

$$p(\theta, w | \mathbf{y}) \propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left(-w(n+\kappa) \frac{\left(\theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$

$$p(w | \mathbf{y}) \propto \int_{-\infty}^{\infty} w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left(-w(n+\kappa) \frac{\left(\theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-w(n+\kappa) \frac{\left(\theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa}}{\sqrt{(w(n+\kappa))^{-1}}} \right)^2 \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) (w(n+\kappa))^{-1}$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-2} \exp \left(-\frac{w}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$

$$p(w | \mathbf{y}) \sim \Gamma \left(\frac{n+d-1}{2}, \frac{1}{2} \left(\mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta - \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$