

المتواليات

المتوالية هي عبارة عن فئة عناصرها لها خاصية مشتركة وتربطها علاقة رياضية ويرمز لعناصرها بالرمز

$\{i_n\}$

حيث n هو موقع العنصر في المتوالية مرتب من 0 الى ما لا نهاية

إذا: الفئة (تحتوي مجموعة من العناصر لها خاصية مشتركة)

المتوالية (هي فئة عناصرها تربطها علاقة رياضية)

مثلا

{46,512,47,1,7} فئة ولكنها ليست متوالية

Arithmetic sequence المتوالية الحسابية

القاعدة العامة: $i_n = i_0 + (d \times n)$

OR

$i_0, i_0 + d, i_0 + 2d, i_0 + 3d, \dots$

$d = (i_{n+1}) - i_n$ يجب ان يكونا متتاليين والاول ترتيبه أكبر

$d = \text{distance}$

هو فرق القيمة بين عنصرين متتاليات في المتوالية

(أمثلة لشرح وتوضيح فائدة المتواليات)

مثال

$i_n = 3, 7, 11, 15, \dots$

Find i_{100}

الحل

$$d = (i_{n+1}) - i_n > d = i_1 - i_0 > d = 7 - 3 > d = 4$$

$$i_n = i_0 + (d \times n)$$

$$i_{100} = 3 + (4 \times 100) = 403$$

OR

$$i_{100} = i_0 + 100d > i_{100} = 3 + 400 = 403$$

مثال

$$i_0=1, i_1=6$$

Find i_{100}

الحل

$$d=(i_{n+1})-i_n > d=i_1-i_0 > d=6-1 > d=5$$

$$i_n=i_0+(d \times n)$$

$$i_{100}=1+(5 \times 100)=501$$

OR

$$i_{100}=i_0+100d > i_{100}=1+500=501$$

مثال

أوجد i_9 للمتتالية

$$i_0=15, d=2$$

صيغة أخرى لنفس السؤال:

قاعة بها 15 مقعد في الصف الأول، وكل صف بعده به مقعدين أكثر من الصف السابق له، كم مجموع عدد المقاعد في الصف العاشر؟

الحل

$$i_0=15$$

$$d=2$$

$$i_n=i_0+(d \times n)$$

$$i_9=15+(2 \times 9)$$

$$i_9=15+18$$

$$i_9=33$$

المتوالية الهندسية Geometric sequence

المتوالية الحسابية كانت زيادة او نقصان في اتجاه واحد وبمقدار ثابت

مثلا 1,3,5,7

او 7,5,3,1

أما المتوالية الهندسية تعتمد على علاقة رياضية ذات معامل مشترك

مثلا

{3,6,12,24,48,...}

تعريف

معامل مشترك $r = \text{common ratio}$

كيفية حساب المعامل المشترك r

نفس معادلة حساب d في المتوالية الحسابية ولكن بدل الطرح قسمة

$r = (i_{n+1}) / i_n$ يجب ان يكونا متتاليين والأول ترتيبه أكبر

القاعدة العامة لحساب المتوالية الهندسية

$$i_n = i_0 \times r^n$$

مثال

{3,6,12,24,48,...}

$$r = (i_{n+1}) / i_n$$

تربيع $i_n = i_0 \times r^n$

$$i_n = 3 \times (12/6)^n > i_n = 3 \times 2^n$$

$$i_4 = 3 \times 2^4 > i_4 = 3 \times 16 > i_4 = 48$$

مثال 2

{8,4,2,1,1/2,...}

$$r = (i_{n+1}) / i_n$$

تربيع $i_n = i_0 \times r^n$

$$i_n = 8 \times (4/8)^n > i_n = 8 \times (1/2)^n$$

$$i_4 = 8 \times (1/2)^4 > i_4 = 8 \times (1/16) > i_4 = 1/2$$