Corrections : chapitre 4 (relations binaires)

Exercice 1

La matrice d'incidence de $\mathcal{R}$ est

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$\mathcal{R}$ n'est pas réflexive car $c \not\mathcal{R}\, c$

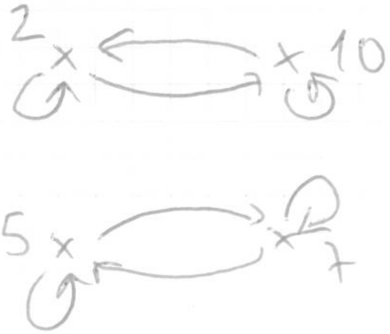
$\mathcal{R}$ n'est pas symétrique car $b \mathcal{R} c$ et $c \not\mathcal{R}\, b$

$\mathcal{R}$ n'est pas antisymétrique car $a \mathcal{R} b$ et $b \mathcal{R} a$ et $a \neq b$

$\mathcal{R}$ n'est pas transitive car $a \mathcal{R} b$ et $b \mathcal{R} c$ et $a \not\mathcal{R}\, c$

Exercice 2

a



b
- Si $x \in E$, $x - x = 0$ est pair donc $x \mathcal{R} x$
  comme ceci est vrai pour tout $x \in E$, $\mathcal{R}$ est réflexive
- si $x \mathcal{R} y$ alors $x-y$ est pair, donc $y - x = -(x-y)$ est aussi pair, donc $y \mathcal{R} x$. $\mathcal{R}$ est symétrique.
- supposons $x \mathcal{R} y$ et $y \mathcal{R} z$: $x-y$ est pair et $y-z$ est pair. on a donc $x - z = (x-y)+(y-z)$ qui est aussi pair, donc $x \mathcal{R} z$. $\mathcal{R}$ est transitive.

$\mathcal{R}$ est réflexive, symétrique et transitive donc c'est une relation d'équivalence.