رقم القيد : ................................. الاسم: ......................................................... المجموعة:..........

جامعة طرابلس
كلية تقنية المعلومات
الامتحان النهائي
المقرر: تحليل عددي

رمز المقرر : ITGS219
خريف 2021 / 2022
الزمن: ساعتان
الدرجة العظمى : 50 درجة

**السؤال الأول (10 درجات): أختار الإجابة الصحيحة: choose the right answer:**

1) The error for the function *f(x) = ax + bsin(x) +c* by using Curves of Best Fit method is given by the equation $e = \sum_{i=1}^{N}(a\,x_{\,i} + \,b\,sin(x_i) + c - f_i)^2$

الخطاء في الدالة *f(x) = ax + bsin(x) +c* باستخدام طريقة Curves of Best Fit يعطى بالمعادلة
$e = \sum_{i=1}^{N}(ax_{\,i} + b\,sin(x_i) + c - f_i)^2$

(A) True (B) True (C) Not Given

2) In the Newton method if the step *h* is NOT constants and *h=1*, so that, we can use this method to find the polynomial.

في طريقة نيوتن اذا كانت الخطوة h غير ثابتة و h=1 سيكون بامكاننا استخدام هذه الطريقة لايجاد متعددة الحدود.

(A) True (B) False

3) If we have N points in cubic splines method, so that we have N −2 cubic equations with the total unknowns = 8(N-1).

اذا كان لدينا N نقطة في طريقة cubic splines بهذا ستكون لدينا N-1 من معادلات الدرجة الثالثة وعدد مجاهيل = 8(N-1)

(A) True (B) False

4) In Bisection method if the required tolerance is *e* and a ≤ x≤ b, so that, we can find the number of iterations we need by:

في طريقة Bisection اذا كانت الدقة المطلوبة e و a ≤ x≤ b بهذا نستطيع ايجاد عدد الدورات iterations باستخدام:

(A) $n < \frac{2}{lne}ln(\frac{e}{a-b})$ (B) $n > \frac{1}{ln2}ln(\frac{b-a}{e})$

5) The coefficients of the polynomial $f(x) = 9x^6 - 7x^4 + x^5 + 2x^2$ are:

(A) c=[ 5 -3 1 0 2 0 ] (B) c=[ 9 1 -7 0 2 0 0 ]

6) Apply Newton's method to the equation $f(x) = x^2 - 2 = 0$ to estimate the root $x_r = \sqrt{2}$ Starting with the initial guess $x_0 = 1$, the first iteration $x_1$ is:

باستخدام طريقة نيوتن للمعادلة $f(x) = x^2 - 2 = 0$ لإيجاد الجذر $x_r = \sqrt{2}$ بداية بنقطة تخمين $x_0 = 1$ ، فإن الدورة الأولى تكون قيمة $x_1$ هي:

(A) 0.5 (B) 1.5 (C) 1.0 (D) 2.0

7) The Newton iteration $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ can be rewritten as a fixed point iteration $x_{k+1} = g(x_k)$ where $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ Which of these statements is TRUE?

I. Newton's method fails when $f'(x_k) = 0$.
II. The iteration converges if $|g'(x_k)| < 1$.

طريقة نيوتن التكرارية يمكن إعادة كتابتها على صيغة النقطة الثابتة التكرارية $x_{k+1} = g(x_k)$ حيث $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$
أي من هذه الجمل صحيحة؟

I. طريقة نيوتن تخفق في إيجاد الحل عندما $f'(x_k) = 0$
II. الصيغة التكرارية تتقارب من الحل في حالة أن $|g'(x_k)| < 1$.

(A) I (B) I and II (C) II (D) Neither I nor II

8) Which of these statements regarding the secant method is TRUE?

I. It is an example of a fixed-point iteration.
II. It requires two initial guesses.
III. No derivative calculation is needed.

أي من الجمل التالية صحيحة بالنسبة لطريقة secant؟
I. هي مثال على طريقة النقطة الثابتة التكرارية
II. تتطلب نقطتين بداية (فترة بداية)
III. لا تحتاج لحساب المشتقة في إيجاد جذر المعادلة.

(A) I (B) I and II only (C) II and III

9) This partial code implements the method of false position (secant technique) for fnding a root of the nonlinear equation $f(x) = 0$, where the Matlab function **f** computes the function value. provide suitable code to replace the blanks marked ① and ②.

```
while( abs(x0-x1) > tol ), % absolute error
tolerance
   x2 = x1 - f(x1)*(x1-x0)/(f(x1)-f(x0));
   if f(x2)*f(x1) > 0,
      ...①...
   else
      ...②...
   end
end
```

لديك جزء من كود matlab لطريقة الموقع الخاطئ لإيجاد جذر المعادلة الغير خطية $f(x)=0$ ، حيث أن كود هذه الدالة f يحسب قيمة الدالة. ضع في الفراغ الخيار المناسب لاستبدال الفراغات ① و ②.

(A) ① x2 = x1; ② x2 = x0; (B) ① x1 = x2; ② x0 = x2;

10) You are provided with table of points for the function $f(x) = x + 10 - e^X$:
Use this data to perform two steps of the bisection method for solving $f(x) = 0$, assuming the nitial interval [0; 4]. What is the approximation of the root?

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 9.000 | 8.282 | 4.611 | -7.086 | -40.598 |

لديك النقاط التالية حسب الجدول للدالة $f(x)=x+10-e^X$ استخدم هذه البيانات بإجراء خطوتين بطريقة التنصيف لحل المعادلة $f(x) = 0$ بفترة ابتدائية [0; 4] . ماهو جذر المعادلة بعد الخطوتين:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

**السؤال الثاني (10 درجات):**

a) Consider the function $f(x)= x^3 - a$ where $a>0$. The roots of this equation are $\sqrt[3]{a}$ or, written another way, $a^{1/3}$. write the simplified scheme of Newton–Raphson iteration $x_{i+1}$ for any value of $a$.

اعتبر الدالة $f(x)= x^3 - a$ حيث ان قيمة $a$ قيمة عددية موجبة والحل لهذه المعادلة الغير خطية هو $\sqrt[3]{a}$ أو يمكن كتابته بصورة أخرى $a^{1/3}$ أكتب الصيغة التكرارية المبسطة $x_{i+1}$ لطريقة نيوتن رافسون للدالة $f(x)=0$ لأي قيمة عددية $a$

b) By using Newton–Raphson find the root of the function $f(x)=0$ in the qaution (a) starting $x_0=1.0$ and $a=2$, use three iterations.

اوجد حل للمعادلة $f(x)=0$ بداية بنقطة ابتدائية $x_0=1.0$ وقيمة $a=2$ ، استخدم ثلاثة دورات بطريقة نيوتن رافسون للصيغة المبسطة في الفقرة (a)

**السؤال الثالث (10 درجات):**

Write a program to fine the values of $a$, $b$ and $c$ for the equation $y = ax + be^{-x} + c$ from the next matrix's.
**Note:** You can load the value of $x_i$ and $f_i(x)$ from the file mydata.dat or by input them directly.

أكتب برنامج لإيجاد قيم كل من a, b and c للمعادلة $y = ax + be^{-x} + c$ من معادلة المصفوفات الموضحة.
ملاحظة: بإمكانك تحميل قيم $x_i, f_i(x)$ من الملف باسم mydata.dat أو إدخالهما مباشرة لمصفوف كلا على حدى، الملف يحتوي على البيانات الموضحة.

$$\begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i e^{-x_i} & \sum x_i \\ \sum e^{-x_i} x_i & \sum e^{-2x_i} & \sum e^{-x_i} \\ \sum x_i & \sum e^{-x_i} & \sum 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i f_i \\ \sum e^{-x_i} f_i \\ \sum f_i \end{pmatrix}$$

the file mydata.dat:

| *x* | *f(x)* |
|---|---|
| 0.00 | 2.000 |
| 0.40 | 2.039 |
| 0.80 | -1.064 |
| 1.20 | -3.448 |
| 1.60 | -5.944 |
| 2.00 | -5.829 |

رقم القيد : ................................ الاسم: .......................................................... المجموعة:.........

**السؤال الرابع (10 درجات):**

a) By using newton forward and backward, how many third-degree polynomials pass through the points (1; 2), (2; 10), (3; 28) and (4; 66) ?
b) Create the Newton difference table to help you decide and write the polynomials.
c) Find the value of the function at $x=3.5$.

a) باستخدام الفروق المتقدمة والمتاخرة لنيوتن كم عدد الحدوديات من الدرجة الثالثة التي تمر عبر النقاط التالية: (1; 2), (2; 10), (3; 28), (4; 66) ؟
b) كون جدول الفروق ليساعدك على الإجابة وقم بكتابة متعددات الحدود.
c) اوجد قيمة الدالة عند النقطة $x=3.5$

رقم القيد : ................................ الاسم: ......................................................... المجموعة:.........

**السؤال الخامس (10 درجات):**

A cubic spline is defined as

$$S(x) = \begin{cases} 1 + cx & if\ 0 \le x \le 1 \\ 1 + 3(x-1) + 4d(x-1)^3 & if\ 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

a) Assuming the $1^{st}$ derivative of the S(x) is zero at the end-point conditions are used, determine the constants *c* and *d*.
b) Find the function at *x=0.8*

لديك حدوديات spline المعرفة أعلاه S(x)

a) اعتبر ان القاعدة الخاصة بالمشتقة الاولى لـ حدودية spline لنقطة البداية والنهاية مساوية بصفر، أوجد قيم التواثب *c,d*

b) اوجد قيمة الدالة عند النقطة *x=0.8*

................................انتهت الأسئلة، مع تمنياتي للجميع بالتوفيق.............................................

رقم القيد : ................................. الاسم: .......................................................... المجموعة:.........

**Reference** **مرجع:**

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots$$

True Error ( $E_t$)= True value – approximate value

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$c = \frac{a+b}{2}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^m - a}{m x_n^{m-1}},$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

$$x_2 = x_0 - f(x_0)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)}.$$

$$P(x) = y_0 + \frac{\Delta y0}{h}(x - x0) + \frac{\Delta^2 y0}{2!h^2}(x - x0)(x - x1) + \ \ldots + \frac{\Delta^n y0}{n!h^n}(x - x0)(x - x1) \ldots (x - xn - 1)$$

$$P(x) = y_n + \frac{\nabla yn}{h}(x - xn) + \frac{\nabla^2 yn}{2!h^2}(\mathrm{x} - \mathrm{xn})(\mathrm{x} - \mathrm{xn} - 1) + \ \ldots + \frac{\nabla^{\mathrm{n}} yn}{\mathrm{n}!h^{\mathrm{n}}}(\mathrm{x} - \mathrm{xn})(\mathrm{x} - \mathrm{xn} - 1) \ldots (\mathrm{x} - \mathrm{x1})$$