

Rede ADALINE

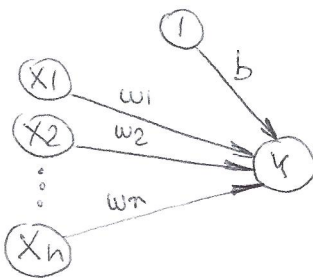
V100

ADALINE = ADAPtive LINEar NEuron (Widrow & Hoff em 1960).

Importância \Rightarrow pode-se combinar várias ADALINE e construir uma rede multicamadas - MADALINE.

\Rightarrow regra DELTA \leftarrow Treinamento.

Arquitetura:



$$y_{-im} = b + \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i$$

Onde

$$y = y_{-im}$$

A FUNÇÃO DE
ATIVACÃO É
A FUNÇÃO IDENTIDADE

ALGORITMO DE APRENDIZADO

REGRAS DELTA:

- Baseia-se na minimização do Erro quadrático entre a saída e o valor "alvo".

$$E = (t - y_{-im})^2$$

- Pode ser utilizada em arquiteturas de várias saídas.

ALGORITMO DE TREINAMENTO:

\Rightarrow Segue.

Algoritmo de Treinamento

PASSO 0: - INICIALIZAÇÃO OS PESOS (valores randomicos)

- ADOTE UMA taxa de aprendizado α

(P/ UM único neurônio na saída:

$$0,1 \leq n \cdot \alpha \leq 1,0 \text{ onde}$$

n = número de entradas)

PASSO 1: Enquanto (condição de parada for falsa) faça

PASSO 2: Para cada par de treinamento $s:t$

PASSO 3: $x_i = S_i$ ($i=1, \dots, n$)

PASSO 4: $y_{\text{im}} = b + \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i$

PASSO 5: $b(\text{novo}) = b(\text{velho}) + \alpha(t - y_{\text{im}})$

$$w_i(\text{novo}) = w_i(\text{velho}) + \underbrace{\alpha(t - y_{\text{im}}) \cdot x_i}_{\Delta w_i}$$

Regra delta

PASSO 6: Se o maior valor "delta" do peso alterado é menor que a tolerância especificada PARE; do contrario continue.

Nota: No caso da ADALINE ser utilizada como um classificador deve-se aplicar uma função degrau como se segue (depois de treinada).

ADALINE - CLASSIFICADOR:

PASSO 0: INICIAIZE OS PESOS (utilize os pesos da rede treinada)

PASSO 1: Para cada vetor bipolar faça:

PASSO 2: $x_i = s_i$;

PASSO 3: $y_{-in} = b + \sum_{i=1}^n x_i w_i$

PASSO 4: Aplique a função de Ativação

$$y = \begin{cases} 1 & \text{se } y_{-in} > 0 \\ -1 & \text{se } y_{-in} < 0 \end{cases}$$

—//—

Subsídios:

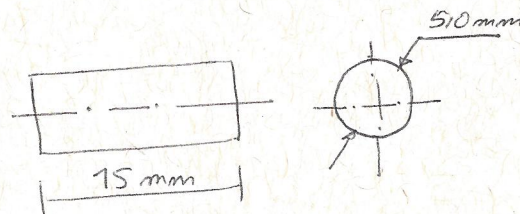
① Erro Quadrático Médio

→ Suponha que uma grandeza assume os seguintes valores:

$$X = (5,0 \quad 5,1 \quad 5,0 \quad 4,9 \quad 5,3)$$

Média aritmética:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



$$\bar{X} = \frac{1}{5} (5,0 + 5,1 + 5,0 + 4,9 + 5,3) \Rightarrow \boxed{\bar{X} = 5,06}$$

"tabela de erro"

Erro Quadrático.

x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	Obs.
5,0	$5,0 - 5,06 = -0,06$	0,0036	—
5,1	$5,1 - 5,06 = +0,04$	0,0016	—
5,0	$5,0 - 5,06 = -0,06$	0,0036	—
4,9	$4,9 - 5,06 = -0,16$	0,0256	—
5,3	$5,3 - 5,06 = +0,24$	0,0576	—

$$\Rightarrow \text{Erro Quadrático Médio} = \frac{(x_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{(0,0036 + 0,0016 + 0,0036 + 0,0256 + 0,0576)}{5} = 0,0184$$

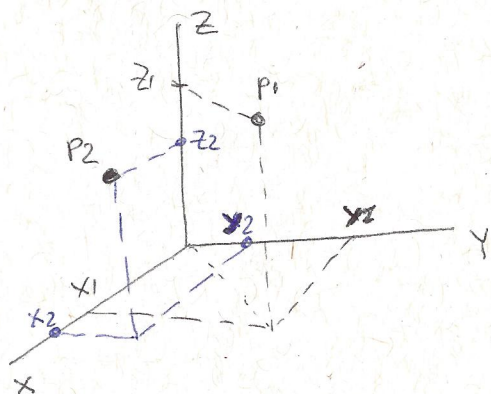
$$\Rightarrow \text{Desvio Padrão} = \sqrt{\text{Erro Quadrático Médio}} \Rightarrow \sqrt{0,0184} = 0,1356$$

$$\text{tem-se: } (5,06 \pm 0,14)$$

R_1

② OPERADOR GRADIENTE

CAMPO Escalar = CAMPO que pode ser caracterizado em cada ponto por um único valor. Ex: temperatura.



$$\text{em } P_1 \Rightarrow t_1 = T(x_1, y_1, z_1)$$

$$\text{em } P_2 \Rightarrow t_2 = T(x_2, y_2, z_2)$$

Problema: como calcular $\Delta T = t_1 - t_2$?

DADO:

$$P_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

$$P_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

$$\Rightarrow \vec{\Delta r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}$$

Para conhecer a variação da grandeza em função da posição basta derivá-la em relação à posição, isto é:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} = \underbrace{\text{grad } T}_{\text{Operador}} = \nabla T$$

variação
infinitesimal
em
x

Obs.: O gradiente de um Escalar é um vetor!!!

$$\text{grad } T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\begin{aligned} \nabla &\equiv \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Se desejarmos conhecer como uma grandeza varia no tempo basta derivá-la em relação ao tempo. Isto é:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

também conhecida como velocidade.

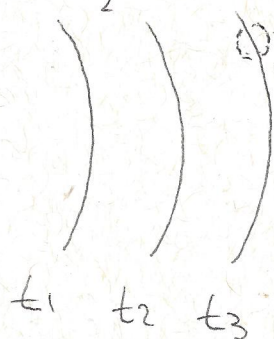
Retornando:

↖ Produto Escalar

$$\Delta t = \nabla T \cdot \Delta R = \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial T}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \Delta z =$$

$$t_2 - t_1 = \frac{\partial T}{\partial x} (x_2 - x_1) + \frac{\partial T}{\partial y} (y_2 - y_1) + \frac{\partial T}{\partial z} (z_2 - z_1)$$

Interpretação Geométrica:

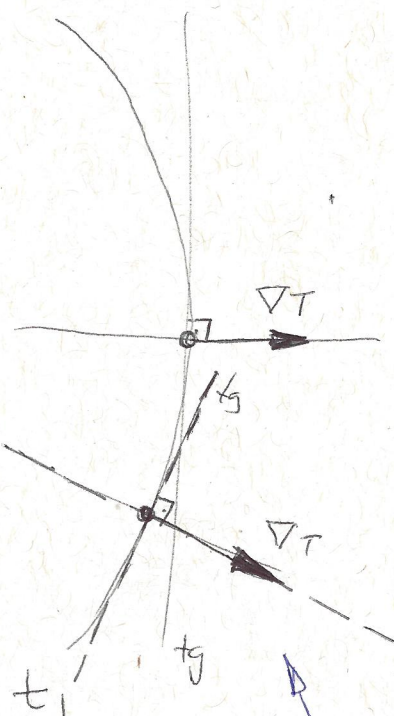
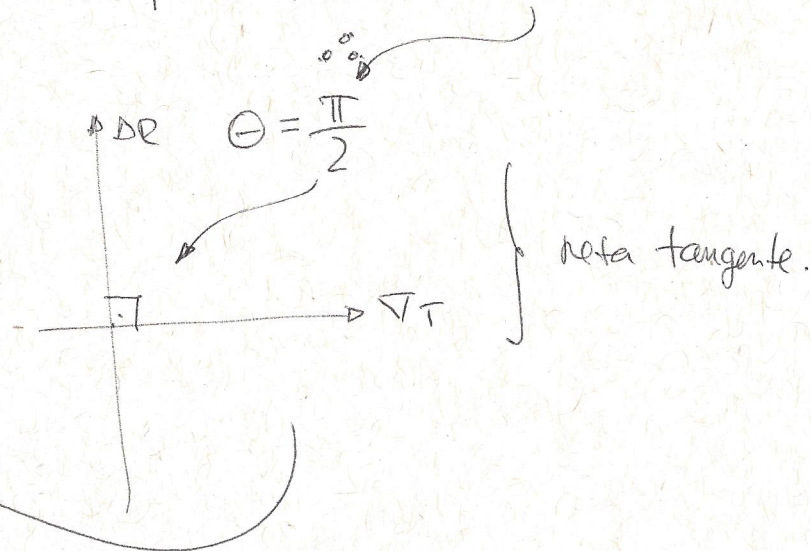


Isoterma
(L.G. = lugar geométrico que possui a mesma temperatura isto é $\Delta t = 0$)

$$\Delta t = \nabla T \cdot \Delta R$$

$$0 = \nabla T \cdot \Delta R$$

$$= |\nabla T| \times |\Delta R| \cdot \cos \Theta$$



O vetor gradiente indica a direção e o sentido da max variação da grandeza.

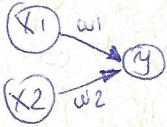
Obs.: O valor max é quando $\Theta = 0^\circ \Rightarrow$ caminha na direção do gradiente

Regra DELTA Pluma Única Saída.

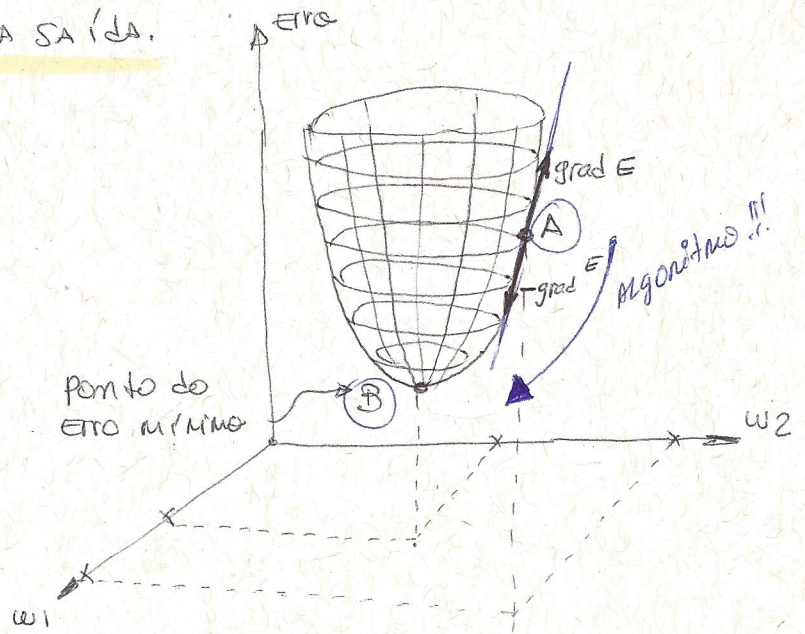
$$E = (t - y_{im})^2 \quad (1)$$

Erro Quadrático

$$y_{im} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i$$



$$E = (t - x_1 \cdot w_1 - x_2 \cdot w_2)^2$$



Sabe-se ^{que} o operador gradiente indica a direcção da maior ^{e o sentido} variação da função, portanto para chegar-se ao ^{pt} mínimo deve-se caminhar em sentido contrário, isto é: $-\text{grad } E$.

tem-se de (1):

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = -2(t - y_{im}) \cdot \frac{\partial y_{im}}{\partial w_i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial y_{im}}{\partial w_i} = \frac{\partial}{\partial w_i} \left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i \right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial w_1} = \frac{\partial}{\partial w_1} (w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots + w_n \cdot x_n) = x_1$$

$$\frac{\partial}{\partial w_2} = \frac{\partial}{\partial w_2} (w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + \dots) = x_2$$

...

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial w_i} = x_i} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2) e reformatando

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = -2(t - y_{in}) \cdot x_i \quad \leftarrow \text{Gradiente de } w_i$$

$$\Delta w_i = -\alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

sentido contrário ao GRADIENTE

$$\Delta w_i = \alpha (t - y_{in}) \cdot x_i$$

Regra Delta

"O Erro local será reduzido mais rapidamente (plum dado α) Ajustando-se o peso com a "regra" Acima"

CH