
5 - Crible d'Ératosthène

Répertoire : CRIBLE

Le but de ce TP est d'utiliser la notion de tableau. Il permet d'étudier l'un des plus célèbres algorithmes de l'Antiquité.

Description du matériel

- un ruban plat divisé en cases, chacune étant repérable par son rang à partir d'une extrémité du ruban choisie comme origine ; il y a au plus 250 cases. Il est nécessaire de créer un nouveau ruban avant tout traitement.
- des jetons identiques, en nombre au moins égal à celui des cases, tous initialement stockés dans un sac. On ne peut mettre qu'un seul jeton par case.
- des "compteurs de rang", nombres entiers, représentant chacun le rang d'une case.

Spécification des sous-programmes liés à ce TP

```
-- Créer un nouveau ruban
fonction nouveauRuban retourne <Ruban>;

-- Pose un jeton sur la case de rang i du ruban rub ; si celle-ci est
occupée l'opération est sans effet.
procédure poser (màj rub <Ruban>, entrée i <Entier>);

-- Enlève un jeton sur la case de rang i du ruban rub ; si celle-ci est
vide l'opération est sans effet.
procédure enlever (màj rub <Ruban>, entrée i <Entier>);

-- retourne VRAI si la case ne contient pas de jeton et FAUX sinon.
fonction estLibre (entrée rub <Ruban>, entrée i <Entier>) retourne
<Booléen>;

-- Affiche un ruban à l'écran. Affiche un '.' si la case est vide et '*' si
la case contient un jeton.
procédure afficherRuban (entrée rub <Ruban>);
```

Remarque : par défaut, le ruban est indéfini c'est-à-dire que son contenu est inconnu. N'oubliez pas de l'initialiser.

Pour pouvoir utiliser un ruban vous devez le déclarer dans votre glossaire. Il est ensuite nécessaire de le construire dans votre programme. Le type de la variable à utiliser est "Ruban".

Exemple de déclaration et de création :

glossaire

```
monRuban <Ruban> ; -- Le ruban que je vais utiliser.
...
monRuban ← nouveauRuban ;
```

Les opérations de la bibliothèque pourront ensuite être appliquées à ce ruban.

Cependant, étant donné que ces instructions sont issues d'une bibliothèque spécifique, il faut l'inclure dans votre programme grâce à l'instruction "importer". Cette instruction doit être mise au début du fichier source. Le fichier importé doit être situé dans le même répertoire que les fichiers sources.

Instruction à insérer en début du fichier source :

importer cribleEratosthène ;

1) Question préliminaire

✎ Le ruban étant prédéfini dans la machine, mettre un jeton sur chacune des cases, puis étant donné un entier k , saisi au clavier, enlever tous les jetons situés sur les cases de rang multiple de k . Afficher le ruban ainsi obtenu.

L'opérateur multiplier ne doit pas être utilisé, seule l'addition est disponible.

2) Crible d'Ératosthène¹

Ératosthène (-284, -192) vécut en Égypte, à Alexandrie. Il est célèbre pour ses observations astronomiques (cf. le cirque d'Ératosthène sur la Lune), pour son calcul étonnement précis de la circonférence terrestre et enfin pour ses travaux arithmétiques, notamment sur les nombres premiers.

Nous nous proposons de réaliser, avec notre matériel, son algorithme, le crible, permettant de trouver les nombres premiers inférieurs ou égaux à un nombre donné.

Ératosthène demande à 2 disciples, Hypatie et Ptolémée, de faire le travail suivant :

- Disposer n coquillages en file le long de la plage.
- Hypatie, partant du 2ème coquillage, se promène le long de la file en s'arrêtant sur chaque coquillage.
- Ptolémée, rapide et souple, partant de chaque arrêt d'Hypatie, court le long de la file en enlevant les coquillages de k en k , k étant la position d'Hypatie, qui reste immobile pendant cette course.

✎ Montrer que les rangs des coquillages sur lesquels s'arrête Hypatie sont les nombres premiers inférieurs ou égaux à n (cf. question 1).

✎ Donner l'algorithme général correspondant au Crible d'Ératosthène.

✎ Programmer cet algorithme pour notre matériel. L'algorithme général devra être placé en commentaire au début du programme en langage algorithmique.

✎ Modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche les nombres premiers.

Note : les deux disciples sont fictifs, mais Hypatie a existé. C'était une mathématicienne et philosophe d'Alexandrie (+370, +415), célèbre pour sa science et sa beauté, qui fut victime du fanatisme des chrétiens de l'époque : ils la lapidèrent et déchiquetèrent son corps dont les débris furent exposés sur le parvis d'une église.

¹ http://fr.wikipedia.org/wiki/Crible_d%27Eratosth%C3%A8ne