



Kurs:Mathematik für Anwender/Teil I/30/Klausur



Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Σ
Punkte	3	3	2	2	4	5	6	3	2	0	3	5	4	0	0	0	1	2	1	4	50

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe * (3 Punkte)

Definiere die folgenden (kursiv gedruckten) Begriffe.

1. Die *Vereinigung* der Mengen L und M .
2. Eine *beschränkte* Teilmenge von reellen Zahlen.

3. Eine *fallende* reelle Folge.
4. Die *eulersche Zahl* e .
5. Der *Spaltenrang* einer $m \times n$ -Matrix M über einem Körper K .
6. Der *Eigenraum* zu $\lambda \in K$ und einem Endomorphismus
 $\varphi: V \longrightarrow V$
auf einem K -Vektorraum V .

Aufgabe * (3 Punkte)

Formuliere die folgenden Sätze.

1. Der *Zwischenwertsatz*.
2. Die *Funktionalgleichung* der Exponentialfunktion.
3. Der Satz über die Transformation eines linearen Gleichungssystems in Dreiecksgestalt.

Aufgabe * (2 Punkte)

Negiere den Satz „Kein Schwein ruft mich an und keine Sau interessiert sich für mich“ durch (eine) geeignete Existenzaussage(n).

Aufgabe * (2 Punkte)

Es seien A , B und C Mengen. Beweise die Identität

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Aufgabe (4 Punkte)

Betrachte die Abbildung

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}, n \longmapsto \begin{cases} -\frac{n}{2}, & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ \frac{n+1}{2}, & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

Ist f injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?

Aufgabe * (5 Punkte)

Zeige, dass die [komplexen Zahlen](#) einen [Körper](#) bilden.

Aufgabe * (6 Punkte)

Es sei K ein Körper und es seien n verschiedene Elemente $a_1, \dots, a_n \in K$ und n Elemente $b_1, \dots, b_n \in K$ gegeben. Zeige, dass es ein eindeutiges Polynom $P \in K[X]$ vom Grad $\leq n - 1$ gibt derart, dass $P(a_i) = b_i$ für alle i ist.

Aufgabe * (3 Punkte)

Berechne von Hand die Approximationen x_1, x_2, x_3 im Heron-Verfahren für die Quadratwurzel von 5 zum Startwert $x_0 = 3$.

Aufgabe * (2 Punkte)

Man gebe ein Beispiel für eine Folge von abgeschlossenen Intervallen ($n \in \mathbb{N}_+$)

$$I_n = [a_n, b_n] \subseteq \mathbb{R}$$

derart an, dass $b_n - a_n$ eine Nullfolge ist, dass $\bigcap_{n \in \mathbb{N}_+} I_n$ aus einem einzigen Punkt besteht, wo aber keine [Intervallschachtelung](#) vorliegt.

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe * (3 Punkte)

Es stehen zwei Gläser auf einem Tisch, wobei das eine mit Rotwein und das andere mit Weißwein gefüllt ist, und zwar gleichermaßen. Nun wird ein kleineres leeres Glas (ein Fingerhut oder ein Schnapsglas) in das Rotweinglas voll eingetaucht und der Inhalt in das Weißweinglas überführt und dort gleichmäßig vermischt (insbesondere gibt es Platz für diese Hinzugabe). Danach wird das kleinere Glas in das Weißweinglas voll eingetaucht und der Inhalt in das Rotweinglas überführt. Befindet sich zum Schluss im Rotweinglas mehr Rotwein als im Weißweinglas Weißwein?

Aufgabe * (5 Punkte)

Wir betrachten die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto f(x) = e^{-\frac{1}{x}}.$$

- a) Untersuche das Monotonieverhalten dieser Funktion.
- b) Zeige, dass diese Funktion injektiv ist.
- c) Bestimme das Bild von f .
- d) Man gebe die Umkehrfunktion auf dem Bild zu dieser Funktion an.
- e) Skizziere den Funktionsgraphen von f .

Aufgabe * (4 Punkte)

Beweise die Regel von l'Hospital.

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe * (1 Punkt)

Bei einem linearen Gleichungssystem führe das Eliminationsverfahren auf die Gleichung

$$0 = 1.$$

Welche Folgerung kann man daraus schließen?

Aufgabe * (2 Punkte)

Gilt für quadratische Matrizen die erste binomische Formel?

Aufgabe * (1 Punkt)

Berechne die **Determinante** der **Matrix**

$$\begin{pmatrix} 2 + 6i & 8 - 3i \\ 5 - i & 3 + 7i \end{pmatrix}.$$

Aufgabe * (4 Punkte)

Es sei K ein **Körper** und es sei V ein n -dimensionaler K -Vektorraum. Es sei

$$\varphi: V \longrightarrow V$$

eine **lineare Abbildung**. Zeige, dass $\lambda \in K$ genau dann ein **Eigenwert** von φ ist, wenn λ eine Nullstelle des **charakteristischen Polynoms** χ_φ ist.

Der Inhalt ist verfügbar unter [CC BY-SA 3.0](#), sofern nicht anders angegeben.

[Datenschutz](#) • [Klassische Ansicht](#)