Tentamen – Vektorfält och klassisk fysik (FFM234 eller FFM232)

Tid och plats:	Måndagen den 7 januari 2019 klockan 08.30-12.30 i SB.
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta Mathematics Handbook, typgodkänd kalkylator, lexikon samt Olle Branders formelsamling.
Examinator:	Christian Forssén (031–772 3261).
Jourhavande lärare:	Christian Forssén (031–772 3261).

FFM234 eller FFM232: Tentamen består av sex uppgifter som kan ge maximalt 60 poäng totalt. För att bli godkänd med betyg 3 krävs 24 poäng, för betyg 4 krävs 36 poäng och för betyg 5 krävs 48 poäng.

Skriv din kurskod på tentamensomslaget (FFM234 gäller från läsåret 17/18, FFM232 gäller för äldre studenter som har gjort de obligatoriska datorlaborationerna i den kursen.).

Rättningsprinciper: Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall, om möjligt, analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Skriv och rita tydligt! Vid tentamensrättning gäller följande allmänna principer:

- För full (10) poäng krävs fullständigt korrekt lösning.
- Mindre fel ger 1–3 poängs avdrag. Gäller även mindre brister i presentationen.
- Allvarliga fel (t.ex. dimensionsfel eller andra fel som leder till orimliga resultat) kan ge lägre poängavdrag om orimligheten pekas ut.
- Lösningar som inte går att följa (t.ex. avsaknad av figur, ej definierade variabler, svårläst, etc) renderar poängavdrag även om svaret verkar vara korrekt.
- Allvarliga principiella fel ger fullt poängavdrag.
- Även skisserade lösningar kan ge delpoäng.

Notation: Om inget annat anges används beteckningarna r, θ, φ för sfäriska koordinater (där θ är vinkeln från positiva z-axeln), medan ρ, φ, z betecknar cylindriska koordinater.

Lycka till!

1. Svara på följande tre delfrågor (endast svar skall ges):

   (a) Skissa nivåytor och fältlinjer för en linjekälla $\vec{F} = \frac{1}{2\pi\rho}\hat{\rho}$

   (b) Beräkna integralen $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x)\delta(-2x-\pi)dx$.

   (c) Teckna följande tre uttryck med indexnotation: (i) $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$, (ii) $\mathbf{M}\vec{a}$, (iii) $\mathbf{MN}$, där $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ är vektorer och $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ är 3×3 matriser.

   (3 poäng per korrekt besvarad deluppgift, 10 poäng för alla tre.)

2. Ett koordinatsystem uvz är definerat genom

$$x = a\cosh u \cos v; \quad y = \lambda \sinh u \sin v; \quad z = z,$$

   där $a > 0$, $u \geq 0$, $0 \leq v < 2\pi$, $-\infty < z < \infty$. Bestäm konstanten λ så att koordinatsystemet blir ortogonalt och beräkna systemets skalfaktorer. Visa också om systemet är ett höger- eller ett vänstersystem. *(10 poäng)*

3. Härled kontinuitetsekvationen för elektrisk laddningstäthet $\rho(\vec{r},t)$ och elektrisk strömtäthet $\vec{\jmath}(\vec{r},t)$. Använd denna för att motivera förskjutningsströmmen i Amperes lag med tidsberoende fält

$$\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{\jmath} \text{ (elektrostatik)} \quad \Rightarrow \quad \nabla\times\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \mu_0\vec{\jmath}.$$

   (10 poäng)

4. Beräkna normalytintegralen av

$$\vec{F} = F_0\frac{a^2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\left[x\hat{x} + y\hat{y} + \left(z + \frac{z}{a}\frac{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}{a^2}\right)\hat{z}\right]$$

   över ytan $S: x^2+y^2 = (z-3a)^2$, $0 \leq z \leq 3a$. F_0 och a är konstanter. *(10 poäng)*

5. Lös Laplaces ekvation $\Delta T = 0$ för ett temperaturfält inuti området $V : r \leq a$ med randvillkoret $T|_{r=a} = T_0 + T_1\cos\theta$, där T_0, T_1 är positiva konstanter med enhet $[T_0] = [T_1] = K$. *(10 poäng)*

6. En elektrisk punktladdning q befinner sig avståndet a från en plan metallyta (som kan betraktas som oändlig). Hur stor blir ytladdningen på metallytan? Hur stor blir den totala laddningen på ytan? (Fältet är noll inuti metallen.) *(10 poäng)*