

05

السؤال الأول :- (5 درجات)

عين قيم a التي تجعل مجموعة الحل للمنظومة التالية

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 + (a^2 - 8) = a$$

a) خالية

b) حل وحيد

c) لها عدد لا نهائي من الحلول

المصفوفة الموسعة

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 1 & a^2 - 8 & a \end{array} \right]$$

① خالية [ليس لها حل] عندما يكون

$$R(A) \neq R(A/B)$$

$$1 \neq 2 \quad \boxed{a = \pm 3}$$

$$\boxed{a = 3}$$

$$\xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 - R_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 0 & a^2 - 9 & a - 3 \end{array} \right]$$

② لها حل وحيد عندما يكون

$$R(A) = R(A/B) = n$$

$$\boxed{n = 2} \Leftrightarrow$$

$$a \in \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} / \{\pm 3\}$$

③ عدد لا نهائي من الحلول

$$[R(A) = R(A/B)] < n$$

$$\boxed{a = 3}$$

$$n = 2$$

عندما $a = 3 \Leftrightarrow$ تصبح رتبة $1 = R(A)$

$$1 < n$$

05

السؤال الرابع :- (5 درجات)

أوجد معكوس المصفوفة A إذا كانت

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A | I) \sim [I | A^{-1}]$$

نوجد المعكوس باستخدام العمليات الصفية الأولية

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow[r_3 \rightarrow r_3 - 3r_1]{r_2 \rightarrow r_2 - 2r_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow[r_3 \rightarrow r_3 - r_2]{r_1 \rightarrow r_1 - 2r_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -13 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow[r_2 \rightarrow r_2 - 6r_3]{r_1 \rightarrow r_1 + 13r_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -8 & -15 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 7 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 13 \\ 4 & 7 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

(6) إذا كان A, B مصفوفتين غير شاذتين AB مصفوفة غير شاذة ومعكوسها هو

a) $B^{-1}A^{-1}$

b) $A^{-1}B^{-1}$

c) A

d) B

(7) إذا كان $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ فإن $A^t + B$ تساوي

a) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

c) مصفوفة الوحدة

d) المصفوفة الصفرية

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(8) المصفوفة $\begin{bmatrix} 0 & 7 & -2 \\ -7 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ هي

a) مصفوفة ملتوية التماثل

b) مصفوفة متماثلة

c) مصفوفة متثلثة علوية

d) مصفوفة متثلثة سفلية

(9) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ فإن المصفوفة المرتبطة هي $(A^t)^t$

a) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^t \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(10) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ فإن $|A|$ يساوي

a) 12

b) 24

c) 8

d) 6

0 - (1)

0 - (-1)

0 - 1

0 - (-1)

2(12)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10

السؤال الثالث :- (10 درجات بواقع درجة لكل فقرة)

اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات التالية وضعها في المكان المخصص لها

السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة	b	b	d	a	a	a	d	a	a	b

(1) إذا كان $|A| = 32$ وكانت B مصفوفة ناتج من العملية الأولية $\frac{1}{16}A \rightarrow \frac{1}{16}A$ فإن |B| يساوي $32 \times \frac{1}{16}$

- a) 1 **b) 2** c) 4 d) 3

$$\frac{32 \times \frac{1}{16}}{1} = 2$$

(2) إذا كانت B مصفوفة متعامدة فإن

- a) $B^t = B$ **b) $B^t = B^{-1}$** c) $B^{-1} = B$ d) $B = B^2$

(3) قيمة a التي تجعل المصفوفة $H = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ مصفوفة شاذة هي

- a) 2 b) -2 c) 1 **d) -1**

$$2 - (-2a) = 0$$

$$2a = -2 \quad 2 + 2a = 0$$

(4) إذا كانت A مصفوفة من نوع 3×2 و B مصفوفة من نوع 2×2 فإن AB مصفوفة من نوع

- a) 3×2** b) 2×2 c) 2×3 d) 3×3

$$A_{3 \times 2} \quad B_{2 \times 2}$$

(5) إذا كانت $AX = 0$ منظومة معادلات خطية متجانسة حيث A مصفوفة المعاملات من نوع $n \times n$ وكانت رتبة A هي n فإن المنظومة

- a) **لها حل وحيد** b) لها عدد لا نهائي من الحلول c) ليس لها حل d) لها حل غير صفري

$$R(A) = R(A/B) = n$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

05

سؤال الثاني :- (5 درجات)

تستخدم خواص المحددات لإيجاد محدد المصفوفة التالية (أي بدون فك أو استخدام الأسهم)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ -5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} r_2 &\rightarrow r_2 + r_1 \\ r_3 &\rightarrow r_3 + r_1 \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$r_2 \leftrightarrow r_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

① متبادل تبديل يغير من إشارة
المحدد
 $|A| = -|B|$

$$r_2 \rightarrow \frac{1}{6} r_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -5/6 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

② ضرب عدد في صف
الغير من قيمة المحدد
 $|B| = \frac{1}{6} |C|$

$$r_1 \rightarrow r_1 - 2r_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 16/6 & 0 & 0 \\ -5/6 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

③ إضافة مضاعفات
الغير من قيمة
المحدد
 $|C| = |D|$

④ ضرب عدد في صف
 $|D| = 6|E|$

محدد المصفوفة المثلية السفلية

$$r_1 \rightarrow 6r_1 \rightarrow \begin{bmatrix} -16 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي

$$-16 \times 1 \times 4 \Rightarrow -64$$

$$= -\frac{192}{3} = -64$$

$$|A| = -64$$