediante la técnica del coeficiente de tensiones.

Para la aplicación de esta técnica de reducción de caminos se han necesitado tres parámetros. Dos de ellos, el “número de caminos mínimo,  $NC_v^{\min}$ ” y el “intervalo de tensión del nudo,  $Int_v^{\lim}$ ” permiten identificar aquellos nudos activos sobre los que se aplicará esta técnica. El parámetro “umbral del coeficiente de tensiones,  $C_v^{\lim}$ ”, indica cuando puede ser eliminado el camino.

Para comprobar en primer lugar la sensibilidad del modelo propuesto ante los dos primeros parámetros que identifican los nudos activos, se tomará los valores 6 y 8 para  $NC_v^{\min}$ , dejando el resto de parámetros fijos. Tomar valores menores implicaría dejar nudos con solo uno o dos caminos lo que impediría o limitaría en exceso la formación de redes, como ya se comentó en la sección 4.11. Posteriormente se tomará como valor de  $Int_v^{\lim}$ , 1,5 y 2 veces la máxima caída de tensión en la red mallada, dejando el resto de parámetros fijo.

En las tablas 5.13 y 5.14 se encuentran los resultados variando  $NC_v^{\min}$  y  $Int_v^{\lim}$  respectivamente, mostrándose el número de variables binarias y el error de la red obtenida. El aumento de estos parámetros implica considerar menos nudos activos, por lo que se rechazan menos caminos y aumenta el número de variables binarias.

Los resultados obtenidos al variar  $NC_v^{\min}$  mostrados en la tabla 5.13, ponen en evidencia que el número de variables ha aumentado levemente en unas redes, y se mantiene estable en otras, lo que indica que existen pocos nudos con una población de caminos entre 4 y 8. Las redes radiales obtenidas son las mismas, salvo una pequeña diferencia en la red de 1043 nudos.

| Red   | $NC_v^{\min} = 4$  |      | $NC_v^{\min} = 6$  |      | $NC_v^{\min} = 8$  |      |
|-------|--------------------|------|--------------------|------|--------------------|------|
|       | Variables binarias | Er % | Variables binarias | Er % | Variables binarias | Er % |
| 33    | 129                | 0,00 | 129                | 0,00 | 129                | 0,00 |
| 69    | 226                | 0,00 | 226                | 0,00 | 226                | 0,00 |
| 84    | 254                | 0,00 | 275                | 0,04 | 294                | 0,04 |
| 118   | 336                | 0,00 | 343                | 0,00 | 344                | 0,00 |
| 137   | 711                | 0,00 | 711                | 0,00 | 711                | 0,00 |
| 205   | 1.747              | 0,04 | 1.766              | 0,04 | 1.766              | 0,04 |
| 409   | 6.526              | 0,02 | 6.575              | 0,02 | 6.575              | 0,02 |
| 1.043 | 13.545             | 0,28 | 13.605             | 0,21 | 13.749             | 0,33 |

Tabla 5.13 Comportamiento del modelo ante la variación del “Número de caminos mínimo de cada nudo” para considerarlo nudo activo en la técnica de reducción de caminos por el Coeficiente de tensiones.

| Red          | $Int_v^{lim} = 1\Delta V_{máxima\ mallada}^{máxima}$ |      | $Int_v^{lim} = 1,5\Delta V_{máxima\ mallada}^{máxima}$ |      | $Int_v^{lim} = 2\Delta V_{máxima\ mallada}^{máxima}$ |      |
|--------------|------------------------------------------------------|------|--------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------|------|
|              | Variables binarias                                   | Er % | Variables binarias                                     | Er % | Variables binarias                                   | Er % |
| <b>33</b>    | 129                                                  | 0,00 | 133                                                    | 0,31 | 133                                                  | 0,31 |
| <b>69</b>    | 226                                                  | 0,00 | 228                                                    | 0,00 | 230                                                  | 0,00 |
| <b>84</b>    | 254                                                  | 0,00 | 288                                                    | 0,00 | 301                                                  | 0,04 |
| <b>118</b>   | 336                                                  | 0,00 | 340                                                    | 0,00 | 366                                                  | 0,00 |
| <b>137</b>   | 711                                                  | 0,00 | 711                                                    | 0,00 | 711                                                  | 0,00 |
| <b>205</b>   | 1.747                                                | 0,04 | 1.759                                                  | 0,04 | 1.768                                                | 0,04 |
| <b>409</b>   | 6.526                                                | 0,02 | 6.602                                                  | 0,02 | 6.620                                                | 0,05 |
| <b>1.043</b> | 13.545                                               | 0,28 | 13.817                                                 | 0,65 | 14.015                                               | 0,44 |

Tabla 5.14 Comportamiento del modelo ante la variación del “intervalo de tensión del nudo” para considerar un nudo activo en la técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones.

Los resultados obtenidos al variar  $Int_v^{lim}$  mostrados en la tabla 5.14, provocan un mayor aumento del número de variables binarias activas, pero a pesar de ello la red radial obtenida es siempre la misma, salvo en la red de 33, 409 y 1043 nudos, donde se produce un aumento del error, pero dentro de unos límites aceptables para los objetivos de este trabajo.

Los resultados obtenidos, ponen de manifiesto que el modelo es robusto ante incrementos del valor de los parámetros que seleccionan los nudos activos.

El "umbral del coeficiente de tensiones,  $C_v^{lim}$ ", indica cuando puede ser eliminado un camino dentro de la población de caminos asociados a cada nudo, siendo el valor intermedio 0,5 el finalmente seleccionado. Un aumento de este valor provoca un mayor número de caminos rechazados, llegándose a eliminar todos los caminos cuando se alcanza el valor unidad. Esta circunstancia hace que la elección de este valor deba ser muy conservadora, pues es positivo para la convergencia que se rechacen el mayor número de caminos posibles, pero no deben eliminarse aquellos caminos que puedan formar parte de la red óptima.

En la tabla 5.15 se encuentran los resultados tomando los valores 0,6 y 0,7, mostrándose el número de variables binarias y el error de la red obtenida. A medida que aumenta el valor de  $C_v^{lim}$ , aumenta el número de caminos desechados y por tanto disminuye el número de variables binarias. Se observa que para  $C_v^{lim} = 0,6$  los resultados en todas las redes son iguales o muy similares, sin embargo para  $C_v^{lim} = 0,7$  la red de 409 nudos converge hacia una red radial con un error algo mayor del habitual (1,52 %).

| Red   | $C_v^{\text{lim}} = 0,5$ |      | $C_v^{\text{lim}} = 0,6$ |      | $C_v^{\text{lim}} = 0,7$ |      |
|-------|--------------------------|------|--------------------------|------|--------------------------|------|
|       | Variables binarias       | Er % | Variables binarias       | Er % | Variables binarias       | Er % |
| 33    | 129                      | 0,00 | 128                      | 0,00 | 112                      | 0,00 |
| 69    | 226                      | 0,00 | 225                      | 0,00 | 225                      | 0,00 |
| 84    | 254                      | 0,00 | 222                      | 0,04 | 213                      | 0,00 |
| 118   | 336                      | 0,00 | 318                      | 0,00 | 291                      | 0,00 |
| 137   | 711                      | 0,00 | 703                      | 0,00 | 685                      | 0,00 |
| 205   | 1.747                    | 0,04 | 1.739                    | 0,04 | 1.669                    | 0,04 |
| 409   | 6.526                    | 0,02 | 6.425                    | 0,02 | 5.822                    | 1,52 |
| 1.043 | 13.545                   | 0,28 | 11.515                   | 0,13 | 9.411                    | 0,89 |

Tabla 5.15 Comportamiento del modelo ante la variación del “Coeficiente de tensiones límite” en la técnica de reducción de caminos por el Coeficiente de tensiones.

Para comprender este peor resultado en la red de 409 nudos, se define el "coeficiente de tensiones mínimo de la red,  $C_v^{\text{min}}$ " como aquel coeficiente de tensiones de la red antes del cual se permite la aparición de todos los caminos que forman la red óptima, o dicho de otra forma, el menor coeficiente de tensiones de todos los caminos que forman parte de la red óptima. Tomar  $C_v^{\text{lim}} \geq C_v^{\text{min}}$  provoca la eliminación de caminos óptimos, impidiendo la convergencia hacia el mínimo global.

En la tabla 5.16 se muestran los valores de este coeficiente de las mejores redes radiales conocidas utilizando un coeficiente de caminos de valor 3. Puede observarse que en la red de 409 nudos, el valor del coeficiente de tensiones mínimo es de 0,69, lo que justifica que al tomar  $C_v^{\text{lim}} = 0,7$  no pueda obtenerse la mejor red radial para este coeficiente de caminos. Además, el mal resultado indica que también se han desechado los caminos de las redes próximas.

Sobre la red de 1043 nudos, aunque se haya superado el umbral del  $C_v^{\text{min}} = 0,6$  se obtiene una red aceptable del 0,89%, lo que indica que no se han rechazado caminos que forman parte de redes cercanas a la óptima. El resto de redes tienen valores de  $C_v^{\text{min}}$  más elevados del 0,7 impuesto, luego la obtención de la mejor red es posible.

| Red                | 33   | 69   | 84   | 118  | 137  | 205  | 409  | 1043 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $C_v^{\text{min}}$ | 0,97 | 0,93 | 0,78 | 0,87 | 0,93 | 0,86 | 0,69 | 0,60 |

Tabla 5.16 Coeficiente de tensiones mínimo de la mejor red conocida.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que el modelo es estable para el valor  $C_v^{\text{lim}} = 0,5$  seleccionado y pequeñas variaciones en su entorno.



#### 5.8.4. Eliminación de las técnicas de reducción de caminos.

En las secciones anteriores se ha comprobado que el modelo es robusto ante variaciones de los parámetros necesarios para su aplicación; solo para valores elevados del umbral del coeficiente de tensiones ( $C_V^{\text{lim}}$ ) empieza a degradarse la calidad de las redes radiales obtenidas. Ahora es necesario cuestionarse el comportamiento del modelo cuando no se aplican alguna de las técnicas de reducción de caminos.

En la tabla 5.17 se muestran los resultados al suprimir la técnica de reducción de caminos del coeficiente de tensiones, así como los debidos a la supresión de la técnica de reducción de caminos de la caída de tensión máxima permitida, dejando activa la otra técnica. La eliminación de alguna de estas dos técnicas, permite que se acepten más caminos, lo que provoca un aumento del número de variables binarias.

| Red          | Se utilizan las dos técnicas |      | Se suprime la técnica del coeficiente de tensiones |      | Se suprime la técnica de la caída de tensión máxima permitida |      |
|--------------|------------------------------|------|----------------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------|------|
|              | Variables binarias           | Er % | Variables binarias                                 | Er % | Variables binarias                                            | Er % |
| <b>33</b>    | 129                          | 0,00 | 134                                                | 0,00 | 146                                                           | 0,00 |
| <b>69</b>    | 226                          | 0,00 | 230                                                | 0,00 | 226                                                           | 0,00 |
| <b>84</b>    | 254                          | 0,00 | 309                                                | 0,00 | 259                                                           | 0,04 |
| <b>118</b>   | 336                          | 0,00 | 366                                                | 0,00 | 364                                                           | 0,00 |
| <b>137</b>   | 711                          | 0,00 | 715                                                | 0,00 | 712                                                           | 0,00 |
| <b>205</b>   | 1.747                        | 0,04 | 1.772                                              | 0,04 | 1.747                                                         | 0,04 |
| <b>409</b>   | 6.526                        | 0,02 | 6.631                                              | 0,02 | 6.528                                                         | 0,02 |
| <b>1.043</b> | 13.545                       | 0,28 | 14.656                                             | 0,30 | 14.018                                                        | 0,30 |

Tabla 5.17 Comportamiento del modelo cuando no se utiliza alguna de las técnicas de reducción de caminos.

Los resultados obtenidos son prácticamente iguales en todas las redes de prueba, esto es debido a que el número de variables binarias solo ha sufrido un pequeño incremento. Como ya se ha comentado en la sección anterior, esto se debe a que ambas técnicas utilizan la caída de tensión en los caminos, por lo que en su mayor parte, desechan los mismos caminos.

### 5.8.5. Número de tramos.

Por último, es necesario comprobar la sensibilidad del modelo al variar el número de tramos, y para ello, se tomará el valor anterior y posterior al utilizado para cada una de las redes siguiendo la ecuación (4.57). Tomar un valor menor del número de tramos estimado implica un menor número de variables continuas asociadas a cada tramo. Este hecho hace que el problema se reduzca de tamaño, disminuyendo los tiempos de procesamiento. Otra consecuencia es que la linealización empeora, aumentando la diferencia entre la curva linealizada y la cuadrática, lo que puede distorsionar la convergencia hacia el óptimo. En el caso de tomar un número de tramos mayor las consecuencias son opuestas.

Los resultados al variar el número de tramos se muestran en la tabla 5.18, donde se indica el número de variables continuas asociadas a la linealización y el error de la red radial obtenida. Se comprueba el aumento y decremento del número de variables continuas anunciado. Asimismo se observa que las redes radiales obtenidas son las óptimas o muy cercanas a ella. Este comportamiento es debido a que la linealización conseguida con el número de tramos estimado es lo suficientemente buena como para seguir siendo aceptable para un número menor de tramos.

Puede concluirse que el modelo es robusto frente a variaciones del número de tramos estimado.

| Red          | Número de tramos estimado ( $n_0$ ) |      | $n_0+1$             |      | $n_0-1$             |      |
|--------------|-------------------------------------|------|---------------------|------|---------------------|------|
|              | Variables continuas                 | Er % | Variables continuas | Er % | Variables continuas | Er % |
| <b>33</b>    | 506                                 | 0,00 | 578                 | 0,00 | 434                 | 0,00 |
| <b>69</b>    | 818                                 | 0,00 | 930                 | 0,00 | 706                 | 0,00 |
| <b>84</b>    | 1.616                               | 0,00 | 1.794               | 0,04 | 1.438               | 0,04 |
| <b>118</b>   | 1.958                               | 0,00 | 2.200               | 0,00 | 1.716               | 0,00 |
| <b>137</b>   | 2.344                               | 0,00 | 2.600               | 0,00 | 2.088               | 0,00 |
| <b>205</b>   | 5.596                               | 0,04 | 5.992               | 0,04 | 5.200               | 0,04 |
| <b>409</b>   | 16.902                              | 0,02 | 17.702              | 0,02 | 16.102              | 0,06 |
| <b>1.043</b> | 26.012                              | 0,28 | 28.162              | 0,56 | 23.862              | 0,53 |

Tabla 5.18 Comportamiento del modelo al variar el número de tramos estimado

### 5.8.6. Comparativa entre las linealizaciones tipo N y L.

El estudio de sensibilidad se ha realizado con la linealización tipo N, discutiendo en las secciones anteriores las variables que se modificaban y el comportamiento de las redes radiales obtenidas al variar los valores de cada uno de los parámetros. Ahora corresponde hacer lo propio al utilizar la linealización tipo L. Con objeto de no repetir los mismos razonamientos y justificaciones ya realizados (dado que los resultados son muy similares), se presenta una tabla resumen con los errores de las redes radiales obtenidas para la linealización tipo N (tabla 5.19) y para la linealización tipo L (tabla 5.20).

De manera general puede observarse que en todos los casos, tanto en la linealización tipo N como en la tipo L, se obtienen las redes radiales óptimas o redes muy próximas a ella, reafirmando la robustez del modelo lineal para ambos tipos de linealización. Si comparamos ambas tablas pueden destacarse solo dos diferencias significativas:

- En la linealización tipo L se consigue siempre el óptimo para cualquier variación de los parámetros base en la red de 33 nudos, mientras que en la tipo N aparece una red radial con un error del 0,31%.
- Al aumentar el coeficiente de caminos, aumenta el número de caminos y por tanto el tamaño del problema. Se ha marcado con un asterisco en las redes de 409 y 1043 nudos aquellos casos donde se han tenido que eliminar las restricciones eléctricas por falta memoria en el proceso de optimización. Se observa que la red de 409 nudos para un coeficiente de caminos de valor 4 con linealización tipo L han aparecido problemas de falta de memoria, y sin embargo con la tipo N ha sido posible realizar la simulación con todas las restricciones eléctricas. Esto es debido a que la linealización tipo L utiliza un mayor número de tramos, como ya se destacó en la sección 5.5.4.

| Redes - Linealización tipo N                                           |                                                | 33   | 69   | 84   | 118  | 137  | 205  | 409   | 1043  |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| Número de tramos caso base ( $n_{t0}$ )                                |                                                | 6    | 6    | 8    | 7    | 8    | 13   | 20    | 11    |
| Error relativo % red radial obtenida según parámetros base tabla 5.7   |                                                | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,28  |
| Coeficiente de caminos                                                 | 4                                              | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,10  | 0,16* |
|                                                                        | 5                                              | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,17 | 0,11* | 0,20* |
| Caída de tensión máxima permitida                                      | 8%                                             | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,32  |
|                                                                        | 9%                                             | 0,31 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,37  |
| Límite nº caminos nudo activo                                          | 6                                              | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,21  |
|                                                                        | 8                                              | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,33  |
| Límite caída tensión nudo activo (p,u.)                                | $1.5\Delta V_{\text{mallada}}^{\text{máxima}}$ | 0,31 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,65  |
|                                                                        | $2\Delta V_{\text{mallada}}^{\text{máxima}}$   | 0,31 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,05  | 0,44  |
| Umbral coeficiente de tensiones                                        | 0,6                                            | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,13  |
|                                                                        | 0,7                                            | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 1,52  | 0,89  |
| Número de tramos                                                       | $n_{t0}+1$                                     | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,06  | 0,53  |
|                                                                        | $n_{t0}-1$                                     | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,56  |
| No se aplica la técnica de reducción caminos por máxima caída tensión  |                                                | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,30  |
| No se aplica la técnica de reducción caminos por coeficiente tensiones |                                                | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,02  | 0,30  |

Tabla 5.19 Tabla resumen del estudio de sensibilidad del modelo frente a la variación de sus parámetros base, utilizando la linealización tipo N.

| Redes - Linealización tipo L                                           |                                       | 33   | 69   | 84   | 118  | 137  | 205  | 409   | 1043  |
|------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| Número de tramos caso base ( $n_0$ )                                   |                                       | 1,89 | 0,49 | 0,48 | 3,62 | 0,48 | 0,45 | 0,45  | 0,20  |
| Error relativo % red radial obtenida según parámetros base tabla 5.7   |                                       | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,04  | 0,27  |
| Coeficiente de caminos                                                 | 4                                     | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,06 | 0,04* | 0,42* |
|                                                                        | 5                                     | 0,00 | 0,00 | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,06 | 0,08* | 0,16* |
| Caída de tensión máxima permitida                                      | 8%                                    | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,18  | 0,04  |
|                                                                        | 9%                                    | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,04  | 0,04  |
| Límite nº caminos nudo activo                                          | 6                                     | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,04  | 0,03  |
|                                                                        | 8                                     | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,04  | 0,15  |
| Límite caída tensión nudo activo ( $p,u$ )                             | $1.5\Delta V_{\text{máxima mallada}}$ | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,07 | 0,01 | 0,06 | 0,09  | 0,70  |
|                                                                        | $2\Delta V_{\text{máxima mallada}}$   | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,06  | 0,18  |
| Umbral coeficiente de tensiones                                        | 0,6                                   | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,04  | 0,37  |
|                                                                        | 0,7                                   | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 1,56  | 1,07  |
| Umbral error % linealización                                           | 2,0                                   | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,06 | 0,07  | 0,21  |
|                                                                        | 3,0                                   | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,08  | 0,16  |
| No se aplica la técnica de reducción caminos por coeficiente tensiones |                                       | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,07  | 0,19  |
| No se aplica la técnica de reducción caminos por coeficiente tensiones |                                       | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,01 | 0,00 | 0,06 | 0,35  | 0,51  |

Tabla 5.20 Tabla resumen del estudio de sensibilidad del modelo frente a la variación de sus parámetros base, utilizando la linealización tipo L.

## 5.9. Comportamiento del modelo frente a variaciones del índice de carga de la red

En esta sección se realizará un análisis práctico de la influencia del ‘índice de carga de la red’, definido como la potencia activa total demandada por los nudos dividido entre el número de nudos de consumo, comprobando el comportamiento del modelo lineal en cada una de las redes.

Para ello se aumentará el consumo de cada uno de los nudos progresivamente desde su valor actual (caso base) hasta el doble, multiplicando el consumo de potencia activa y reactiva por un factor, que varía su valor de 1,25 a 2,0 con incrementos de 0,25. En la tabla 5.21 se muestra el número de tramos estimado al utilizar la linealización tipo N, así como el error en % de la red radial obtenida.

La caída de tensión que se produce en las nuevas redes generadas, al aumentar el consumo de los nudos, provoca caídas de tensión mayores. Mantener una restricción de máxima caída de tensión del 7% provoca que no aparezcan redes radiales que cumplan con dicha restricción. Por ello se propone aumentar la restricción de máxima caída de tensión a medida que se aumenta el factor que multiplica el consumo de los nudos, como se muestra en la tabla 5.21, pasando del 10% al 20% progresivamente.

| Nº tramos estimado ( $n_t$ ) / Error % de la red radial obtenida |      |         |         |         |         |
|------------------------------------------------------------------|------|---------|---------|---------|---------|
| Factor que modifica la potencia consumida                        |      | 1,25    | 1,50    | 1,75    | 2,00    |
| $\Delta V_{\max}$                                                |      | 10%     | 13%     | 17%     | 20%     |
| Redes                                                            | 33   | 7/0,00  | 7/0,00  | 6/0,87  | 6/0,00  |
|                                                                  | 69   | 6/0,00  | 6/0,00  | 6/0,00  | 6/0,00  |
|                                                                  | 84   | 8/0,04  | 7/0,21  | 7/0,23  | 7/0,00  |
|                                                                  | 118  | 7/0,00  | 7/0,01  | 7/0,00  | 7/0,00  |
|                                                                  | 137  | 8/0,00  | 8/0,00  | 8/0,00  | 8/0,00  |
|                                                                  | 205  | 12/0,00 | 12/0,00 | 12/0,00 | 12/0,00 |
|                                                                  | 409  | 20/0,05 | 20/0,01 | 19/0,00 | 19/0,00 |
|                                                                  | 1043 | 12/0,71 | 11/0,33 | 11/1,15 | 11/0,32 |

Tabla 5.21 Número de tramos estimado para aplicar la linealización tipo N y error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida, al variar el ‘índice de carga de la red’,

De los resultados obtenidos se observa que el número de tramos estimado es casi constante o incluso disminuye su valor en todas las redes al aumentar el factor de incremento de carga. Esta circunstancia es una consecuencia del mayor aumento de

las pérdidas de la red en configuración mallada cuando se incrementa el índice de carga, pues este término aparece en el denominador de la expresión (4.57) que estima el número de tramos.

Hay que destacar que al aplicar el modelo a las nuevas redes donde se ha aumentado el ‘índice de carga’, se siguen obteniendo redes radiales próximas al óptimo, cuya configuración se encuentra en la sección D.12 del Apéndice D. En general el comportamiento del modelo es similar que cuando se ha aplicado al caso base de cada una de las redes. Solo en la red de 1043 nudos se obtienen redes radiales con errores algo superiores, alcanzando un error del 1,15% para un factor de 1,75.

Por último, resaltar que este análisis confirma la robustez del modelo frente a diferentes índices de carga de la red.

#### Comparativa con la linealización tipo L.

El estudio del comportamiento del modelo lineal frente a variaciones del ‘índice de carga’ se ha realizado con la linealización tipo N, ahora corresponde hacer lo propio utilizando la linealización tipo L y manteniendo un error debido a la linealización del 2,5%.

De manera general puede observarse en la tabla 5.22 que los resultados son similares a los conseguidos con la linealización tipo N, obteniéndose las redes radiales óptimas o redes próximas a ella, reafirmando la robustez del modelo lineal para ambos tipos de linealización y diferentes ‘índices de carga’.

| Error % de la red radial obtenida         |      |      |      |      |      |
|-------------------------------------------|------|------|------|------|------|
| Factor que modifica la potencia consumida |      | 1,25 | 1,50 | 1,75 | 2,00 |
| $\Delta V_{\max}$                         |      | 10%  | 13%  | 17%  | 20%  |
| Redes                                     | 33   | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
|                                           | 69   | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
|                                           | 84   | 0,04 | 0,24 | 0,11 | 0,40 |
|                                           | 118  | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,00 |
|                                           | 137  | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
|                                           | 205  | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
|                                           | 409  | 0,02 | 0,45 | 0,04 | 0,05 |
|                                           | 1043 | 0,49 | 0,38 | 0,17 | 0,29 |

Tabla 5.22 Error relativo % de la red radial obtenida respecto a la mejor red conocida, al variar el ‘índice de carga de la red’, aplicando la linealización tipo L.

### 5.10. Aplicación a redes con generación dispersa.

Las redes radiales de distribución resultan más fáciles de planificar y explotar cuando solo existen nudos de consumo en la misma, gracias a la unidireccionalidad del flujo. Esta característica se pierde con la presencia de generación dispersa de importancia.

El objetivo del presente apartado es comprobar la validez del modelo lineal frente a redes con generación dispersa. Inicialmente el primer reto se limitará a redes de muy pequeño tamaño, donde puede calcularse de forma manual los flujos de potencia por cada rama y todas las posibles redes radiales, con objeto de comprobar si el modelo responde y alcanza el óptimo conocido. Posteriormente se aplicará a redes de pequeño tamaño, donde se pondrá a prueba el modelo con un número mayor de combinaciones posibles y donde no se conoce el óptimo. Está fuera del alcance de este trabajo y supone líneas de investigación futuras, su aplicación a redes de mayor tamaño.

Dada la escasa existencia de redes con generación dispersa aparecidas en trabajos anteriores a las que hacer referencia y comparar los resultados obtenidos, el modelo propuesto se aplicará inicialmente a una red original de 6 nudos con una primera versión (Red6GD\_v1), que consta de un nudo que representa la subestación, cuatro nudos de consumo y un nudo de generación. En la creación del árbol madre y obtención de los intervalos de variación de potencia en cada una de las ramas, aparecen ramas del tipo p1, p3 y q3. Se utilizará una segunda versión de esta red (Red6GD\_v2), en la que se varía el consumo de los nudos para que aparezcan ramas del tipo p2. Las características de estas redes se encuentran en el Apéndice D.

Recordar que en las ramas tipo p1 (q1) solo puede circular potencia activa (reactiva) positiva, en las de tipo p2 (q2) solo potencia negativa y finalmente en las tipo p3 (q3), puede circular potencia en ambos sentidos. El sentido positivo en una rama indica una circulación de potencia desde la subestación hacia el nudo. Con las dos redes propuestas (Red6GD\_v1 y Red6GD\_v2), se cubren todas las posibilidades, con el objetivo de probar la bondad del modelo propuesto en cualquier situación.

Finalmente se realizarán pruebas sobre la red conocida de 33 nudos, pero convirtiendo los tres nudos de mayor consumo de potencia activa en nudos de generación (Red33GD), inyectando la potencia activa y reactiva que antes consumían en la red original. Las características de esta red se encuentran en el Apéndice D.

El modelo lineal que se aplica es exactamente igual al utilizado en las redes donde solo existen consumos. La única diferencia se encuentra a la hora de obtener los intervalos de variación de potencia por cada rama, pues pueden aparecer valores



negativos y requiere del procedimiento detallado en la sección 4.4.3. Esta particularidad permite la aparición de intervalos con solo potencia negativa e intervalos cuyo mínimo tiene valor negativo y su máximo valor positivo, que requieren de una linealización y codificación particular, que se encuentra desarrollada en las secciones 4.8.2 y 4.8.3 respectivamente.

Con objeto de detallar el procedimiento de la generación del modelo en estas primeras redes de generación dispersa, en el Apéndice C se presenta la obtención del árbol madre y el cálculo de los intervalos de variación de la potencia en cada una de las ramas.

Un aspecto importante que diferencia a las redes con generación dispersa es la posible aparición de tensiones superiores a la tensión de referencia de la subestación. Por lo tanto es necesario imponer una restricción de caída de tensión para las sobretensiones que puedan aparecer. En esta situación se debe cumplir que:

$$|V_S - V_i| \leq \Delta V_{\max} \quad (5.5)$$

Desarrollando la ecuación y expresándola como diferencia de tensiones al cuadrado, tal y como se hizo en la sección 4.6.3, se tiene la nueva restricción que es necesario imponer a cada uno de los caminos:

$$-\Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S + \Delta V_{\max}) \leq 2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^l} (R_j \cdot P_j + X_j \cdot Q_j) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) \quad (5.6)$$

En las siguientes redes con generación dispersa se aplicará la linealización tipo N de número de tramos constante y el resto de parámetros base que muestra la tabla 5.7. Las redes radiales obtenidas son en todos los casos la red óptima o la mejor red conocida, que avala la bondad del modelo con este tipo de redes.

### 5.10.1. Red de 6 nudos con ramas tipo p1, p3 y q3 (Red6GD\_v1),

La topología de la red Red6GD\_v1 y sus valores característicos se detallan en el Apéndice D de redes. Se aplica el modelo lineal propuesto con la linealización tipo N y 9 tramos por intervalo. Se obtiene la red radial óptima, mostrándose los resultados más relevantes sobre la tabla 5.23, que presenta el mismo formato del resto de redes estudiadas, donde se destaca que:

- No se elimina ningún camino por la técnica de reducción de caminos de máxima caída de tensión, pues las caídas de tensión son pequeñas y ninguna supera el límite impuesto del 7%.
- No se elimina ningún camino por la técnica de reducción de caminos del coeficiente de tensiones, debido a la escasa población de caminos por nudo, sin superar en ninguno de los casos el límite de 4 caminos por nudo.
- Como en las redes anteriores con solo nudos de consumo, la potencia perdida real es mayor que la calculada en el modelo, aunque en este caso la diferencia es muy pequeña debido a la aparición de nudos con generación.

| <b>Red de 6 nudos con generación dispersa (Red6GD_v1)</b>  |        |
|------------------------------------------------------------|--------|
| Número de nudos excepto el slack                           | 5      |
| Número de ramas                                            | 7      |
| Número de variables binarias                               | 13     |
| Número de variables continuas                              | 228    |
| Número de restricciones de igualdad                        | 19     |
| Número de restricciones de desigualdad                     | 12     |
| Tiempo de preparación del modelo (s)                       | 0,17   |
| Tiempo del proceso de optimización (s)                     | 0,33   |
| Error relativo % red radial obtenida                       | 0,0    |
| Tensión mínima red radial (pu)                             | 0,9912 |
| Potencia perdida calculada en modelo de la red radial (kW) | 10,63  |
| Potencia perdida real de la red radial obtenida (kW)       | 10,77  |
| Potencia perdida real de la red radial original (kW)       | 28,01  |
| % de ahorro conseguido en la reconfiguración               | 61,57  |

Tabla 5.23 Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red con generación dispersa Red6GD\_v1.

### 5.10.2. Red de 6 nudos con ramas tipo p2, p3 y q3 (Red6GD\_v2)

La topología de la red Red6GD\_v2 y sus valores característicos se detallan en el Apéndice D de redes. En este caso aparecen ramas tipo p2, que son ramas donde la potencia activa siempre toma valores negativos.

Después de aplicar el modelo lineal propuesto con la linealización tipo N y 9 tramos por intervalo, se obtiene la red radial óptima, mostrándose los resultados más relevantes sobre la tabla 5.24, que presenta el mismo formato del resto de redes estudiadas, donde se aprecian las mismas características que en la red con generación dispersa de la sección anterior.

| Red de 6 nudos con generación dispersa (Red6GD_v2)         |         |
|------------------------------------------------------------|---------|
| Número de nudos excepto el slack                           | 5       |
| Número de ramas                                            | 7       |
| Número de variables binarias                               | 13      |
| Número de variables continuas                              | 236     |
| Número de restricciones de igualdad                        | 19      |
| Número de restricciones de desigualdad                     | 12      |
| Tiempo de preparación del modelo (s)                       | 0,11    |
| Tiempo del proceso de optimización (s)                     | 0,28    |
| Error relativo % red radial obtenida                       | 0,0     |
| Tensión mínima red radial (pu)                             | 0,99726 |
| Tensión máxima red radial (pu)                             | 1,00365 |
| Potencia perdida calculada en modelo de la red radial (kW) | 2,13    |
| Potencia perdida real de la red radial obtenida (kW)       | 2,10    |
| Potencia perdida real de la red radial original (kW)       | 5,33    |
| % de ahorro conseguido en la reconfiguración               | 60,66   |

Tabla 5.24 Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red con generación dispersa Red6GD\_v2.

La singularidad de los resultados de esta red se observa en que la potencia perdida real es menor que la potencia perdida calculada en el modelo, a diferencia del resto de redes estudiadas hasta el momento. Los motivos que provocan que ambos valores sean diferentes son las aproximaciones realizadas:

- Aproximación eléctrica: despreciar la circulación de la potencia perdida frente al consumo de los nudos. Los valores de potencia tomados en el modelo son menores a los reales, por lo tanto la potencia calculada por el modelo es menor.
- Aproximación eléctrica: considerar tensión unidad en p.u. en los nudos.

- En las redes con solo nudos de consumo, las tensiones reales son siempre menores que la unidad, por lo tanto la potencia calculada por el modelo es menor.
  - En las redes con generación dispersa de importancia, aparecen tensiones reales cuyo valor es superior a la unidad, y la potencia calculada por el modelo puede ser mayor.
- Aproximación debida a la linealización. Dado que la curva cuadrática es cóncava, la aproximación lineal siempre toma valores superiores a la curva cuadrática, por lo tanto la potencia calculada por el modelo es mayor.

En todas las redes tratadas hasta el momento, que son aquellas que solo presentan nudos de consumo y la red de la sección anterior con generación dispersa de poca importancia, prevalecen las aproximaciones eléctricas que provocan que la potencia calculada por el modelo sea menor. En esta red la generación puede considerarse de importancia y aparecen nudos con tensiones mayores de la unidad, provocando que la potencia perdida calculada por el modelo sea mayor que la real. En la tabla 5.25 se observa que cuatro de los cinco nudos tiene una tensión real superior a la unidad.

| Nudo         | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Tensión p.u. | 1,00099 | 1,00312 | 1,00365 | 1,00049 | 0,99726 | 1,00000 |

Tabla 5.25 Tensión real de cada uno de los nudos en la red radial óptima.

### 5.10.3. Red de 33 nudos con generación dispersa.

Con el objeto de comprobar el correcto funcionamiento del método propuesto sobre una red con generación dispersa de un tamaño mayor, se realizarán las pruebas sobre la red ampliamente conocida de 33 nudos, pero convirtiendo los tres nudos de mayor consumo de potencia activa en nudos de generación (Red33GD), inyectando la potencia activa y reactiva que antes consumían en la red original.

En la tabla 5.26 se indican los nuevos datos de los nudos que cambian su valor respecto a la red de 33 nudos original. Una vez generado el árbol madre de la red y los intervalos de variación de potencia, se obtienen ramas tipo p1, p3, q1 y q3.

| Nudo | P (kW) | Q(kVar) |
|------|--------|---------|
| 23   | -420   | -200    |
| 24   | -420   | -200    |
| 31   | -210   | -100    |

Tabla 5.26 Potencia asociada a los nudos de generación en la red de 33 nudos con generación dispersa, Red33GD,

Se aplica el modelo lineal propuesto con la linealización tipo N y 12 tramos por intervalo. Se obtiene la mejor red radial conocida, mostrándose los resultados más relevantes sobre la tabla 5.27, que presenta el mismo formato del resto de redes estudiadas, donde se aprecian las mismas características ya comentadas.

| Red de 33 nudos con generación dispersa (Red33GD)          |         |
|------------------------------------------------------------|---------|
| Número de nudos excepto el slack                           | 32      |
| Número de ramas                                            | 37      |
| Número de variables binarias                               | 147     |
| Número de variables continuas                              | 1.347   |
| Número de restricciones de igualdad                        | 106     |
| Número de restricciones de desigualdad                     | 267     |
| Tiempo de preparación del modelo (s)                       | 0,67    |
| Tiempo del proceso de optimización (s)                     | 1,22    |
| Error relativo % red radial obtenida                       | 0,00    |
| Tensión mínima red radial (pu)                             | 0,97282 |
| Potencia perdida calculada en modelo de la red radial (kW) | 33,96   |
| Potencia perdida real de la red radial obtenida (kW)       | 34,98   |
| Potencia perdida real de la red radial original (kW)       | 102,01  |
| % de ahorro conseguido en la reconfiguración               | 65,71   |

Tabla 5.27 Resultados relevantes al aplicar el modelo final a la red de 33 nudos con generación dispersa Red33GD,

## 5.11. Comportamiento del modelo frente a restricciones eléctricas más severas.

En esta sección se comprobará que al imponer restricciones más severas en caída de tensión y circulación de potencia, el modelo proporciona redes radiales diferentes que cumplen con el objetivo de minimizar las pérdidas y respetar las nuevas limitaciones impuestas.

Con objeto de comprobar el comportamiento del modelo, se irá aumentando la tensión mínima permitida en los nudos y se observará que la red radial obtenida cambia para adaptarse al nuevo valor de restricción impuesto. Posteriormente se procederá de igual forma con la restricción de máxima potencia aparente que puede circular por cada una de las líneas.

### 5.11.1. Restricción de máxima caída de tensión.

Imponer tensiones mínimas en los nudos cada vez mayores implica que al aplicar la técnica de reducción de caminos por máxima caída de tensión, se rechazarán un mayor número de caminos y por tanto el número de variables binarias será menor. Esta circunstancia provoca una disminución del tamaño del problema y facilita la convergencia hacia el óptimo, que puede ser el mismo o uno nuevo que cumpla con las nuevas restricciones.

En las figuras 5.31 y 5.32 se representa la evolución de las redes radiales obtenidas cuando se varía la restricción de mínima tensión permitida desde 0,930 a 0,947 p.u., y como datos característicos se representan los valores de tensión mínima alcanzada y las pérdidas reales.

En cada una de las gráficas se llega a un punto en el que se interrumpe la serie de resultados, lo que indica que el modelo no encuentra ninguna red radial que cumpla con las restricciones impuestas. Los resultados obtenidos en las dos redes presentan comportamientos diferentes, que se analizan a continuación:

- En la red de 33 nudos de la figura 5.31, se parte de la mejor red conocida con una tensión mínima de 0,938 p.u., y al imponer una tensión mínima igual o superior a 0,940 p.u., el modelo encuentra una nueva red con una tensión mínima de 0,941 p.u. que cumple con la nueva restricción, y se corresponde con una red con mayores pérdidas. Este es un caso que no sigue la tendencia del resto de redes, pues se tiene una tensión mínima mejor, que sin embargo proporciona una red con mayores pérdidas. Este caso sirve como ejemplo que refuerza la necesidad de imponer la restricción eléctrica, pues el hecho de

tener el mejor perfil de tensiones no implica directamente que sea la red de menores pérdidas.

- En la red de 69 nudos de la figura 5.32, no se produce ningún cambio en los resultados. Esto se debe a que la mejor red radial de mínimas pérdidas coincide con la red que tiene el mejor perfil de tensiones. Cuando la restricción de tensión mínima permitida es superior al nivel de tensiones de la red óptima, no es posible encontrar otra red con mejores tensiones.

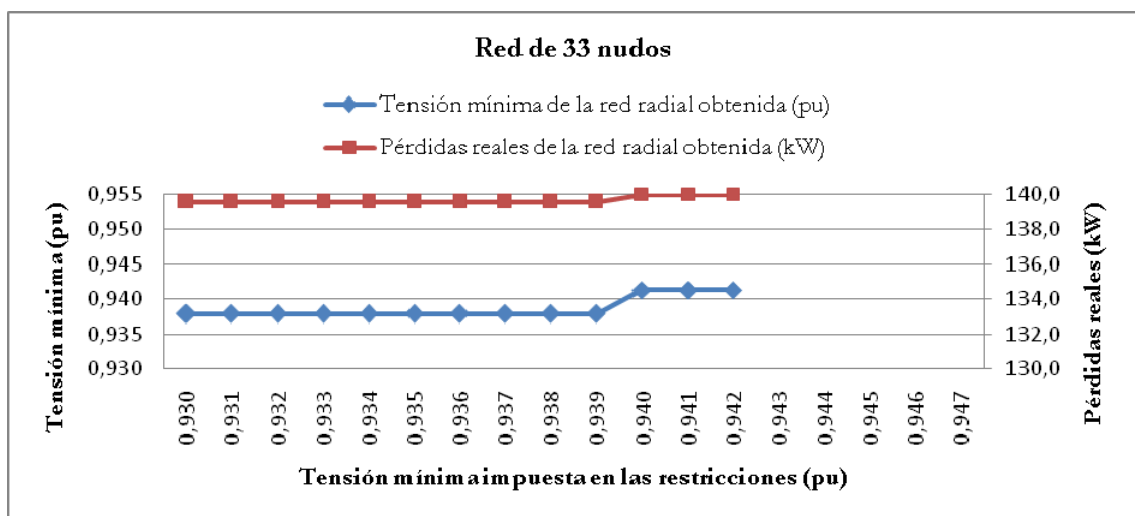


Figura 5.31 Tensión mínima y pérdida real de la red radial obtenida, variando la restricción de tensión mínima permitida de 0,930 a 0,947 p.u., en la red de 33 nudos.

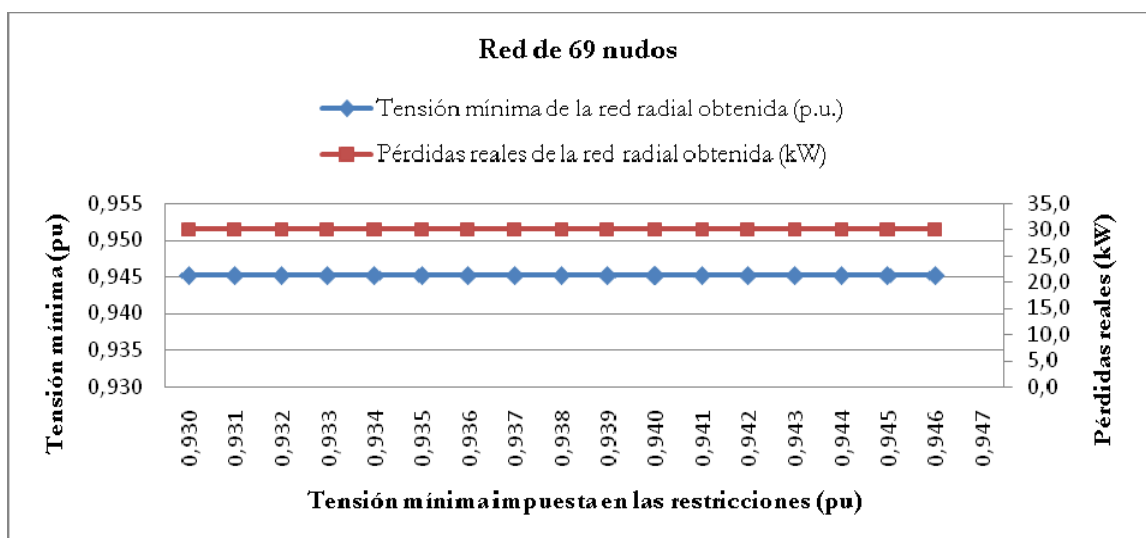


Figura 5.32 Tensión mínima y pérdida real de la red radial obtenida, variando la restricción de tensión mínima permitida de 0,930 a 0,947 p.u., en la red de 69 nudos.

Un aspecto que es necesario señalar y que ocurre en todas las redes, es que la tensión mínima de la red obtenida no cumple exactamente con la restricción impuesta. Tomando como ejemplo la red de 33 nudos, al imponer una restricción de tensión mínima de 0,939 p.u. se obtiene una red con una tensión mínima de 0,938 p.u. Este aparente incumplimiento de la restricción se debe a las aproximaciones en el cálculo de la función objetivo, comentadas en la sección 4.5.1, donde se desprecia la circulación de la potencia perdida frente al consumo de los nudos, lo que provoca que la circulación de potencia real sea superior a la potencia aproximada calculada por el modelo ( $P_{j,real} > P_j$ ).

En la ecuación 5.7 se pone de manifiesto que la caída de tensión calculada con la potencia aproximada, es menor que la caída de tensión que se produce realmente. Esta circunstancia provoca que en ocasiones la tensión mínima obtenida no cumpla exactamente con la restricción impuesta cuando se hablan de valores reales. Sin embargo sí se cumplen las restricciones durante el proceso de optimización al utilizar los valores de potencia aproximados. No obstante hay que destacar que representan diferencias muy pequeñas, en concreto y para el ejemplo indicado, se obtiene una tensión 0,938 p.u. en lugar de un valor superior a 0,939 p.u., lo que representa un error del 0,13%.

$$V_S^2 - V_i^2 \cong 2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^l} (R_j \cdot P_{j,real} + X_j \cdot Q_{j,real}) > 2 \cdot \sum_{j \in \pi_k^l} (R_j \cdot P_j + X_j \cdot Q_j) \quad (5.7)$$



### 5.11.2. Restricción de máxima circulación de potencia aparente

En todas las pruebas realizadas hasta el momento, se ha impuesto un límite de potencia aparente máxima que puede circular por cada una de las ramas, lo suficientemente elevado como para que no influya en el resultado. Con objeto de comprobar la eficiencia del modelo frente a esta restricción eléctrica, en esta sección se impondrá un valor que sí influya en el resultado final. La comprobación se realizará sobre la red de 33 nudos.

En la tabla 5.28 se muestra la circulación de potencia calculada por el modelo en cada una de las ramas de la red radial de mínimas pérdidas en la red de 33 nudos. Se observa que los interruptores abiertos corresponden a las ramas 7, 9, 14, 32 y 37 pues la circulación de potencia por ellas es nula.

Con objeto de comprobar si el algoritmo responde ante una restricción de potencia aparente, se impondrá una circulación máxima de 2,5 p.u. sobre la rama nº 15 y en el resto de ramas se continúa imponiendo un límite elevado.

Sobre la tabla 5.29 se muestra la circulación de potencia por cada una de las ramas en la nueva red obtenida cuando se impone la circulación máxima de potencia aparente de 2,5 p.u. sobre la rama nº 15. Se observa que la nueva red radial es diferente y abre los interruptores de las ramas 7, 9, 14, 36 y 37, que es la mejor red radial de mínimas pérdidas conocida con las limitaciones impuestas. Asimismo se verifica que la nueva circulación de potencia aparente por la rama nº 15 es de 2,25 p.u., inferior al límite impuesto de 2,5 p.u.

| Rama | Potencia activa (pu) | Potencia reactiva (pu) | Potencia aparente (pu) | Rama | Potencia activa (pu) | Potencia reactiva (pu) | Potencia aparente (pu) |
|------|----------------------|------------------------|------------------------|------|----------------------|------------------------|------------------------|
| 1    | 37,15                | 23,00                  | 43,69                  | 20   | 11,15                | 5,30                   | 12,35                  |
| 2    | 23,20                | 16,30                  | 28,35                  | 21   | 4,35                 | 2,40                   | 4,97                   |
| 3    | 13,00                | 11,40                  | 17,29                  | 22   | 9,30                 | 4,50                   | 10,33                  |
| 4    | 11,80                | 10,60                  | 15,86                  | 23   | 8,40                 | 4,00                   | 9,30                   |
| 5    | 11,20                | 10,30                  | 15,22                  | 24   | 4,20                 | 2,00                   | 4,65                   |
| 6    | 2,00                 | 1,00                   | 2,24                   | 25   | 8,60                 | 9,10                   | 12,52                  |
| 7    | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 26   | 8,00                 | 8,85                   | 11,93                  |
| 8    | 3,90                 | 1,50                   | 4,18                   | 27   | 7,40                 | 8,60                   | 11,35                  |
| 9    | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 28   | 6,80                 | 8,40                   | 10,81                  |
| 10   | 0,60                 | 0,20                   | 0,63                   | 29   | 5,60                 | 7,70                   | 9,52                   |
| 11   | 1,05                 | 0,50                   | 1,16                   | 30   | 3,60                 | 1,70                   | 3,98                   |
| 12   | 1,80                 | 1,15                   | 2,14                   | 31   | 2,10                 | 1,00                   | 2,33                   |
| 13   | 1,20                 | 0,80                   | 1,44                   | 32   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   |
| 14   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 33   | 5,90                 | 2,50                   | 6,41                   |
| 15   | <b>2,70</b>          | <b>1,20</b>            | <b>2,95</b>            | 34   | 3,30                 | 1,30                   | 3,55                   |
| 16   | 2,10                 | 1,00                   | 2,33                   | 35   | 3,45                 | 2,00                   | 3,99                   |
| 17   | 1,50                 | 0,80                   | 1,70                   | 36   | 0,60                 | 0,40                   | 0,72                   |
| 18   | 12,95                | 6,10                   | 14,31                  | 37   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   |
| 19   | 12,05                | 5,70                   | 13,33                  |      |                      |                        |                        |

Tabla 5.28 Potencia que circula por cada rama en la red radial de mínimas pérdidas de la red de 33 nudos. Valores calculados con el modelo propuesto.

| Rama | Potencia activa (pu) | Potencia reactiva (pu) | Potencia aparente (pu) | Rama | Potencia activa (pu) | Potencia reactiva (pu) | Potencia aparente (pu) |
|------|----------------------|------------------------|------------------------|------|----------------------|------------------------|------------------------|
| 1    | 37,15                | 23,00                  | 43,69                  | 20   | 10,55                | 4,90                   | 11,63                  |
| 2    | 23,80                | 16,70                  | 29,07                  | 21   | 4,35                 | 2,40                   | 4,97                   |
| 3    | 13,60                | 11,80                  | 18,01                  | 22   | 9,30                 | 4,50                   | 10,33                  |
| 4    | 12,40                | 11,00                  | 16,58                  | 23   | 8,40                 | 4,00                   | 9,30                   |
| 5    | 11,80                | 10,70                  | 15,93                  | 24   | 4,20                 | 2,00                   | 4,65                   |
| 6    | 2,00                 | 1,00                   | 2,24                   | 25   | 9,20                 | 9,50                   | 13,22                  |
| 7    | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 26   | 8,60                 | 9,25                   | 12,63                  |
| 8    | 3,30                 | 1,10                   | 3,48                   | 27   | 8,00                 | 9,00                   | 12,04                  |
| 9    | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 28   | 7,40                 | 8,80                   | 11,50                  |
| 10   | 0,60                 | 0,20                   | 0,63                   | 29   | 6,20                 | 8,10                   | 10,20                  |
| 11   | 1,05                 | 0,50                   | 1,16                   | 30   | 4,20                 | 2,10                   | 4,70                   |
| 12   | 1,80                 | 1,15                   | 2,14                   | 31   | 2,70                 | 1,40                   | 3,04                   |
| 13   | 1,20                 | 0,80                   | 1,44                   | 32   | 0,60                 | 0,40                   | 0,72                   |
| 14   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   | 33   | 5,30                 | 2,10                   | 5,70                   |
| 15   | <b>2,10</b>          | <b>0,80</b>            | <b>2,25</b>            | 34   | 2,70                 | 0,90                   | 2,85                   |
| 16   | 1,50                 | 0,60                   | 1,62                   | 35   | 3,45                 | 2,00                   | 3,99                   |
| 17   | 0,90                 | 0,40                   | 0,98                   | 36   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   |
| 18   | 12,35                | 5,70                   | 13,60                  | 37   | 0,00                 | 0,00                   | 0,00                   |
| 19   | 11,45                | 5,30                   | 12,62                  |      |                      |                        |                        |

Tabla 5.29 Potencia que circula por cada rama en la red radial de mínimas pérdidas de la red de 33 nudos, cuando se impone una limitación de potencia aparente de 2,5 p.u. en la rama nº 15. Valores calculados con el modelo propuesto.

## Capítulo 6

### Conclusiones

El modelo propuesto presenta una función objetivo a minimizar, que representa de forma aproximada las pérdidas en todas las ramas de la red, sujeto a una serie de restricciones que obligan a que la red obtenida sea radial y que cumpla los límites de máxima caída de tensión y potencia máxima aparente que puede circular. La principal novedad que presenta este modelo y la base de la originalidad de las ecuaciones planteadas, es la definición de camino asociado a un nudo, al que se le asigna una variable binaria. Después de linealizar las pérdidas, el problema queda lineal entero mixto. Su variable binaria es la asociada a la activación o no del camino que representa, sus variables continuas indican la circulación de potencia activa y reactiva por cada una de las ramas, y están asociadas a cada uno de los tramos de linealización.

El modelo presenta como novedad el planteamiento de un problema de optimización lineal entero mixto ampliamente conocido y resuelto, lo cual permite utilizar un software comercial para su resolución, así como abordar problemas de gran dimensión.

Con objeto de disminuir el tamaño del problema, reducir los tiempos de proceso y facilitar la convergencia hacia la red radial óptima o hacia redes con pérdidas similares, se han empleado tres técnicas para reducir el número de caminos. La primera consiste en no aceptar caminos con longitudes eléctricas elevadas en relación al camino de menor longitud para cada nudo. La segunda técnica rechaza los caminos que incumplen la máxima caída de tensión permitida. Finalmente se rechazan aquellos caminos que implican mayores caídas de tensión para un mismo nudo. En cuanto a las restricciones eléctricas que debe cumplir la red, se han propuesto procedimientos para eliminar restricciones innecesarias.

Se han empleado dos tipos de linealización diferentes, denominadas tipo N y L, con buenos resultados en ambos casos. Asimismo se han propuesto expresiones que estiman el número de tramos en el caso de la linealización tipo N o la longitud de

tramo en el caso de la linealización tipo L, en función del error máximo permitido en la linealización.

Es necesario destacar que en todas las redes utilizadas se ha supuesto que en cada una de las ramas existe un interruptor. Este hecho representa el caso más desfavorable, pues en las redes radiales reales no todas las ramas permiten su cierre o apertura para la reconfiguración, lo que permite obtener problemas de menor tamaño y mayores probabilidades de convergencia hacia el óptimo.

La aplicación del modelo completo a todas redes, aporta las siguientes conclusiones:

- Proporciona la mejor red conocida para las redes de 33 a 137 nudos, con errores relativos del orden de la centésima en las redes de 205 y 409 nudos, y con errores del orden de la décima en la red de gran dimensión de 1043 nudos.
- El modelo es muy estable, proporcionando los mismos resultados o muy similares frente a pequeñas variaciones de todos los parámetros utilizados, como se ha demostrado en el análisis de sensibilidad realizado.
- El procedimiento de eliminación de los caminos que superan la máxima caída de tensión impuesta, permite disminuir el tamaño del problema.
- La técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones, provoca de igual forma la eliminación de caminos con baja o nula probabilidad de pertenecer al óptimo, favoreciendo la convergencia hacia redes próximas al óptimo y disminuyendo el tamaño del problema.
- La técnica de reducción de caminos basada en el coeficiente de tensiones se basa en la heurística y por tanto es el eslabón más débil del modelo. Las pruebas realizadas y el análisis de sensibilidad realizado a los parámetros utilizados, permite utilizarla con confianza.
- Los parámetros necesarios para la aplicación del modelo se han fijado para valores que permiten su utilización para cualquier tamaño de red, a diferencia del resto de técnicas utilizadas para resolver el problema de la reconfiguración.
- Los dos tipos de linealización utilizados permiten obtener buenos resultados en todas las redes, aunque presenten cada una de ellas sus ventajas e inconvenientes.
- Las linealizaciones utilizadas requieren de los valores del número de tramos o de la longitud del tramo, según el caso. Para ello se han propuesto

expresiones que estiman dichos valores, imponiendo un límite de error debido a la linealización sobre la función objetivo. Los resultados obtenidos y el análisis de sensibilidad confirman la bondad de las ecuaciones propuestas.

- El modelo funciona correctamente y proporciona la mejor red radial conocida en las redes probadas con generación dispersa (hasta 33 nudos).
- Se ha probado el modelo para diferentes índice de carga de la red, proporcionando igualmente buenos resultados, cercanos a la red óptima.
- Se han impuesto restricciones eléctricas más severas, respondiendo el modelo a ellas y encontrando nuevas soluciones que cumplen con las restricciones.
- Finalmente se ha constatado que la red de mínimas pérdidas no es siempre la de mejor perfil de tensiones.

De entre las posibles líneas de continuación del trabajo pueden citarse:

- La codificación del problema actual parte de una red mallada y obtiene la red de mínimas pérdidas, que corresponde a la planificación del sistema. Durante la operación del sistema de distribución es necesario partir de una configuración radial dada, conseguir el restablecimiento de la energía con el número mínimo de operaciones y manteniendo el objetivo de minimizar las pérdidas.
- Estudio del comportamiento del modelo en redes de mayor tamaño con generación dispersa, así como la inclusión de nudos PV.
- Estudiar el problema para redes con un índice de penetración de la generación dispersa elevado.
- Teniendo en cuenta la curva de carga diaria de cada consumidor, minimizar la energía perdida proponiendo los diferentes intervalos de operación.
- Analizar linealizaciones diferentes para cada rama y para cada problema (activa y reactiva).
- Buscar nuevos planteamientos del problema usando variables binarias asociadas a cada rama.
- Explorar nuevos optimizadores y sus opciones, con objeto de facilitar la convergencia hacia el óptimo y reducir los tiempos de procesamiento en las redes de gran tamaño.

- Modificar la función objetivo para aplicar el concepto de camino a la planificación, para la ampliación o modificación de redes.
- Estudiar la convergencia del algoritmo utilizando el punto interior.

## Apéndice A

### Conectividad de la red y planteamiento matricial de las ecuaciones

Las restricciones del modelo integran la conectividad de la red y para conseguirlo se ha introducido el concepto de camino y agrupaciones de caminos con ciertas características. En este apartado se detallará el tratamiento matricial de las ecuaciones planteadas y se expondrá la nueva formulación de las restricciones donde intervienen.

Como ya se ha anunciado anteriormente, el número de caminos en una red puede llegar a ser muy elevado, por ello se propone eliminar del conjunto de caminos asociados a un nudo aquellos excesivamente largos. Se eliminarán aquellos caminos asociados a cada uno de los nudos, cuya distancia eléctrica exceda un determinado número de veces la distancia del camino más corto de dicho nudo.

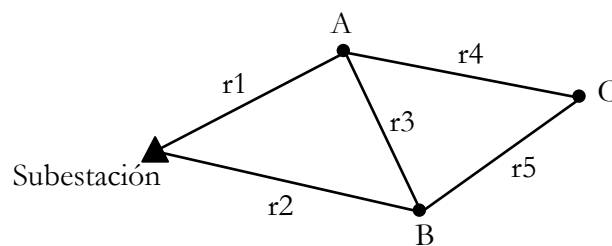


Figura A.1 Red ejemplo mallada.

Para la red ejemplo de la figura A.1, se tomará como umbral el valor 3, por lo que se desechan aquellos caminos cuya distancia eléctrica sea tres o más veces mayor que la del camino más corto para cada uno de los nudos. Suponiendo que todas las ramas tienen la misma resistencia eléctrica, de la tabla A.1 donde se recogen todos los caminos posibles asociados a los nudos de la red ejemplo, se deduce la eliminación de los caminos  $\pi_3^A$  y  $\pi_3^B$ , quedando finalmente los caminos que se muestran en la tabla A.2. Para su mejor codificación, se numeran los caminos y se define el vector

binario que representa el estado cada camino  $C(q)$ , donde un valor 1 en la posición  $q_1$  indica que el camino  $q_1$  está activo.

| Nudo | Camino    | Ramas del Camino |
|------|-----------|------------------|
| A    | $\pi_1^A$ | r1               |
|      | $\pi_2^A$ | r2, r3           |
|      | $\pi_3^A$ | r2, r5, r4       |
| B    | $\pi_1^B$ | r2               |
|      | $\pi_2^B$ | r1, r3           |
|      | $\pi_3^B$ | r1, r4, r5       |
| C    | $\pi_1^C$ | r1, r4           |
|      | $\pi_2^C$ | r2, r5           |
|      | $\pi_3^C$ | r1, r3, r5       |
|      | $\pi_4^C$ | r2, r3, r4       |

Tabla A.1 Caminos de la red ejemplo

| Camino    | Ramas      | Número del camino |
|-----------|------------|-------------------|
| $\pi_1^A$ | r1         | 1                 |
| $\pi_2^A$ | r2, r3     | 2                 |
| $\pi_1^B$ | r2         | 3                 |
| $\pi_2^B$ | r1, r3     | 4                 |
| $\pi_1^C$ | r1, r4     | 5                 |
| $\pi_2^C$ | r2, r5     | 6                 |
| $\pi_3^C$ | r1, r3, r5 | 7                 |
| $\pi_4^C$ | r2, r3, r4 | 8                 |

Tabla A.2 Caminos válidos de la red ejemplo

Particularizando el vector  $C(q)$  para la red radial de la figura A.2 donde se encuentran activos los caminos 1, 4 y 7, se obtiene:

$$C(q) = [W_1^A \ W_2^A \ W_1^B \ W_2^B \ W_1^C \ W_2^C \ W_3^C \ W_4^C] = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$



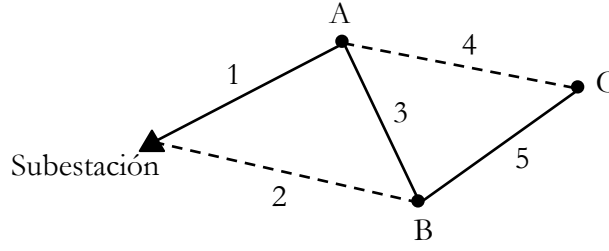


Figura A.2 Una red radial de la red ejemplo propuesta.

Anteriormente se ha definido  $\Pi_b^j$ , como el conjunto de caminos que contienen la rama  $j$ . Para su implementación práctica definimos la matriz de ramas y caminos,  $H(j, q)$ , donde  $j$  representa a las ramas y  $q$  a los caminos. Esta matriz binaria contendrá un “1” si la rama  $j$  forma parte del camino  $q$ , y un “0” en caso contrario.

Particularizando la matriz  $H(j, q)$  para la red ejemplo, y trasladando los valores de la tabla A.2, se obtiene:

$$H(j, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r1 \\ r2 \\ r3 \\ r4 \\ r5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \pi_1^A & \pi_2^A & \pi_1^B & \pi_2^B & \pi_1^C & \pi_2^C & \pi_3^C & \pi_4^C \end{matrix}$$

Se ha definido en apartados anteriores  $\Pi_n^i$ , como el conjunto de caminos asociados al nudo  $i$ . Para su implementación práctica definimos la matriz de nudos y caminos,  $D(i, q)$ , donde  $i$  representa a los nudos y  $q$  su camino asociados. Esta matriz binaria contendrá un “1” si el camino  $q$  está asociado al nudo  $i$  y un “0” en caso contrario.

Particularizando la matriz  $D(i, q)$  para la red ejemplo de la figura A.1, y trasladando los valores de la tabla A.2, se obtiene:

$$D(i, q) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \pi_1^A & \pi_2^A & \pi_1^B & \pi_2^B & \pi_1^C & \pi_2^C & \pi_3^C & \pi_4^C \end{matrix}$$

Por último, es necesario un vector con los datos de consumo de potencia activa de cada nudo, que se define como  $P(i)$ :

$$P(i) = \begin{bmatrix} P_A & P_B & P_C \\ A & B & C \end{bmatrix}$$

### Potencia que circula por cada rama

Una vez definidas las matrices  $H(j, q)$  y  $D(i, q)$ , las restricciones que muestran el valor de la potencia activa y reactiva que circula por cada rama quedan de la forma:

$$P_j = \sum_{t \in tp} P_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot P_{Li} = \sum_q H(j, q) \cdot C(q) \cdot \left[ \sum_i D(i, q) \cdot P(i) \right] \quad (A.1)$$

Para ilustrar la ecuación (A.1), particularizaremos para la rama r3 ( $j=3$ ) y la red radial de la figura A.2, con lo que obtenemos:

$$P_3 = \sum_q [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1] \cdot [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \cdot [P_A \ P_A \ P_B \ P_B \ P_C \ P_C \ P_C \ P_C]$$

$$P_3 = P_B + P_C$$

De igual forma se obtiene la ecuación de la potencia reactiva:

$$Q_j = \sum_{t \in tq} Q_j^{(t)} = \sum_{k \in \Pi_b^j} W_k^i \cdot Q_{Li} = \sum_q H(j, q) \cdot C(q) \cdot \left[ \sum_i D(i, q) \cdot Q(i) \right] \quad (A.2)$$

donde  $Q(i)$  representa el vector de potencia reactiva consumida por cada nudo.

### Radialidad de la red.

La ecuación de igualdad que aparece en la restricción de radialidad de la red, con los vectores y matrices definidas anteriormente, toma la forma:

$$\sum_{k \in \Pi_n^i} W_k^i = \sum_q D(i, q) \cdot C(q) = 1, \quad \forall \text{ nudo } i \quad (A.3)$$

Particularizando esta ecuación para la red radial de la figura A.2, comprobamos que efectivamente se cumple:

$$\sum_q D(A, q)C(q) = \sum_q [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] = 1, \text{ nudo A}$$

$$\sum_q D(B, q)C(q) = \sum_q [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] = 1, \text{ nudo B}$$

$$\sum_q D(C, q)C(q) = \sum_q [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] = 1, \text{ nudo C}$$

### Planteamiento matricial de las ecuaciones.

Como resultado final se obtiene un conjunto de ecuaciones con una función objetivo que representa las pérdidas de la red, sujeta a restricciones que imponen la radialidad y las limitaciones de caída máxima de tensión y potencia máxima que puede circular por cada rama.

Las ecuaciones son lineales y dependen de un primer grupo de variables binarias que representan el estado de cada camino, y un segundo grupo de variables continuas que representan la potencia que circula por cada rama.

Función de pérdidas a minimizar

$$\begin{aligned} P^{loss} \cong & \sum_{j \in p0} R_j \cdot (P_{j, \min} \cdot P_j) + \sum_{j \in p1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) \right) + \sum_{j \in p2} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) \right) + \\ & + \sum_{j \in p3} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp3} (cp_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) \right) + \\ & + \sum_{j \in q0} R_j \cdot (Q_{j, \min} \cdot Q_j) + \sum_{j \in q1} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) + \sum_{j \in q2} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tq} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) + \\ & + \sum_{j \in q3} R_j \cdot \left( \sum_{t \in tq3} (cq_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \right) \end{aligned}$$

Sujeto a:

Radialidad

$$\begin{aligned} \sum_q D(i, q) \cdot C(q) &= 1, \quad \forall \text{ nudo } i \\ W_k^i &\leq W_m^l, \quad \forall \pi_m^l \subset \pi_k^i \end{aligned}$$

Potencia por cada rama

$$\sum_{t \in tp} P_j^{(t)} = \sum_q H(j, q) \cdot C(q) \cdot \left[ \sum_i D(i, q) \cdot P(i) \right], \quad \forall \text{ rama } j$$

$$\sum_{t \in tq} Q_j^{(t)} = \sum_q H(j, q) \cdot C(q) \cdot \left[ \sum_i D(i, q) \cdot Q(i) \right], \quad \forall \text{ rama } j$$

Caída de tensión máxima en cada camino

$$2 \cdot \sum_{j \in q} \left( R_j \cdot \left( \sum_{t \in tp} P_j^{(t)} \right) + X_j \cdot \left( \sum_{t \in tq} Q_j^{(t)} \right) \right) \leq \Delta V_{\max} \cdot (2 \cdot V_S - \Delta V_{\max}) + (1 - C(q)),$$

$\forall \text{ camino } q$

Potencia máxima por cada rama

$$\sum_{t \in tp} (c p_j^{(t)} \cdot P_j^{(t)}) + \sum_{t \in tq} (c q_j^{(t)} \cdot Q_j^{(t)}) \leq (S_j^{\max})^2, \quad \forall \text{ rama } j$$

Límites de las variables

$$\begin{aligned} 0 &\leq P_j^{(0)} \leq \bar{P}_{j,\min} && \text{ramas tipo p1 y q1} \\ 0 &\leq P_j^{(1)}, P_j^{(2)}, P_j^{(3)} \leq L_{pj} \\ \bar{P}_{j,\max} &\leq P_j^{(0)} \leq 0 && \text{ramas tipo p2 y q2} \\ -L_{pj} &\leq P_j^{(1)}, P_j^{(2)}, P_j^{(3)} \leq 0 \\ 0 &\leq P_j^{(1p)}, P_j^{(2p)}, P_j^{(3p)} \leq L_{pj}^{(p)} && \text{ramas tipo p3 y q3} \\ -L_{pj}^{(n)} &\leq P_j^{(1n)}, P_j^{(2n)}, P_j^{(3n)} \leq 0 \end{aligned}$$

Variables:

$$P_j^{(t)}, \quad Q_j^{(t)}, \quad C(q)$$

## Apéndice B

### Generación del árbol madre paso a paso

En la sección 4.3 se definieron los conceptos básicos y el procedimiento para la generación gráfica del árbol madre. En este anexo se construye paso a paso el árbol tanto gráficamente como numéricamente, utilizando las tablas y vectores que se emplean en su aplicación práctica.

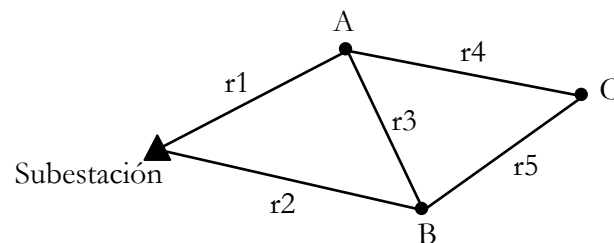


Figura B.1 Red ejemplo mallada.

El procedimiento seguido para la obtención del árbol madre y particularizado para la red ejemplo de la figura B.1, es el siguiente:

1. Inicializar el valor de la distancia mínima de cada nudo (tabla B.1).  
Desde el primer nudo el procedimiento quedará dentro de un bucle de cálculo, por lo que es necesario tener inicialmente valores de la distancia mínima de cada nudo. Cuando aparezca por primera vez un nudo, la distancia mínima de dicho nudo debería tomar su valor, por ello se asigna inicialmente el valor infinito.

| Nudo                                                     | A        | B        | C        |
|----------------------------------------------------------|----------|----------|----------|
| Resistencia del camino más corto del nudo $i$ . $R_m(i)$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |

Tabla B.1 Valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.

2. Identificar el nudo raíz y actualizar los datos del nudo (tabla B.2).  
Se toma el primer nudo que corresponde con la subestación y se actualiza toda la información de dicho nudo:

- Nudo asociado.
- Información que precede al nodo: rama que da acceso al nudo asociado y nodo padre.
- Distancia eléctrica: donde se suma la resistencia eléctrica del nodo padre más la de la rama que da acceso al nodo actual.
- Feeder: alimentador asociado y que lo une con el nodo raíz.
- Información posterior al nodo: feeder hijos que se inician en el nodo y las ramas salientes del nudo asociado al nodo. La información sobre los feeder hijos se completará cuando se analicen todos los nodos que parten del nodo actual.

| Nodo | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| 0    | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | pendiente    | r1, r2          |

Tabla B.2 Información del nodo.

3. Examinar las ramas que salen del nodo raíz y actualizar resistencias mínimas de cada nudo (tabla B.3).

El estudio se hará por estricto orden del número de cada rama, que viene definido en el fichero de datos de la red. En cada rama se comprobará si su nudo extremo forma parte del feeder del nodo actual, para evitar repetir nudos y por tanto generar bucles. En caso afirmativo se desecha continuar con el estudio de la rama. La siguiente operación es sumar la resistencia eléctrica de la rama a la acumulada por el nodo actual, y comprobar que dicho valor no supera  $C_c$  (coeficiente de caminos) veces la resistencia mínima asociada al nudo extremo de la rama. Finalmente se actualizan las resistencias mínimas de los nudos.

- Rama r1:

- 3.a. La rama r1 tiene como extremo al nudo A, el cual no está en el feeder del nodo.

- 3.b. Distancia eléctrica acumulada y comprobar su validez.

$$R(A) = R(0) + R(r1) = 1$$

$$R(A) < R_m(A) \cdot C_c = \infty$$

- Rama r2:

- 3.a. La rama r2 tiene como extremo al nudo B, el cual no está en el feeder del nodo.

3.b. Distancia eléctrica acumulada y comprobar su validez.

$$R(B) = R(0) + R(r2) = 1$$

$$R(B) < R_m(B) \cdot C_c = \infty$$

– Actualizar resistencias mínimas de cada nudo.

| Nudo                                                     | A | B | C        |
|----------------------------------------------------------|---|---|----------|
| Resistencia del camino más corto del nudo $i$ . $R_m(i)$ | 1 | 1 | $\infty$ |

Tabla B.3 Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.

4. Identificar los nuevos nodos y completar datos (tabla B.4). Actualizar datos del nodo padre (tabla B.4). Incluir en una lista FIFO los nuevos nodos válidos para su posterior análisis (tabla B.5).

Se nombran los nuevos nodos que cumplen con los requisitos analizados en el punto anterior, y se completa toda la información de dicho nodo. Cada nuevo nodo se incluye en una lista FIFO donde quedan almacenados hasta que llegue su turno para ser analizados, tomándose primero el que primero se ha almacenado.

- El nudo extremo de la rama r1 cumple con los requisitos, luego puede constituir nuevo nodo, “1”. Al ser el primogénito se le asigna el mismo feeder que el padre, “F1”.
- El nudo extremo de la rama r2 cumple con los requisitos, luego puede constituir nuevo nodo, “2”. Al ser el segundo hijo se le asigna nuevo feeder, “F2”.

| Nodo     | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|----------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| <b>0</b> | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | F2           | r1, r2          |
| <b>1</b> | A     | r1   | 0          | 1                          | F1     | pendiente    | r3, r4          |
| <b>2</b> | B     | r2   | 0          | 1                          | F2     | pendiente    | r3, r5          |

Tabla B.4 Actualización de la información de cada nodo.

|                        |   |   |
|------------------------|---|---|
| Lista nodos pendientes | 2 | 1 |
|------------------------|---|---|

Tabla B.5 Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

### 5. Actualizar los datos de los feeder (tabla B.6)

Con objeto de mantener información sobre los feeder, se almacena para cada uno, los nodos, los nudos y ramas que van formando parte de él.

|       | Feeder F1 |    | Feeder F2 |    |
|-------|-----------|----|-----------|----|
| Nodos | 0         | 1  | 0         | 2  |
| Ramas | --        | r1 | --        | r2 |
| Nudos | Salck     | A  | Slack     | B  |

Tabla B.6 Actualización de la información de cada feeder.

En la figura B.2 se muestra el árbol construido hasta el momento, con el nodo raíz y sus dos nodos hijo. Entre paréntesis se incluye la nomenclatura utilizada para dicho camino empleada en la sección 4.

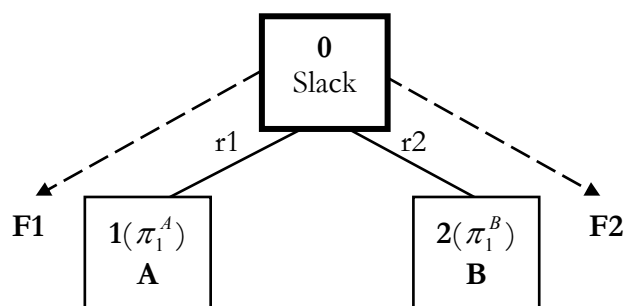


Figura B.2 Árbol madre en construcción con el nodo raíz y sus dos nodos hijo.

### 6. Tomar nuevo nodo de lista para analizar y actualizar lista (tabla B.7):

En este punto es el momento de iniciar un nuevo bucle de búsqueda y para ello es necesario tomar el nodo que se pretende analizar. En este caso se elige el nodo 1 (asociado al nudo A), que fue el primero que se almacenó en la lista de nodos pendientes.

|                        |   |
|------------------------|---|
| Lista nodos pendientes | 2 |
|------------------------|---|

Tabla B.7 Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

A partir de este punto se repite el procedimiento comentado, obteniéndose paso a paso el árbol madre:



3. **NODO 1:** Examinar todas las ramas que salen del nudo a excepción de la rama del nudo.
  - Rama r3:
    - La rama r3 tiene como extremo al nudo B: cumple.
    - $R(B) = R(1) + R(r3) = 2$  y  $R(B) < R_m(B) \cdot C_C = 3$ : cumple.
  - Rama r4:
    - La rama r4 tiene como extremo al nudo C: cumple.
    - $R(C) = R(1) + R(r4) = 2$  y  $R(C) < R_m(C) \cdot C_C = 3$ : cumple.
  - Actualizar resistencias mínimas de cada nudo (tabla B.8).

| Nudo                                                     | A | B | C |
|----------------------------------------------------------|---|---|---|
| Resistencia del camino más corto del nudo $i$ . $R_m(i)$ | 1 | 1 | 2 |

Tabla B.8 Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.

4. Nuevos nodos hijos: 3 y 4, asociados a los nudos B y C respectivamente (tabla B.9). Actualizar nodo padre: 1 (tabla B.9). Actualizar lista (tabla B.10).

| Nodo | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| 0    | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | F2           | r1, r2          |
| 1    | A     | r1   | 0          | 1                          | F1     | F3           | r3, r4          |
| 2    | B     | r2   | 0          | 1                          | F2     | pendiente    | r3, r5          |
| 3    | B     | r3   | 1          | 2                          | F1     | pendiente    | r2, r5          |
| 4    | C     | r4   | 1          | 2                          | F3     | pendiente    | r5              |

Tabla B.9 Actualización de la información de cada nodo.

|                        |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|
| Lista nodos pendientes | 4 | 3 | 2 |
|------------------------|---|---|---|

Tabla B.10 Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

5. Actualizar datos de Feeder (tabla B.11).

|       | Feeder F1 |    |    | Feeder F2 |    | Feeder F3 |    |    |
|-------|-----------|----|----|-----------|----|-----------|----|----|
| Nodos | 0         | 1  | 3  | 0         | 2  | 0         | 1  | 4  |
| Ramas | --        | r1 | r3 | --        | r2 | --        | r1 | r4 |
| Nudos | Slack     | A  | B  | Slack     | B  | Slack     | A  | C  |

Tabla B.11 Actualización de la información de cada feeder.

En la figura B.3 se muestra el árbol construido hasta el momento, con el análisis del nodo 1 ejecutado y sus dos nodos hijo válidos. Entre paréntesis se incluye la nomenclatura utilizada para dicho camino empleada en la sección 4.

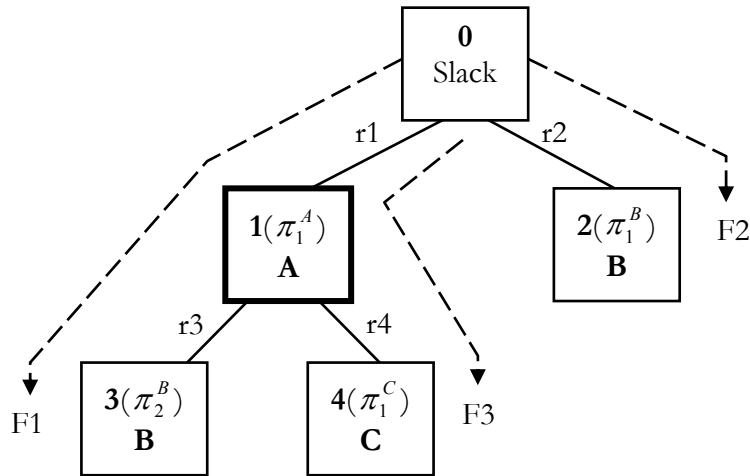


Figura B.3 Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 1 ejecutado.

6. Tomar nuevo nodo de lista para analizar: nodo 2, con feeder F2.  
Actualizar lista (tabla B.7):

|                        |   |   |
|------------------------|---|---|
| Lista nodos pendientes | 4 | 3 |
|------------------------|---|---|

Tabla B.12 Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

A partir de este punto se vuelve a repetir el procedimiento:

3. **NODO 2:** Examinar todas las ramas que salen del nudo a excepción de la rama del nodo.
  - Rama r3:
    - La rama r3 tiene como extremo al nudo A: cumple.
    - $R(A) = R(2) + R(r3) = 2$  y  $R(A) < R_m(A) \cdot C_C = 3$ : cumple
  - Rama r5:
    - La rama r5 tiene como extremo al nudo C: cumple.
    - $R(C) = R(2) + R(r5) = 2$  y  $R(C) \leq R_m(C) \cdot C_C = 6$ : cumple

- Actualizar resistencias mínimas de cada nudo (Tabla B.13).

| Nudo                                                     | A | B | C |
|----------------------------------------------------------|---|---|---|
| Resistencia del camino más corto del nudo $i$ . $R_m(i)$ | 1 | 1 | 2 |

Tabla B.13 Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.

- Nuevos nodos hijos: 5 y 6, asociados a los nudos A y C respectivamente (tabla B.14). Actualizar nodo padre: 2 (tabla B.14). Actualizar lista (tabla B.15).

| Nodo | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| 0    | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | F2           | r1, r2          |
| 1    | A     | r1   | 0          | 1                          | F1     | F3           | r3, r4          |
| 2    | B     | r2   | 0          | 1                          | F2     | F4           | r3, r5          |
| 3    | B     | r3   | 1          | 2                          | F1     | pendiente    | r2, r5          |
| 4    | C     | r4   | 1          | 2                          | F3     | pendiente    | r5              |
| 5    | A     | r3   | 2          | 2                          | F2     | pendiente    | r1, r4          |
| 6    | C     | r5   | 2          | 2                          | F4     | pendiente    | r4              |

Tabla B.14 Actualización de la información de cada nodo.

|                        |   |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|---|
| Lista nodos pendientes | 6 | 5 | 4 | 3 |
|------------------------|---|---|---|---|

Tabla B.15 Lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

- Actualizar datos de Feeder (tabla B.16)

|       | Feeder F1 |    |    | Feeder F2 |    |    | Feeder F3 |    |    | Feeder F4 |    |    |
|-------|-----------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|
| Nodos | 0         | 1  | 3  | 0         | 2  | 5  | 0         | 1  | 4  | 0         | 2  | 6  |
| Ramas | --        | r1 | r3 | --        | r2 | r3 | --        | r1 | r4 | --        | r2 | r5 |
| Nudos | Slack     | A  | B  | Slack     | B  | A  | Slack     | A  | C  | Slack     | B  | C  |

Tabla B.16 Actualización de la información de cada feeder.

En la figura B.4 se muestra el árbol construido hasta el momento, con el análisis del nodo 2 ejecutado y sus dos nodos hijo válidos.

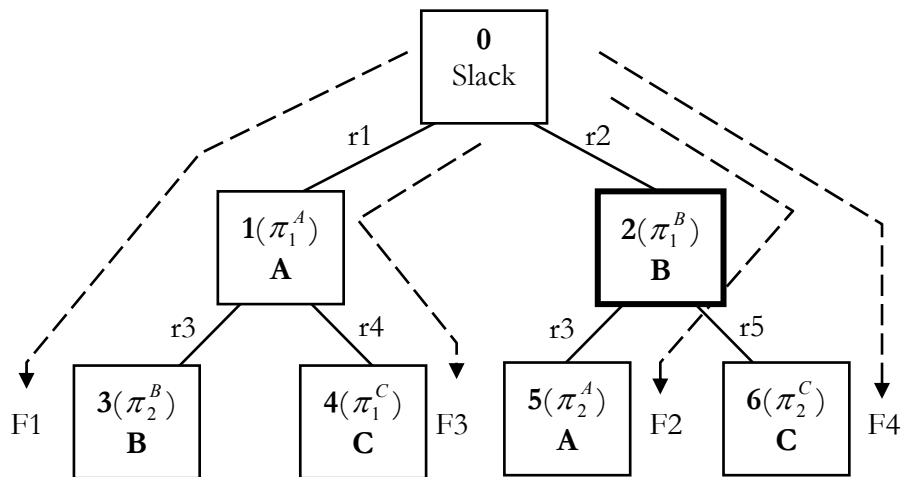


Figura B.4 Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 2 ejecutado.

6. Tomar nuevo nodo de la lista para analizar: nodo 3, con feeder F1 (tabla B.17).

|                        |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|
| Lista nodos pendientes | 6 | 5 | 4 |
|------------------------|---|---|---|

Tabla B.17 Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

3. **NODO 3:** Examinar todas las ramas que salen del nudo a excepción de la rama del nodo.
- Rama r2:
    - La rama r2 tiene como extremo al Slack: No válido.
  - Rama r5:
    - La rama r5 tiene como extremo al nudo C: cumple.
    - $R(C) = R(3) + R(r5) = 3$  y  $R(n4) < R_m(C) \cdot C_c = 6$ : cumple
  - Actualizar resistencias mínimas de cada nudo (tabla B.18).

| Nudo                                                     | A | B | C |
|----------------------------------------------------------|---|---|---|
| Resistencia del camino más corto del nudo $i$ . $R_m(i)$ | 1 | 1 | 2 |

Tabla B.18 Actualización de los valores de la resistencia del camino más corto de cada nudo.

4. Nuevo nodo hijos 7, asociado al nudo C (tabla B.19). Actualizar nodo padre: 3 (tabla B.19). Actualizar lista (tabla B.20).

| Nodo | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| 0    | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | F2           | r1, r2          |
| 1    | A     | r1   | 0          | 1                          | F1     | F3           | r3, r4          |
| 2    | B     | r2   | 0          | 1                          | F2     | F4           | r3, r5          |
| 3    | B     | r3   | 1          | 2                          | F1     | pendiente    | r2, r5          |
| 4    | C     | r4   | 1          | 2                          | F3     | pendiente    | r5              |
| 5    | A     | r3   | 2          | 2                          | F2     | pendiente    | r1, r4          |
| 6    | C     | r5   | 2          | 2                          | F4     | pendiente    | r4              |
| 7    | C     | r5   | 3          | 3                          | F1     | pendiente    | r4              |

Tabla B.19 Actualización de la información de cada nodo.

|                        |   |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|---|
| Lista nodos pendientes | 7 | 6 | 5 | 4 |
|------------------------|---|---|---|---|

Tabla B.20 Actualización lista FIFO con los nodos pendientes de analizar.

5. Actualizar datos de Feeder (tabla B.21)

|       | Feeder F1 |    |    |    | Feeder F2 |    |    | Feeder F3 |    |    | Feeder F4 |    |    |
|-------|-----------|----|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|
| Nodos | 0         | 1  | 3  | 7  | 0         | 2  | 5  | 0         | 1  | 4  | 0         | 2  | 6  |
| Ramas | --        | r1 | r3 | r5 | --        | r2 | r3 | --        | r1 | r4 | --        | r2 | r5 |
| Nudos | Slack     | A  | B  | C  | Slack     | B  | A  | Slack     | A  | C  | Slack     | B  | C  |

Tabla B.21 Actualización de la información de cada feeder.

En la figura B.5 se muestra el árbol construido hasta el momento, con el análisis del nodo 3 ejecutado y su único nodo hijo válido.

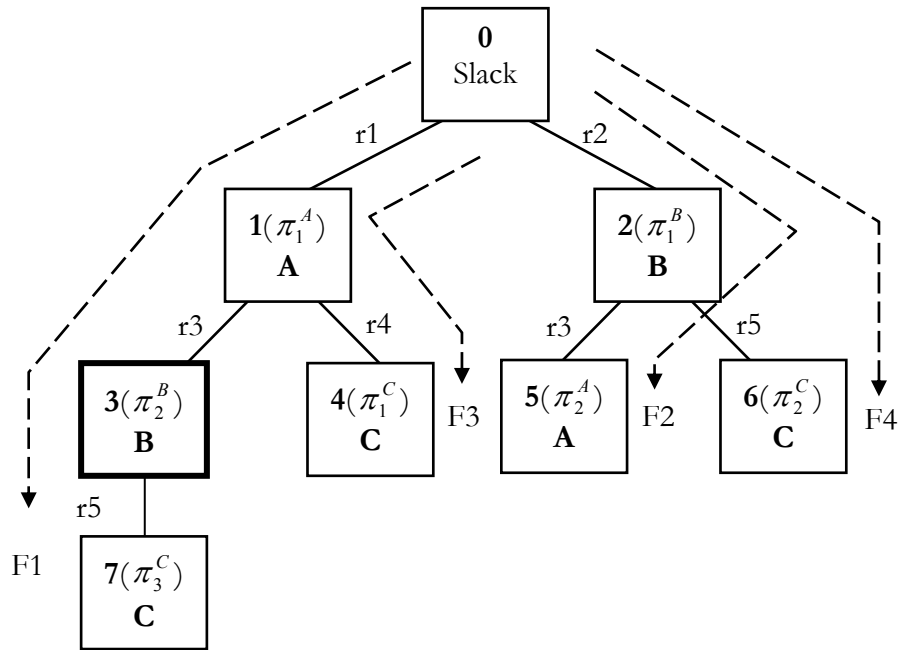


Figura B.5 Árbol madre en construcción con el análisis del nodo 3 ejecutado.

Continuando de la forma descrita hasta dejar vacía la lista FIFO, que contiene los nodos pendientes de analizar, se obtiene finalmente el árbol madre representado en la figura B.6. En la tabla B.22 se encuentran todos los datos de los nodos y la información final de los feeder en la tabla B.23.

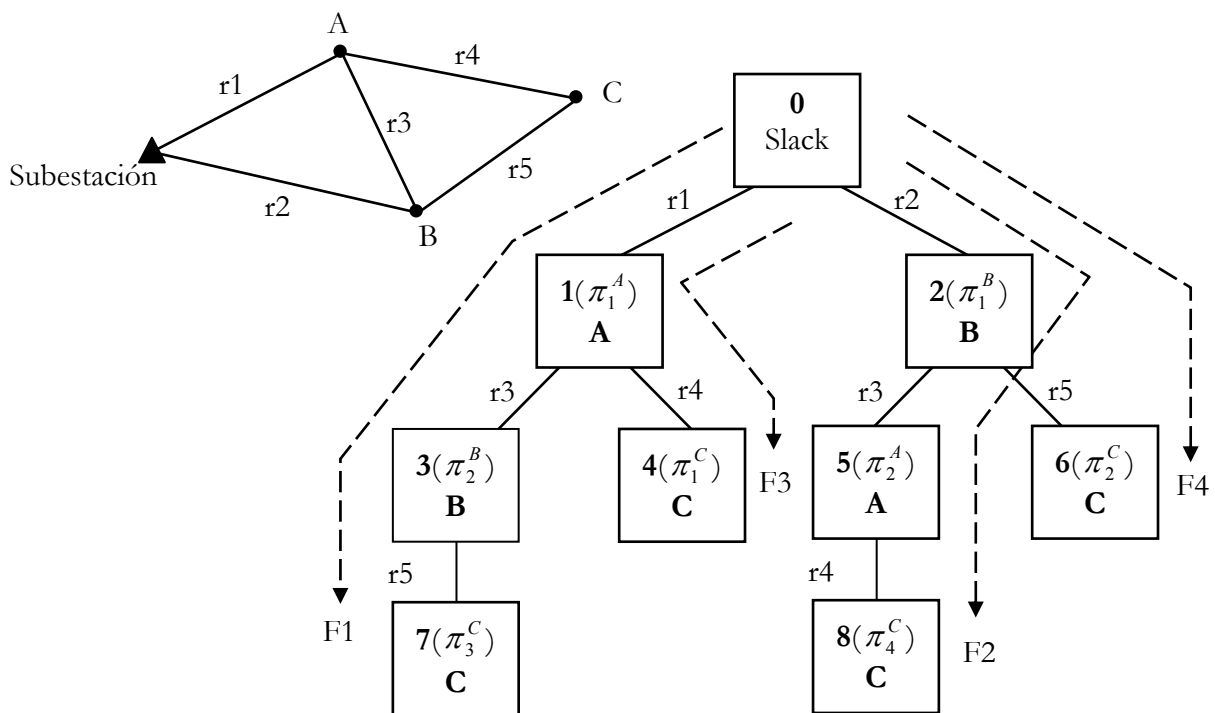


Figura B.6 Red ejemplo y su árbol madre.

| Nodo | Nudo  | Rama | Nodo padre | Distancia eléctrica $R(i)$ | Feeder | Feeder hijos | Ramas salientes |
|------|-------|------|------------|----------------------------|--------|--------------|-----------------|
| 0    | Slack | --   | --         | 0                          | F1     | F2           | r1, r2          |
| 1    | A     | r1   | 0          | 1                          | F1     | F3           | r3, r4          |
| 2    | B     | r2   | 0          | 1                          | F2     | F4           | r3, r5          |
| 3    | B     | r3   | 1          | 2                          | F1     | --           | r2, r5          |
| 4    | C     | r4   | 1          | 2                          | F3     | --           | r5              |
| 5    | A     | r3   | 2          | 2                          | F2     | --           | r1, r4          |
| 6    | C     | r5   | 2          | 2                          | F4     | --           | r4              |
| 7    | C     | r5   | 3          | 3                          | F1     | --           | r4              |
| 8    | C     | r4   | 5          | 3                          | F2     | --           | r5              |

Tabla B.22 Tabla final con la información de cada nodo.

|       | Feeder F1 |    |    |    | Feeder F2 |    |    |    | Feeder F3 |    |    | Feeder F4 |    |    |
|-------|-----------|----|----|----|-----------|----|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|
| Nodos | 0         | 1  | 3  | 7  | 0         | 2  | 5  | 8  | 0         | 1  | 4  | 0         | 2  | 6  |
| Ramas | --        | r1 | r3 | r5 | --        | r2 | r3 | r4 | --        | r1 | r4 | --        | r2 | r5 |
| Nudos | Slack     | A  | B  | C  | Slack     | B  | A  | C  | Slack     | A  | C  | Slack     | B  | C  |

Tabla B.23 Tabla final con la información de cada feeder.

Una vez obtenido el árbol madre y la tabla de datos de los nodos generada durante su construcción, se extraen los caminos. Para su obtención se toma la rama de cada nodo, la rama de su nodo padre y así sucesivamente., mostrándose el resultado en la tabla B.24

| Camino    | Nodo | Nudo | Ramas |    |    |
|-----------|------|------|-------|----|----|
| $\pi_1^A$ | 1    | A    | r1    | -- | -- |
| $\pi_1^B$ | 2    | B    | r2    | -- | -- |
| $\pi_2^B$ | 3    | B    | r1    | r3 | -- |
| $\pi_1^C$ | 4    | C    | r1    | r4 | -- |
| $\pi_2^A$ | 5    | A    | r2    | r3 | -- |
| $\pi_2^C$ | 6    | C    | r2    | r5 | -- |
| $\pi_3^C$ | 7    | C    | r1    | r3 | r5 |
| $\pi_4^C$ | 8    | C    | r2    | r3 | r4 |

Tabla B.24 Caminos obtenidos a partir del árbol madre.

Es necesario destacar que debido a la forma de construcción del árbol madre, con la ayuda de la lista FIFO, se han obtenido los nodos por niveles. En el

primer nivel horizontal están todos los nodos que tienen asociados caminos de una sola rama. En el segundo nivel están todos los nodos que tienen asociados caminos de dos ramas, y así sucesivamente. En la implementación real, los caminos se almacenan simultáneamente al generar el nodo, pues su feeder asociado contiene en ese instante todas las ramas que lo unen con la subestación.

En relación con la resistencia eléctrica mínima asociada a cada nudo, se ha supuesto inicialmente una cantidad muy elevada y posteriormente se actualiza al ir apareciendo los nudos y sus distancias reales. Si la red analizada posee valores similares de resistencia en todas sus ramas, la utilización de la lista FIFO para analizar nodos provoca que rápidamente aparezcan los valores mínimos de cada nudo y por tanto se rechazarán todos aquellos caminos con distancias excesivamente elevadas. En un caso extremo y poco probable, donde el camino de mínima distancia aparece al final de la generación del árbol madre, se habrán tomado como válidos caminos con distancias excesivamente largas.

La utilización de los feeder es importante en la generación del árbol, pues proporciona en cada instante todos los nudos y ramas que unen el nodo que se está analizando con el nodo raíz. Los nudos almacenados proporcionan la base de datos necesaria para comprobar que el nuevo nudo no es un ascendiente y por tanto no forma un bucle. Las ramas almacenadas es una información vital para generar de forma instantánea el camino asociado al nodo. La información que se guarda sobre los feeder hijo de cada nodo será utilizada en el cálculo de las potencias máximas y mínimas.



## Apéndice C

### Cálculo de los intervalos de potencia en una red de 6 nudos con generación dispersa

En este anexo se pondrán en práctica los procedimientos propuestos en la sección 4.4.3, para el cálculo de la potencia máxima y mínima en redes con generación dispersa. Para ello se utilizará la red de 6 nudos de la figura C.1, que consta de un nudo que representa al Slack (nudo n6), un nudo de generación (nudo n3) y cuatro nudos de consumo. En la tabla C.1 se muestran las características de las ramas y el consumo de los nudos. Esta red forma parte del conjunto de redes de prueba utilizada y aparece más información sobre ella en el anexo D de redes.

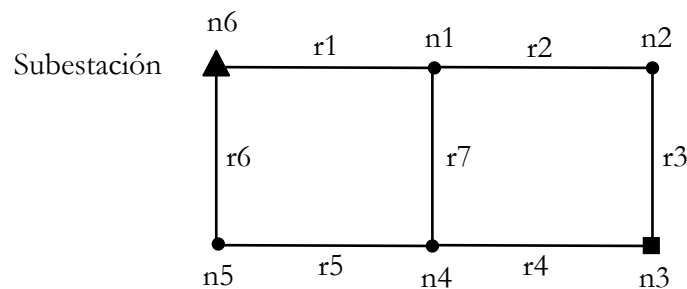


Figura C.1 Red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD\_v2.

| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino P (kW) | Consumo nudo destino Q (kvar) |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| n6                      | n1           | 6,8507E-04         | 3,4890E-04        | 150                         | 10                            |
| n1                      | n2           | 7,1333E-04         | 3,6331E-04        | 0                           | 18                            |
| n2                      | n3           | 1,7258E-04         | 8,7973E-05        | - 500                       | - 40                          |
| n5                      | n4           | 3,5040E-04         | 1,1586E-04        | 200                         | 20                            |
| n6                      | n5           | 1,3316E-03         | 4,4005E-04        | 200                         | 15                            |
| Líneas de interconexión |              |                    |                   |                             |                               |
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |                             |                               |
| n1                      | n4           | 7,0079E-04         | 2,3173E-04        |                             |                               |
| n3                      | n4           | 1,5330E-03         | 5,0669E-04        |                             |                               |

Tabla C.1 Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD\_v2.

Para el cálculo de la potencia máxima y mínima de cada rama es necesario construir previamente el árbol madre de la red. En la figura C.2 se representa el árbol madre de la red, siguiendo el procedimiento descrito en la sección 4.3, y utilizando un coeficiente de caminos igual a 3.

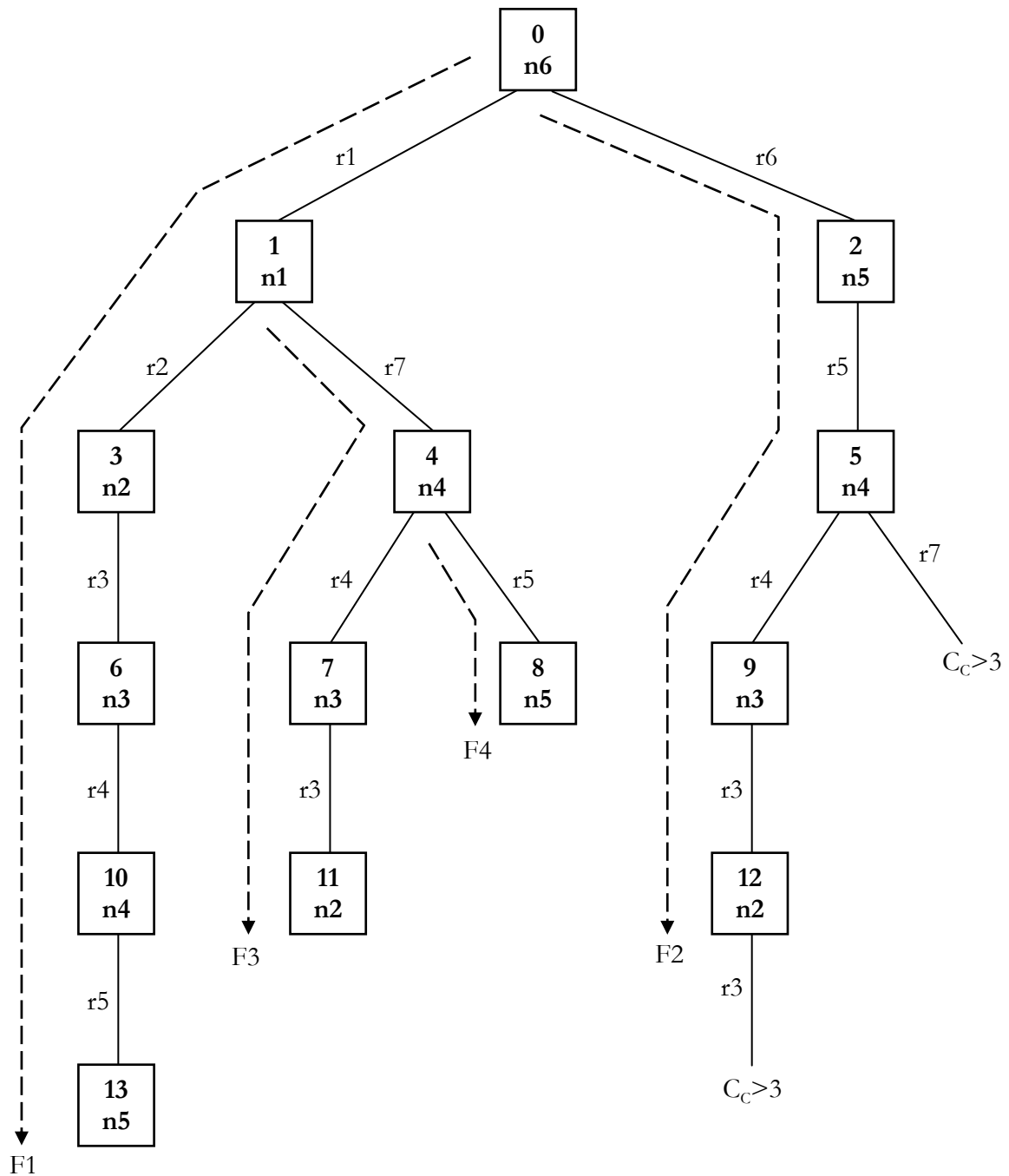


Figura C.2 Árbol madre de la red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD\_v2, utilizando un coeficiente de caminos igual a 3.

Una vez obtenido el árbol madre de la red, se analizan todos los enlaces recorriendo el árbol mediante los feeder, comenzando desde el último feeder al primero y en cada feeder desde su nodo terminal hasta su feeder padre o hasta el nodo raíz en el caso de que no tenga feeder padre. En cada feeder se va almacenando la potencia máxima y mínima de cada rama.

| Feeder | Nodo | Nudo | Enlace | Feeder hijo | $P_{\max}$ enlace              | $P_{\min}$ enlace   | $P_{\max}$ feeder | $P_{\min}$ feeder |
|--------|------|------|--------|-------------|--------------------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| F4     | 8    | n5   | r5     | --          | $P_{n5}=200$                   | $P_{n5}=200$        | 200               | 200               |
| F3     | 11   | n2   | r3     | --          | $P_{n2}=0$                     | $P_{n2}=0$          | 0                 | 0                 |
|        | 7    | n3   | r4     | --          | $P_{n3}+0=-500$                | $P_{n3}-0=-500$     | -500              | -500              |
|        | 4    | n4   | r7     | F4          | $P_{n4}+200+0=400$             | $P_{n4}-0-500=-300$ | 400               | -300              |
| F2     | 12   | n2   | r3     | --          | $P_{n2}=0$                     | $P_{n2}=0$          | 0                 | 0                 |
|        | 9    | n3   | r4     | --          | $P_{n3}+0=-500$                | $P_{n3}-0=-500$     | -500              | -500              |
|        | 5    | n4   | r5     | --          | $P_{n4}+0=200$                 | $P_{n4}-500=-300$   | 200               | -300              |
|        | 2    | n5   | r6     | --          | $P_{n5}+200=400$               | $P_{n5}-300=-100$   | 400               | -100              |
| F1     | 13   | n5   | r5     | --          | $P_{n5}=200$                   | $P_{n5}=200$        | 200               | 200               |
|        | 10   | n4   | r4     | --          | $P_{n4}+200=400$               | $P_{n5}-0=200$      | 400               | 200               |
|        | 6    | n3   | r3     | --          | $P_{n3}+400=-100$              | $P_{n3}-0=-500$     | -100              | -500              |
|        | 3    | n2   | r2     | --          | $P_{n2}+0=0$                   | $P_{n2}-500=-500$   | 0                 | -500              |
|        | 1    | n1   | r1     | F3          | $P_{n1} + P_{n4} + P_{n5}=550$ | $P_{n5}=-500$       | 550               | -500              |

Tabla C.2 Obtención de la potencia máxima y mínima en cada enlace del árbol madre.

En la tabla C.2 se desarrolla paso a paso (fila a fila) el procedimiento descrito en la sección 4.4.3, aplicado a la red de la figura C.1 y empleando valores numéricos. Los nodos con dos nodos hijo, son aquellos que tienen feeder hijo, como ocurre a los nodos 4 y 1. Con respecto a los nodos con nodos hijo:

- Se ha aplicado el primer procedimiento al enlace del nodo 4.

- Se ha aplicado el segundo procedimiento al enlace del nodo 1, pues los nudos aguas abajo pertenecientes al feeder F3 (4-n4 7-n3 y 11-n2) coinciden con nudos aguas abajo pertenecientes al feeder F1 (10-n4 6-n3 y 3-n2), pero en diferente configuración, luego no pueden sumarse sus potencias máximas y mínimas, pues en la configuración final cada nudo tiene un solo camino (nodo) activo.

Una vez calculadas las potencias máximas y mínimas de cada enlace del árbol madre, hay que identificar los valores correspondientes a las ramas. Para cada rama se toma como valor mínimo el menor valor de todos sus enlaces y como valor máximo el mayor valor de todos sus enlaces. Finalmente en la tabla C.3 se muestran los valores máximos y mínimos de los intervalos de variación de potencia de cada rama.

El método descrito para obtener la potencia máxima y mínima es igualmente válido, tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva, y su cálculo se realiza de forma simultánea.

| Rama | Potencia máxima<br>(kW) | Potencia mínima<br>(kW) | Tipo de intervalo |
|------|-------------------------|-------------------------|-------------------|
| r1   | 550                     | -500                    | p3                |
| r2   | 0                       | -500                    | p2                |
| r3   | 0                       | -500                    | p2                |
| r4   | 400                     | -500                    | p3                |
| r5   | 200                     | -300                    | p3                |
| r6   | 400                     | -100                    | p3                |
| r7   | 400                     | -300                    | p3                |

Tabla C.3 Obtención de la potencia máxima y mínima en cada rama de la red.

## Apéndice D

### Características de las redes utilizadas

El modelo propuesto ha sido probado sobre tres grupos de redes, el primero de ellos se corresponde con redes ya utilizadas en el área de la reconfiguración y analizadas en múltiples publicaciones, sobre la que se conoce la red radial óptima:

- Red de 33 nudos utilizada por Baran y Wu en [28].
- Red de 69 nudos utilizada por Chiang and Jean-Jumeau en [14].
- Red de 84 nudos utilizada por Su and Lee en [45].
- Red de 118 nudos utilizada por Dong Zhang et al en [56].

Otro segundo grupo lo forman redes sintéticas que se han formado por la unión de las anteriores, que se han generado con el objetivo de probar el modelo propuesto con redes de mayor tamaño y comprobar su comportamiento:

- Red de 137 nudos, formada por la unión e interconexión de dos redes de 69 nudos, ya utilizada en [19].
- Red de 205 nudos, formada por la unión e interconexión de tres redes de 69 nudos, ya utilizada en [19].
- Red de 409 nudos, formada por la unión e interconexión de seis redes de 69 nudos.
- Red de 1043 nudos, formada por la unión e interconexión de seis redes de 69 nudos, cuatro de 118 nudos y dos de 84 nudos.

El último grupo se ha diseñado para aplicar el modelo sobre redes con generación dispersa. Dado el escaso número de redes de este tipo que puede encontrarse en la literatura, se han tomado redes de tamaño muy pequeño, donde se puede obtener todas las redes radiales posibles y comprobar que el modelo alcanza la red óptima, así como una red mayor de 33 nudos para comprobar la efectividad del modelo

- Red de 6 nudos con ramas que tienen intervalo de potencia positivo y negativo.
- Red de 6 nudos con ramas que tienen intervalo de potencia solo negativo.
- Red de 33 nudos con tres nudos que aportan potencia activa y reactiva al sistema.

Para todas las redes se ha representado gráficamente el conexionado de sus nudos, junto con una tabla donde se indican la resistencia y reactancia de cada rama, así como el consumo/generación de cada uno de los nudos que la forman. Igualmente se muestran de forma separada las líneas de interconexión, que inicialmente están abiertas y posteriormente se procede a su reconfiguración para encontrar la red radial con mínimas pérdidas.

En el proceso de generación de nuevas redes de mayor tamaño, se ha añadido las letras mayúsculas A, B, C, ... con objeto de identificar con claridad a que subred pertenece el nudo y las ramas que deben abrirse para obtener la red radial con mínimas pérdidas. La subestación de cada una de las subredes se supone que es la misma para todas.

Se presenta también una tabla donde se recogen los datos más relevantes de cada una de las redes agrupados en cinco conjuntos:

- Datos básicos: que definen los valores de la red como la potencia base y la tensión base, así como valores derivados que informan sobre el tamaño de la red, como es la potencia total de consumo, el número de nudos y el número de bucles.
- Red mallada: donde se muestran las pérdidas reales que se producen, así como el nudo donde aparece la tensión menor, cuyo valor se utiliza en el modelo de reconfiguración.
- Red radial original: representa la red original con todas las líneas de interconexión originales abiertas, y sobre ella se calculan las pérdidas en las líneas y el nudo donde aparece la tensión menor. Las pérdidas en este caso servirán para calcular el porcentaje de reducción que se consigue al aplicar la reconfiguración.
- Mejor red radial conocida después de la reconfiguración para un caída de tensión máxima permitida del 7%: representa la mejor red radial

conocida hasta el momento de mínimas pérdidas, y sobre ella se calculan las pérdidas en las líneas, el porcentaje de reducción conseguido, el nudo donde aparece la tensión menor y las ramas que se deben abrir para conseguirlo.

### D.1. Red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD\_v1.

Esta red de pequeño tamaño con generación dispersa, se ha creado para comprobar si el modelo alcanza la red radial óptima, y para ello el número de posibles redes debe ser pequeño para tener la certeza de alcanzar el óptimo. En esta red se obtienen ramas tipo p1, p3 y q3.

La topología de la red Red6GD\_v1 se muestra en la figura D.1, consta de un nudo que representa al Slack (nudo 6), un nudo de generación (nudo 3) y cuatro nudos de consumo.

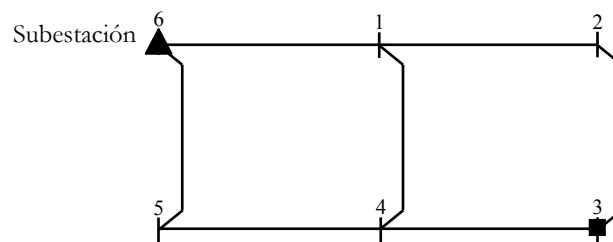


Figura D.1 Red ejemplo de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD\_v1.

| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 6                       | 1            | 6,8507E-04         | 3,4890E-04        | 0,150                        | 0,010                          |
| 1                       | 2            | 7,1333E-04         | 3,6331E-04        | 0,250                        | 0,018                          |
| 2                       | 3            | 1,7258E-04         | 8,7973E-05        | -0,500                       | -0,040                         |
| 5                       | 4            | 3,5040E-04         | 1,1586E-04        | 0,700                        | 0,020                          |
| 6                       | 5            | 1,3316E-03         | 4,4005E-04        | 0,650                        | 0,015                          |
| Líneas de interconexión |              |                    |                   |                              |                                |
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |                              |                                |
| 1                       | 4            | 7,0079E-04         | 2,3173E-04        |                              |                                |
| 3                       | 4            | 1,5330E-03         | 5,0669E-04        |                              |                                |

Tabla D.1 Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD\_v1

| Red de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD_v1        |                                                        |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 12,5                                                   | 0,23                                      | 5                         |
|                                                          | Sbase (MW)                                             | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                    | 20                                        | 2                         |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 10,72                                                  | 0,991811                                  | 5                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 28,01                                                  | 0,9789556                                 | 4                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                      |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Pérdidas modelo (kW)            | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 10,77 / 10,63                                          | 0,991198                                  | 5                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | 1-2 4-5                                                |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%) |                                           |                           |
|                                                          | 61,57                                                  |                                           |                           |

Tabla D.2 Datos relevantes de la red de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD\_v1

## D.2. Red de 6 nudos con generación dispersa, Red6GD\_v2.

En esta sección se muestra una red con la misma topología que en la sección anterior (figura D.2), pero con un perfil de consumos diferentes con el objeto de que aparezcan ramas del tipo p2, que se corresponden con ramas cuyo intervalo de variación de potencia es siempre negativo.

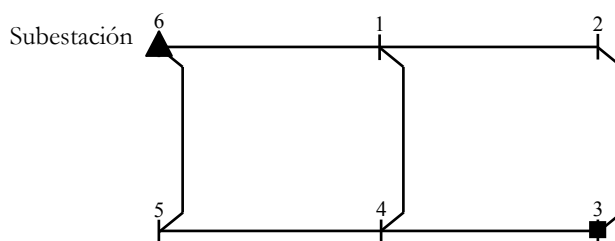


Figura D.2 Red ejemplo de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD\_v2.



| Nudo origen                    | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|--------------------------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 6                              | 1            | 6,8507E-04         | 3,4890E-04        | 0,150                        | 0,010                          |
| 1                              | 2            | 7,1333E-04         | 3,6331E-04        | 0,000                        | 0,018                          |
| 2                              | 3            | 1,7258E-04         | 8,7973E-05        | -0,500                       | -0,040                         |
| 5                              | 4            | 3,5040E-04         | 1,1586E-04        | 0,200                        | 0,020                          |
| 6                              | 5            | 1,3316E-03         | 4,4005E-04        | 0,200                        | 0,015                          |
| <b>Líneas de interconexión</b> |              |                    |                   |                              |                                |
| Nudo origen                    | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |                              |                                |
| 1                              | 4            | 7,0079E-04         | 2,3173E-04        |                              |                                |
| 3                              | 4            | 1,5330E-03         | 5,0669E-04        |                              |                                |

Tabla D.3 Características de ramas y consumo en la red 6 nudos, Red6GD\_v2

| Red de 6 nudos con generación dispersa, RedGD_v2         |                                                        |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 0,5                                                    | 0,23                                      | 5                         |
|                                                          | Sbase (MW)                                             | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                    | 20                                        | 2                         |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 1,65                                                   | 0,9989221                                 | 5                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 5,33                                                   | 0,9937578                                 | 4                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                      |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)            | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 2,10 / 2,13                                            | 0,9972631                                 | 5                         |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | 4-5 1-4                                                |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%) |                                           |                           |
|                                                          | 60,66                                                  |                                           |                           |

Tabla D.4 Datos relevantes de la red de 6 nudos con generación dispersa: Red6GD\_v2

### D.3. Red de 33 nudos.

La red de 33 nudos es una red ampliamente estudiada en multitud de trabajos anteriores; su tipología se representa en la figura D.3, y las características de sus ramas y consumo de los nudos en la tabla D.6. Sobre la tabla D.5 se detallan los datos más relevantes de esta red.

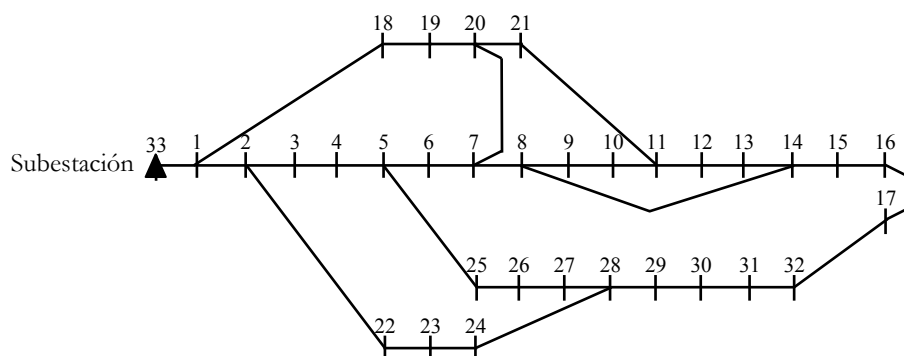


Figura D.3 Red de 33 nudos.

| Red de 33 nudos                                       |                                                        |                                           |                           |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                         | Potencia activa total de consumo (p.u.)                | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                       | 37,15                                                  | 23,00                                     | 32                        |
|                                                       | Sbase (MW)                                             | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                       | 0,1                                                    | 12,66                                     | 5                         |
| Red mallada                                           | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 123,29                                                 | 0,953281                                  | 31                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | Ninguna                                                |                                           |                           |
| Red radial original                                   | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 202,67                                                 | 0,913093                                  | 17                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | Todas las líneas de interconexión                      |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida ( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Pérdidas modelo (kW)            | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 139,55 / 128,53                                        | 0,93782                                   | 31                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | 6-7 8-9 13-14 31-32 24-28                              |                                           |                           |
|                                                       | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%) |                                           |                           |
|                                                       | 31,15                                                  |                                           |                           |

Tabla D.5 Datos relevantes de la red de 33 nudos

| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 33                      | 1            | 5,7525E-05         | 2,9324E-05        | 1,00E-01                     | 6,00E-02                       |
| 1                       | 2            | 3,0759E-04         | 1,5666E-04        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 2                       | 3            | 2,2835E-04         | 1,1629E-04        | 1,20E-01                     | 8,00E-02                       |
| 3                       | 4            | 2,3777E-04         | 1,2110E-04        | 6,00E-02                     | 3,00E-02                       |
| 4                       | 5            | 5,1099E-04         | 4,4111E-04        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 5                       | 6            | 1,1679E-04         | 3,8608E-04        | 2,00E-01                     | 1,00E-01                       |
| 6                       | 7            | 4,4386E-04         | 1,4668E-04        | 2,00E-01                     | 1,00E-01                       |
| 7                       | 8            | 6,4264E-04         | 4,6170E-04        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 8                       | 9            | 6,5137E-04         | 4,6170E-04        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 9                       | 10           | 1,2266E-04         | 4,0555E-05        | 4,50E-02                     | 3,00E-02                       |
| 10                      | 11           | 2,3359E-04         | 7,7241E-05        | 6,00E-02                     | 3,50E-02                       |
| 11                      | 12           | 9,1592E-04         | 7,2063E-04        | 6,00E-02                     | 3,50E-02                       |
| 12                      | 13           | 3,3791E-04         | 4,4479E-04        | 1,20E-01                     | 8,00E-02                       |
| 13                      | 14           | 3,6873E-04         | 3,2818E-04        | 6,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 14                      | 15           | 4,6563E-04         | 3,4003E-04        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 15                      | 16           | 8,0423E-04         | 1,0737E-03        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 16                      | 17           | 4,5671E-04         | 3,5813E-04        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 1                       | 18           | 1,0232E-04         | 9,7644E-05        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 18                      | 19           | 9,3850E-04         | 8,4566E-04        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 19                      | 20           | 2,5549E-04         | 2,9848E-04        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 20                      | 21           | 4,4230E-04         | 5,8480E-04        | 9,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| 2                       | 22           | 2,8151E-04         | 1,9235E-04        | 9,00E-02                     | 5,00E-02                       |
| 22                      | 23           | 5,6028E-04         | 4,4242E-04        | 4,20E-01                     | 2,00E-01                       |
| 23                      | 24           | 5,5903E-04         | 4,3743E-04        | 4,20E-01                     | 2,00E-01                       |
| 5                       | 25           | 1,2665E-04         | 6,4513E-05        | 6,00E-02                     | 2,50E-02                       |
| 25                      | 26           | 1,7731E-04         | 9,0281E-05        | 6,00E-02                     | 2,50E-02                       |
| 26                      | 27           | 6,6073E-04         | 5,8255E-04        | 6,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 27                      | 28           | 5,0176E-04         | 4,3712E-04        | 1,20E-01                     | 7,00E-02                       |
| 28                      | 29           | 3,1664E-04         | 1,6128E-04        | 2,00E-01                     | 6,00E-01                       |
| 29                      | 30           | 6,0795E-04         | 6,0084E-04        | 1,50E-01                     | 7,00E-02                       |
| 30                      | 31           | 1,9372E-04         | 2,2579E-04        | 2,10E-01                     | 1,00E-01                       |
| 31                      | 32           | 2,1275E-04         | 3,3080E-04        | 6,00E-02                     | 4,00E-02                       |
| Líneas de interconexión |              |                    |                   |                              |                                |
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |                              |                                |
| 7                       | 20           | 1,2478E-03         | 1,2478E-03        |                              |                                |
| 8                       | 14           | 1,2478E-03         | 1,2478E-03        |                              |                                |
| 11                      | 21           | 1,2478E-03         | 1,2478E-03        |                              |                                |
| 17                      | 32           | 3,1196E-04         | 3,1196E-04        |                              |                                |
| 24                      | 28           | 3,1196E-04         | 3,1196E-04        |                              |                                |

Tabla D.6 Características de ramas y consumo en la red de 33 nudos

#### D.4. Red de 33 nudos con generación dispersa (Red33GD).

Con objeto de comprobar el correcto funcionamiento del método propuesto sobre una red con generación dispersa con un tamaño de mayor entidad, se ha tomado la conocida red de 33 nudos, pero convirtiendo los tres nudos de mayor consumo de potencia activa en nudos de generación (Red33GD), inyectando la potencia activa y reactiva que antes consumían en la red original. En la tabla D.7 se indican los nuevos datos de los nudos que cambian su valor respecto a la red de 33 nudos original. Una vez generado el árbol madre de la red y los intervalos de potencias, se obtienen ramas tipo p1, p3, q1 y q3. Sobre la tabla D.8 se detallan los datos más relevantes de esta red.

| Nudo | P (MW) | Q(Mvar) |
|------|--------|---------|
| 23   | -0,420 | -0,200  |
| 24   | -0,420 | -0,200  |
| 31   | -0,210 | -0,100  |

Tabla D.7 Potencia asociada a los nudos de generación en la red de 33 nudos con generación dispersa Red33GD.

| Red de 33 nudos con generación dispersa: Red33GD         |                                                        |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 35,05                                                  | 22,00                                     | 32                        |
|                                                          | Sbase (MW)                                             | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                    | 12,66                                     | 5                         |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 31,73                                                  | 0,9776639                                 | 13                        |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 102,01                                                 | 0,9302904                                 | 17                        |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                      |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)            | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 34,98 / 33,96                                          | 0,97282487                                | 14                        |
|                                                          | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                          | 9-10 13-14 25-26 7-20 8-14                             |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%) |                                           |                           |
|                                                          | 65,71                                                  |                                           |                           |

Tabla D.8 Datos relevantes de la red de 33 nudos con generación dispersa, Red33GD.

### D.5. Red de 69 nudos.

La red de 69 nudos es una red ampliamente estudiada en multitud de trabajos anteriores; su tipología se representa en la figura D.4, y las características de sus ramas y consumo de los nudos en la tabla D.10. Sobre la tabla D.9 se detallan los datos más relevantes de esta red.

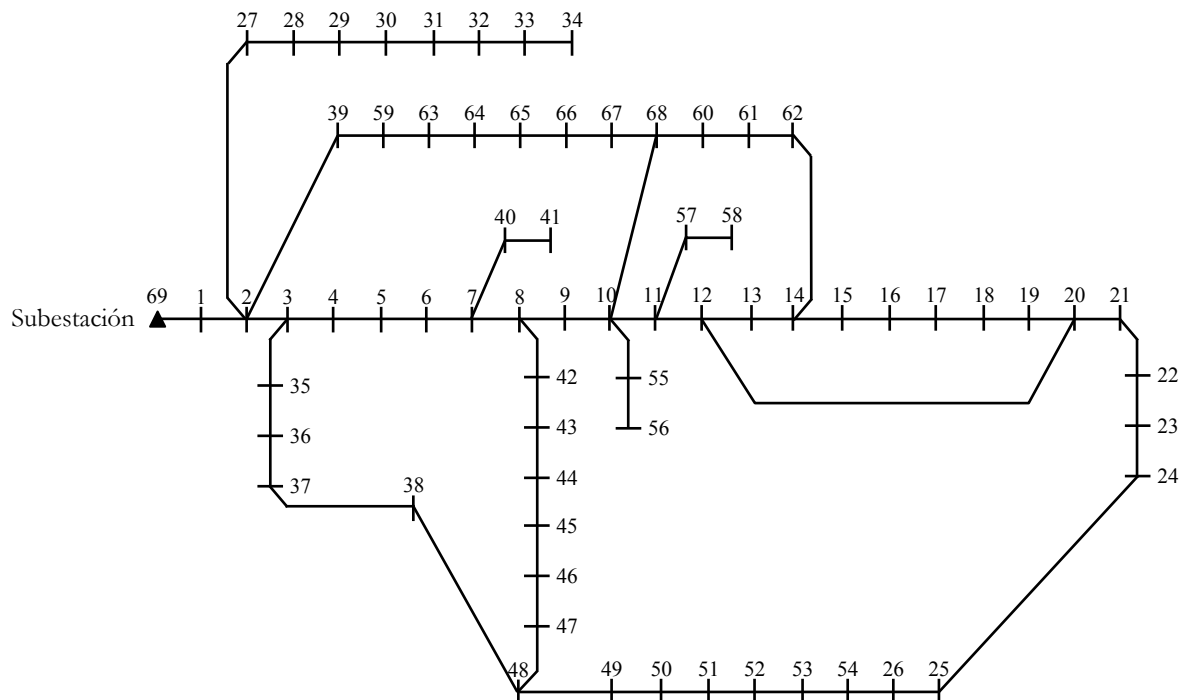


Figura D.4 Red de 69 nudos.

| Red de 69 nudos                                       |                                                        |                                           |                           |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                         | Potencia activa total de consumo (p.u.)                | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                       | 11,079                                                 | 8,979                                     | 68                        |
|                                                       | Sbase (MW)                                             | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                       | 0,1                                                    | 12,66                                     | 5                         |
| Red mallada                                           | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 26,04                                                  | 0,9640292                                 | 50                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | Ninguna                                                |                                           |                           |
| Red radial original                                   | Pérdidas reales (kW)                                   | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 69,78                                                  | 0,912612                                  | 54                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | Todas las líneas de interconexión                      |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida ( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Pérdidas modelo (kW)            | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                       | 30,09 / 27,49                                          | 0,945237                                  | 50                        |
|                                                       | Ramas abiertas                                         |                                           |                           |
|                                                       | 13-14 47-48 50-51 10-68 12-20                          |                                           |                           |
|                                                       | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%) |                                           |                           |
|                                                       | 56,87                                                  |                                           |                           |

Tabla D.9 Datos relevantes de la red de 69 nudos

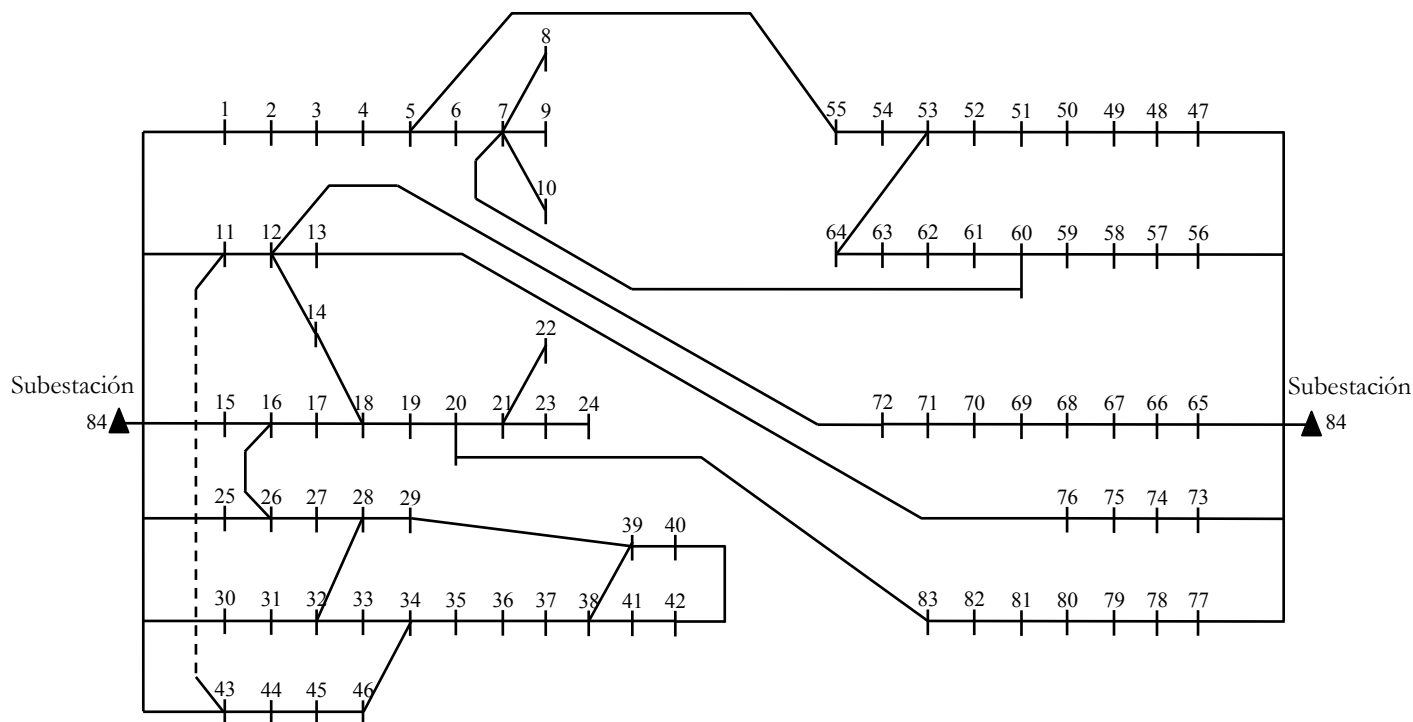
| Nudo origen | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|-------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 69          | 1            | 9,36E-07           | 2,25E-06          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 1           | 2            | 9,36E-07           | 2,25E-06          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 2           | 3            | 2,81E-06           | 6,74E-06          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 3           | 4            | 4,70E-05           | 5,50E-05          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 4           | 5            | 6,85E-04           | 3,49E-04          | 8,78E-04                     | 7,20E-04                       |
| 5           | 6            | 7,13E-04           | 3,63E-04          | 1,35E-02                     | 9,98E-03                       |
| 6           | 7            | 1,73E-04           | 8,80E-05          | 2,49E-02                     | 1,78E-02                       |
| 7           | 8            | 9,23E-05           | 4,70E-05          | 1,00E-02                     | 7,21E-03                       |
| 8           | 9            | 1,53E-03           | 5,07E-04          | 9,33E-03                     | 6,67E-03                       |
| 9           | 10           | 3,50E-04           | 1,16E-04          | 4,85E-02                     | 3,46E-02                       |
| 10          | 11           | 1,33E-03           | 4,40E-04          | 4,85E-02                     | 3,46E-02                       |
| 11          | 12           | 1,93E-03           | 6,36E-04          | 2,71E-03                     | 1,82E-03                       |
| 12          | 13           | 1,95E-03           | 6,46E-04          | 2,71E-03                     | 1,82E-03                       |
| 13          | 14           | 1,98E-03           | 6,54E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 14          | 15           | 3,68E-04           | 1,22E-04          | 1,52E-02                     | 1,02E-02                       |
| 15          | 16           | 7,01E-04           | 2,32E-04          | 1,65E-02                     | 1,18E-02                       |
| 16          | 17           | 8,80E-06           | 2,99E-06          | 1,65E-02                     | 1,18E-02                       |
| 17          | 18           | 6,13E-04           | 2,03E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 18          | 19           | 3,94E-04           | 1,30E-04          | 3,16E-04                     | 2,12E-04                       |
| 19          | 20           | 6,39E-04           | 2,11E-04          | 3,80E-02                     | 2,71E-02                       |
| 20          | 21           | 2,62E-05           | 8,61E-06          | 1,76E-03                     | 1,18E-03                       |
| 21          | 22           | 2,98E-04           | 9,85E-05          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 22          | 23           | 6,48E-04           | 2,14E-04          | 9,39E-03                     | 6,67E-03                       |
| 23          | 24           | 1,40E-03           | 4,63E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 24          | 25           | 5,78E-04           | 1,91E-04          | 4,67E-03                     | 3,33E-03                       |
| 25          | 26           | 3,24E-04           | 1,07E-04          | 4,67E-03                     | 3,33E-03                       |
| 2           | 27           | 8,24E-06           | 2,02E-05          | 8,67E-03                     | 6,19E-03                       |
| 27          | 28           | 1,20E-04           | 2,93E-04          | 8,67E-03                     | 6,19E-03                       |
| 28          | 29           | 7,45E-04           | 2,46E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 29          | 30           | 1,31E-04           | 4,34E-05          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 30          | 31           | 6,57E-04           | 2,17E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 31          | 32           | 1,57E-03           | 5,27E-04          | 4,58E-03                     | 3,26E-03                       |
| 32          | 33           | 3,20E-03           | 1,06E-03          | 6,50E-03                     | 4,55E-03                       |
| 33          | 34           | 2,76E-03           | 9,12E-04          | 1,92E-03                     | 1,29E-03                       |
| 3           | 35           | 6,36E-06           | 1,57E-05          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 35          | 36           | 1,59E-04           | 3,90E-04          | 2,64E-02                     | 1,88E-02                       |
| 36          | 37           | 5,42E-04           | 1,33E-03          | 2,82E-02                     | 9,15E-02                       |
| 37          | 38           | 1,54E-04           | 3,76E-04          | 1,28E-01                     | 9,15E-02                       |
| 2           | 39           | 8,24E-06           | 2,02E-05          | 8,67E-03                     | 6,19E-03                       |
| 7           | 40           | 1,74E-04           | 8,85E-05          | 1,35E-02                     | 9,44E-03                       |
| 40          | 41           | 6,21E-04           | 2,09E-04          | 1,20E-03                     | 8,94E-04                       |
| 8           | 42           | 3,26E-04           | 1,66E-04          | 1,45E-03                     | 1,16E-03                       |
| 42          | 43           | 3,80E-04           | 1,94E-04          | 8,79E-03                     | 6,32E-03                       |
| 43          | 44           | 5,32E-04           | 2,71E-04          | 8,00E-03                     | 5,71E-03                       |
| 44          | 45           | 5,27E-04           | 2,68E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 45          | 46           | 2,98E-03           | 9,99E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 46          | 47           | 1,47E-03           | 4,92E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 47          | 48           | 5,69E-04           | 1,88E-04          | 6,67E-04                     | 2,40E-02                       |
| 48          | 49           | 7,23E-04           | 2,19E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 49          | 50           | 9,50E-04           | 4,84E-04          | 4,15E-01                     | 2,96E-01                       |
| 50          | 51           | 1,82E-04           | 9,28E-05          | 1,07E-02                     | 7,61E-03                       |
| 51          | 52           | 2,71E-04           | 1,38E-04          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 52          | 53           | 1,33E-03           | 6,77E-04          | 7,57E-02                     | 5,39E-02                       |
| 53          | 54           | 1,95E-03           | 9,92E-04          | 1,97E-02                     | 1,39E-02                       |

|                                |                     |                           |                          |          |          |
|--------------------------------|---------------------|---------------------------|--------------------------|----------|----------|
| 10                             | 55                  | 3,77E-04                  | 1,14E-04                 | 6,00E-03 | 4,28E-03 |
| 55                             | 56                  | 8,80E-06                  | 2,62E-06                 | 6,00E-03 | 4,28E-03 |
| 11                             | 57                  | 1,38E-03                  | 4,57E-04                 | 9,33E-03 | 6,66E-03 |
| 57                             | 58                  | 8,80E-06                  | 2,99E-06                 | 9,33E-03 | 6,66E-03 |
| 39                             | 59                  | 1,20E-04                  | 2,93E-04                 | 8,67E-03 | 6,19E-03 |
| 68                             | 60                  | 1,72E-05                  | 2,17E-05                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 60                             | 61                  | 2,04E-04                  | 2,57E-04                 | 3,08E-03 | 8,79E-03 |
| 61                             | 62                  | 1,68E-06                  | 2,25E-06                 | 3,08E-03 | 8,79E-03 |
| 59                             | 63                  | 1,97E-04                  | 2,30E-04                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 63                             | 64                  | 5,69E-05                  | 6,64E-05                 | 8,00E-03 | 5,71E-03 |
| 64                             | 65                  | 3,37E-06                  | 3,93E-06                 | 8,00E-03 | 5,71E-03 |
| 65                             | 66                  | 1,36E-03                  | 1,59E-03                 | 3,92E-04 | 3,25E-04 |
| 66                             | 67                  | 5,80E-04                  | 6,78E-04                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 67                             | 68                  | 7,67E-05                  | 8,95E-05                 | 2,00E-03 | 1,43E-03 |
| <b>Líneas de interconexión</b> |                     |                           |                          |          |          |
| <b>Nudo origen</b>             | <b>Nudo destino</b> | <b>Resistencia (p.u.)</b> | <b>Reactancia (p.u.)</b> |          |          |
| 10                             | 68                  | 9,36E-04                  | 9,36E-04                 |          |          |
| 12                             | 20                  | 9,36E-04                  | 9,36E-04                 |          |          |
| 14                             | 62                  | 1,87E-03                  | 1,87E-03                 |          |          |
| 38                             | 48                  | 3,74E-03                  | 3,74E-03                 |          |          |
| 26                             | 54                  | 1,87E-03                  | 1,87E-03                 |          |          |

Tabla D.10 Características de ramas y consumo en la red de 69 nudos

### D.6. Red de 84 nudos.

La topología del sistema de 84 nudos se representa en la figura D.5, y las características de sus ramas y consumo de los nudos en la tabla D.12. Sobre la tabla D.11 se detallan los datos más relevantes de esta red.





| Nudo origen | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|-------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 84          | 1            | 1,50E-03           | 5,10E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 1           | 2            | 1,61E-03           | 3,31E-03          | 1,00E-01                     | 5,00E-02                       |
| 2           | 3            | 1,81E-03           | 3,73E-03          | 3,00E-01                     | 2,00E-01                       |
| 3           | 4            | 7,06E-04           | 1,45E-03          | 3,50E-01                     | 2,50E-01                       |
| 4           | 5            | 1,61E-03           | 3,31E-03          | 2,20E-01                     | 1,00E-01                       |
| 5           | 6            | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 1,10E+00                     | 8,00E-01                       |
| 6           | 7            | 3,12E-04           | 1,06E-03          | 4,00E-01                     | 3,20E-01                       |
| 7           | 8            | 8,06E-04           | 1,66E-03          | 3,00E-01                     | 2,00E-01                       |
| 7           | 9            | 1,81E-03           | 3,73E-03          | 3,00E-01                     | 2,30E-01                       |
| 7           | 10           | 8,06E-04           | 1,66E-03          | 3,00E-01                     | 2,60E-01                       |
| 84          | 11           | 6,05E-04           | 1,24E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 11          | 12           | 2,62E-03           | 5,34E-03          | 1,20E+00                     | 8,00E-01                       |
| 12          | 13           | 2,02E-04           | 4,14E-04          | 8,00E-01                     | 6,00E-01                       |
| 12          | 14           | 6,05E-04           | 1,24E-03          | 7,00E-01                     | 5,00E-01                       |
| 84          | 15           | 8,73E-04           | 2,97E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 15          | 16           | 4,03E-04           | 8,28E-04          | 3,00E-01                     | 1,50E-01                       |
| 16          | 17           | 4,03E-04           | 8,28E-04          | 5,00E-01                     | 3,50E-01                       |
| 17          | 18           | 1,21E-03           | 2,48E-03          | 7,00E-01                     | 4,00E-01                       |
| 18          | 19           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 1,20E+00                     | 1,00E+00                       |
| 19          | 20           | 1,31E-03           | 2,69E-03          | 3,00E-01                     | 3,00E-01                       |
| 20          | 21           | 1,81E-03           | 3,73E-03          | 4,00E-01                     | 3,50E-01                       |
| 21          | 22           | 1,21E-03           | 2,48E-03          | 5,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 21          | 23           | 1,51E-03           | 3,10E-03          | 5,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 23          | 24           | 1,01E-03           | 2,07E-03          | 5,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 84          | 25           | 4,36E-04           | 1,49E-03          | 5,00E-02                     | 3,00E-02                       |
| 25          | 26           | 8,06E-04           | 1,66E-03          | 1,00E-01                     | 6,00E-02                       |
| 26          | 27           | 1,92E-03           | 3,93E-03          | 1,00E-01                     | 7,00E-02                       |
| 27          | 28           | 3,74E-04           | 1,27E-03          | 1,80E+00                     | 1,30E+00                       |
| 28          | 29           | 1,01E-03           | 2,07E-03          | 2,00E-01                     | 1,20E-01                       |
| 84          | 30           | 1,51E-03           | 3,05E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 30          | 31           | 1,01E-03           | 2,07E-03          | 1,80E+00                     | 1,60E+00                       |
| 31          | 32           | 1,01E-03           | 2,07E-03          | 2,00E-01                     | 1,50E-01                       |
| 32          | 33           | 2,02E-04           | 4,14E-04          | 2,00E-01                     | 1,00E-01                       |
| 33          | 34           | 1,31E-03           | 2,69E-03          | 8,00E-01                     | 6,00E-01                       |
| 34          | 35           | 4,03E-04           | 8,28E-04          | 1,00E-01                     | 6,00E-02                       |
| 35          | 36           | 3,83E-03           | 7,87E-03          | 1,00E-01                     | 6,00E-02                       |
| 36          | 37           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 2,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 37          | 38           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 2,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 38          | 39           | 6,05E-04           | 1,24E-03          | 2,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 39          | 40           | 1,61E-03           | 3,31E-03          | 2,00E-02                     | 1,00E-02                       |
| 38          | 41           | 1,51E-03           | 3,10E-03          | 2,00E-01                     | 1,60E-01                       |
| 41          | 42           | 1,61E-03           | 3,31E-03          | 5,00E-02                     | 3,00E-02                       |
| 84          | 43           | 3,74E-04           | 1,27E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 43          | 44           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 3,00E-02                     | 2,00E-02                       |
| 44          | 45           | 1,01E-03           | 2,07E-03          | 8,00E-01                     | 7,00E-01                       |
| 45          | 46           | 1,81E-03           | 3,73E-03          | 2,00E-01                     | 1,50E-01                       |
| 84          | 47           | 1,87E-03           | 6,37E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 47          | 48           | 5,04E-04           | 1,03E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 48          | 49           | 5,04E-04           | 1,03E-03          | 0,00E+00                     | 0,00E+00                       |
| 49          | 50           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 2,00E-01                     | 1,60E-01                       |
| 50          | 51           | 6,05E-04           | 1,24E-03          | 8,00E-01                     | 6,00E-01                       |
| 51          | 52           | 3,02E-04           | 6,21E-04          | 5,00E-01                     | 3,00E-01                       |
| 52          | 53           | 6,05E-04           | 1,24E-03          | 5,00E-01                     | 3,50E-01                       |

| 53                             | 54                  | 4,03E-04                  | 8,28E-04                 | 5,00E-01 | 3,00E-01 |
|--------------------------------|---------------------|---------------------------|--------------------------|----------|----------|
| 54                             | 55                  | 1,01E-03                  | 2,07E-03                 | 2,00E-01 | 8,00E-02 |
| 84                             | 56                  | 1,75E-03                  | 5,95E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 56                             | 57                  | 4,13E-03                  | 8,49E-03                 | 3,00E-02 | 2,00E-02 |
| 57                             | 58                  | 4,03E-04                  | 8,28E-04                 | 6,00E-01 | 4,20E-01 |
| 58                             | 59                  | 3,12E-04                  | 1,06E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 59                             | 60                  | 3,02E-04                  | 6,21E-04                 | 2,00E-02 | 1,00E-02 |
| 60                             | 61                  | 2,02E-04                  | 4,14E-04                 | 2,00E-02 | 1,00E-02 |
| 61                             | 62                  | 8,06E-04                  | 1,66E-03                 | 2,00E-01 | 1,30E-01 |
| 62                             | 63                  | 1,81E-03                  | 3,73E-03                 | 3,00E-01 | 2,40E-01 |
| 63                             | 64                  | 1,87E-04                  | 6,37E-04                 | 3,00E-01 | 2,00E-01 |
| 84                             | 65                  | 3,74E-04                  | 1,27E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 65                             | 66                  | 1,31E-03                  | 2,69E-03                 | 5,00E-02 | 3,00E-02 |
| 66                             | 67                  | 9,35E-04                  | 3,19E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 67                             | 68                  | 1,68E-03                  | 5,73E-03                 | 4,00E-01 | 3,60E-01 |
| 68                             | 69                  | 3,74E-04                  | 1,27E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 69                             | 70                  | 5,61E-04                  | 1,91E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 70                             | 71                  | 4,36E-04                  | 1,49E-03                 | 2,00E+00 | 1,50E+00 |
| 71                             | 72                  | 2,02E-04                  | 4,06E-04                 | 2,00E-01 | 1,50E-01 |
| 84                             | 73                  | 2,49E-03                  | 8,49E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 73                             | 74                  | 2,49E-04                  | 8,49E-04                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 74                             | 75                  | 4,36E-04                  | 1,49E-03                 | 1,20E+00 | 9,50E-01 |
| 75                             | 76                  | 3,74E-04                  | 1,27E-03                 | 3,00E-01 | 1,80E-01 |
| 84                             | 77                  | 1,93E-03                  | 6,58E-03                 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 77                             | 78                  | 9,97E-04                  | 3,40E-03                 | 4,00E-01 | 3,60E-01 |
| 78                             | 79                  | 3,74E-04                  | 1,27E-03                 | 2,00E+00 | 1,30E+00 |
| 79                             | 80                  | 1,01E-03                  | 2,03E-03                 | 2,00E-01 | 1,40E-01 |
| 80                             | 81                  | 1,01E-03                  | 2,03E-03                 | 5,00E-01 | 3,60E-01 |
| 81                             | 82                  | 7,06E-04                  | 1,45E-03                 | 1,00E-01 | 3,00E-02 |
| 82                             | 83                  | 2,42E-03                  | 4,97E-03                 | 4,00E-01 | 3,60E-01 |
| <b>Líneas de interconexión</b> |                     |                           |                          |          |          |
| <b>Nudo origen</b>             | <b>Nudo destino</b> | <b>Resistencia (p.u.)</b> | <b>Reactancia (p.u.)</b> |          |          |
| 5                              | 55                  | 1,01E-03                  | 2,07E-03                 |          |          |
| 7                              | 60                  | 1,01E-03                  | 2,07E-03                 |          |          |
| 11                             | 43                  | 1,01E-03                  | 2,07E-03                 |          |          |
| 12                             | 72                  | 2,62E-03                  | 5,38E-03                 |          |          |
| 13                             | 76                  | 3,53E-03                  | 7,24E-03                 |          |          |
| 14                             | 18                  | 4,13E-03                  | 8,33E-03                 |          |          |
| 16                             | 26                  | 7,06E-04                  | 1,45E-03                 |          |          |
| 20                             | 83                  | 6,05E-04                  | 1,24E-03                 |          |          |
| 28                             | 32                  | 4,03E-04                  | 8,28E-04                 |          |          |
| 29                             | 39                  | 6,05E-04                  | 1,24E-03                 |          |          |
| 34                             | 46                  | 2,02E-04                  | 4,14E-04                 |          |          |
| 40                             | 42                  | 1,51E-03                  | 3,10E-03                 |          |          |
| 53                             | 64                  | 3,02E-04                  | 6,21E-04                 |          |          |

Tabla D.12 Características de ramas y consumo en la red de 84 nudos

### D.7. Red de 118 nudos.

La topología del sistema de 118 nudos se representa en la figura D.6, y las características de sus ramas y consumo de los nudos en la tabla D.14. Sobre la tabla D.13 se detallan los datos más relevantes de esta red.

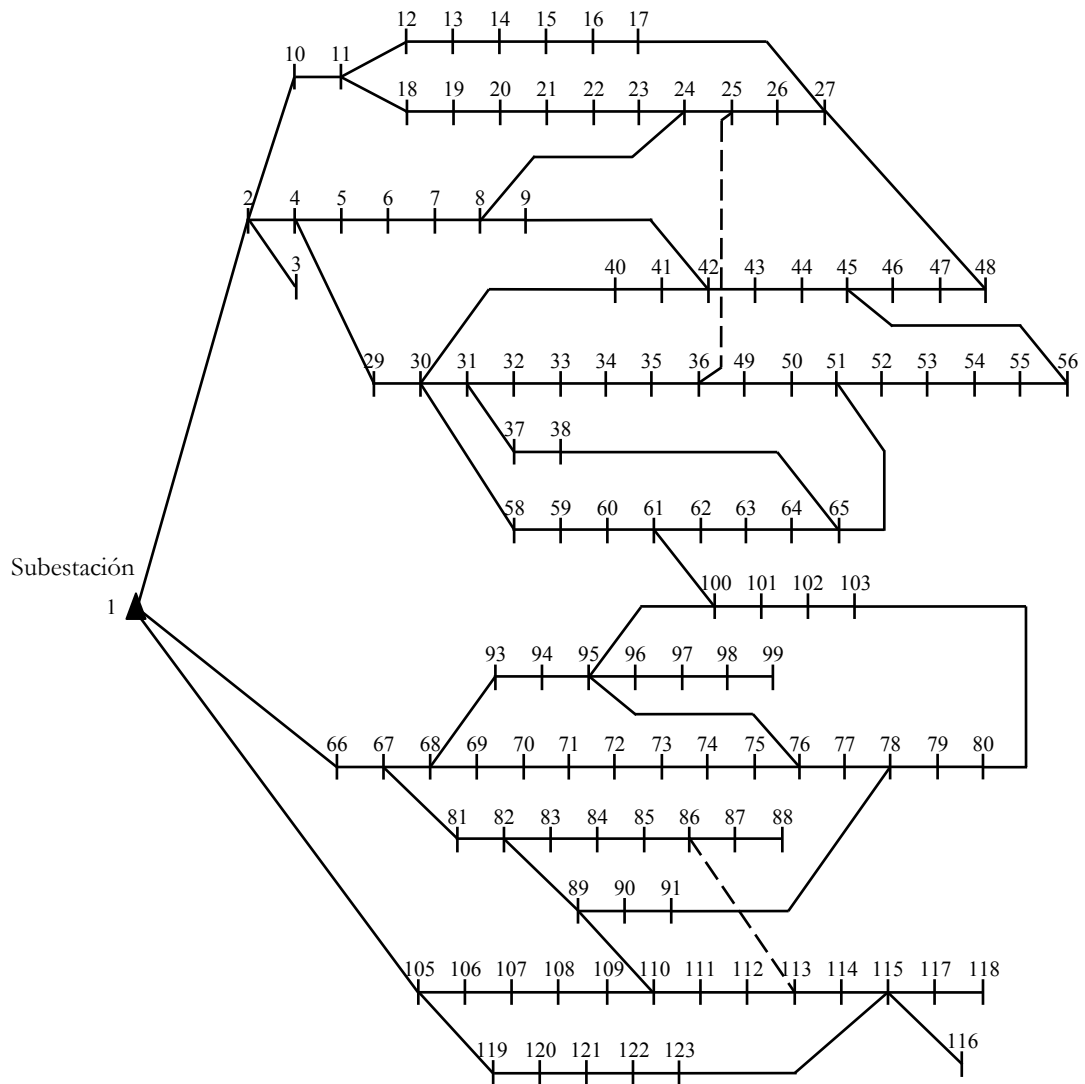


Figura D.6 Red de 118 nudos.

| Red de 118 nudos                                         |                                                                                                     |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                                                             | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 227,097                                                                                             | 170,411                                   | 117                       |
|                                                          | Sbase (MW)                                                                                          | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                                                                 | 11                                        | 15                        |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                                                                | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 819,25                                                                                              | 0,945862                                  | 116                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                      |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                                                             |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                                                                | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 1296,52                                                                                             | 0,8688046                                 | 80                        |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                      |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                                                                   |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)                                                         | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 869,69 / 793,61                                                                                     | 0,932287                                  | 116                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                      |                                           |                           |
|                                                          | 23-24 26-27 35-36 41-42 44-45 53-54 61-62 74-75<br>77-78 95-100 101-102 114-115 65-51 113-86 110-89 |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%)                                              |                                           |                           |
|                                                          | 32,92                                                                                               |                                           |                           |

Tabla D.13 Datos relevantes de la red de 118 nudos

| Nudo origen | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) | Consumo nudo destino. P (MW) | Consumo nudo destino. Q (Mvar) |
|-------------|--------------|--------------------|-------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 1           | 2            | 2,98E-05           | 1,07E-05          | 1,34E-01                     | 1,01E-01                       |
| 2           | 3            | 2,73E-05           | 9,82E-06          | 1,62E-02                     | 1,13E-02                       |
| 2           | 4            | 3,72E-05           | 1,34E-05          | 3,43E-02                     | 2,18E-02                       |
| 4           | 5            | 1,24E-05           | 4,46E-05          | 7,30E-02                     | 6,36E-02                       |
| 5           | 6            | 1,24E-05           | 4,46E-05          | 1,44E-01                     | 6,86E-02                       |
| 6           | 7            | 1,24E-05           | 1,03E-05          | 1,04E-01                     | 6,17E-02                       |
| 7           | 8            | 1,49E-05           | 1,16E-05          | 2,85E-02                     | 1,15E-02                       |
| 8           | 9            | 1,74E-05           | 5,21E-05          | 8,76E-02                     | 5,11E-02                       |
| 2           | 10           | 1,37E-04           | 1,11E-04          | 1,98E-01                     | 1,07E-01                       |
| 10          | 11           | 9,26E-05           | 6,52E-05          | 1,47E-01                     | 7,60E-02                       |
| 11          | 12           | 1,55E-04           | 2,59E-04          | 2,60E-02                     | 1,87E-02                       |
| 12          | 13           | 1,17E-04           | 1,25E-04          | 5,21E-02                     | 2,32E-02                       |
| 13          | 14           | 1,49E-04           | 9,75E-05          | 1,42E-01                     | 1,18E-01                       |
| 14          | 15           | 1,24E-04           | 3,72E-05          | 2,19E-02                     | 2,88E-02                       |
| 15          | 16           | 1,32E-04           | 1,49E-04          | 3,34E-02                     | 2,65E-02                       |
| 16          | 17           | 1,30E-04           | 1,41E-04          | 3,24E-02                     | 2,52E-02                       |
| 11          | 18           | 1,80E-04           | 2,36E-04          | 2,02E-02                     | 1,19E-02                       |
| 18          | 19           | 9,75E-05           | 1,53E-04          | 1,57E-01                     | 7,85E-02                       |
| 19          | 20           | 1,32E-04           | 1,62E-04          | 5,46E-01                     | 3,51E-01                       |
| 20          | 21           | 9,92E-05           | 1,56E-04          | 1,80E-01                     | 1,64E-01                       |
| 21          | 22           | 9,92E-05           | 6,52E-05          | 9,32E-02                     | 5,46E-02                       |
| 22          | 23           | 1,17E-03           | 5,98E-04          | 8,52E-02                     | 3,97E-02                       |
| 23          | 24           | 2,42E-04           | 1,11E-04          | 1,68E-01                     | 9,52E-02                       |
| 24          | 25           | 1,10E-04           | 8,60E-05          | 1,25E-01                     | 1,50E-01                       |
| 25          | 26           | 1,47E-04           | 1,11E-04          | 1,60E-02                     | 2,46E-02                       |
| 26          | 27           | 1,47E-04           | 1,11E-04          | 2,60E-02                     | 2,46E-02                       |

|    |    |          |          |          |          |
|----|----|----------|----------|----------|----------|
| 4  | 29 | 1,24E-05 | 2,45E-05 | 5,95E-01 | 5,23E-01 |
| 29 | 30 | 9,92E-06 | 2,28E-05 | 1,21E-01 | 5,91E-02 |
| 30 | 31 | 9,92E-05 | 2,29E-04 | 1,02E-01 | 9,96E-02 |
| 31 | 32 | 1,74E-04 | 2,01E-04 | 5,13E-01 | 3,19E-01 |
| 32 | 33 | 9,92E-05 | 4,46E-05 | 4,75E-01 | 4,56E-01 |
| 33 | 34 | 1,47E-04 | 1,93E-04 | 1,51E-01 | 1,37E-01 |
| 34 | 35 | 1,47E-04 | 1,93E-04 | 2,05E-01 | 8,33E-02 |
| 35 | 36 | 1,27E-04 | 1,34E-04 | 1,32E-01 | 9,31E-02 |
| 31 | 37 | 1,55E-04 | 2,16E-04 | 4,48E-01 | 3,70E-01 |
| 37 | 38 | 1,10E-04 | 8,18E-05 | 4,41E-01 | 3,22E-01 |
| 30 | 40 | 2,73E-04 | 1,60E-04 | 1,13E-01 | 5,51E-02 |
| 40 | 41 | 2,56E-04 | 1,60E-04 | 5,40E-02 | 3,90E-02 |
| 41 | 42 | 1,07E-04 | 1,60E-04 | 3,93E-01 | 3,43E-01 |
| 42 | 43 | 2,31E-04 | 1,24E-04 | 3,27E-01 | 2,79E-01 |
| 43 | 44 | 9,75E-04 | 7,03E-04 | 5,36E-01 | 2,40E-01 |
| 44 | 45 | 3,47E-04 | 2,01E-04 | 7,62E-02 | 6,66E-02 |
| 45 | 46 | 2,23E-04 | 8,03E-05 | 5,35E-02 | 3,98E-02 |
| 46 | 47 | 2,80E-04 | 1,01E-04 | 4,03E-02 | 3,20E-02 |
| 47 | 48 | 2,23E-04 | 1,47E-04 | 3,97E-02 | 2,08E-02 |
| 36 | 49 | 1,74E-04 | 1,14E-04 | 6,62E-02 | 4,24E-02 |
| 49 | 50 | 9,92E-05 | 6,52E-05 | 7,39E-02 | 5,17E-02 |
| 50 | 51 | 1,24E-04 | 8,16E-05 | 1,15E-01 | 5,80E-02 |
| 51 | 52 | 1,24E-04 | 8,16E-05 | 9,18E-01 | 1,21E+00 |
| 52 | 53 | 1,98E-04 | 1,31E-04 | 2,10E-01 | 1,47E-01 |
| 53 | 54 | 9,92E-05 | 6,52E-05 | 6,67E-02 | 5,66E-02 |
| 54 | 55 | 3,35E-04 | 1,21E-04 | 4,22E-02 | 4,02E-02 |
| 54 | 56 | 3,35E-04 | 1,21E-04 | 4,34E-01 | 2,83E-01 |
| 30 | 58 | 3,23E-04 | 1,17E-04 | 6,21E-02 | 2,69E-02 |
| 58 | 59 | 3,36E-04 | 1,21E-04 | 9,25E-02 | 8,84E-02 |
| 59 | 60 | 3,36E-04 | 1,21E-04 | 8,52E-02 | 5,54E-02 |
| 60 | 61 | 5,84E-04 | 4,51E-04 | 3,45E-01 | 3,32E-01 |
| 61 | 62 | 2,79E-04 | 1,01E-04 | 2,25E-02 | 1,68E-02 |
| 62 | 63 | 2,79E-04 | 1,01E-04 | 8,06E-02 | 4,92E-02 |
| 63 | 64 | 1,71E-04 | 6,17E-05 | 9,59E-02 | 9,08E-02 |
| 64 | 65 | 2,04E-04 | 7,37E-04 | 6,29E-02 | 4,77E-02 |
| 1  | 66 | 2,31E-05 | 3,46E-05 | 4,79E-01 | 4,64E-01 |
| 66 | 67 | 9,67E-05 | 1,67E-04 | 1,21E-01 | 5,20E-02 |
| 67 | 68 | 2,11E-04 | 7,59E-05 | 1,39E-01 | 1,00E-01 |
| 68 | 69 | 1,74E-04 | 6,27E-05 | 3,92E-01 | 1,94E-01 |
| 69 | 70 | 3,17E-04 | 1,14E-04 | 2,77E-02 | 2,67E-02 |
| 70 | 71 | 4,17E-04 | 2,73E-04 | 5,28E-02 | 2,53E-02 |
| 71 | 72 | 3,36E-04 | 1,21E-04 | 6,69E-02 | 3,87E-02 |
| 72 | 73 | 7,95E-04 | 6,29E-04 | 4,68E-01 | 3,95E-01 |
| 73 | 74 | 1,36E-04 | 4,96E-05 | 5,95E-01 | 2,40E-01 |
| 74 | 75 | 2,50E-04 | 9,03E-05 | 1,33E-01 | 8,44E-02 |
| 75 | 76 | 2,50E-04 | 9,03E-05 | 5,27E-02 | 2,25E-02 |
| 76 | 77 | 1,70E-04 | 1,19E-04 | 8,70E-01 | 6,15E-01 |
| 77 | 78 | 1,93E-04 | 6,94E-05 | 3,13E-02 | 2,98E-02 |
| 78 | 79 | 4,88E-04 | 1,47E-04 | 1,92E-01 | 1,22E-01 |
| 79 | 80 | 1,04E-04 | 3,74E-05 | 6,58E-02 | 4,54E-02 |
| 67 | 81 | 4,62E-04 | 3,05E-04 | 2,38E-01 | 2,23E-01 |
| 81 | 82 | 1,54E-04 | 1,01E-04 | 2,95E-01 | 1,62E-01 |
| 82 | 83 | 1,54E-04 | 1,01E-04 | 4,86E-01 | 4,38E-01 |
| 83 | 84 | 2,15E-04 | 1,15E-04 | 2,44E-01 | 1,83E-01 |
| 84 | 85 | 1,27E-04 | 1,22E-04 | 2,44E-01 | 1,83E-01 |
| 85 | 86 | 1,90E-04 | 1,06E-04 | 1,34E-01 | 1,19E-01 |

| 86                             | 87                  | 2,08E-04                  | 8,76E-05                 | 2,27E-02 | 2,80E-02 |
|--------------------------------|---------------------|---------------------------|--------------------------|----------|----------|
| 87                             | 88                  | 1,49E-04                  | 1,22E-04                 | 4,95E-02 | 2,65E-02 |
| 82                             | 89                  | 1,32E-04                  | 1,50E-04                 | 3,84E-01 | 2,57E-01 |
| 89                             | 90                  | 1,65E-04                  | 1,90E-04                 | 4,96E-02 | 2,06E-02 |
| 90                             | 91                  | 1,32E-04                  | 3,25E-04                 | 2,25E-02 | 1,18E-02 |
| 68                             | 93                  | 5,53E-04                  | 1,99E-04                 | 6,29E-02 | 4,30E-02 |
| 93                             | 94                  | 2,20E-04                  | 1,01E-04                 | 3,07E-02 | 3,49E-02 |
| 94                             | 95                  | 2,20E-04                  | 1,01E-04                 | 6,25E-02 | 6,68E-02 |
| 95                             | 96                  | 2,20E-04                  | 1,01E-04                 | 1,15E-01 | 8,17E-02 |
| 96                             | 97                  | 2,20E-04                  | 1,01E-04                 | 8,13E-02 | 6,65E-02 |
| 97                             | 98                  | 1,93E-04                  | 9,50E-05                 | 3,17E-02 | 1,60E-02 |
| 98                             | 99                  | 4,10E-04                  | 1,14E-04                 | 3,33E-02 | 6,05E-02 |
| 95                             | 100                 | 1,62E-04                  | 1,49E-04                 | 5,31E-01 | 2,25E-01 |
| 100                            | 101                 | 1,62E-04                  | 1,49E-04                 | 5,07E-01 | 3,67E-01 |
| 101                            | 102                 | 1,54E-04                  | 1,01E-04                 | 2,64E-02 | 1,17E-02 |
| 102                            | 103                 | 6,17E-05                  | 2,63E-04                 | 4,60E-02 | 3,04E-02 |
| 1                              | 105                 | 5,17E-05                  | 2,19E-05                 | 1,01E-01 | 4,76E-02 |
| 105                            | 106                 | 1,24E-04                  | 1,93E-04                 | 4,56E-01 | 3,50E-01 |
| 106                            | 107                 | 1,11E-04                  | 7,34E-05                 | 5,23E-01 | 4,49E-01 |
| 107                            | 108                 | 1,91E-04                  | 9,94E-05                 | 4,08E-01 | 1,68E-01 |
| 108                            | 109                 | 3,69E-04                  | 1,33E-04                 | 1,41E-01 | 1,34E-01 |
| 109                            | 110                 | 1,35E-04                  | 4,86E-05                 | 1,04E-01 | 6,60E-02 |
| 110                            | 111                 | 2,73E-04                  | 8,18E-05                 | 9,68E-02 | 8,36E-02 |
| 111                            | 112                 | 1,29E-04                  | 4,64E-05                 | 4,94E-01 | 4,19E-01 |
| 112                            | 113                 | 3,16E-04                  | 1,14E-04                 | 2,25E-01 | 1,36E-01 |
| 113                            | 114                 | 1,34E-04                  | 4,84E-05                 | 5,09E-01 | 3,87E-01 |
| 114                            | 115                 | 3,16E-04                  | 1,14E-04                 | 1,89E-01 | 1,73E-01 |
| 115                            | 116                 | 2,02E-04                  | 7,26E-05                 | 9,18E-01 | 8,99E-01 |
| 115                            | 117                 | 1,73E-04                  | 6,22E-05                 | 3,05E-01 | 2,15E-01 |
| 117                            | 118                 | 1,90E-04                  | 6,84E-05                 | 5,44E-02 | 4,10E-02 |
| 105                            | 119                 | 5,04E-04                  | 1,82E-04                 | 2,11E-01 | 1,93E-01 |
| 119                            | 120                 | 1,54E-04                  | 1,05E-04                 | 6,70E-02 | 5,33E-02 |
| 120                            | 121                 | 3,08E-04                  | 2,03E-04                 | 1,62E-01 | 9,03E-02 |
| 121                            | 122                 | 3,35E-04                  | 3,03E-04                 | 4,88E-02 | 2,92E-02 |
| 122                            | 123                 | 4,04E-04                  | 3,62E-04                 | 3,39E-02 | 1,90E-02 |
| <b>Líneas de interconexión</b> |                     |                           |                          |          |          |
| <b>Nudo origen</b>             | <b>Nudo destino</b> | <b>Resistencia (p.u.)</b> | <b>Reactancia (p.u.)</b> |          |          |
| 48                             | 27                  | 4,35E-04                  | 2,42E-04                 |          |          |
| 17                             | 27                  | 4,35E-04                  | 2,41E-04                 |          |          |
| 8                              | 24                  | 3,53E-04                  | 1,27E-04                 |          |          |
| 56                             | 45                  | 3,97E-04                  | 1,43E-04                 |          |          |
| 65                             | 51                  | 2,98E-04                  | 1,07E-04                 |          |          |
| 38                             | 65                  | 4,71E-04                  | 4,73E-04                 |          |          |
| 9                              | 42                  | 4,38E-04                  | 2,77E-04                 |          |          |
| 61                             | 100                 | 3,27E-04                  | 1,18E-04                 |          |          |
| 76                             | 95                  | 5,62E-04                  | 5,36E-04                 |          |          |
| 91                             | 78                  | 3,36E-04                  | 1,21E-04                 |          |          |
| 103                            | 80                  | 3,82E-04                  | 1,38E-04                 |          |          |
| 113                            | 86                  | 5,38E-04                  | 1,93E-04                 |          |          |
| 110                            | 89                  | 6,72E-04                  | 2,42E-04                 |          |          |
| 115                            | 123                 | 5,86E-04                  | 2,11E-04                 |          |          |
| 25                             | 36                  | 4,13E-04                  | 4,13E-04                 |          |          |

Tabla D.14 Características de ramas y consumo en la red de 118 nudos

## D.8. Red de 137 nudos.

La topología del sistema de 137 nudos se representa en la figura D.7, donde se observa que está formada por la repetición y unión de dos redes de 69 nudos. Las características de las ramas de interconexión entre las subredes se muestran en la tabla D.16. Sobre la tabla D.15 se detallan los datos más relevantes de esta red.

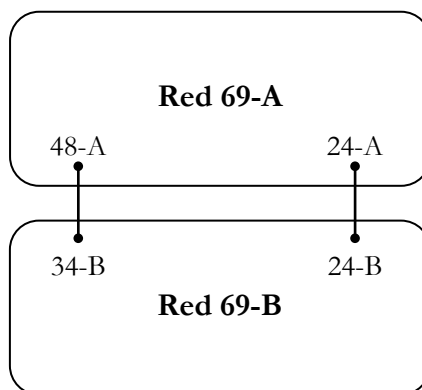


Figura D.7 Red de 137 nudos.

| Red de 137 nudos                                         |                                                                                                    |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                                                            | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 22,158                                                                                             | 17,959                                    | 136                       |
|                                                          | Sbase (MW)                                                                                         | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                                                                | 12,66                                     | 12                        |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                                                               | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 49,14                                                                                              | 0,9648166                                 | 50B                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                     |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                                                            |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                                                               | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 139,55                                                                                             | 0,9126039                                 | 54A/54B                   |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                     |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                                                                  |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)                                                        | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 60,19 / 55,54                                                                                      | 0,945237                                  | 50A/50B                   |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                     |                                           |                           |
|                                                          | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 10A-68A 12A-20A 13B-14B<br>47B-48B 50B-51B 10B-68B 12B-20B 48A-34B 24A-24B |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%)                                             |                                           |                           |
|                                                          | 56,87                                                                                              |                                           |                           |

Tabla D.15 Datos relevantes de la red de 137 nudos

| Líneas de interconexión |              |                    |                   |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |
| 48A                     | 34B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 24A                     | 24B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |

Tabla D.16 Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 137 nudos.

### D.9. Red de 205 nudos.

La topología del sistema de 205 nudos se representa en la figura D.8, donde se observa que está formada por la repetición y unión de tres redes de 69 nudos. Las características de las ramas de interconexión entre las subredes se muestran en la tabla D.18. Sobre la tabla D.17 se detallan los datos más relevantes de esta red.

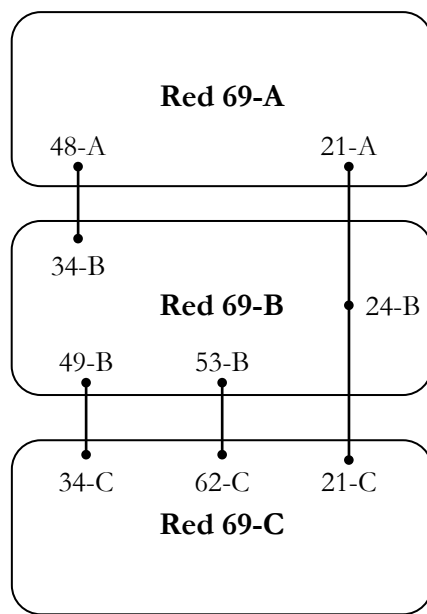


Figura D.8 Red de 205 nudos.

| Red de 205 nudos                                         |                                                                                                                                                                       |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                                                                                                                               | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 33,237                                                                                                                                                                | 26,937                                    | 204                       |
|                                                          | Sbase (MW)                                                                                                                                                            | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                                                                                                                                   | 12,66                                     | 20                        |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                  | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 66,39                                                                                                                                                                 | 0,9640268                                 | 50C                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                        |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                                                                                                                               |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                  | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 209,326                                                                                                                                                               | 0,912612                                  | 54A/54B/54C               |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                        |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                                                                                                                                     |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)                                                                                                                           | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 85,092 / 78,278                                                                                                                                                       | 0,94521                                   | 47C                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                        |                                           |                           |
|                                                          | 13A-14A 46A-47A 50A-51A 13B-14B 24B-25B 43B-44B 49B-50B<br>15C-16C 20C-21C 44C-45C 50C-51C 10A-68A 12A-20A 10B-68B<br>12B-20B 38B-48B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%)                                                                                                                |                                           |                           |
|                                                          | 59,35                                                                                                                                                                 |                                           |                           |

Tabla D.17 Datos relevantes de la red de 205 nudos



| Líneas de interconexión |              |                    |                   |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |
| 48A                     | 34B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 21A                     | 24B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 34C                     | 49B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 53B                     | 62C          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |
| 24B                     | 21C          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |

Tabla D.18 Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 205 nudos.

### D.10. Red de 409 nudos.

La topología del sistema de 409 nudos se representa en la figura D.9, donde se observa que está formada por la repetición y unión de seis redes de 69 nudos. Las características de las ramas de interconexión entre las subredes se muestran en la tabla D.19. Sobre la tabla D.20 se detallan los datos más relevantes de esta red.

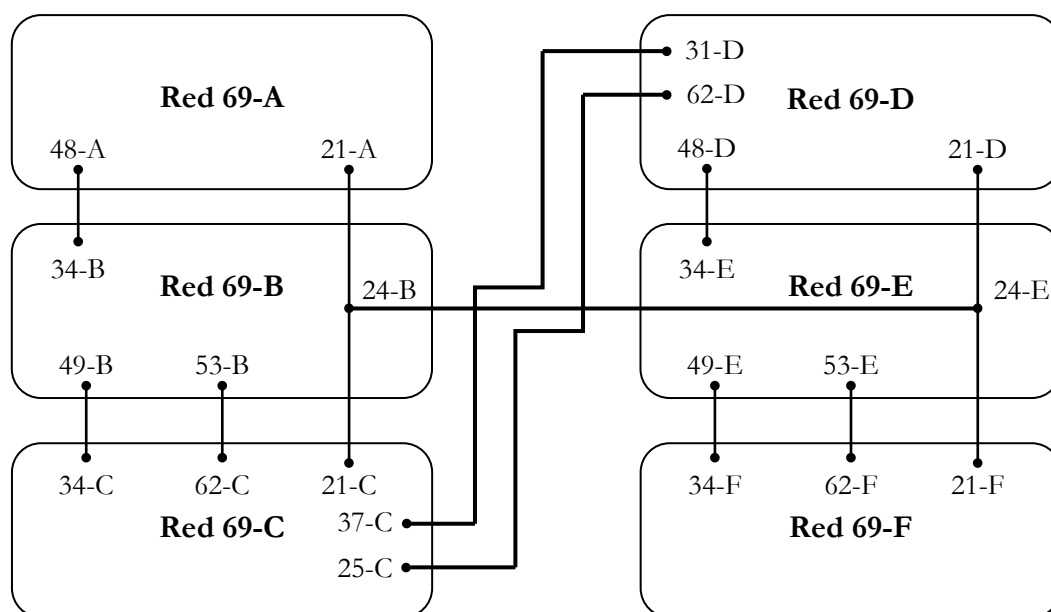


Figura D.9 Red de 409 nudos.

| Líneas de interconexión |              |                    |                   |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |
| 48A                     | 34B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 21A                     | 24B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 34C                     | 49B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 53B                     | 62C          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |
| 24B                     | 21C          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |
| 48D                     | 34E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 21D                     | 24E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 49E                     | 34F          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 53E                     | 62F          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |
| 24E                     | 21F          | 1,00000E-05        | 2,00000E-05       |
| 37C                     | 31D          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 25C                     | 62D          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |
| 24B                     | 24E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-05       |

Tabla D.19 Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 409 nudos.

| Red de 409 nudos                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 66,474                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 53,874                                    | 408                       |
|                                                          | Sbase (MW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 0,1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 12,66                                     | 43                        |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 127,68                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,9644252                                 | 50F                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 418,65                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,912612                                  | 54A/54B/54C/54D/54E/54F   |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Pérdidas modelo (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 166,223 / 153,116                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,945207                                  | 45D                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                           |                           |
|                                                          | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B 43B-44B 48B-49B<br>15C-16C 20C-21C 47C-48C 50C-51C 12D-13D 19D-20D 47D-48D<br>50D-51D 11E-12E 23E-24E 42E-43E 49E-50E 53E-54E 15F-16F<br>20F-21F 47F-48F 50F-51F 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B<br>26B-54B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 34C-49B 10D-68D<br>10E-68E 12E-20E 10F-68F 14F-62F 48D-34E 21D-24E 49E-34F<br>37C-31D |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                           |                           |
|                                                          | 60,29                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                           |                           |

Tabla D.20 Datos relevantes de la red de 409 nudos

### D.11. Red de 1043 nudos.

La topología del sistema de 409 nudos se representa en la figura D.10, donde se observa que está formada por la repetición y unión de seis redes de 69 nudos, cuatro de 118 nudos y dos de 84 nudos. Las características de las ramas de interconexión entre las subredes se muestran en la tabla D.22. Sobre la tabla D.21 se detallan los datos más relevantes de esta red.

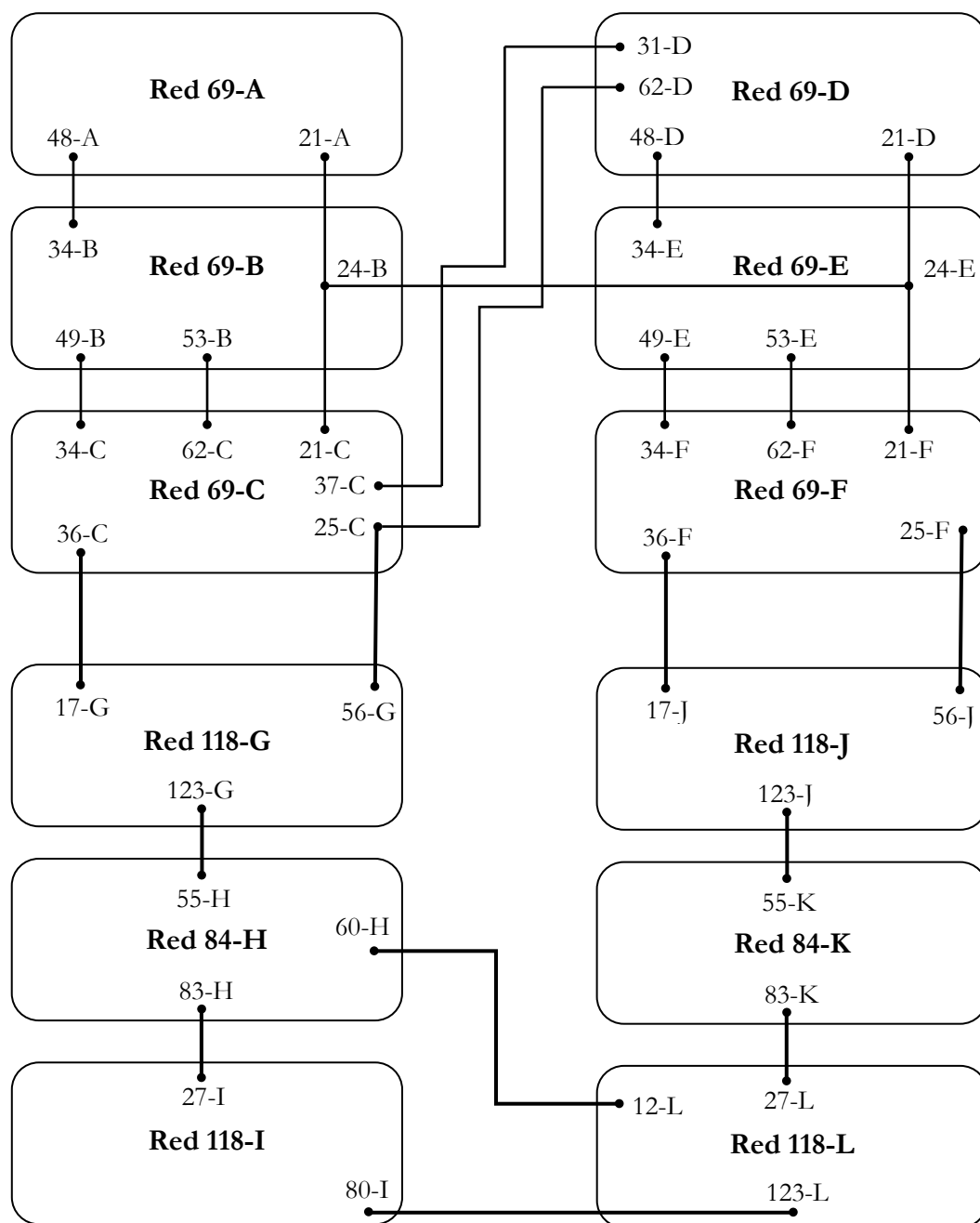


Figura D.10 Red de 1043 nudos.

| Red de 1043 nudos                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                           |                           |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| Datos básicos                                            | Potencia activa total de consumo (p.u.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Potencia reactiva total de consumo (p.u.) | Nº de nudos excepto Slack |
|                                                          | 154,186                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 114,952                                   | 1042                      |
|                                                          | Sbase (MW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Vbase (kV)                                | Nº de bucles              |
|                                                          | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 12,66                                     | 139                       |
| Red mallada                                              | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 3353,155                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,9554367                                 | 116J                      |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                           |                           |
|                                                          | Ninguna                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                           |                           |
| Red radial original                                      | Pérdidas reales (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 5.009,08                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,9042072                                 | 80G/80I/80J/80L           |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                           |                           |
|                                                          | Todas las líneas de interconexión                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                           |                           |
| Mejor red radial conocida<br>( $\Delta V_{\max} = 7\%$ ) | Pérdidas reales (kW) / Perdidas modelo (kW)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Tensión mínima (p.u.)                     | Nudo de tensión mínima    |
|                                                          | 3431,482 / 3227,92                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,9380483                                 | 41F                       |
|                                                          | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                           |                           |
|                                                          | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B 47B-48B 49B-50B<br>15C-16C 20C-21C 47C-48C 50C-51C 13D-14D 18D-19D 20D-21D<br>46D-47D 50D-51D 11E-12E 23E-24E 47E-48E 49E-50E 15F-16F<br>20F-21F 23F-24F 47F-48F 50F-51F 13G-14G 23G-24G 25G-26G<br>35G-36G 41G-42G 44G-45G 52G-53G 61G-62G 74G-75G 77G-78G<br>95G-100G 101G-102G 114G-115G 6H-7H 12H-13H 33H-34H<br>38H-39H 41H-42H 54H-55H 61H-62H 71H-72H 82H-83H 23I-24I<br>26I-27I 35I-36I 41I-42I 44I-45I 53I-54I 61I-62I 74-75I 77I-78I 95I-<br>100I 101I-102I 114I-115I 13J-14J 23J-24J 25J-26J 35J-36J 41J-42J<br>44J-45J 52J-53J 61J-62J 74J-75J 77J-78J 95J-100J 101J-102J 114J-115J<br>6K-7K 12K-13K 33K-34K 38K-39K 41K-42K 54K-55K 61K-62K<br>71K-72K 82K-83K 23L-24L 26L-27L 35L-36L 41L-42L 44L-45L<br>53L-54L 61L-62L 74L-75L 77L-78L 95L-100L 101L-102L 114L-115L<br>10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B 26B-54B 10C-68C<br>14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D 10E-68E 12E-20E 38E-48E<br>26E-54E 10F-68F 14F-62F 48D-34E 37C-31D 65G-51G 113G-86G<br>110G-89G 11H-43H 14H-18H 16H-26H 28H-32H 65I-51I 113I-86I<br>110I-89I 65J-51J 113J-86J 110J-89J 11K-43K 14K-18K 16K-26K<br>28K-32K 65L-51L 113L-86L 110L-89L 25C-56G 123G-55H 83H-27I<br>123J-55K 83K-27L 60H-12L 80I-123L |                                           |                           |
|                                                          | Reducción de pérdidas respecto red radial original (%)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                           |                           |
|                                                          | 31,49                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                           |                           |

Tabla D.21 Datos relevantes de la red de 1043 nudos

| Líneas de interconexión |              |                    |                   |
|-------------------------|--------------|--------------------|-------------------|
| Nudo origen             | Nudo destino | Resistencia (p.u.) | Reactancia (p.u.) |
| 48A                     | 34B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 21A                     | 24B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 34C                     | 49B          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 53B                     | 62C          | 1,00000E-04        | 2,00000E-04       |
| 24B                     | 21C          | 1,00000E-04        | 2,00000E-04       |
| 48D                     | 34E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 21D                     | 24E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 49E                     | 34F          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 53E                     | 62F          | 1,00000E-04        | 2,00000E-04       |
| 24E                     | 21F          | 1,00000E-04        | 2,00000E-04       |
| 37C                     | 31D          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 25C                     | 62D          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 24B                     | 24E          | 0,00000E+00        | 1,00000E-04       |
| 36C                     | 17G          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 25C                     | 56G          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 123G                    | 55H          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 83H                     | 27I          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 36F                     | 17J          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 25F                     | 56J          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 123J                    | 55K          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 83K                     | 27L          | 9,05640E-04        | 1,85968E-03       |
| 60H                     | 12L          | 1,81577E-04        | 6,52636E-05       |
| 80I                     | 123L         | 1,81577E-04        | 6,52636E-05       |

Tabla D.22 Características de las líneas de interconexión entre las subredes de la red de 1043 nudos.

## D.12. Mejores redes radiales conocidas al aumentar el consumo.

En esta última sección del apéndice D se muestran las mejores redes radiales conocidas de mínimas pérdidas cuando se aumenta el consumo de cada uno de los nudos progresivamente desde su valor actual (caso base) hasta el doble, multiplicando el consumo de potencia activa y reactiva por un factor, que varía su valor de 1,25 a 2,0 con incrementos de 0,25. Como ya se justificó en la sección 5.8, se han impuesto nuevas caídas de tensión máxima permitida a medida que se aumenta el factor que multiplica el consumo de los nudos, pasando del 10% al 20% progresivamente. También se informa sobre las pérdidas reales en kW que se obtienen en estas redes radiales, y que han servido de referencia para calcular los errores de las redes radiales obtenidas en la sección 5.8.

En las tablas D.23 a D.31 se recogen los datos anteriormente mencionados para todas las redes probadas.

| Red de 33 nudos |                   |                      |                |     |       |             |
|-----------------|-------------------|----------------------|----------------|-----|-------|-------------|
| Factor          | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas |     |       |             |
| 1,25            | 10%               | 268,98               | 6-7            | 8-9 | 13-14 | 27-28 31-32 |
| 1,50            | 13%               | 483,04               | 6-7            | 8-9 | 13-14 | 27-28 31-32 |
| 1,75            | 17%               | 828,38               | 6-7            | 8-9 | 13-14 | 27-28 31-32 |
| 2,00            | 20%               | 1378,03              | 6-7            | 8-9 | 13-14 | 27-28 31-32 |

Tabla D.23 Mejores redes radiales conocidas para la red de 33 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 69 nudos |                   |                      |                |       |       |             |
|-----------------|-------------------|----------------------|----------------|-------|-------|-------------|
| Factor          | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas |       |       |             |
| 1,25            | 10%               | 59,06                | 13-14          | 47-48 | 50-51 | 10-68 12-20 |
| 1,50            | 13%               | 108,11               | 13-14          | 47-48 | 50-51 | 10-68 12-20 |
| 1,75            | 17%               | 188,70               | 13-14          | 47-48 | 50-51 | 10-68 12-20 |
| 2,00            | 20%               | 319,55               | 13-14          | 47-48 | 50-51 | 10-68 12-20 |

Tabla D.24 Mejores redes radiales conocidas para la red de 69 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 84 nudos |                   |                      |                |       |       |       |       |       |                                              |
|-----------------|-------------------|----------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------------------------|
| Factor          | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas |       |       |       |       |       |                                              |
| 1,25            | 10%               | 907,76               | 6-7            | 33-34 | 38-39 | 41-42 | 54-55 | 61-62 | 71-72 82-83<br>11-43 13-76 14-18 16-26 28-32 |
| 1,50            | 13%               | 1636,01              | 6-7            | 33-34 | 38-39 | 41-42 | 54-55 | 61-62 | 71-72 82-83<br>11-43 13-76 14-18 16-26 28-32 |
| 1,75            | 17%               | 2816,14              | 6-7            | 33-34 | 38-39 | 41-42 | 54-55 | 62-63 | 71-72 82-83<br>11-43 13-76 14-18 16-26 28-32 |
| 2,00            | 20%               | 4682,38              | 6-7            | 33-34 | 38-39 | 41-42 | 54-55 | 61-62 | 71-72 82-83<br>11-43 13-76 14-18 16-26 28-32 |

Tabla D.25 Mejores redes radiales conocidas para la red de 84 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 118 nudos |                   |                      |                |       |       |       |       |       |                                                                    |
|------------------|-------------------|----------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------------------------------------------|
| Factor           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas |       |       |       |       |       |                                                                    |
| 1,25             | 10%               | 1705,50              | 23-24          | 26-27 | 35-36 | 41-42 | 44-45 | 53-54 | 61-62<br>74-75 77-78 95-100 101-102 114-115 65-51<br>113-86 110-89 |
| 1,50             | 13%               | 3114,67              | 23-24          | 26-27 | 35-36 | 41-42 | 44-45 | 52-53 | 61-62<br>74-75 77-78 95-100 101-102 114-115 65-51<br>113-86 110-89 |
| 1,75             | 17%               | 5409,62              | 23-24          | 26-27 | 35-36 | 41-42 | 44-45 | 52-53 | 61-62<br>74-75 77-78 95-100 101-102 114-115 65-51<br>113-86 110-89 |
| 2,00             | 20%               | 9097,14              | 23-24          | 26-27 | 35-36 | 41-42 | 44-45 | 52-53 | 61-62<br>74-75 77-78 95-100 101-102 114-115 65-51<br>113-86 110-89 |

Tabla D.26 Mejores redes radiales conocidas para la red de 118 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 137 nudos |                   |                      |                                                                                                       |  |
|------------------|-------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Factor           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas                                                                                        |  |
| 1,25             | 10%               | 118,13               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 10A-68A 12A-20A<br>13B-14B 47B-48B 50B-51B 10B-68B 12B-20B<br>48A-34B 24A-24B |  |
| 1,50             | 13%               | 216,22               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 10A-68A 12A-20A<br>13B-14B 47B-48B 50B-51B 10B-68B 12B-20B<br>48A-34B 24A-24B |  |
| 1,75             | 17%               | 377,40               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 10A-68A 12A-20A<br>13B-14B 47B-48B 50B-51B 10B-68B 12B-20B<br>48A-34B 24A-24B |  |
| 2,00             | 20%               | 639,11               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 10A-68A 12A-20A<br>13B-14B 47B-48B 50B-51B 10B-68B 12B-20B<br>48A-34B 24A-24B |  |

Tabla D.27 Mejores redes radiales conocidas para la red de 137 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 205 nudos |                   |                      |                                                                                                                                                                          |  |
|------------------|-------------------|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Factor           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas                                                                                                                                                           |  |
| 1,25             | 10%               | 166,09               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 13B-14B 24B-25B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 47C-48C<br>50C-51C 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B<br>38B-48B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B |  |
| 1,50             | 13%               | 302,00               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 13B-14B 24B-25B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 47C-48C<br>50C-51C 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B<br>38B-48B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B |  |
| 1,75             | 17%               | 522,94               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 13B-14B 24B-25B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 47C-48C<br>50C-51C 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B<br>38B-48B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B |  |
| 2,00             | 20%               | 876,58               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 13B-14B 24B-25B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 45C-46C<br>50C-51C 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B<br>38B-48B 10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B |  |

Tabla D.28 Mejores redes radiales conocidas para la red de 205 nudos al aumentar el índice de carga de la red.



| Red de 409 nudos |                   |                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------|-------------------|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Factor           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) | Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 1,25             | 10%               | 324,27               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 69-1B 1B-2B<br>16B-17B 28B-29B 52B-53B 10B-55B 5C-6C<br>6C-7C 8C-9C 9C-10C 25C-26C 30C-31C 57C-58C<br>2D-3D 10D-11D 12D-13D 15D-16D 16D-17D<br>32D-33D 65D-66D 9E-10E 12E-13E 20E-21E<br>59E-63E 37E-38E 14F-15F 16F-17F 20F-21F<br>25F-26F 2F-27F 28F-29F 35F-36F 40F-41F<br>24B-21C 14D-62D 10F-68F 14F-62F 48D-34E<br>21D-24E 37C-31D                |
| 1,50             | 13%               | 589,31               | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 47C-48C<br>50C-51C 12D-13D 19D-20D 47D-48D 50D-51D<br>11E-12E 23E-24E 47E-48E 49E-50E 53E-54E<br>15F-16F 20F-21F 47F-48F 50F-51F 10A-68A<br>12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B 26B-54B<br>10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D<br>10E-68E 12E-20E 38E-48E 10F-68F 14F-62F<br>48D-34E 21D-24E 37C-31D |
| 1,75             | 17%               | 1019,86              | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B<br>47B-48B 49B-50B 15C-16C 20C-21C 47C-48C<br>50C-51C 12D-13D 19D-20D 47D-48D 50D-51D<br>11E-12E 23E-24E 47E-48E 49E-50E 53E-54E<br>15F-16F 20F-21F 45F-46F 50F-51F 10A-68A<br>12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B 26B-54B<br>10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D<br>10E-68E 12E-20E 38E-48E 10F-68F 14F-62F<br>48D-34E 21D-24E 37C-31D |
| 2,00             | 20%               | 1708,40              | 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B<br>47B-48B 49B-50B 53B-54B 15C-16C 20C-21C<br>47C-48C 50C-51C 12D-13D 19D-20D 47D-48D<br>50D-51D 11E-12E 23E-24E 47E-48E 49E-50E<br>15F-16F 20F-21F 45F-46F 50F-51F 10A-68A<br>12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B 26B-54B<br>14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D 10E-68E<br>12E-20E 38E-48E 26E-54E 10F-68F 14F-62F<br>48D-34E 21D-24E 37C-31D |

Tabla D.29 Mejores redes radiales conocidas para la red de 409 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 1043 nudos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------------|
| Factor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) |
| 1,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 10%               | 6642,46              |
| Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                   |                      |
| 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B 47B-48B 49B-50B 53B-54B 15C-16C<br>47C-48C 50C-51C 12D-13D 19D-20D 20D-21D 47D-48D 50D-51D 13E-14E 24E-<br>25E 47E-48E 49E-50E 15F-16F 23F-24F 47F-48F 50F-51F 13G-14G 23G-24G 25G-<br>26G 35G-36G 41G-42G 44G-45G 52G-53G 61G-62G 74G-75G 77G-78G 95G-100G<br>101G-102G 114G-115G 6H-7H 12H-13H 33H-34H 38H-39H 41H-42H 54H-55H<br>61H-62H 71H-72H 82H-83H 23I-24I 26I-27I 35I-36I 41I-42I 44I-45I 53I-54I 61I-62I<br>74-75I 77I-78I 95I-100I 101I-102I 114I-115I 13J-14J 23J-24J 25J-26J 35J-36J 41J-42J<br>44J-45J 52J-53J 61J-62J 74J-75J 77J-78J 95J-100J 101J-102J 114J-115J 6K-7K<br>12K-13K 33K-34K 38K-39K 41K-42K 54K-55K 61K-62K 71K-72K 82K-83K<br>23L-24L 26L-27L 35L-36L 41L-42L 44L-45L 53L-54L 61L-62L 74L-75L 77L-78L<br>95L-100L 101L-102L 114L-115L 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B<br>10C-68C 12C-20C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D 10E-68E 12E-20E 38E-48E<br>10F-68F 14F-62F 48D-34E 24E-21F 37C-31D 24B-24E 65G-51G 113G-86G<br>110G-89G 11H-43H 14H-18H 16H-26H 28H-32H 65I-51I 113I-86I 110I-89I 65J-51J<br>113J-86J 110J-89J 11K-43K 14K-18K 16K-26K 28K-32K 65L-51L 113L-86L 110L-89L<br>25C-56G 123G-55H 83H-27I 123J-55K 83K-27L 60H-12L 80I-123L |                   |                      |
| Factor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) |
| 1,50                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 13%               | 11944,24             |
| Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                   |                      |
| 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 47B-48B 49B-50B 53B-54B 15C-16C 47C-48C<br>50C-51C 12D-13D 19D-20D 45D-46D 50D-51D 11E-12E 47E-48E 49E-50E<br>53E-54E 13F-14F 15F-16F 20F-21F 23F-24F 47F-48F 50F-51F 13G-14G 23G-24G<br>25G-26G 35G-36G 41G-42G 44G-45G 52G-53G 61G-62G 74G-75G 77G-78G<br>95G-100G 101G-102G 114G-115G 6H-7H 12H-13H 33H-34H 38H-39H 41H-42H<br>54H-55H 61H-62H 71H-72H 82H-83H 23I-24I 26I-27I 35I-36I 41I-42I 44I-45I<br>53I-54I 61I-62I 74-75I 77I-78I 95I-100I 101I-102I 114I-115I 14J-15J 23J-24J 25J-26J<br>35J-36J 41J-42J 44J-45J 52J-53J 61J-62J 74J-75J 77J-78J 95J-100J 101J-102J 114J-115J<br>6K-7K 12K-13K 33K-34K 38K-39K 41K-42K 54K-55K 61K-62K 71K-72K 82K-83K<br>23L-24L 25L-26L 35L-36L 41L-42L 44L-45L 53L-54L 61L-62L 74L-75L 77L-78L<br>95L-100L 101L-102L 114L-115L 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B<br>10C-68C 12C-20C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 24B-21C 10D-68D 10E-68E 12E-20E<br>38E-48E 10F-68F 48D-34E 21D-24E 37C-31D 24B-24E 65G-51G 113G-86G<br>110G-89G 11H-43H 14H-18H 16H-26H 28H-32H 65I-51I 113I-86I 110I-89I 65J-51J<br>113J-86J 110J-89J 11K-43K 14K-18K 16K-26K 28K-32K 65L-51L 113L-86L 110L-89L<br>25C-56G 123G-55H 83H-27I 123J-55K 83K-27L 60H-12L 80I-123L   |                   |                      |

Tabla D.30 Mejores redes radiales conocidas para la red de 1043 nudos al aumentar el índice de carga de la red.

| Red de 1043 nudos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                   |                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------------|
| Factor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) |
| 1,75                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 17%               | 20365,34             |
| Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                   |                      |
| 13A-14A 47A-48A 50A-51A 11B-12B 23B-24B 25B-26B 47B-48B 49B-50B 14C-15C<br>20C-21C 47C-48C 50C-51C 13D-14D 19D-20D 20D-21D 47D-48D 50D-51D 11E-<br>12E 23E-24E 47E-48E 49E-50E 14F-15F 23F-24F 46F-47F 50F-51F 13G-14G<br>23G-24G 25G-26G 35G-36G 41G-42G 44G-45G 52G-53G 61G-62G 74G-75G<br>77G-78G 95G-100G 101G-102G 114G-115G 6H-7H 12H-13H 33H-34H 38H-39H<br>41H-42H 61H-62H 71H-72H 82H-83H 23I-24I 26I-27I 35I-36I 41I-42I 44I-45I 52I-<br>53I 61I-62I 74-75I 77I-78I 95I-100I 101I-102I 114I-115I 13J-14J 23J-24J 25J-26J<br>35J-36J 41J-42J 44J-45J 52J-53J 61J-62J 74J-75J 77J-78J 95J-100J 101J-102J 114J-115J<br>6K-7K 12K-13K 33K-34K 38K-39K 41K-42K 54K-55K 60K-61K 71K-72K 82K-83K<br>23L-24L 26L-27L 35L-36L 41L-42L 44L-45L 52L-53L 61L-62L 74L-75L 77L-78L<br>95L-100L 101L-102L 114L-115L 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B<br>10C-68C 14C-62C 48A-34B 21A-24B 10D-68D 10E-68E 12E-20E 38E-48E 26E-54E<br>10F-68F 14F-62F 48D-34E 24E-21F 37C-31D 65G-51G 113G-86G 110G-89G<br>5H-55H 11H-43H 14H-18H 16H-26H 28H-32H 65I-51I 113I-86I 110I-89I 65J-51J<br>113J-86J 110J-89J 11K-43K 14K-18K 16K-26K 28K-32K 65L-51L 113L-86L 110L-89L<br>25C-56G 123G-55H 83H-27I 123J-55K 83K-27L 60H-12L 80I-123L |                   |                      |
| Factor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $\Delta V_{\max}$ | Pérdidas reales (kW) |
| 2,00                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 20%               | 33361,87             |
| Ramas abiertas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                   |                      |
| 13A-14A 47A-48A 50A-51A 12B-13B 23B-24B 47B-48B 49B-50B 13C-14C 14C-15C<br>20C-21C 47C-48C 50C-51C 13D-14D 16D-17D 20D-21D 47D-48D 50D-51D<br>12E-13E 23E-24E 47E-48E 49E-50E 13F-14F 15F-16F 23F-24F 47F-48F 50F-51F<br>13G-14G 23G-24G 25G-26G 35G-36G 41G-42G 44G-45G 52G-53G 61G-62G<br>74G-75G 77G-78G 95G-100G 101G-102G 114G-115G 6H-7H 33H-34H 38H-39H<br>41H-42H 54H-55H 61H-62H 71H-72H 82H-83H 23I-24I 26I-27I 35I-36I 41I-42I<br>44I-45I 52I-53I 61I-62I 74-75I 77I-78I 95I-100I 101I-102I 114I-115I 13J-14J 23J-24J<br>25J-26J 35J-36J 41J-42J 44J-45J 52J-53J 61J-62J 74J-75J 77J-78J 95J-100J 101J-102J<br>114J-115J 6K-7K 33K-34K 38K-39K 41K-42K 54K-55K 62K-63K 71K-72K 82K-83K<br>23L-24L 26L-27L 35L-36L 41L-42L 44L-45L 52L-53L 61L-62L 74L-75L 77L-78L<br>95L-100L 101L-102L 114L-115L 10A-68A 12A-20A 10B-68B 12B-20B 38B-48B<br>26B-54B 10C-68C 48A-34B 21A-24B 10D-68D 10E-68E 12E-20E 38E-48E 26E-54E<br>10F-68F 48D-34E 24E-21F 37C-31D 65G-51G 113G-86G 110G-89G 11H-43H<br>13H-76H 14H-18H 16H-26H 28H-32H 65I-51I 113I-86I 110I-89I 65J-51J 113J-86J<br>110J-89J 11K-43K 13K-76K 14K-18K 16K-26K 28K-32K 65L-51L 113L-86L 110L-<br>89L 25C-56G 123G-55H 83H-27I 123J-55K 83K-27L 60H-12L 80I-123L |                   |                      |

Tabla D.31 Mejores redes radiales conocidas para la red de 1043 nudos al aumentar el índice de carga de la red.



## Apéndice E

### GAMS y opciones utilizadas

El software utilizado ha sido el GAMS (General Algebraic Modeling System), que es un lenguaje de programación que permite el modelado, análisis y resolución de diversos problemas de optimización [61].

Entre sus principales características pueden citarse:

1. Su capacidad para resolver tanto problemas de pequeña dimensión (docenas de variables y restricciones) como problemas mayores (miles de variables y restricciones) sin variar el código sustancialmente.
2. Proporciona un lenguaje de alto nivel para representar de forma compacta modelos matemáticos complejos y de gran dimensión. El manejo eficiente de sus índices permite escribir de manera compacta restricciones similares mediante una sola expresión.
3. Separa el proceso de modelado del proceso de resolución del problema. Así, puede conseguirse una formulación consistente del problema, y una vez expresada en la notación de GAMS, este lenguaje hace uso de alguno de los optimizadores (solvers) disponibles para obtener su solución. De esta manera, el usuario sólo ha de centrarse en obtener un modelo del problema y puede ignorar el funcionamiento interno del algoritmo que se necesita para resolverlo.
4. La forma en que GAMS representa un problema de optimización coincide, prácticamente, con la descripción matemática de ese problema. Por tanto, el código GAMS es sencillo de comprender para aquellos usuarios familiarizados con la optimización.
5. Con GAMS puede usarse un fichero de datos que contenga todas las instrucciones y datos necesarios del problema, o bien se puede recurrir a leer ficheros de datos externos. Además permite una buena organización de los datos y su transformación

El tipo de problema modelado es de programación lineal entera-mixta (mip), utilizando el optimizador CPLEX (solver) y las siguientes opciones:

- optcr; donde ha impuesto que la solución mostrada y la mejor solución posible difiera en un valor inferior al 0,01%.
- iterlim; donde se ha impuesto un valor muy elevado al límite de iteraciones, con objeto de evitar que esta sea la razón de finalización.
- reslim; donde se imponen límites de tiempo en segundos para la finalización del proceso de optimización, necesario para las redes de gran tamaño con un número de variables y restricciones muy elevado.

Se ha seleccionado el CPLEX por ser un módulo de optimización diseñado para resolver problemas complejos y de gran dimensión, de forma rápida y con una intervención mínima del usuario, que permite abordar problemas lineales con programación entera-mixta.

## Referencias

- [1] Eloy Díaz-Dorado, José Cidrás, and Edelmiro Míguez, “Application of Evolutionary Algorithms for the Planning of Urban Distribution Networks of Medium Voltage”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 3, pp. 879-884, August 2002.
- [2] P. C. Paiva, H. M. Khodr, , J. A. Domínguez-Navarro, J. M. Yusta, and A. J. Urdaneta, “Integral Planning of Primary-Secondary Distribution Systems using Mixed Integer Linear Programming”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 2, pp. 1134-1143 May 2005.
- [3] Ignacio J. Ramírez-Rosado and José Antonio Domínguez-Navarro, “New Multiobjective Tabu Search Algorithm for Fuzzy Optimal Planning of Power Distribution Systems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 1, pp. 224-233, February 2006.
- [4] Jiyuan Fan and Stuart Borlase. “The evolution of distribution”. IEEE Power and Energy Magazine, vol 7, No 2, March-April 2009
- [5] R.J. Sarfi, M.M.A. Salama and A.Y. Chikhani, “A survey of the state of the art in distribution system reconfiguration for system loss reduction”, 26 Electrical Power and Energy Systems, Vol. 31, No. 1, pp. 61-70, July 1994.
- [6] Kirchhoff, G. Uber die auflosung der gleichungen, auf welche man bei der untershung der linearen verteilung galvanischer strome gefuhrt wird. Ann. Phys. Chem. 72 (1847) 497-508. Gesammelte abhandlungen, Leipzig (1882) 22-3.
- [7] Anthony B. Morton and Iven M. Y. Mareels, “An Efficient Brute-Force Solution to the Natwork Reconfiguration Problem”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 3, pp. 996-1000, July 2000.
- [8] A. Merlin and H. Back, “Search for a Minimal-Loss Operating Spanning Tree Configuration in an Urban Power Distribution System ”, Proc. 5th Power System Computation Conference (PSCC), Cambridge, United Kingdom, pp. 1-18, September 1975.

- [9] D. Shirmohammadi and H.W. Hong, "Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line loss reduction", IEEE Transactions on Power Delivery, 4 (1989) 1492-1498.
- [10] C.C. Liu, S.J. Lee and K. Vu, "Loss minimization of distribution feeders: optimality and algorithms", IEEE Transactions on Power Delivery, 4 (1989) 1281-1289.
- [11] V. Glamocanin, "Optimal loss reduction of distribution networks", IEEE Transactions on Power Systems, 5 (1990) 774-782.
- [12] T.P. Wagner, A.Y. Chikhani and R. Hackman, "Feeder reconfiguration for loss reduction: an application of distribution automation", IEEE Transactions on Power Delivery, 6 (1991) 1992-1931.
- [13] C.T. Huddleston, R.P. Broadwater and A. Chandrasekaram, "Reconfiguration algorithm form minimizing losses in radial electric distribution systems", Electric Power System Research 18 (1990) 57-60.
- [14] H.D. Chiang and R.M. Jean-Jumeau, "Optimal Network Reconfigurations in Distribution Systems, Part 1: A new formulation and a solution methodology", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5., pp. 1902-1909, 1990.
- [15] H.D. Chiang and R.M. Jean-Jumeau, "Optimal Network Reconfigurations in Distribution Systems, Part 2: Solution algorithms and Numerical Results", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5., No. 3, pp. 1568-1574, July 1990.
- [16] R. Cherkaoui, A. Bart and A.J. Germond, "Optimal configuration of electrical distribution networks using heuristic methods", Proc 11th Power System Computation conf. (PSCC), Avignon, France 1993, pp 147-154.
- [17] R.J. Sarfi, M.M.A. Salama, A. Vannelli and A.Y. Chikhani, "Loss reduction in distribution systems: a new approach using partitioning techniques" Proc IEEE IAS Annu. Meet., Toronto, Canada, 1993, pp. 1439-1444.
- [18] V. Borozan, D. Rajićić and R. Aćkovski, "Improved Method for Loss Minimization in Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, pp. 1420-1425, August 1995.
- [19] E. Romero Ramos, A. Gómez Expósito, J. Riquelme Santos and F. Llorens Iborra, "Path-Based Distribution Network Modeling: Application to



- Reconfiguration for Loss Reduction”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 2, pp. 556-564, May 2005.
- [20] H.P. Schmidt, N. Ida, N. Kagan and C.J. Guaraldo, “Fast Reconfiguration of Distribution Systems Considering Loss Minimization”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 3, pp. 1311-1319 August 2005.
- [21] F.V. Gomes, S. Carneiro, J.L.R. Pereira, M.P. Vinagre, P.A.N. Garcia and L.R. De Araujo, “A New Distribution System Reconfiguration Approach Using Optimum Power Flow and Sensitivity Analysis for Loss Reduction” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 4, pp. 1616-1623 November 2006.
- [22] G. K. Viswanadha Raju, and P. R. Bijwe, “An Efficient Algorithm for Minimum Loss Reconfiguration of Distribution System Based on Sensitivity and Heuristics”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No. 3, pp. 1280-1287, August 2008.
- [23] H.M. Khodr and J. Martinez-Crespo, “Integral methodology for distribution systems reconfiguration based on optimal power flow using Benders decomposition technique”, IET Generation, Transmission and Distribution, Vol. 3, Iss. 6, pp. 521-534, June 2009.
- [24] S.P. Singh, G.S. Raju, G.K. Rao and M. Afsari, “A heuristic method for feeder reconfiguration and service restoration in distribution networks”, Electrical Power and Energy Systems, Volume 31, Issue 7-8, pp. 309-314, September 2009.
- [25] E. Romero-Ramos, J. Riquelme-Santos and J. Reyes. “A simpler and exact mathematical model for the computation of the minimal power losses tree”. Electric Power Systems Research, vol 80, pp. 562-571, May 2010.
- [26] S. Civanlar, J.J. Grainger, H. Yin and S.S.H. Lee, “Distribution feeder reconfiguration for loss reduction”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3. No. 3, pp. 1217-1223, July 1988.
- [27] S.K. Goswami and S.K. Basu, “A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7. No. 3, pp. 1482-1491, July 1992.

- [28] M.E. Baran and F.F. Wu, "Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 2, pp. 1401-1407, April 1989.
- [29] C.A. Castro and A.A. Watanabe, "An efficient reconfiguration algorithm for loss reduction of distribution system", Electr. Power Syst. Res, 19 (1990)137-144.
- [30] J-Y. Fan, L. Zhang and J.D. McDonald, "Distribution Network Reconfiguration: Single Loop Optimization", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11. No. 3, pp. 1643-1647, August 1996.
- [31] R. Taleski and D. Rajicic, "Distribution Network Reconfiguration for Energy Loss Reduction", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12. No. 1, pp. 398-406, February 1997.
- [32] R.J. Sarfi, M.M.A. Salama and A.Y. Chikhani, "Distribution system reconfiguration for loss reduction: an algorithm based on network partitioning theory", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 1, pp. 504-510, February 1996.
- [33] Whei-Min Lin and Hong-Chang Chin, "A New Approach for Distribution Feeder Reconfiguration for Loss Reduction and Service Restoration", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13. No. 3, pp. 870-875, July 1998.
- [34] T.E. McDermott, I. Drezga, and R.P. Broadwater, "A heuristic nonlinear constructive method for distribution system reconfiguration", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 2, pp. 478-483, May 1999. 30
- [35] Flávio Vanderson Gomes, Sandoval Carneiro, Jr., Jose Luiz R. Pereira, Marcio Pinho Vinagre, Paulo Augusto Nepomuceno Garcia and Leandro Ramos Araujo, "A New Heuristic Reconfiguration Algorithm for Large Distribution Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20. No. 3, pp.1373-1378, August 2005.
- [36] Juan Andrés Martín and Antonio José Gil, "A new heuristic approach for distribution systems loss reduction", Electric Power Systems Research, Volume 78, Issue 11, pp. 1953-1958, February 2008.
- [37] Jizhong Zhu, Xiaofu Xiong, Jun Zhang, Guanquan Shen, Qiuping Xu and Yi Xuec, "A rule based comprehensive approach for reconfiguration of electrical

- distribution network”, Electric Power Systems Research, Volume 79, Issue 2, pp. 311-315, February 2009.
- [38] K. Nara, T. Satoh and M. Kitagawa, “Distribution system loss minimum reconfiguration by genetic algorithm”, Proc 3rd Symp. Expert Systems Application to Power System (ESAPS), Tokyo and Kobe, Japan, 1991, pp. 724-730.
- [39] Y.H. Song, G.S. Wang, A.T. Johns, and P.Y. Wang, “Distribution network reconfiguration for loss reduction using fuzzy controlled evolutionary programming”, IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, Vol. 144, No. 4, pp. 345-350, July 1997.
- [40] Y.-C. Huang, “Enhanced genetic algorithm-based fuzzy multi-objective approach to distribution network reconfiguration”, IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, Vol. 149, No. 5, pp. 615-620, September 2002.
- [41] A.C.B. Delbem, A.C.Pd.L.F. de Carvalho, N.G. Bretas, “Main chain representation for evolutionary algorithms applied to distribution system reconfiguration”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 1, pp.425-436, February 2005.
- [42] J. Mendoza, R. Lopez, D. Morales, E. Lopez, P. Dessante and R. Moraga, “Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: real application”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 2, pp.948-954, May 2006.
- [43] B. Enacheanu, B. Raison, R. Caire, O. Devaux, W. Bienia, W and N. HadjSaid, “Radial Network Reconfiguration Using Genetic Algorithm Based on the Matroid Theory”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No. 1, pp. 186-195, February 2008.
- [44] Edgar Manuel Carreno, Rubén Romero and Antonio Padilha-Feltrin, “An Efficient Codification to Solve Distribution Network Reconfiguration for Loss Reduction Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 23, No. 4, pp. 1542-1551, November 2008.
- [45] S. Ching-Tzong and L. Chu-Sheng Lee, “Network reconfiguration of distribution systems using improved mixed-integer hybrid differential

- evolution”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 3, pp.1022-1027, July 2003.
- [46] Chiou Ji-Pyng Chiou, Chang Chung-Fu and Su Ching-Tzong, “Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 2, pp. 668-674, May 2005.
- [47] Taher Niknam, “An efficient hybrid evolutionary algorithm based on PSO and HBMO algorithms for multi-objective Distribution Feeder Reconfiguration”, Energy Conversion and Management, Vol. 50. Iss. 8, pp. 2074-2082, August 2009.
- [48] Men-Shen Tsai, Fu-Yuan Hsu, “Application of Grey Correlation analysis in evolutionary programming for distribution system feeder reconfiguration”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 25, No. 2, pp. 1126-1133, May 2010.
- [49] Juan Carlos Cebrian, Nelson Kagan, “Reconfiguration of distribution networks to minimize loss and disruption costs using genetic algorithms”, Electric Power Systems Research, Volume 80, Issue 1, pp. 53-62, January 2010.
- [50] A.C. Santos, A.C.B. Delbem, J.B.A. London, J.R. and N.G. Bretas. “Node-Depth Encoding and Multiobjective Evolutionary Algorithm Applied to Large-Scale Distribution System Reconfiguration”. IEEE Transactions on Power Systems, DOI: 10.1109/TPWRS.2010.2041475, 2010.
- [51] Hoyong Kim, Yunseok Ko, Kyung-Hee Jung, “Artificial neural-network based feeder reconfiguration for loss reduction in distribution systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 3, pp. 1356-1366, July 1993.
- [52] S. H. Salazar, R. Gallego and R. Romero, “Artificial neural networks and clustering techniques applied in the reconfiguration of distribution systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 21, No. 3, pp. 1735-1742, July 2006.
- [53] Kathryn A. Dowsland, Berlarmino Adenso Díaz. “Diseño de heurísticas y fundamentos del Recocido Simulado”. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. No.20 (2001), pp 34-52

- [54] Young-Jae Jeon, Jae-Chul Kim, Jin-O Kim, Joong-Rin Shin and Kwang Y. Lee. “An Efficient Simulated Annealing Algorithm for Network Reconfiguration in Large-Scale Distribution Systems”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 4, pp. 1070-1077, October 2002.
- [55] Young-Jae Jeon and Jae-Chul Kim. “Application of simulated annealing and tabu search for loss minimization in distribution systems”. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 26 (1) (2004) 9-18.
- [56] Dong Zhang, Zhengcai Fu and Liuchun Zhang, “An improved TS algorithm for loss-minimum reconfiguration in large-scale distribution systems”, Electric Power Systems Research, Vol. 77, Iss. 5-6, pp. 685-694, August 2007.
- [57] Ching-Tzong Su, Chung-Fu Chang, and Ji-Pyng Chiou, “Distribution network reconfiguration for loss reduction by ant colony search algorithm”, Electric Power Systems Research, Vol. 75, Iss. 2-3, pp. 190-199, August 2005.
- [58] Enrico Carpaneto and Gianfranco Chicco, “Distribution system minimum loss reconfiguration in the Hyper-Cube Ant Colony Optimization framework”. Electric Power Systems Research, vol. 78, No 12, pp. 2037–2045, December 2008.
- [59] Chang, G., Zrida J. and Birdwell, J.D., “Knowledge-based distribution system analysis and reconfiguration”, IEEE Transaction on Power System 5 (3) (1990) 744-749.
- [60] D. Das, “Reconfiguration of distribution system using fuzzy multiobjective approach”, Electrical Power and Energy Systems, Volume 28, Issue 5, pp. 331-338, June 2006.
- [61] A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus, and R. Roman, GAMS: A User’s Guide: GAMS Development Corporation, 1998.

