Prof. Dr. M. Chimani
L. Enz, J. Kirstein, T. Oelschlägel, F. Stutzenstein, N. Troost
https://kreuzerl.tcs.uos.de

Universität Osnabrück
Theoretische Informatik
Sommersemester 2020

Übungsblatt 5 zur Einführung in die Theoretische Informatik

Ausgabe: 29. Mai 2020 Kreuzerl-Deadline: 07. Juni 2020

Die Aufgaben auf diesem Blatt beziehen sich auf den Vorlesungsstoff bis inklusive Kapitel 6.3. Bitte darauf achten, dass TMn möglichst „aufgeräumt“ dargestellt werden.

Aufgabe 5.1 Regulär oder nicht?

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Sprachen regulär sind.

(a) $L_1 = \{a^i b^j c^{\lfloor k/5 \rfloor} b^{\lceil k/3 \rceil} a^{\lfloor k/6 \rfloor} \mid i \geq 2, j \geq 1, k \geq 0\}$

(b) $L_2 = \{a^i b^j c^{k \bmod 5} b^{k \bmod 3} a^{k \bmod 6} \mid i \geq 2, j \geq 1, k \geq 0\}$

Aufgabe 5.2 Frau Holle (Literaturrecherche?)

Wir haben in der Vorlesung gehört, dass Turings Tod einen deutlichen Märchenbezug hat. Auch das Märchen *Frau Holle* der Brüder Grimm hat einen Bezug zur Theoretischen Informatik. Was ist grob der Inhalt des Märchens? Worin bestehen die Parallelen zur Vorlesung?

Aufgabe 5.3 Turingmaschine, Sprache akzeptieren

Geben Sie eine Turingmaschine für die Sprache $\{a^i b^i c^i \mid i \geq 0\}$ an, die – im Gegensatz zur Maschine in der Vorlesung – nur das Bandalphabet $\Gamma = \{\square, a, b, c\}$ benötigt. Die Turingmaschine soll in jedem Fall terminieren!

Aufgabe 5.4 Turingmaschine, Unäres Addieren

Erstellen Sie eine deterministische TM, die $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k$ für $k \geq 1$ berechnet. Dabei sind die α_i für $i = 1, \ldots, k$ unär kodierte natürliche Zahlen mit $\alpha_i > 0$, wobei in der Eingabe α_{i-1} und α_i für $i = 2, \ldots, k$ durch ein $\square$ getrennt sind. Das Ergebnis soll abermals unär kodiert sein.

Anmerkung: Gehen Sie davon aus, dass die Turingmaschine eine gültige Eingabe erhält. Am Ende muss der SL-Kopf am linkesten Symbol des Ergebniswortes stehen. Abgesehen vom Ergebniswort befinden sich dann nur $\square$-Symbole auf dem Band.

Aufgabe 5.5 Berechenbar – aber wie?

Gegeben sind sechs Funktionen mit Definitionsbereich $\mathbb{N}$, deren Ausgabe in Dezimaldarstellung erfolgt. Vier dieser Funktionen sind berechenbar.

Die starke Goldbachsche Vermutung lautet: *Jede gerade Zahl, die größer als 2 ist, ist Summe zweier Primzahlen* (vgl. Wikipedia). Wir gehen davon aus, dass die Vermutung eines Tages bewiesen werden kann.

(a) $f_1(x) = \int_1^{e^x} \frac{2}{t} \, \mathrm{d}t$

(b) $f_2(x) = \begin{cases} x^7 \bmod 3 & \text{falls x eine Primzahl ist;} \\ 3x+1 & \text{sonst.} \end{cases}$

(c) $f_3(x) = \sqrt{x}$

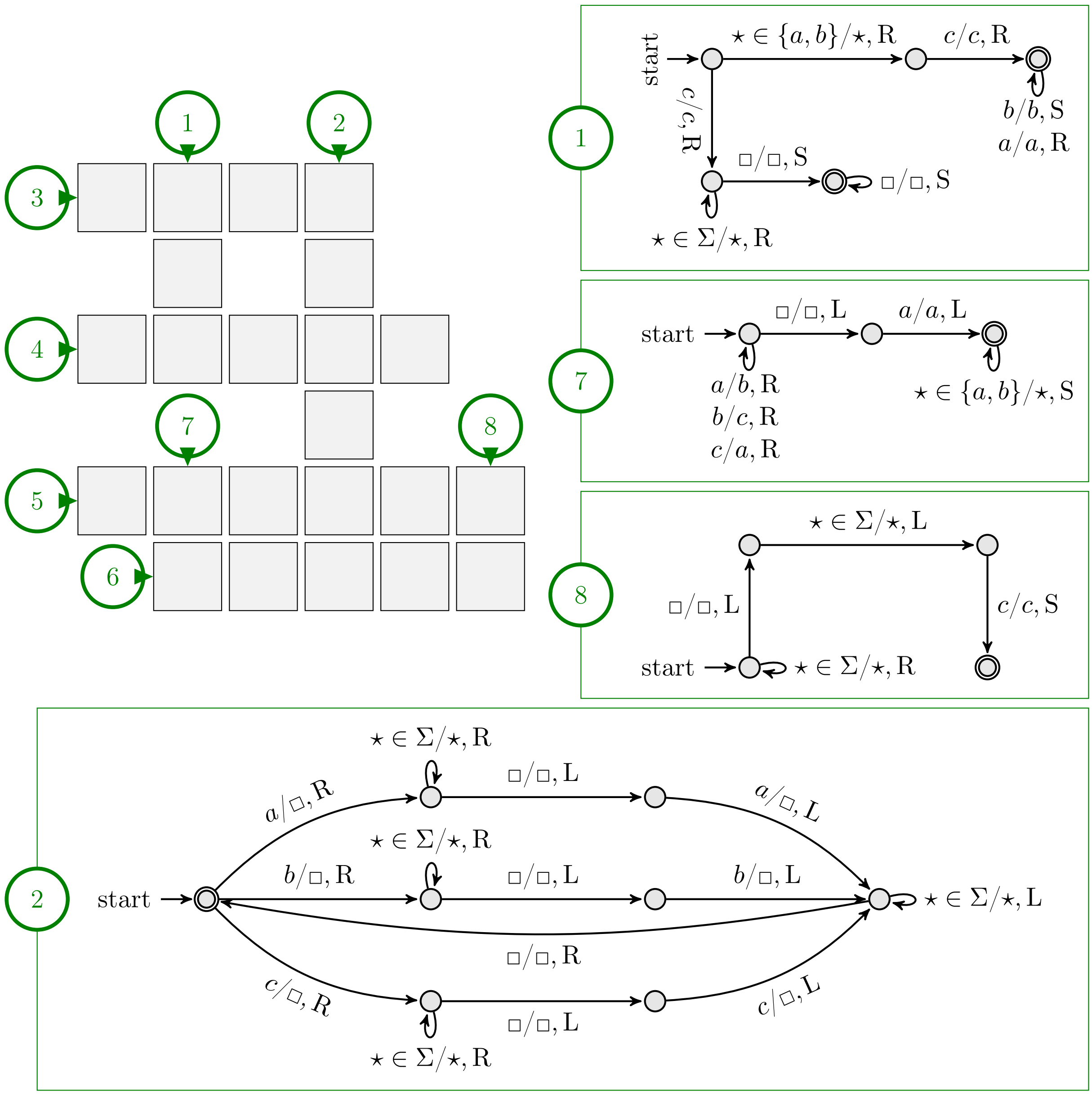
(d) $f_4(x) = \begin{cases} 17 & \text{falls die starke Goldbachsche Vermutung zutrifft;} \\ 71 & \text{sonst.} \end{cases}$

(e) $f_5(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \stackrel{?}{=} \mathbb{W}(\mathcal{M}) \text{ die Kodierung einer rechnenden Turingmaschine } \mathcal{M} \\ & \quad \text{ist und } \mathcal{M} \text{ mit Eingabe } \varepsilon \text{ hält;} \\ \text{undef} & \text{sonst.} \end{cases}$

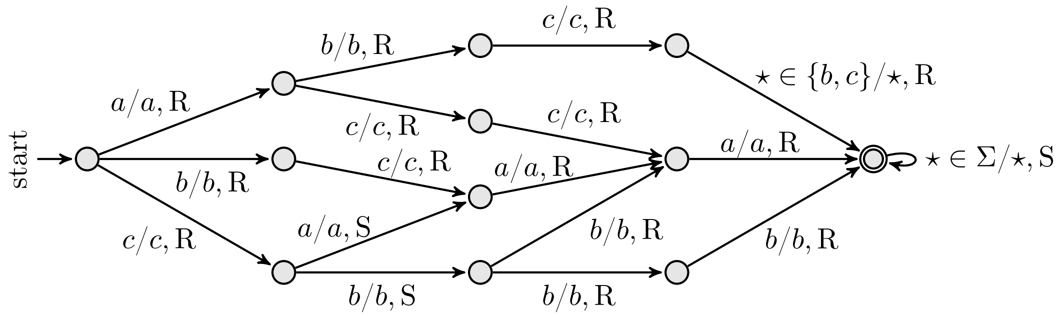
(f) $f_6(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \stackrel{?}{=} \mathbb{W}(\mathcal{M}) \text{ die Kodierung einer rechnenden Turingmaschine } \mathcal{M} \\ & \quad \text{ist und } \mathcal{M} \text{ mit Eingabe } \varepsilon \text{ die Ausgabe } \varepsilon \text{ produziert;} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 5.6 Kreuzworträtsel

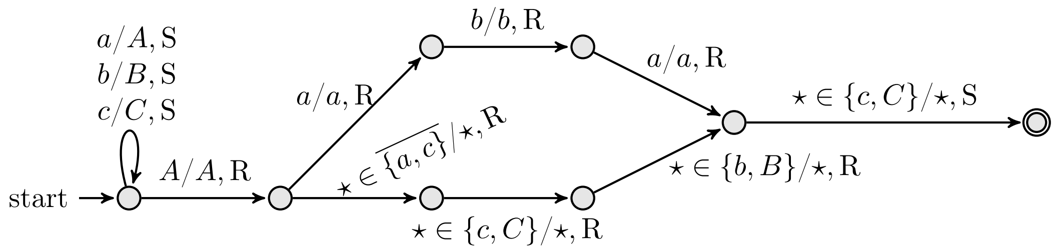
Lösen Sie das folgende Kreuzworträtsel. Gegeben sind akzeptierende Turingmaschinen. Das Lösungswort entspricht jeweils einem Eingabewort, das die TM akzeptiert. Das Eingabewort steht zu Beginn auf dem Band und der SL-Kopf zeigt auf das erste Zeichen des Eingabewortes (gemäß Definition von TMen aus der Vorlesung). Es sind jeweils $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $\Gamma = \Sigma \cup \{A, B, C, \Box\}$. Sei $\Gamma' \subseteq \Gamma$ beliebig, dann schreiben wir kurz $\overline{\Gamma'} := \Gamma \setminus \Gamma'$.



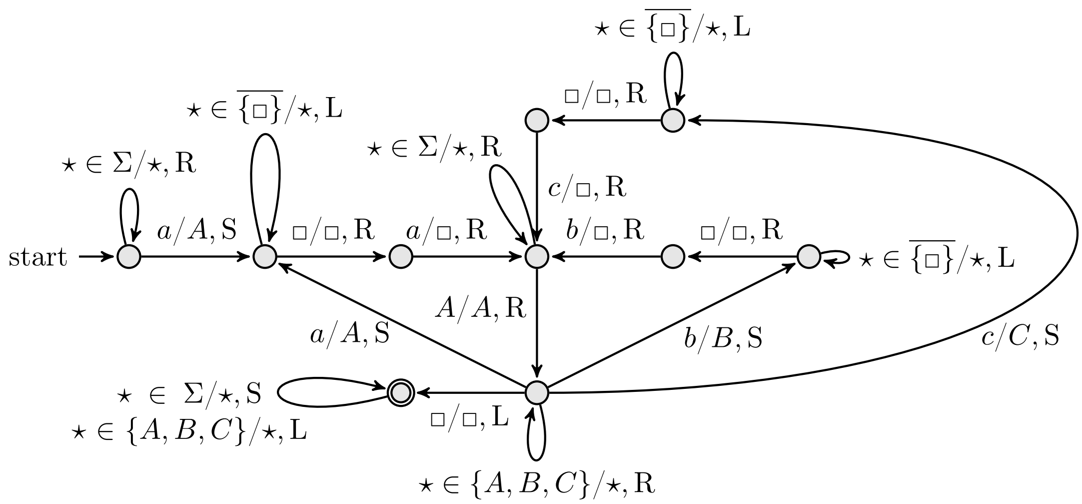
3


start
a/a, R
b/b, R
c/c, R
b/b, R
c/c, R
c/c, R
c/c, R
c/c, R
a/a, S
a/a, R
b/b, S
b/b, R
b/b, R
b/b, R
a/a, R
⋆ ∈ {b, c}/⋆, R
⋆ ∈ Σ/⋆, S

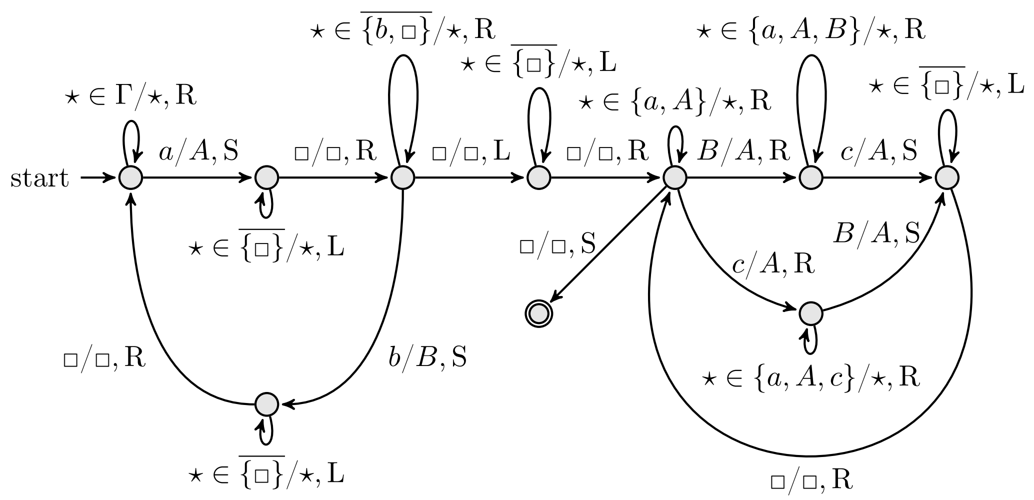
4


a/A, S
b/B, S
c/C, S
start
A/A, R
a/a, R
b/b, R
a/a, R
⋆ ∈ $\overline{\{a,c\}}$/⋆, R
⋆ ∈ {c, C}/⋆, R
⋆ ∈ {b, B}/⋆, R
⋆ ∈ {c, C}/⋆, S

5


⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
□/□, R
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
⋆ ∈ Σ/⋆, R
⋆ ∈ Σ/⋆, R
c/□, R
start
a/A, S
□/□, R
a/□, R
b/□, R
□/□, R
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
A/A, R
a/A, S
b/B, S
c/C, S
⋆ ∈ Σ/⋆, S
⋆ ∈ {A, B, C}/⋆, L
□/□, L
⋆ ∈ {A, B, C}/⋆, R

6


⋆ ∈ $\overline{\{b,□\}}$/⋆, R
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
⋆ ∈ {a, A, B}/⋆, R
⋆ ∈ Γ/⋆, R
⋆ ∈ {a, A}/⋆, R
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
start
a/A, S
□/□, R
□/□, L
□/□, R
B/A, R
c/A, S
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
□/□, S
B/A, S
c/A, R
□/□, R
b/B, S
⋆ ∈ {a, A, c}/⋆, R
⋆ ∈ $\overline{\{□\}}$/⋆, L
□/□, R

잘 하고 와