

# Partiel de Logique: Pré-Examen

Année 2009/2010

## 1 Formalisations

Considérons l'énoncé suivant : "S'il y a du soleil et que je ne porte pas de chapeau, je risque l'insolation ; donc, je porte un chapeau ou s'il y a du soleil je risque l'insolation."

1. Précisez les propositions que vous repérez dans cet énoncé, et associez une lettre à chacune d'elle.
2. Formalisez l'énoncé.
3. Utilisez le calcul booléen pour prouver l'énoncé.

## 2 Preuves par induction

Soit *negelim* une fonction qui élimine la négation des formules de la logique propositionnelle, en remplaçant chaque sous-formule de la forme  $\neg G$  par  $G \rightarrow \perp$ .

Par exemple,

- *negelim*( $A \wedge (\neg B)$ ) devient  $(A \wedge (B \rightarrow \perp))$
- *negelim*( $\neg((\neg A) \vee B)$ ) devient  $((A \rightarrow \perp) \vee B) \rightarrow \perp$

Montrez par induction sur la structure des formules : Pour toute formule  $F$ ,

$$\text{negelim}(F) \equiv F$$

## 3 Théorie des modèles

1. Indiquez, pour chacun des ensembles de formules suivants, s'il est valide, satisfiable (mais non valide) ou insatisfiable.
  - (a)  $\{A, A \rightarrow B, (\neg C) \rightarrow (\neg B), C \rightarrow \neg D, D\}$
  - (b)  $\{((A \leftrightarrow B) \wedge (C \leftrightarrow (\neg B))) \rightarrow (A \vee C)\}$
  - (c)  $\{A \leftrightarrow B, C \leftrightarrow (\neg B), A \vee C\}$

Dans chaque cas, donnez un argument rigoureux.

2. Soit  $H$  un ensemble insatisfiable de formules,  $F_1$  une formule telle que  $F_1 \in H$  et  $F_2$  une formule telle que  $F_2 \notin H$ . Est-ce que  $H \models F_1 \wedge F_2$  ? Justifiez votre réponse.
3. Pour chacune des formules suivantes, déterminez à l'aide de la méthode des tableaux si elle est valide ou non. Si elle n'est pas valide, construisez un contre-modèle.
  - (a)  $((A \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow B)) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$
  - (b)  $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$