Obs.: cuidado com o cálculo de α.

De acordo com Hech-Nielsen (1990)

$\alpha < \frac{1}{2}$ do maior valor dos autovalores de R (matriz de correlação)

$$\boxed{R = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P} X(p)^T \cdot X(p)}$$

P = número de vetores de teste

X = vetores de teste.

Obs.:
eigen value
eigen vector
alemão = próprio, característico

Nota:

Dado:

$$X = [x_1, x_2, \dots x_n]^t \qquad X \xrightarrow{T} Y$$

$$Y = [y_1, y_2, \dots y_n]^t$$

Existe uma transformação linear A que leva um vetor x num vetor y.

Em alguns casos existe λ tal que:

$Y = A \cdot X = \lambda \cdot X$ onde λ é chamado de <u>autovalor</u> da transformação e X recebe o nome de <u>autovetor</u>.

tem-se:

$$A \cdot X = \lambda \cdot X$$

$$\lambda \cdot X - A \cdot X = 0$$

$$(\lambda \cdot I - A) \cdot X = 0 \nearrow \begin{bmatrix} (\lambda - a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (\lambda - a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (\lambda - a_{nn}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = 0$$

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} (\lambda - a_{11}) & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (\lambda - a_{22}) & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & (\lambda - a_{nn}) \end{vmatrix} = 0$$

Obs.:

- o determinante fornece um polinomio $\phi(\lambda)$ de grau n em λ chamado de polinomio característico.
- $\phi(\lambda) = 0$ é chamada equação característica de A e suas raízes $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ são chamadas de raízes características ou autovalores.

Exemplo 1: Determine a equação característica e os auto valores.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$Y = A \cdot X$ onde A é a transformação linear

resolução:

$$Y = A \cdot X = \lambda \cdot X \Rightarrow A \cdot X = \lambda \cdot X \Rightarrow \boxed{(\lambda \cdot I - A) \cdot X = 0}$$

$$\begin{bmatrix} (\lambda - 2) & -2 & -1 \\ -1 & (\lambda - 3) & -1 \\ -1 & -2 & (\lambda - 2) \end{bmatrix} = 0$$

resolvendo

$$\lambda^3 - 7\lambda^2 + 11\lambda - 5 = 0$$

Equação característica

polinomio característico

raízes características (auto valores): $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 1$

Obs.: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a} \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

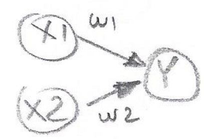
EXEMPLO:

$$X(p) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \downarrow \text{ Vetores de entrada} \quad \leftarrow P = 4$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{Entradas}}$

$x_1 \quad x_2$

Arquitetura da RNA:



$$\boxed{R = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^{P} X(p)^T \cdot X(p) \quad e \quad \alpha = \frac{1}{2} (\text{maior valor dos autovalores de } R)}$$

$$R = \frac{1}{4}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$R = \frac{1}{4}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$R = \frac{1}{4}\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$R = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ matriz característica.

$$Y = R \cdot X = \lambda \cdot X$$

$$R \cdot X = \lambda \cdot X = (\lambda \cdot I - R) \cdot X = 0$$

$$\begin{bmatrix} (\lambda - 1) & 0 \\ 0 & (\lambda - 1) \end{bmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 1)^2 = 0$$

$$\boxed{\lambda = 1}$$

auto valor

$$\alpha < \frac{1}{2} \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\alpha < 0{,}5}$$