Correction : chapitre 3 (logique, prédicats)

Exercice 14

$\exists x \in \mathbb{R}, \quad x^2+x-2 \neq 0$

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2+2x-3 \leq 0$

$\exists n \in \mathbb{N}, \quad [(n \text{ premier}) \wedge (n>2)]$ et n pair

Exercice 15

- $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} \quad x^2+y<0$ faux

  sa négation : $\forall y \in \mathbb{R} \ \exists x \in \mathbb{R} \quad x^2+y \geq 0$

- $\forall y \in \mathbb{R} \ \exists x \in \mathbb{R}, \quad x^2+y<0$ faux

  sa négation : $\exists y \in \mathbb{R} \ \forall x \in \mathbb{R} \quad x^2+y \geq 0$.

Exercice 16

Par récurrence sur l'entier n.

$\underline{n=1}$: $\sum_{k=1}^{1} k^2 = 1 = \frac{1 \times 2 \times 3}{6}$ donc la formule est vraie pour $n=1$

$\underline{\text{supposons}}$ l'assertion vraie pour un certain $n \geq 1$.

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 + (n+1)^2$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

$$= \frac{(n+1)[n(2n+1)+6(n+1)]}{6} = \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$ la formule est vraie au rang $n+1$.

$\underline{\text{conclusion}}$: la formule est vraie pour tout $n \geq 1$.