Projet d'optimisation

Allyriane Jousse de la Giustina
Audrey Roché

Question 1

On introduit ici quelques notations. Tout d'abord, on note i l'indice correspondant aux voitures, avec $i \in \{1, \dots, N\}$, et h l'indice de temps discrétisé, avec $h \in \{1, \dots, H\}$. On peut aisément exprimer H en fonction des temps t_f introduits dans l'énoncé. On introduit également :

- P_h^i la puissance de recharge de la voiture i à l'heure h. On a donc $P_h^i = 0$ lorsque la voiture i n'est pas connectée à la borne à l'heure h.

- $u_{secteur}$ la tension du secteur

Ainsi, la demande totale en puissance pour la station de recharge à une heure h s'écrit

$$D_h = \sum_{i=1}^{N} P_h^i$$

La consommation totale en puissance sur toute la durée du problème vaut alors :

$$Conso_{totale} = \sum_{h=1}^{H} D_h = \sum_{h=1}^{h=H} \sum_{i=1}^{i=N} P_h^i$$

On considère qu'il existe deux tarifs électriques, un pour les heures pleines et un pour les heures creuses. On note de manière générale $prix_h$ le prix à l'heure h, qui prend une valeur lorsque h est une heure creuse, et une autre valeur lorsque h est une heure pleine. Ainsi, la fonction $Cout$ s'écrit :

$$Cout = \sum_{h=1}^{h=H} prix_h D_h$$

C'est cette fonction $Cout$ que l'on va chercher à minimiser par la suite.

Question 2

D'après l'énoncé, on définit l'état de charge $SOC(t)$ comme égal à $SOC(t) = \frac{q(t)}{q_{max}}$ où $q(t)$ est la charge de la voiture et q_{max} la charge maximale.

On pose :

$$P(t) = u_{secteur} i(t)$$

Puisque $i(t) = \frac{dq}{dt}$ on a également :

$$P(t) = u_{secteur} \frac{dq}{dt}$$

Et finalement :

$$P(t) = u_{secteur} q_{max} \frac{dSOC(t)}{dt}$$

Question 3

On voudrait maintenant obtenir une valeur pour q_{max}. Pour cela, on revient à l'équation suivante :

$$i(t) = \frac{dSOC(t)}{dt} q_{max}$$

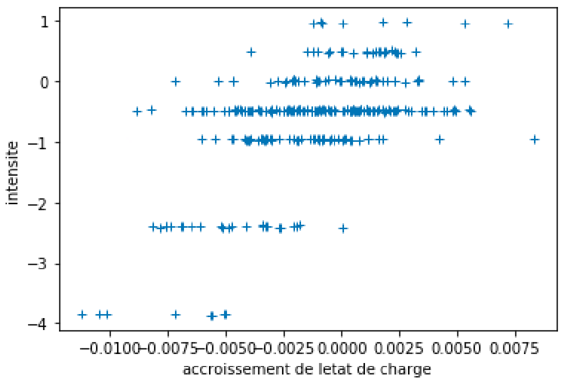
Puisque nos valeurs de temps sont discrètes, on va approcher $\frac{dSOC(t)}{dt}$ par son taux d'accroissement, soit

$$\frac{dSOC(t)}{dt} = SOC(t+1) - SOC(t)$$

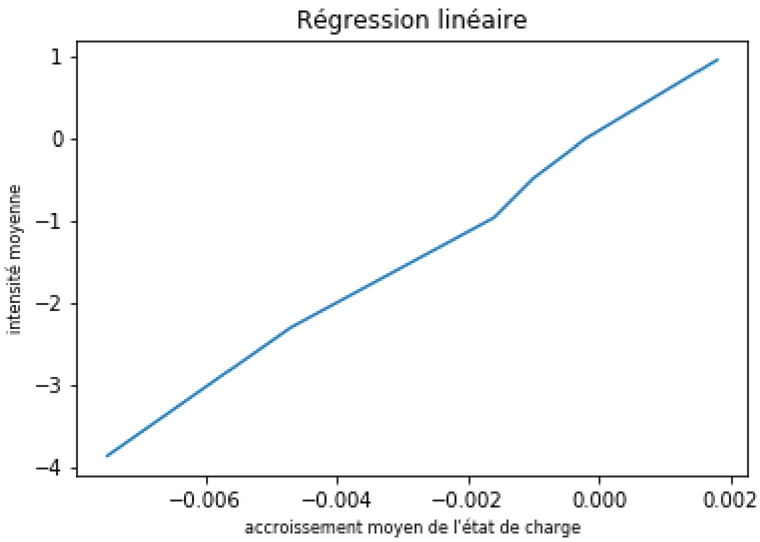
Ainsi, $i(t) = q_{max}[SOC(t+1) - SOC(t)]$.

On va utiliser Python pour obtenir la valeur de q_{max}. Pour cela on utilise le programme suivant, afin de récupérer les valeurs de $i(t)$ et de $SOC(t+1) - SOC(t)$ dans deux listes « intensite » et « etat_charge ».

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

fichier = open('donnees-projet-gr1.txt', 'r')
L = []
for ligne in fichier:
    L.append(ligne.split('\t'))

for k in range(len(L)):
    L[k][2] = L[k][2].rstrip('\n')

fichier.close()

intensite, etat_charge = [], []
for k in range(len(L)-1):
    intensite.append(float(L[k][1]))
    etat_charge.append(float(L[k+1][2])-float(L[k][2]))

X = np.array(etat_charge)
Y = np.array(intensite)

plt.plot(X, Y, '+')
plt.show()
```



On constate que l'on obtient des valeurs « par palier » pour q_{max}. Cela est dû au fait qu'il y a du « bruit » dans les données. Nous cherchons alors à enlever ce bruit. Pour cela, nous commencer par calculer les valeurs moyennes de l'accroissement de l'état de charge par pallier. Puis, nous effectuons une régression linéaire sur nos nouvelles valeurs.
On obtient la courbe suivante :



coefficient directeur : 517.322922725849

On obtient donc $q_{max} = 517\ C$. Cette valeur nous semble être d'un ordre de grandeur correct.

Question 4

Comme explicité dans la question 1, nous cherchons à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min Cout = \min \sum_{h=1}^{h=H} prix_h D_h$$

Nous avons identifié les contraintes suivantes :

- **contrainte 1** : La puissance que peut fournir la station de recharge est limitée : il faut que la somme des demandes en puissance des voitures en recharge pour tout instant t soit inférieure à P_{max}. Cela se traduit par la contrainte inégalité suivante :
$$\sum_{i=1}^{i=N} P_h^i \leq P_{max}$$
- **contrainte 2** : une voiture i ne peut pas être en charge sur une plage horaire autre que $[t_{0,i}\ ;\ t_{f,i}]$, ce qui se traduit par la condition :
$$\forall t \notin [t_{0,i}\ ;\ t_{f,i}], P_h^i = 0$$
- **contrainte 3** : chaque conducteur arrive à une date $t_{0,i}$ avec un état de charge $SOCI_i$ ce qui impose :
$$SOC(t_{0,i}) = SOCI_i$$
- **contrainte 4** : chaque conducteur repart à une date $t_{f,i}$ avec un état de charge $SOCF_i$, ce qui impose :
$$SOC(t_{f,i}) = SOCF_i$$
- **contrainte 5** : on exprime $SOC(t)$ en fonction de P_i^h : puisque $P_h^i = u_{secteur} q_{max} \frac{dSOC(t)}{dt}$, on a :

$$SOC(t) = SOCI_i + \frac{1}{u_{secteur} q_{max}} \int_{t_{0,i}}^{t} P_h^i(t')dt'$$

Puisque le conducteur de la voiture i souhaite une charge finale $SOCF_i$, on doit donc avoir :

$$SOCF_i = SOCI_i + \frac{1}{u_{secteur} q_{max}} \int_{t_{0,i}}^{t_{f,i}} P_h^i(t')dt'$$