

Complexité des algorithmes

Semestre 3

Table des matières

1	Introduction	4
1.1	Complexité	4
1.2	Complexité asymptotique	5
1.3	Exemple de complexités d’algorithmes	7
1.4	Comportement symptotique de fonctions usuelles	7
2	Complexité des boucles	9
2.1	Complexité de boucles “pour”	9
2.2	Complexité de boucles “tant que”	10
3	Complexité d’algorithmes définis par réccurence	9
4	Structure de données et complexité	10
A	Exercices	11
A.1	TD 1	11

Complexité des boucles

2.1 Complexité de boucles “pour”

```

1  pour i := 1 a n faire
2      -- Corps de la boucle
3  fin pour;
```

Notions I_i la i^{e} itération (les instructions exécutées lors du i^{e} passage dans la boucle) et $T(I_i)$ sa complexité temporelle. :

Par exemple, $T_{\text{moy}}(n) = T_{\text{max}}(n) = \Theta(n)$ si $T(I_i)$ constant et $= \Theta(n^2)$ si $T(I_i) = an + b$ (boucle imbriquée).

2.1.1 Exemple

Calculer $A = BC$, le produit de 2 matrices. Rappel :

$$a_{ik} = \sum_{j=1}^n b_{ij} c_{ji}$$

```

1  pour i = 1 a n faire
2      pour k = 1 a n faire
3          aik ← 0
4          pour j = 1 a n faire
5              aik = aik + bij * cjk;
6          fin pour;
7      fin pour;
8  fin pour;
9  fin pour;
```

$$T_{\text{moy}}(n) = T_{\text{max}}(n) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (1 + n) = \Theta(n^3)$$

2.2 Complexité de boucles “tant que”

```
1  tantque C faire
2      -- Corps de la boucle
3  fin tantque;
```

$$T_{\text{moy}} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \text{Prob}$$

On ajoute 1 pour le test de la condition C lorsque C = faux.

Soit E_i l'événement C = Vrai au début de i_i

Si $\forall i, j, E_i, E_j$ sont indépendantes et $\text{prob}(E_i) = p < 1$, où p est une constante, alors
 $\text{prob}(\text{on exécute } I_i) = \text{prob}(E_1 \cdots E_i) = p^i$ d'où

$$T_{\text{moy}}(n) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} p^i * T(I_i)$$

Si $T(I_i)$ est constante, alors

$$T_{\text{moy}}(n) = \Theta\left(1 + \frac{p}{1-p}\right) = \Theta\left(\frac{1}{1-p}\right) = \Theta(1)$$

2.2.1 Exemple

Comparaison de 2 suites $\{A_i\}, \{b_i\}$.

```
1  i := 1;
2  tantque (ai = bi et i <= n) faire
3      i := i + 1;
4  fin tantque;
```