

$$p(\theta, w | \mathbf{y}) \propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left( -w(n+\kappa) \frac{\left( \theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$

$$p(w | \mathbf{y}) \propto \int_{-\infty}^{\infty} w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left( -w(n+\kappa) \frac{\left( \theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( -w(n+\kappa) \frac{\left( \theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa} \right)^2}{2} \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\theta - \frac{n\bar{y} + \mu\kappa}{n+\kappa}}{\sqrt{(w(n+\kappa))^{-1}}} \right)^2 \right) d\theta$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2-1} \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right) (w(n+\kappa))$$

$$\propto w^{(n+d+1)/2} \exp \left( -\frac{w}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$

$$p(w | \mathbf{y}) \sim \Gamma \left( \frac{n+d+1}{2}, \frac{1}{2} \left( \mathbf{y}^\top \mathbf{y} + \kappa\mu^2 + \eta + \frac{(n\bar{y} + \mu\kappa)^2}{n+\kappa} \right) \right)$$