

## SOAL SELEKSI OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2016 CALON TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2017



Waktu: 120 menit

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS TAHUN 2016

## Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten Tahun 2016

Waktu: 120 menit

Petunjuk: Untuk masing-masing soal, tulis jawab akhirnya saja (tanpa penjabaran) di lembar jawab yang disediakan.

- 1. Jika a,b,c,d,e merupakan bilangan asli dengan a<2b,b<3c,c<4d,d<5e dan e<100, maka nilai maksimum dari a adalah ....
- 2. Rudi membuat bilangan asli dua digit. Probabilitas bahwa kedua digit bilangan tersebut merupakan bilangan prima dan bilangan tersebut bersisa 3 jika dibagi 7 adalah ....
- 3. Pada segitiga ABC, titik M terletak pada BC sehingga AB=7, AM=3, BM=5, dan MC=6. Panjang sisi AC adalah ....
- 4. Diberikan a dan b bilangan real dengan  $\sqrt{a}-\sqrt{b}=20$ . Nilai maksimum dari a-5b adalah
- 5. Pada segitiga ABC, titik-titik X,Y, dan Z berturut-turut terletak pada sinar BA,CB, dan AC sehingga BX=2BA,CY=2CB, dan AZ=2AC. Jika luas  $\triangle ABC$  adalah 1, maka luas  $\triangle XYZ$  adalah ....

4 117

- 6. Banyaknya bilangan asli n yang memenuhi sifat hasil jumlah n dan suatu pembagi positif n yang kurang dari n sama dengan 2016 adalah ....
- 7. Misalkan a adalah bilangan real sehingga polinomial  $p(x) = x^4 + 4x + a$  habis dibagi oleh  $(x-c)^2$  untuk suatu bilangan real c. Nilai a yang memenuhi adalah ....
- 8. Anak laki-laki dan anak perempuan yang berjumlah 48 orang duduk melingkar secara acak. Banyak minimum anak perempuan sehingga pasti ada enam anak perempuan yang duduk berdekatan tanpa diselingi anak laki-laki adalah ....
- 9. Misalkan (a, b, c, d, e, f) adalah sebarang pengurutan dari (1, 2, 3, 4, 5, 6). Banyaknya pengurutan sehingga a + c + e > b + d + f adalah ....
- 10. Misalkan  $n_1, n_2, n_3, \ldots$  bilangan-bilangan asli yang membentuk barisan aritmetika. Banyaknya nilai di himpunan  $\{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$  yang mungkin menjadi nilai  $n_{n_2} n_{n_1}$  adalah ....
- 11. Segitiga ABC mempunyai panjang sisi AB=20, AC=21, dan BC=29. Titik D dan E terletak pada segmen garis BC, dengan BD=8 dan EC=9. Besar  $\angle DAE$  adalah ... derajat.
- 12. Bilangan real t sehingga terdapat dengan tunggal tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi  $x^2 + 2y^2 = 3z$  dan x + y + z = t adalah ....

- 13. Palindrom adalah bilangan yang sama dibaca dari depan atau dari belakang. Sebagai contoh 12321 dan 32223 merupakan palindrom. Palindrom 5 digit terbesar yang habis dibagi 303 adalah ....
- 14. Diberikan barisan  $\{a_n\}$  dan  $\{b_n\}$  dengan  $a_n=\frac{1}{n\sqrt{n}}$  dan  $b_n=\frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)+\sqrt{1+\frac{1}{n}}}$  untuk setiap bilangan asli n. Misalkan  $S_n=a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n$ . Banyaknya bilangan asli n dengan  $n\leq 2016$  sehingga  $S_n$  merupakan bilangan rasional adalah ....
- 15. Diberikan persegi ABCD dengan panjang sisi 1. Titik K dan L berturut-turut terletak pada segmen garis BC dan DC sehingga keliling dari  $\triangle KCL$  adalah 2. Luas minimum dari  $\triangle AKL$  adalah ....
- 16. Banyaknya pasangan terurut bilangan asli(a,b,c)dengan  $a,b,c \in \{1,2,3,4,5\}$ sehingga

$$\max\{a,b,c\}<2\min\{a,b,c\}.$$

adalah ....

- 17. Banyaknya bilangan asli  $n \in \{1, 2, ..., 1000\}$  sehingga terdapat bilangan real positif x yang memenuhi  $x^2 + \lfloor x \rfloor^2 = n$  adalah ....
- 18. Misalkan x, y, z bilangan real positif yang memenuhi

$$3\log_x(3y) = 3\log_{3x}(27z) = \log_{3x^4}(81yz) \neq 0.$$

Nilai dari  $x^5y^4z$  adalah ....

- 19. Diberikan empat titik pada satu lingkaran  $\Gamma$  dalam urutan A, B, C, D. Sinar garis AB dan DC berpotongan di E, dan sinar garis AD dan BC berpotongan di E. Misalkan EP dan FQ menyinggung lingkaran  $\Gamma$  berturut-turut di P dan Q. Misalkan pula bahwa EP=60 dan FQ=63, maka panjang EF adalah ....
- 20. Pada sebuah bidang datar, terdapat 16 garis berbeda dan n titik potong berbeda. Nilai minimal n sehingga dapat dipastikan terdapat 3 kelompok garis yang masing-masing memuat garis-garis berbeda yang saling sejajar adalah ....