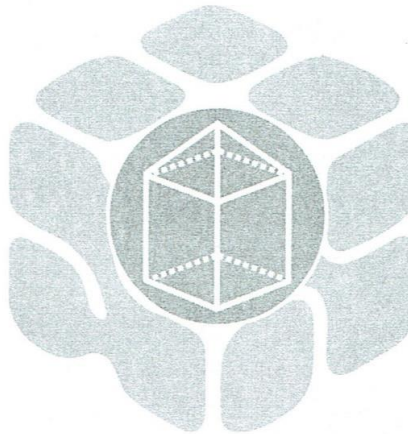




**SOAL SELEKSI  
OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2017  
CALON TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2018**



**Bidang Matematika**

Waktu : 120 menit

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS  
TAHUN 2017

Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA  
Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten  
Tahun 2017

Waktu: 120 menit

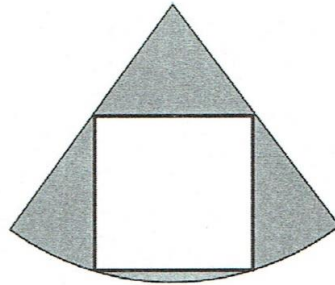
*Petunjuk: Untuk masing-masing soal, tulis jawab akhirnya saja (tanpa penjabaran) di lembar jawab yang disediakan.*

1. Diketahui  $x - y = 10$  dan  $xy = 10$ . Nilai  $x^4 + y^4$  adalah ....
2. Empat siswa Adi, Budi, Cokro dan Dion bertanding balap sepeda. Kita hanya diberikan sebagian informasi sebagai berikut:
  - (a) setiap siswa sampai di garis finish pada waktu yang berlainan
  - (b) Adi bukan juara pertama
  - (c) Cokro kalah dari Budi

Dengan hanya mengetahui informasi ini saja, banyaknya susunan juara pertama, kedua, ketiga, dan keempat adalah ...

3. Banyaknya bilangan asli  $k$  yang memenuhi  $k|(n^7 - n)$  untuk semua bilangan asli  $n$  adalah ....
4. Pada sebuah lingkaran dengan pusat  $O$ , talibusur  $AB$  berjarak 5 dari titik  $O$  dan talibusur  $AC$  berjarak  $5\sqrt{2}$  dari titik  $O$ . Jika panjang jari-jari lingkaran 10, maka  $BC^2$  adalah ....
5. Jika  $\frac{(a-b)(c-d)}{(b-c)(d-a)} = -\frac{4}{7}$ , maka nilai dari  $\frac{(a-c)(b-d)}{(a-b)(c-d)}$  adalah ....
6. Pada suatu kotak ada sekumpulan bola berwarna merah dan hitam yang secara keseluruhannya kurang dari 1000 bola. Misalkan diambil dua bola. Peluang terambilnya dua bola merah adalah  $p$  dan peluang terambilnya dua bola hitam adalah  $q$  dengan  $p - q = \frac{23}{37}$ . Selisih terbesar yang mungkin dari banyaknya bola merah dan hitam adalah ...
7. Misalkan  $s(n)$  menyatakan faktor prima terbesar dari  $n$  dan  $t(n)$  menyatakan faktor prima terkecil dari  $n$ . Banyaknya bilangan asli  $n \in \{1, 2, \dots, 100\}$  sehingga  $t(n) + 1 = s(n)$  adalah ....
8. Semua titik sudut suatu persegi dengan panjang sisi  $s$  terletak pada batas dari juring lingkaran berjari-jari  $r$  yang sudut pusatnya  $60^\circ$ . Jika persegi diletakkan secara

simetris di dalam juring, maka nilai  $\frac{r^2}{s^2}$  adalah ...



9. Misalkan  $a, b, c$  bilangan real positif yang memenuhi  $a + b + c = 1$ . Nilai minimum dari  $\frac{a+b}{abc}$  adalah ....
10. Sebuah hotel mempunyai kamar bernomor 000 sampai dengan 999. Hotel tersebut menerapkan aturan aneh sebagai berikut: jika suatu kamar berisi tamu, dan sembarang dua digit nomor kamar tersebut dipertukarkan tempatnya, maka diperoleh nomor kamar yang sama atau nomor kamar yang tidak berisi tamu. Maksimal banyaknya kamar yang berisi tamu adalah ....
11. Fungsi  $f$  memetakan himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan bulat tak negatif. Fungsi tersebut memenuhi  $f(1) = 0$  dan untuk setiap bilangan asli berbeda  $m, n$  dengan  $m \mid n$ , berlaku  $f(m) < f(n)$ . Jika diketahui  $f(8!) = 11$ , maka nilai dari  $f(2016)$  adalah ....
12. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $AC = \frac{1}{2}(AB + BC)$ . Misalkan  $K$  dan  $M$  berturut-turut titik tengah  $AB$  dan  $BC$ . Titik  $L$  terletak pada sisi  $AC$  sehingga  $BL$  adalah garis bagi sudut  $ABC$ . Jika  $\angle ABC = 72^\circ$ , maka besarnya sudut  $KLM$  sama dengan....
13. Misalkan  $P(x)$  suatu polinom berderajat 4 yang memiliki nilai maksimum 2018 di  $x = 0$  dan  $x = 2$ . Jika  $P(1) = 2017$ , maka nilai  $P(3)$  adalah ....
14. Terdapat enam anak, A, B, C, D, E dan F, akan saling bertukar kado. Tidak ada yang menerima kadonya sendiri, dan kado dari A diberikan kepada B. Banyaknya cara membagikan kado dengan cara demikian adalah ....
15. Bilangan asli terbesar  $n$  sehingga  $n!$  dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian dari  $n - 4$  bilangan asli berurutan adalah ....
16. Pada segitiga  $ABC$  titik  $K$  dan  $L$  berturut-turut adalah titik tengah  $AB$  dan  $AC$ . Jika  $CK$  dan  $BL$  saling tegak lurus, maka nilai minimum dari  $\cot B + \cot C$  adalah...
17. Misalkan  $a, b, c$ , dan  $d$  bilangan-bilangan bulat positif. Jajargenjang yang dibatasi oleh garis-garis  $y = ax + c$ ,  $y = ax + d$ ,  $y = bx + c$ , dan  $y = bx + d$  mempunyai luas 18. Jajargenjang yang dibatasi oleh garis-garis  $y = ax + c$ ,  $y = ax - d$ ,  $y = bx + c$ , dan  $y = bx - d$  mempunyai luas 72. Nilai terkecil yang mungkin untuk  $a + b + c + d$  adalah ....



18. Seratus bilangan bulat disusun mengelilingi lingkaran sedemikian sehingga (memurut arah jarum jam) setiap bilangan lebih besar daripada hasil penjumlahan dua bilangan sebelumnya. Maksimal banyaknya bilangan bulat positif yang terdapat pada lingkaran tersebut adalah ....
19. Untuk sebarang bilangan asli  $n$ , misalkan  $S(n)$  adalah jumlah digit-digit dari  $n$  dalam penulisan desimal. Jika  $S(n) = 5$ , maka nilai maksimum dari  $S(n^5)$  adalah ....
20. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $AB = 12$ ,  $BC = 5$  dan  $AC = 13$ . Misalkan  $P$  suatu titik pada garis bagi  $\angle A$  yang terletak di dalam  $ABC$  dan misalkan  $M$  suatu titik pada sisi  $AB$  (dengan  $A \neq M \neq B$ ). Garis  $AP$  dan  $MP$  memotong  $BC$  dan  $AC$  berturut-turut di  $D$  dan  $N$ . Jika  $\angle MPB = \angle PCN$  dan  $\angle NPC = \angle MBP$ , maka nilai  $\frac{AP}{PD}$  adalah ....