

Architecture des systèmes Informatiques — TD

Semestre 3

Numérotation et codage

TD optionnel

1.1 Numérotation

1.1.1 Réaliser l'opération suivante en binaire : $(1101011 - 10110) \times 11001$

$$(110\ 1011)_2 = (107)_{10}$$

$$(1\ 0110)_2 = (22)_{10}$$

$$(1\ 1001)_2 = (22)_{10}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ - \quad \quad 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array} \quad \text{Ou} \quad \begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ + \quad 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

$$(1010101)_2 = (85)_{10}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \quad \quad \times \quad 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline \quad \quad \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \quad 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ .\ . \\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ .\ . \\ \hline 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

1.1.2 Réaliser les opérations suivantes en hexadécimal : $(389A + 7293) - EB2$

$$\begin{array}{r} \quad \quad 3\ 8\ 9\ A \\ + \quad 7\ 2\ 9\ 3 \\ \hline \quad A\ B\ 2\ B \\ - \quad E\ B\ 2\ B \\ \hline \quad 9\ C\ 7\ B \end{array}$$

$$(389A)_{16} = (0011\ 1000\ 1001\ 1010)_2$$

$$(7293)_{16} = (0111\ 0010\ 1001\ 0011)_2$$

$$(AB2B)_{16} = (1010\ 1011\ 0010\ 1101)_2$$

$$(EB2B)_{16} = (0000\ 1110\ 1011\ 0010)_2$$

$$(9C7B)_{16} = (1001\ 1100\ 0111\ 1011)_2$$

1.1.3 Effectuer les conversions ci-dessous

1.1.3.1 $(1447.140625)_{10} = (??)_2 = (??)_{16}$

$$\begin{aligned} 1447 \div 16 &= 90 \text{ } R = 7 \\ 90 \div 16 &= 5 \text{ } R = A \\ 5 \div 16 &= 0 \text{ } R = 5 \\ (1447)_{10} &= (5A7)_{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.140625 \times 16 &= 2.25 \\ 0.25 \times 16 &= 4.00 \\ (0.140625)_{10} &= (0.24)_{16} \end{aligned}$$

$$(1447.140625)_{10} = (5A7.24)_{16} = (0101 \ 1010 \ 0111.0010 \ 0100)_2$$

1.1.3.2 $(1111100101.01011)_2 = (??)_{10} = (??)_{16}$

$$\begin{aligned} (11 \ 1110 \ 0101.0 \ 1011)_2 &= (3E5;58)_{16} \\ 3E5 &= (3 \times 16^2 + 14 \times 16 + 5 + 5 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2}) \\ &= (997,34375)_{10} \end{aligned}$$

1.2 Codage

1.2.1 Codage de nombres entiers relatifs

On veut coder des entiers relatifs sur 16 chiffres binaires (deux octets).

	Valeur absolue		Valeur relative	
Base 10	Base 2	Base 16	Valeur absolue + signe	Complément à 2
35671	10000 010 0101 0111	75B8	Hors intervalle	Hors intervalle
−32768	1000 0000 0000 0000	8000	Hors intervalle	1000 0000 0000
46443	1011 0101 0110 1011	B56B	Hors intervalle	Hors intervalle
−19536	0100 1100 0110 0100	4C64	1100 1100 0110 0100	1011 0011 1001 1100
−19040	0100 1010 0110 0000	4A60	1100 1010 0110 0000	1011 0101 1010 0000

1.2.1.1 Calcul de la valeur absolue en base 2

$$3567 \div 16 = 229 \text{ et reste } 7$$

$$2229 \div 16 = 139 \text{ et reste } 5$$

$$139 \div 16 = 8 \text{ et reste } B$$

$$8 \div 16 = 0 \text{ et reste } 8$$

$$\Rightarrow (35671)_{10} = (8B57)_{16} = (1000\ 1010\ 0101\ 0111)_2$$

R Afin de pouvoir représenter un nombre celui-ci ne doit pas dépasser un certain intervalle :

Entier naturel $[0; 2^{16-1}] = [0; 65535]$

Valeur absolue + signe $[-2^{15-1}; 2^{15-1}] = [-16384; 16384]$

Complément à deux $[-2^{15}; 2^{15}] = [-32768; 32768]$

1.2.2 Convertir un nombre flottant en décimal

0	1000 0001	1110 0000 0000 0000 0000 0000
---	-----------	-------------------------------

$$C = E + \text{biais}$$

En simple précision biais = 127.

$$S = 0 \rightarrow \text{positif}$$

$$C = 129$$

$$E = C - 127 = 2$$

$$1.M = 1.111 \Rightarrow 1.111 \times 2^2 = 111.1 \times 2^0 = (7.5)_{10}$$

1.2.3 Convertir un nombre décimal en flottant

$$(35.5)_{10} = ?$$

$$100011.1 = 10000111 \times 2^5$$

$$\text{Nombre positif donc } S = 0$$

$$E = 5$$

$$C = E + 127 = 132 = 128 + 4 = (10000100)_2$$

$$1.M = 1.00011$$

$$M = 0011$$

0	1000 0001	0100 0011 0000 0000 0000 0000
---	-----------	-------------------------------

Algèbre de Bool

2.1 Table de vérité des opérateurs classiques

2.1.1 Exercice 1

2.1.1.1 A – Démontrer que les opérateurs NAND et NOR sont des opérateurs complets

$$\begin{aligned}\bar{A} &= A|A \\ A.B &= \overline{\overline{A.B}} = \overline{\overline{A} + \overline{B}} = \overline{A/B} = (A|B)|(A|B) \\ A + B &= \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = (A|B)|(B|B)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \overline{A + A} = A \downarrow A \\ A.B &= \overline{\overline{A.B}} = \overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \downarrow B \downarrow (\downarrow B \downarrow B)\end{aligned}$$

2.1.1.2 B –

$$1. f(A, B, C, D) = \bar{A}BD + B\bar{C} + A\bar{C}D = \overline{\overline{\bar{A}BD + B\bar{C} + A\bar{C}D}} = \overline{(\bar{B}\bar{D}).(\bar{A}\bar{C}D)} = ((A|A)|B((D|D)))|(B|B)$$

<++>