EXPERIMENTOS FATORIAIS COM TRÊS OU MAIS FATORES

Nos experimentos fatoriais com três ou mais fatores podem ocorrer efeitos principais de cada um dos fatores e interações duplas, triplas quaduplas etc, conforme o número de fatores envolvidos.

EFEITOS PRINCIPAIS: Expressam os efeitos dos contrastesentre os níveis de um fator, tomados em relação a todos os demais.

INTERAÇÃO: É um efeito adicional (positivo ou negativo)que pode aparecer quando combinam-se níveis de mais de um fator.

Os fatores podem apresentar níveis quantitativos ou quantitativos,níveis cruzados ou aninhados, níveis fixos (interesse limitado) ou aleatórios (amostras dos possíveis). O número de tratamentos e número de linhas na análise de variância aumenta rapidamente com o número de fatores envolvidos.

Por exemplo, com quatro fatores (A,B,C,D), com respectivamente 3,4,6 e 2 níveis, tem-se um fatorial 3x4x6x2=144 tratamentos. Supondo três repetições, 144X3 =432 parcelas e a ANOVA seria:

Fontes de variação	Grau de liberdade
A	3-1
B	4-1
C	6-1
D	2-1
AxB	(3-1)x(4-1)
AxC	(3-1)x(6-1)
AxD	(3-1)x(2-1)
BxC	(4-1)x(6-1)
BxD	(4-1)x(2-1)
CxD	(6-1)x(2-1)
AxBxC	(3-1)x(4-1)x(6-1)
AxBxD	(3-1)x(4-1)x(2-1)
AxCxD	(3-1)x(6-1)x(2-1)
BxCxD	(4-1)x(6-1)x(2-1)
AxBxCxD	(3-1)x(4-1)x(6-1)x(2-1)
Resíduo	(3-1)x3x4x6x2
Total	3x(3x4x6x2)-1

Na prática, bom número estudos mostram que as interações de ordem 3 ou mais no geral são não significativas ou são consequência de interações duplas, de modo que é usual reuni-las como se fossem Resíduo e aí o experimento pode ser realizado até mesmo com uma só repetição.

No exemplo, supondo uma só repetição e usando as interações triplas e quádrupla como Resíduo,haveria ainda a exigência de 144 parcela e a análise ficaria:

Fontes de variação	Grau de liberdade
A	3-1
B	4-1
C	6-1
D	2-1
AxB	(3-1)x(4-1)
AxC	(3-1)x(6-1)
AxD	(3-1)x(2-1)
BxC	(4-1)x(6-1)
BxD	(4-1)x(2-1)
CxD	(6-1)x(2-1)
Resíduo (interações de três ou mais fatores)	diferença
Total	(3x4x6x2)-1

ESPERANÇA DOS QM

. Por exemplo,seja um fatorial com três efeitos aleatórios. Tem-se

Fontes de variação	Esperança do QM
A	VE + r V(ABC) + rcV(AB) + rbV(AC) + rbcV(A)
B	VE + r V(ABC)+ rcV(AB) + raV(BC) + racV(B)
C	VE + r V(ABC) + rbV(AC) + raV(BC) + rabV(C)
AxB	VE + r V(ABC) + rcV(AB)
AxC	VE + r V(ABC) + rbV(AC)
BxC	VE + r V(ABC) + raV(BC)
AxBxC	VE + r V(ABC)
Resíduo	VE
Total	

Algumas complicações surgem quando há efeitos aleatórios.

Não há um teste imediato para testar as variâncias dos efeitos principais. Por exemplo, como testar V(A). A dificuldade está no fato de não existir uma linha em que falte apenas o termo V(A) para ser usado no denominador da estatística F = QMA/ ?

Uma saída é construir o denominador U1= QM(AB)+QM(AC) - QM(ABC).

Por construção, QM(A) e U1 são independentes, mas U1 é uma combinação linear de qui-quadrados e não se sabe o número de graus de liberdade associado a U1.

Uma solução aproximada foi proposta por SATTERTHWAITE (1946).

:A estatística U1 , tem distribuição aproximadamente qui-quadrado com (n1) graus de liberdade, onde,

(n1) = {(U^2)/

[(QM(AB)^2)/((a-1)*(b-1))+((QM(AC)^2)/(a-1)*(c-1))+((QM(ABC)^2)/((a-1)*(b-1)*(c-1))]}

Outra estatística é construir a estatística F2 =

Uma solução aproximada foi proposta por SATTERTHWAITE (1946). A estatística

F=QM(A)/U1 , sob a hipótese de V(A) =0 tem distribuição aproximadamente qui-quadrado com (ns) graus de liberdade, onde,

(n1) = {(U1^2)/

[(QM(AB)^2)/((a-1)*(b-1))+((QM(AC)^2)/(a-1)*(c-1))+((QM(ABC)^2)/((a-1)*(b-1)*(c-1))]}

Outra saída mais usual é recombinar tanto o numerador como o denominador, construindo

F2 = [QM(A)+ QM(ABC)]/[QM(AB) +QM(AC)], com graus de liberdade do numerador e denominador dados pela fórmula de SATTERTHWAITE (1946):

.

Confundimento de efeitos com blocos

A relativa baixa importância de interações maiores permite também a construção de blocos incompletos com confundimento dessas interações com blocos. Ver exemplo do 2^3 (2x2x2) em blocos de tamanho 4 e do 3^3(3x3x3) em blocos de tamanho 9, ANEXOS.

Frações de fatoriais

A relativa baixa importância de interações maiores permite também a construção de delineamentos fatoriais fracionários. Por exemplo, no fatorial 2^5 são cinco fatores (A,B,C,D,E), cada um com dois níveis, por exemplo (-1,+1)resultando 32 tratamentos. Destes 32, metade possuem a interação quíntupla com valor (-) ou 0(módulo2) e a outra metade possuem a interação quíntupla com valor (+) ou 1(módulo2).

Cada uma dessas (1/2) 2^5, constituem um delineamento que pode ser analisado por si só, por exemplo com duas repetições (ou blocos),como se segue:

Fontes de variação	Grau de liberdade
A	1
B	1
C	1
D	1
E	1
AxB	1
AxC	1
AxD	1
AxE	1
BxC	1
BxD	1
BxE	1
CxD	1
CxE	1
DxE	1
Blocos (com interação quíntupla)	1
RESÍDUO (interações triplas e quáduplas)	15
Total	32-1

.