Université Paul Sabatier
I.U.T. Informatique
S1 - 21 Novembre 2008

# Examen d'Algèbre linéaire

**Durée 2h**
**Documents et calculatrices <u>non autorisés</u>.**
**Tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.**
**Le barème est donné à titre indicatif.**

## Exercice 1 (4 points )

Calculer le déterminant suivant : $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

1. En développant par rapport à une ligne ou une colonne.
2. En faisant apparaître des zéros.

## Exercice 2 (5 points )

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A^2$ puis $A^2 - 2A + I_2$.
2. En déduire que $A$ est inversible et donner $A^{-1}$ en fonction de $A$ et de $I_2$. Ecrire explicitement $A^{-1}$.

## Exercice 3 (6 points )

On considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + 5y + 7z = -1 \\ -2x - 4y - 5z = 2 \end{cases}$$

1. Résoudre le système linéaire par la méthode de Cramer.
2. Résoudre le système linéaire par la méthode de Gauss.

## Exercice 4 (5 points )

1. Montrer que les vecteurs $u_1 = (0, 1, 1)$, $u_2 = (1, 0, 1)$ et $u_3 = (1, 1, 0)$ forment une base de $\mathbb{R}^3$.
2. Trouver les composantes dans cette base du vecteur $v = (1, 2, 3)$.