



Kurs:Mathematik für Anwender/Teil I/59/Klausur



Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Σ
Punkte	3	3	1	2	2	3	4	8	0	5	0	5	0	0	4	1	2	2	5	50

☰ Inhaltsverzeichnis ▾

Aufgabe * (3 Punkte)

Definiere die folgenden (kursiv gedruckten) Begriffe.

1. Die *Vereinigung* der Mengen L und M .
2. Das *abgeschlossene Intervall* $[a, b]$.

3. Die *absolute Konvergenz* einer reellen Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$.

4. Die *Riemann-Integrierbarkeit* einer Funktion

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

5. Die *inverse Matrix* zu einer *invertierbaren Matrix* $M \in \text{Mat}_n(K)$ über einem Körper K .

6. Das *charakteristische Polynom* zu einer $n \times n$ -Matrix M mit Einträgen in einem Körper K .

Aufgabe * (3 Punkte)

Formuliere die folgenden Sätze.

1. Der *Fundamentalsatz der Algebra*.
2. Der Satz über die Charakterisierung von Extrema mit höheren Ableitungen.
3. Die *Substitutionsregel* zur Integration von stetigen Funktionen (erste Version).

Aufgabe * (1 Punkt)

Finde einen möglichst einfachen aussagenlogischen Ausdruck, der die folgende tabellarisch dargestellte Wahrheitsfunktion ergibt.

$p \quad q \quad ?$

w w f

w f f

f w w

f f f

Aufgabe * (2 (1+1) Punkte)

Wir betrachten auf der Menge

$$M = \{a, b, c, d\}$$

die durch die Tabelle

\star a b c d

a b a c d

b d a a a

c d b b a

d b d d c

gegebene Verknüpfung \star .

1. Berechne

$$a \star (b \star (c \star d)).$$

2. Besitzt die Verknüpfung \star ein neutrales Element?

Aufgabe * (2 Punkte)

Bestätige die folgende Identität.

$$2^7 + 17^3 = 71^2.$$

Aufgabe * (3 Punkte)

Bestimme die reellen [Intervalle](#), die die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung sind.

$$|2x - 5| < |3x - 4|.$$

Aufgabe * (4 Punkte)

Sei K ein [Körper](#) und sei $K[X]$ der [Polynomring](#) über K . Es sei $P = X^n \in K[X]$ mit $n \geq 1$. Zeige, dass sämtliche normierten Teiler von P die Form X^k , $1 \leq k \leq n$, besitzen.

Aufgabe * (8 (2+3+3) Punkte)

1. Zeige die Abschätzungen

$$\frac{5}{2} \leq \sqrt{7} \leq \frac{8}{3}.$$

2. Zeige die Abschätzungen

$$15 \leq 3^{\sqrt{7}} \leq 19.$$

3. Zeige die Abschätzung

$$17 \leq 3^{\sqrt{7}}.$$

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe * (5 Punkte)

Es sei x_n eine gegen x konvergente reelle Folge. Es sei

$$\varphi: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$$

eine bijektive Abbildung. Zeige, dass auch die durch

$$y_n := x_{\varphi(n)}$$

definierte Folge gegen x konvergiert.

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe * (5 Punkte)

Beweise den Satz über die Ableitung der Umkehrfunktion.

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe (0 Punkte)

Aufgabe * (4 Punkte)

Beweise die Substitutionsregel zur Integration von stetigen Funktionen.

Aufgabe * (1 Punkt)

Bei einem linearen Gleichungssystem führe das Eliminationsverfahren auf die Gleichung

$$0 = 0.$$

Welche Folgerung kann man daraus schließen?

Aufgabe * (2 (1+1) Punkte)

Es sei K ein Körper. Wir betrachten die Untervektorräume $U, V \subseteq \text{Mat}_3(K)$, die durch

$$U = \{M = (a_{ij}) \in \text{Mat}_3(K) \mid a_{31} = 0\}$$

bzw.

$$V = \{M = (a_{ij}) \in \text{Mat}_3(K) \mid a_{21} = 0 \text{ und } a_{31} = 0\}$$

gegeben sind.

1. Ist U abgeschlossen unter der Matrizenmultiplikation?
2. Ist V abgeschlossen unter der Matrizenmultiplikation?

Aufgabe * (2 Punkte)

Es sei $\varphi: \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}^2$ eine lineare Abbildung mit

$$\begin{aligned}\varphi(e_1) &= \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \\ \varphi(e_2) &= \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

und

$$\varphi(e_3) = \begin{pmatrix} 4 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

Berechne $\varphi\left(\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}\right).$

Aufgabe * (5 Punkte)

Es sei $\chi_\varphi \in \mathbb{R}[X]$ das [charakteristische Polynom](#) zu einer [linearen Abbildung](#)

$$\varphi: V \longrightarrow V$$

auf einem reellen [Vektorraum](#) V endlicher Dimension. Kann man daraus das charakteristische Polynom zu den Hintereinanderschaltungen φ^n bestimmen?

 Zuletzt bearbeitet vor einem Monat von Bocardodarapti



Wikiversity

Der Inhalt ist verfügbar unter [CC BY-SA 3.0](#), sofern nicht anders angegeben.

[Datenschutz](#) • [Klassische Ansicht](#)