

Exercices d'algorithmique

1 Suite de Fibonacci

La suite de Fibonacci est définie par :

- $f_1 = 1$,
- $f_2 = 1$ et
- $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$.

Q 1.1 Écrire un programme calculant le n -ième nombre de la suite.

Q 1.2 Réfléchir à une méthode différente.

2 Nombres binaires

Soit a et b deux entiers (avec $b \neq 0$), la division euclidienne de a par b est l'unique paire d'entiers (q, r) telle que

- $a = b * q + r$ et
- $r < b$.

Q 2.1 Écrire la fonction calculant la division euclidienne de deux entiers.

La représentation d'un entier a en base 2 est une suite d'entiers $a_0 a_1 a_2 \dots a_n$ telle que

- pour tout $0 \leq i \leq n$, $a_i < 2$ et
- $a = \sum_{0 \leq i \leq n} a_i * 2^i$.

Q 2.2 Écrire la fonction traduisant un nombre binaire en nombre décimal puis l'inverse.

Q 2.3 Programmer une fonction faisant la somme de deux nombres binaires.

3 Maximum et Tri

On suppose donné un tableau d'entiers de taille 2^n (pour un certain n) dont on cherche les plus grands éléments.

Q 3.1 Écrire la fonction calculant le maximum (ou l'indice du maximum) du tableau.

Q 3.2 Comment calculer le maximum puis le 2ème plus grand entier ?

Q 3.3 Écrire une fonction renvoyant un tableau trié.

On cherche maintenant à savoir si un entier x est présent dans le tableau.

Q 3.4 Proposer des fonctions dans le cas général.

Q 3.5 Si le tableau est trié, existe-t-il une méthode plus efficace ? Est-il intéressant de trier un tableau au préalable ?

4 Sac à dos

On suppose qu'une maison contient n objets numérotés de 1 à n . Chaque objet i pèse p_i kilos et vaut v_i euros.

Un voleur, équipé d'un sac pouvant contenir C kilos, cherche à maximiser son profit en dérobant les objets.

Q 4.1 S'il est possible de fractionner les objets, quel est l'algorithme qui permet au voleur d'optimiser son profit ?

Q 4.2 Proposer un algorithme dans le cas où les objets sont indivisibles. Est-il optimal ?

5 Mariage stable

Dans ce problème, on cherche à marier n hommes avec n femmes. Chaque homme (respectivement chaque femme) possède une liste de préférence qui ordonnent totalement les femmes (respectivement les hommes). Un mariage est stable s'il n'existe pas une femme f et un homme h' tels que f préfère h à son mari et h' préfère f à sa femme.

Q 5.1 Comment représenter le problème ?

Q 5.2 Proposer un algorithme permettant d'obtenir un mariage stable.

6 Station Essence

Un automobiliste désire aller d'une ville A à une ville B par une route comportant n stations services. Un tableau contient les distances entre chaque station (les points de départ et d'arrivée). Un plein permet à l'automobiliste de parcourir r kilomètres.

Q 6.1 Donner une condition sur les distances pour que le trajet soit réalisable. On la suppose réalisée dans la suite.

Q 6.2 Dans quelles stations l'automobiliste doit-il s'arrêter pour faire le moins d'arrêt possible.

On dispose maintenant des prix au litre de chaque station. La voiture consomme un litre d'essence par kilomètre et part avec un réservoir vide (il y a une station dans la ville A).

Q 6.3 Dans quelles stations doit-il s'arrêter pour dépenser le moins d'argent ?