

TD — Variables aléatoires discrètes

Antoine de ROQUEMAUREL

1 1

$$\begin{aligned} E(x) &= \int x f(x) dx \\ &= \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx \\ &= \frac{1}{b-a} \int_a^b x dx \\ &= \frac{1}{b-a} \left[\frac{x^2}{2} \right]_a^b \\ &= \frac{\left[\frac{b^2}{2} \right] - \left[\frac{a^2}{2} \right]}{b-a} = \frac{b^2 - a^2}{2(b-a)} \\ &= \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} \end{aligned}$$

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \int x^2 f(x) dx \\ &= \int_a^b x^2 \frac{1}{b-a} dx \\ &= \frac{1}{b-a} \int_a^b x^2 dx \\ &= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_a^b \\ &= \frac{1}{b-a} \frac{b^3 - a^3}{3} = \frac{(b-a)(b^2 + a^2 + ab)}{3(b-a)} = \frac{b^2 + a^2 + ab}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= \frac{b^2 + a^2 + ab}{3} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \\ &= \frac{(4b^2 + 4a^2 + 4ab) - (3a^2 + 6ab + 3b^2)}{12} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{12} \\ &= \frac{(a-b)^2}{12} \end{aligned}$$

2 Exercice 1

3 Exercice 2 — TD3

T¹ : taille moyenne d'un homme de 25 ans.

1. v.a réelle à densité normale de m = 175 et σ = 6

3.1 $E(y)$ et $\sigma(y)$

$$\begin{aligned}E(y) &= E(\alpha X + \beta) \\&= E(\alpha X) + \beta \\&= \alpha E(X) + \beta\end{aligned}$$

$$\sigma(y) = \sqrt{\text{var}(y)} = \sqrt{\text{var}(\alpha X + \beta)} = \sqrt{E(((\alpha X + \beta) - E(\alpha X + \beta))^2)}$$