

Tarea 2

Cosmología observacional

Camila Aros Bunster
Pontificia Universidad Catolica de Valparaíso
arosbunster.cami@gmail.com

Resumen

Se presenta la producción y análisis de un mapa ficticio del CMB, identificando los parámetros cosmológicos que se necesitan para formar un espectro de potencia. Además para la generación de estos espectros angulares de potencias de temperatura, se utilizó CAMB.

1. Introducción

El CMB es una tenue radiación de fondo cósmico. Es una fuente importante de datos sobre el universo primitivo porque es la radiación EM más antigua conocida hasta el momento del universo (de la época de la recombinación).

CMB es evidencia histórica del origen del Big Bang del universo, es mucho antes de la formación de estrellas, era totalmente denso y caliente. A medida que el universo se expandió, tanto el plasma como la radiación que lo llenaba se empezaron a enfriar hasta llegar a un momento en que la radiación se desacopla de la materia, y estos fotones viajan por el Universo hasta llegar a nosotros, que fue lo que en 1965 casualmente Wilson y Penzias dos radioastrónomos estadounidenses percibieron.

El Espectro de angular de potencia que veremos en este trabajo nos indican muchas cosas sobre el Universo, los primeros peak de este espectro permiten determinar de manera precisa los parámetros que tienen como base el modelo Λ CDM. Los picos impares del espectro corresponden a modos de compresión del fluido fotón-barión (cuando los fotones caen hacia el potencial). En cambio, los picos pares corresponden a modos de rarefacción (la presión de radiación aleja a los fotones del mínimo del potencial). Los modos 2 en adelante son modos armónicos del primero, por lo que ocurren en intervalos iguales en momentos multipolares.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. Presentamos un resumen sobre las características principales del espectro de potencia y en la siguiente sección se explica cómo se genera un mapa del CMB, en la sección 3 se muestra el proceso inverso para generar un espectro de potencia. Posteriormente en la última sección presentamos la conclusión.

2. Generar un mapa del CMB

Para empezar, se nos entrega un espectro de potencia que es el de la Figura 1. Teniendo el Espectro Angular de Potencia de Temperatura, podemos generar una aproximación al mapa del CMB.

Este espectro es generado por fluctuaciones primordiales Gaussianas. Y el mapa observado del CMB está dado por la siguiente ecuación.

$$M(\theta_x, \theta_y) = \int dl_x \int dl_y \exp[-2i(\vec{l} \cdot \vec{\theta})] \tilde{M}(l_x, l_y) \tilde{G}(l_x, l_y) \quad (1)$$

Sabemos que el espectro de potencia está en función de l y que a la vez está relacionado con el ángulo que uno observa del cielo θ (se mide en radianes). Podemos generar un mapa en espacio de Fourier de la siguiente manera,

$$\tilde{M}(l_x, l_y) = C_l(l) \quad (2)$$

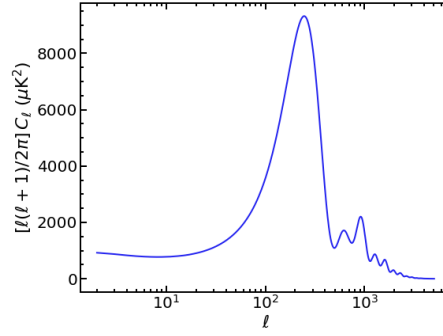


Figura 1: Espectro de potencia angular de las fluctuaciones de temperatura CMB. Se representa $(l(l+1)C_l)/2\pi$ en función de los multipolos " l " (eje inferior). Tenga en cuenta que la escala l cambia de una escala logarítmica para $l \leq 50$ a una lineal para mayores valores de l .

Donde l lo podemos expresar en 2 dimensiones.

$$\tilde{M}(l_x, l_y) = C_l(\sqrt{l_x^2 + l_y^2}) \quad (3)$$

Por el espectro de potencia entregado al inicio de este trabajo, sabemos que l tiene valores que van $0 < l < 5050$ y por ende $\sqrt{l_x^2 + l_y^2}$ tiene como máximo valor 5050. Con esto podemos obtener los C_l respectivo a cada multipolo y así poder obtener \tilde{M} (más detalle ver en el repositorio el Código 1).

Una vez que se obtiene \tilde{M} podemos obtener \tilde{G} que es la Transformada de Fourier en 2 dimensiones de un campo gaussiano aleatorio,

$$\tilde{G}(l_x, l_y) = \int dl_x \int dl_y \exp[-2i(\vec{l} \cdot \vec{\theta})] \eta(\mu, \sigma) \quad (4)$$

Donde $\eta(\mu, \sigma)$ representa al campo gaussiano aleatorio y σ determina la amplitud de las fluctuaciones respecto a C_l . Para este caso, se tomaron los valores de (μ, σ) como $(0, 1)$.

Ahora bien, hay que tener en cuenta que se quiere lograr un mapa con una resolución de 0.5 arcmin en una escala de $[10^\circ, 10^\circ]$, por lo tanto $10^\circ/0.5' \sim 1200\pi$ (todo en radianes) esto nos dice que el mapa del CMB debe ser de $(1200, 1200)$. También hay que fijar l_{max} y l_{min} , y para esto hay que tener en consideración la relación de l con el ángulo en el cielo a través de $l = 2\pi/\theta$, por consiguiente,

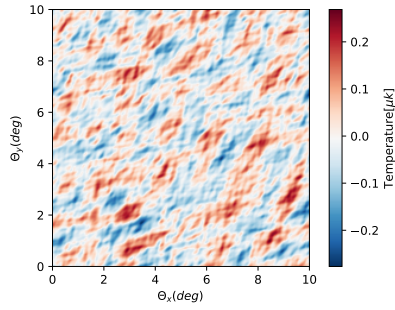
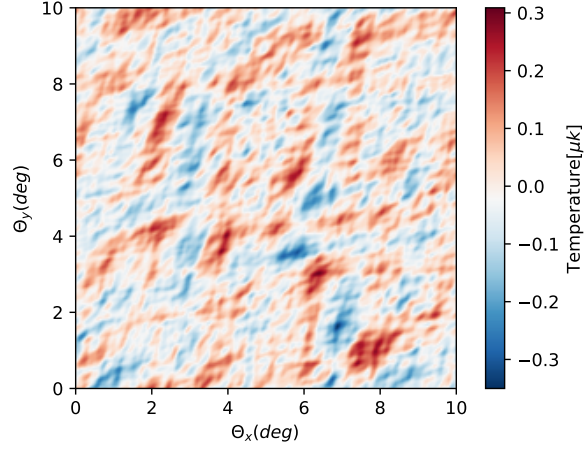
$l_{max} = 2\pi/0.5' = 43200$ pixeles y para l_{min} hay que tomar $\theta_{max} = \sqrt{(10^\circ)^2 + (10^\circ)^2}$ (en radianes), por lo tanto $l_{min} = 2\pi/\theta_{max} \sim 26$ y por último, para obtener un mapa de 1200×1200 nuestros cálculos tienen que tener saltos de $43200/1200 = 36$.

El resultado final del mapa observado del CMB que se puede apreciar en la Figura 2. Este mapa tiene la resolución que corresponde al tamaño de los pixeles en los mapas entregados por el ACT y SPT (0.5')

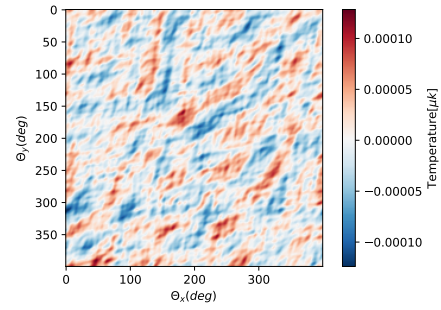
En la Figura 3, se observa una comparación de Mapas del CMB con distintas resoluciones. En (a) el rango de l era de $26 < l < 21600$ con saltos de 36 teniendo una matriz de 600×600 . En (b) se ocupó una resolución de 1.5 arcmin donde el rango de l es de $26 < l < 14400$ con saltos de 36, obteniendo una matriz de (400×400) . En la (c) se ocupó una resolución de 2.0 arcmin donde el rango de l es de $26 < l < 10800$ con saltos de 36, obteniendo una matriz de (300×300) . En (d) se ocupó una resolución como el experimento de Planck de 9.6 arcmin donde el rango de l es de $26 < l < 2249$ con saltos de 36, obteniendo una matriz de (62×62) .

Ahora bien, ¿Qué elementos faltaron considerar para tener un mapa realista a esta escala y con esta resolución?

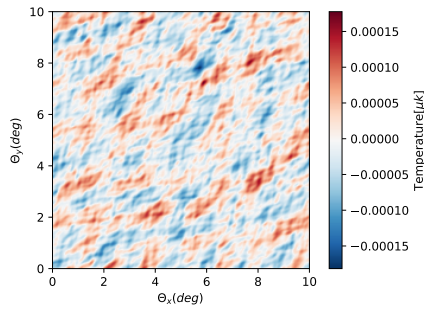
Figura 2: Mapa del CMB con una resolución de $0.5'$



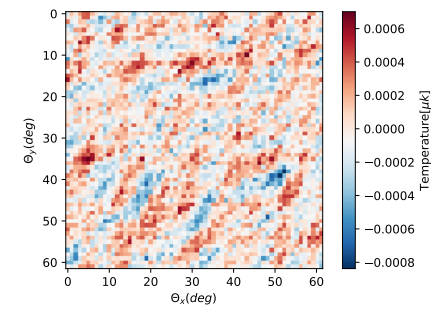
(a) Resolución de $1.0'$



(b) Resolución de $1.5'$



(c) Resolución de $2.0'$



(d) Resolución de $9.6'$

Figura 3: Mapas del CMB con distintas resoluciones

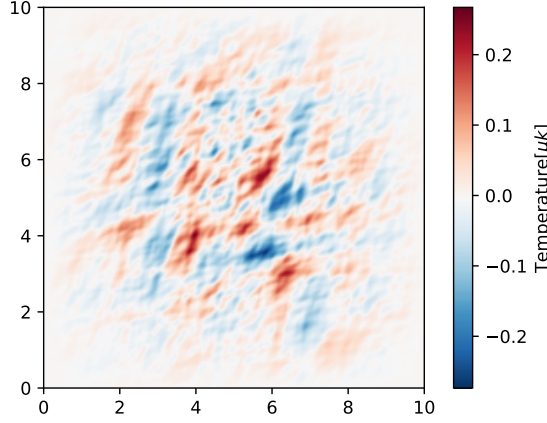


Figura 4: Apodización del Mapa Generado, es decir, Mapa del CMB que se multiplico por una función seno(Sine Window) para evitar la discontinuidad en los bordes.

3. Espectro de potencias

En esta sección se obtendra el espectro de potencia a partir del Mapa generado en la sección 2

3.1. Apodización

¿Por qué se necesita hacer apodización?, la respuesta es muy simple, si se toma directamente la Transformada de Fourier en 2D del Mapa generado,habría discontinuidad en los bordes, y para evitar este problema apodizamos nuestro mapa.

En que consiste esto, una apodización es una función matemática que tiene valor cero fuera del rango que uno elige,es decir, es una función que hace que el mapa se haga cero a medida que se acerca a los bordes. Este tipo de funciones matemáticas se llaman Window Function.

La función que se eligió fue la función seno (Sine Window)

$$W(n) = \sin\left(\frac{n\pi}{N}\right) \quad (5)$$

donde N es el numero lineal de pixeles del mapa generado (que en este caso es de 1200) y n son números enteros que van desde 0 hasta N. Ahora bien, está función es para una dimensión, y lo necesitamos para 2 dimensiones. Entonces,

$$W(n_x, n_y) = \sin\left(\frac{n_x\pi}{N}\right) \sin\left(\frac{n_y\pi}{N}\right) \quad (6)$$

Tal que, el mapa apodizado será,

$$M_{apod}(\theta_x, \theta_y) = M(\theta_x, \theta_y) \circ W(\theta_x, \theta_y) \quad (7)$$

donde M es un Producto de Hadamard, y \circ es el operador multiplicativo por elemento. Y el resultado de la apodización lo podemos ver en la Figura 4.

3.2. Espectro de potencia

Como estamos haciendo el proceso inverso de la Sección 2. El espectro de potencia se obtiene tomando la Transformada de Fourier en dos dimensiones del mapa apodizado (que se calculo en la secc.3.1)

$$\tilde{M}(l_x, l_y) = FFT(M_{apod}(\theta_x, \theta_y)) \quad (8)$$

Al calcular \tilde{M} el espectro de potencia se obtiene promediando mapas de anillos con l constante, y en este caso ocupamos un rango de 25, es decir, se tomaban $0 < l < 25, 25 < l < 50, \dots$ y el resultado se eleva al cuadrado .

$$\langle \tilde{M}(l_x, l_y) \rangle = C_l \left(\sqrt{l_x^2 + l_y^2} \right) \quad (9)$$

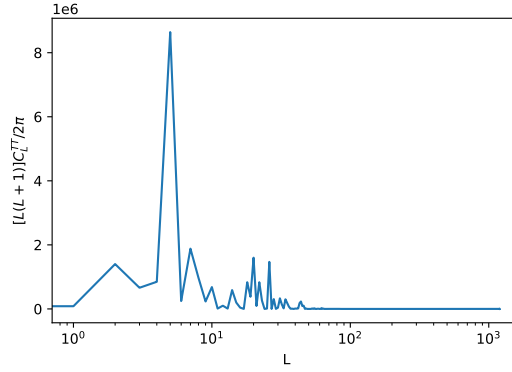


Figura 5: Espectro de potencia del mapa generado del CMB(Sección 1)

Una vez que se consigue los valores de C_l podemos obtener el espectro de potencia, de la siguiente manera.

$$D_{espectro} = \frac{l(l+1)C_l}{2\pi} \quad (10)$$

En la Figura 5, podemos ver el resultado del espectro de potencia, si hacemos una comparación con el espectro de potencia original (Figura 1) vemos que hay una gran diferencia en magnitud, el espectro del mapa generado es 250 veces más grande al original, además el espectro original aumenta a partir de $l \leq 50$, en cambio, el espectro generado aumenta desde el comienzo $l > 5$.

3.3. Corrección de sesgos

Al calcular el espectro de potencia de esta manera (sección 3.2) estamos ignorando algunos errores producto de la apodización y la resolución que le hicimos a nuestro mapa generado.

Para corregir este espectro y obtener el espectro de potencia real debemos calcular,

$$D_l = \frac{(\hat{D}_l - N_l)}{T_l} \quad (11)$$

Donde T_l es la función de transferencia, N_l es el sesgo de ruido, \hat{D}_l es el espectro de potencia que calculamos en la Sec.3.2.

3.3.1. Función de transferencia

Es una corrección al espectro de potencia generado y depende de la resolución del telescopio y el tamaño del mapa.

3.3.2. Sesgo de ruido

El sesgo de ruido se obtiene generando mapas que solo contengan ruido, un ejemplo, es \tilde{G} que calculamos en la Sección 2, y el espectro resultante es el sesgo de ruido.

4. Estimación de parámetros cosmológicos

En esta sección, identificaremos los parámetros cosmológicos (de manera aproximada) usados para generar el espectro de potencia inicial (Figura 1).

Para esta parte, se usó CAMB para generar los espectros de potencia modificando solamente los parámetros $\Omega_c h^2$ y $\Omega_b h^2$.

En la tabla 1 se muestran los parámetros cosmológicos que se usaron de manera constante, y en la Figura 6 se ve la comparación del espectro original con los espectros generados, podemos ver

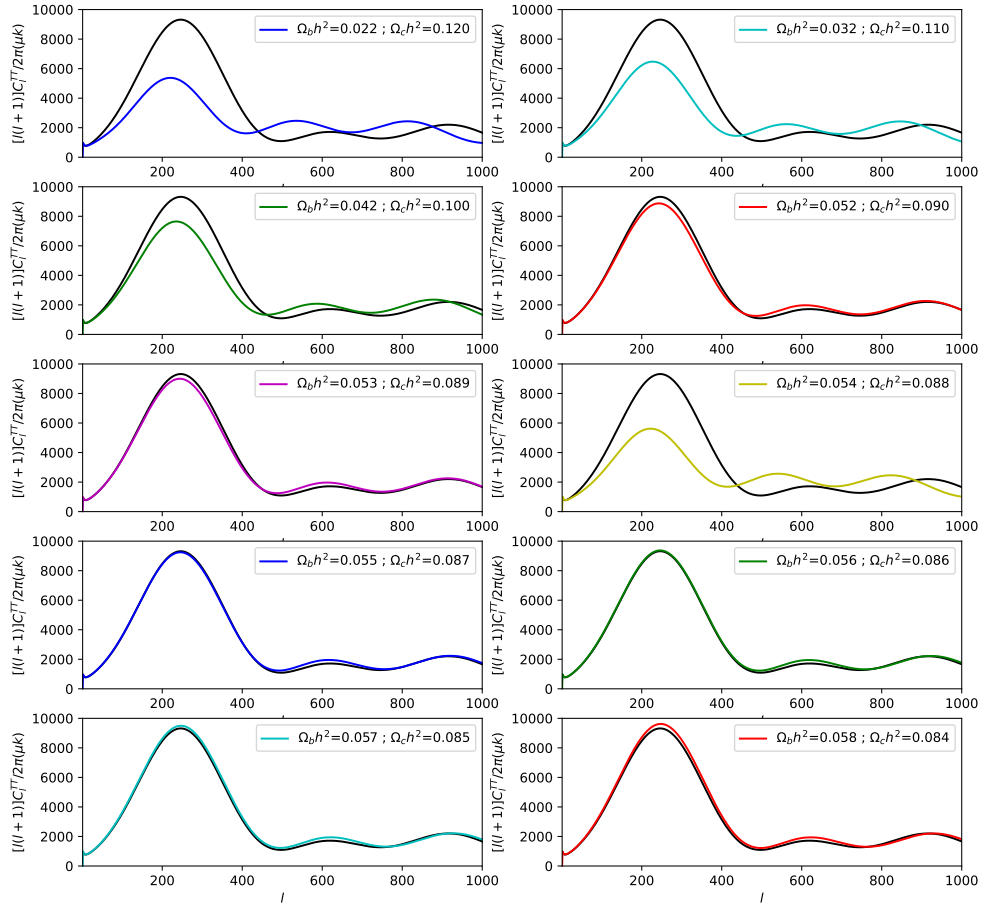


Figura 6: Comparación del espectro original(línea negra) con los espectros generados variando los parámetros $\Omega_c h^2$ $\Omega_b h^2$.

A_s	n_s	r	$H_0(km^{-1}Mpc^{-1})$	$\sum m_\nu(eV)$	Ω_k	τ
210^{-9}	0.965	0.00	67.5	0.06	0.00	0.06

Cuadro 1: Parámetros cosmológicos incorporados en el espectro de potencia.

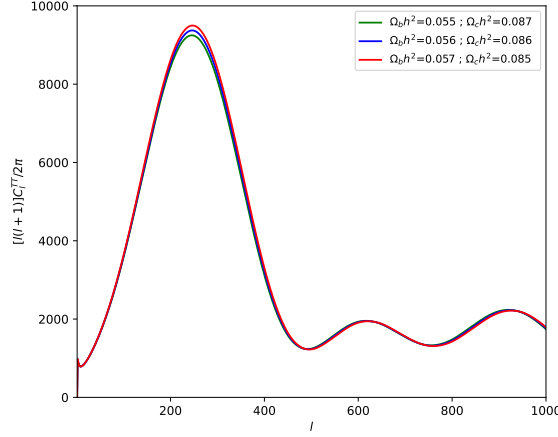


Figura 7: Se tomaron los últimos 3 gráficos de la Figura 6, y se hace una comparación con el espectro original y el mejor valor que se ajusta es $\Omega_c h^2 = 0.056$ y $\Omega_b h^2 = 0.086$

que los últimos 4 gráficos son los que mejor se ajustan al espectro original.

Para que sea más evidente seleccionamos los últimos 3 para ver en mayor detalle, podríamos decir que $0.056 \leq \Omega_b h^2 \leq 0.058$ y $0.086 \leq \Omega_c h^2 \leq 0.084$, pero el mejor valor que se ajusta al espectro de potencia original es de $\Omega_c h^2 = 0.056$ y $\Omega_b h^2 = 0.086$.

5. Conclusiones

En este trabajo se generó un mapa del CMB en base a un espectro de potencias, para luego hacer el proceso inverso y a partir del mapa generar el espectro de potencia. Este último espectro no quedó de la manera correspondiente, una de las posibles razones a este error puede ser un mal planteo al inicio del código, que por efecto en cadena, arrojaría un mal espectro.

En la última parte de este trabajo se analizó el espectro de potencias entregado a un comienzo, y se fue variando los valores de $\Omega_b h^2$ y $\Omega_c h^2$ obtenido como mejor valor 0.056 y 0.086 respectivamente.

6. Referencias

- THIBAUT LOUIS, *The Atacama Cosmology Telescope: two-season ACTPol spectra and parameters*, 2017.
- J.W.HENNING, *Measurements of the Temperature and E-Mode polarization of the CMB from 500 square degrees of SPTPol Data*, 2018.
- DAS, *The Atacama Cosmology Telescope: Temperature and gravitational lensing power spectrum measurements from three seasons of data*, 2013.
- DUNKLEY, *The Atacama Cosmology Telescope: Likelihood for small-scale CMB data*, 2013.
- LOUIS, *Lensing simulation and Power Spectrum Estimation for High Resolution CMB Polarization Maps*, 2013.
- NAESS, *The Atacama Cosmology Telescope: CMB polarization at $200 < l < 9000$* , 2014.

Referencias