

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES DISCRÈTES

Durée : 2h

Documents et calculatrice interdits

Exercice 1 :

On considère les formules propositionnelles suivantes :

$$A = ((p \wedge q) \vee (r \rightarrow p)) \leftrightarrow q \quad ; \quad B = \bar{p} \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\bar{q} \rightarrow \bar{r})$$

- a) Etablir la table de vérité de A .
- b) Etablir la table de vérité de B .
- c) Les formules A et B sont-elles compatibles ? *on justifiera la réponse*

Exercice 2 :

Questions de cours : on considère une relation binaire \mathcal{R} sur un ensemble E .

- a) Que signifie " \mathcal{R} est antisymétrique" ?
- b) Que signifie " \mathcal{R} est transitive" ?

on répondra soigneusement

Exercice 3 :

On considère la relation d'ordre $|$ ("divise") sur l'ensemble $E = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 24\}$.

- a) Rappeler ce qu'il faut vérifier pour justifier que c'est une relation d'ordre. *on ne demande pas de le vérifier en détail*
- b) Tracer le diagramme de Hasse de E muni de la relation $|$.
- c) On considère la partie $A = \{2, 3\}$. Déterminer (s'il y en a) les : majorants de A , plus grand élément de A , borne supérieure de A .

Exercice 4 :

On note $f(a, b, c, d)$ la fonction booléenne de 4 variables définie par :

$$f(a, b, c, d) = db(b + c) + \bar{c}(a + b) + ab\bar{c} + \bar{b}cd.$$

- a) Déterminer son diagramme de Karnaugh.
- b) Donner la forme canonique disjonctive de f .
- c) Donner les grosses cellules incluses dans le diagramme de Karnaugh de f (on demande les cellules qui ne sont incluses dans aucune autre cellule).
- d) Trouver une formule polynomiale simple qui représente f .