Probabilidad y Estadística
Probabilidad

Universidad Tecnológica Izúcar de Matamoros
UTIM

Dr. Alejandro Rodriguez

25 de febrero de 2022

Temas de Probabilidad

- Conjuntos
- Probabilidad Básica y Condicional
- Distribuciones Discretas de Probabilidad
- Distribuciones Continuas de Probabilidad
- Distribuciones Muestrales

Probabilidad

El término **probabilidad** se refiere al estudio de azar y la incertidumbre en cualquier situación en la cual varios posibles sucesos pueden ocurrir.

Probabilidad

El término **probabilidad** se refiere al estudio de azar y la incertidumbre en cualquier situación en la cual varios posibles sucesos pueden ocurrir.

En palabras simples, fenómenos aleatorios son los que pueden dar lugar a varios resultados, sin que pueda ser posible enunciar con certeza cuál de éstos va a ser observado en la realización del experimento.

Espacio muestral

title

Definir los conceptos y notación de conjuntos: -Universo -Vacío -Subconjunto

Describir el proceso de construcción del diagrama de Venn Euler.

Explicar las operaciones entre conjuntos: - Unión - Intersección - Complemento - Diferencia

Conjuntos o espacio muestral

Espacio muestral

El **espacio muestral** de un experimento denotado por E , es el **conjunto** de todos los posibles resultados de dicho experimento.

Conjuntos o espacio muestral

Espacio muestral

El **espacio muestral** de un experimento denotado por E , es el **conjunto** de todos los posibles resultados de dicho experimento.

Ejemplos:

1. El espacio muestral asociado a lanzar un dado, E = 1,2,3,4,5,6

Conjuntos o espacio muestral

Espacio muestral

El **espacio muestral** de un experimento denotado por E , es el **conjunto** de todos los posibles resultados de dicho experimento.

Ejemplos:

1. El espacio muestral asociado a lanzar un dado, E = 1,2,3,4,5,6
2. El espacio asociado a preguntar a un cliente si le gusta o no nuestro producto es E =S, N (S – sí; N – no)

Conjuntos o espacio muestral

Espacio muestral

El **espacio muestral** de un experimento denotado por E , es el **conjunto** de todos los posibles resultados de dicho experimento.

Ejemplos:

1. El espacio muestral asociado a lanzar un dado, E = 1,2,3,4,5,6
2. El espacio asociado a preguntar a un cliente si le gusta o no nuestro producto es E =S, N (S – sí; N – no)
3. El espacio asociado a indagar si 3 clientes que entraron a una tienda compraron un producto es E = SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN.

Conjuntos: Suceso o evento

Suceso o evento

Un **suceso** o **evento** es cualquier recopilación (**subconjunto**) de resultados contenidos en el espacio muestral E. Un evento es *simple* si consiste en exactamente un resultado y *compuesto* si consiste en más de un resultado.

Conjuntos: Suceso o evento

Suceso o evento

Un **suceso** o **evento** es cualquier recopilación (**subconjunto**) de resultados contenidos en el espacio muestral E. Un evento es *simple* si consiste en exactamente un resultado y *compuesto* si consiste en más de un resultado.

Dado que los sucesos son subconjuntos del espacio muestral, son muy útiles los diagramas de Venn para su representación:

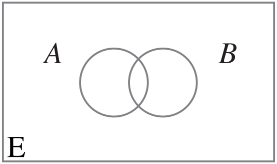


Figura: Ejemplo de un diagrama de diagramas de Venn. E. Espacio muestral, A y B representan conjuntos o subconjuntos.

Propiedades de conjunto

1. El complemento de un evento A, denotado por A', es el conjunto de todos los resultados en **E** que no están contenidos en A.

Propiedades de conjunto

1. El complemento de un evento A, denotado por A', es el conjunto de todos los resultados en **E** que no están contenidos en A.
2. La unión de dos eventos A y B, denotados por A $\cup$ B y leídos "A o B", es el evento que consiste en todos los resultados que están en A o en B o en ambos eventos (de tal suerte que la unión incluya resultados donde tanto A como B ocurren, así también resultados donde ocurre exactamente uno), es decir, todos los resultados en por lo menos uno de los eventos.

Propiedades de conjunto

1. El complemento de un evento A, denotado por A', es el conjunto de todos los resultados en **E** que no están contenidos en A.
2. La unión de dos eventos A y B, denotados por $A \cup B$ y leídos "A o B", es el evento que consiste en todos los resultados que están en A o en B o en ambos eventos (de tal suerte que la unión incluya resultados donde tanto A como B ocurren, así también resultados donde ocurre exactamente uno), es decir, todos los resultados en por lo menos uno de los eventos.
3. La intersección de dos eventos A y B, denotada por $A \cap B$ y leída "A y B", es el evento que consiste en todos los resultados que están tanto en A como en B.

Unión

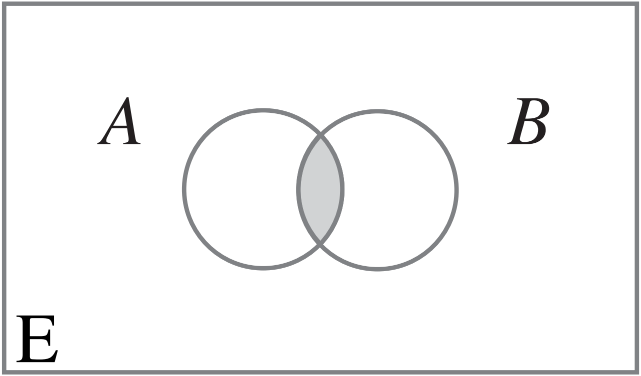


Figura: Unión: La región sombreada es A ∪ B.

Intersección

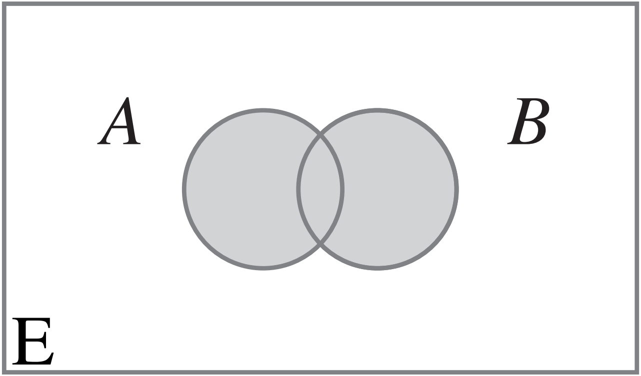


Figura: Intersección: La región sombreada es A ∩ B

Complemento

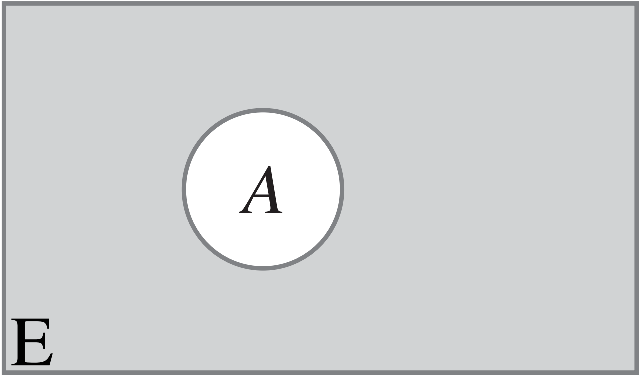


Figura: Complemento: La región sombreada es A'.

Mutuamente excluyentes

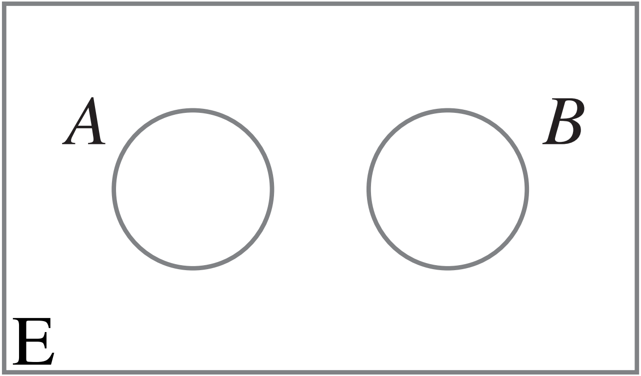


Figura: Eventos mutuamente excluyentes.

Mutuamente excluyentes

TO BE CONTINUE

Probabilidad

Probabilidad

El término **probabilidad** se refiere al estudio de azar y la incertidumbre en cualquier situación en la cual varios posibles sucesos pueden ocurrir.

En palabras simples, fenómenos aleatorios son los que pueden dar lugar a varios resultados, sin que pueda ser posible enunciar con certeza cuál de éstos va a ser observado en la realización del experimento.

Cálculo de probabilidad

Cálculo de probabilidad

La noción de probabilidad tiene cuatro acepciones básicas:

- Empírica (práctica, relacionada con la frecuencia relativa)
- Clásica (teórica, relacionada con casos equiprobables)
- Axiomática (basada en un modelo matemático)
- Intuitiva (relacionada con experiencias o mediciones subjetivas)

Método empírico

J. J. Bernoulli, observando los resultados del lanzamiento de una moneda un número grande de veces, notó que el número de caras y cruces tendía a igualarse. Es decir, que la frecuencia relativa de la obtención de caras se acercaba más al número de cruces, cuanto mayor era el número de lanzamientos, dicho de otra manera, las frecuencias relativas se parecían cada vez más a 0.5. De aquí la definición empírica de Probabilidad:

Probabilidad

Probabilidad de un suceso es el número al que tiende la frecuencia relativa asociada al suceso a medida que el número de veces que se realiza el experimento crece.

$$P(A) = \lim_{N\to\infty} \frac{n(A)}{N}$$

Método empírico

Ejemplo

En una línea de envasado de cereales se tienen los siguientes registros de envases defectuosos:

Semana	1	2	3	4	Total
Envases recibidos	1200	1350	1150	1100	4800
Envases rechazados	4	6	4	5	19

Determine la probabilidad de encontrar un envase defectuoso.

Método empírico

Ejemplo

En una línea de envasado de cereales se tienen los siguientes registros de envases defectuosos:

Semana	1	2	3	4	Total
Envases recibidos	1200	1350	1150	1100	4800
Envases rechazados	4	6	4	5	19

Determine la probabilidad de encontrar un envase defectuoso.

Solución:
Evidentemente la frecuencia relativa de ocurrencia de este suceso es igual a $19/4800 = 0{,}004$ o lo que es lo mismo de un $0.4\,\%$.

Probabilidad Clásica (Definición de Laplace)

Enfoque clasico

Es el ***número de casos favorables al evento*** (es decir, resultados posibles del evento o prueba que hacen que ocurra el evento) ***entre el número de casos posibles*** (o sea todos los resultados posibles del experimento), ***pero considerando que cada uno de los casos posibles tiene igual probabilidad de ocurrir***.

$$P(E) = \frac{n(E)}{N}$$

$n(E)$: número de casos favorables a E
N: número de casos posibles

Probabilidad Clásica (Definición de Laplace). Ejemplo

Ejemplo: El evento que consiste en obtener un mismo número de ambos dados al lanzar dos dados tiene probabilidad

$$P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Probabilidad Clásica (Definición de Laplace). Ejemplo

Ejemplo: El evento que consiste en obtener un mismo número de ambos dados al lanzar dos dados tiene probabilidad

$$P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

Combinaciones: 36

Método Subjetivo o Intuitivo

Hay otro tipo de probabilidades como la llamada probabilidad **subjetiva** o **intuitiva** que es una cierta evaluación personal de la probabilidad, en lugar de ser teórica o experimental. Por ejemplo, si se desea opinar acerca de las posibilidades de que llueva en mayo en Izúcar de Matamoros, uno puede opinar, de acuerdo a la experiencia propia, acorde con los años en que ha residido en un lugar, por ejemplo que mañana es posible que la probabilidad de lluvia sea de un 20 %, muy distinta a la que pudiera decir la misma persona si le preguntan en junio, un mes en el que comienzan las lluvias por esta región de Izúcar. No obstante, en ciertos estudios y situaciones los criterios de los expertos pueden utilizarse y manejarse incluso utilizando métodos estadísticos.

Técnicas de conteo

Técnicas de conteo

Para utilizar el enfoque clásico de la probabilidad (a priori), es necesario conocer el numero total de resultados de una muestra o experimento.

Las **técnicas de conteo** generalmente se utilizan como un medio para determinar el número total de resultados y son empleadas cuando realizar el conteo de forma manual se hace complicado.

Técnicas de conteo

Para utilizar el enfoque clásico de la probabilidad (a priori), es necesario conocer el numero total de resultados de una muestra o experimento.
Las **técnicas de conteo** generalmente se utilizan como un medio para determinar el número total de resultados y son empleadas cuando realizar el conteo de forma manual se hace complicado.

Técnicas de conteo

Las **Técnicas de conteo** son una serie de métodos de probabilidad para contar el número posible de arreglos dentro de un conjunto o varios conjuntos de objetos

- Diagrama de Árbol
- Regla multiplicativa
- Permutación
- Combinación

Diagrama de Árbol

Un diagrama de árbol es una representación gráfica de los posibles resultados de un experimento que tiene varios pasos.

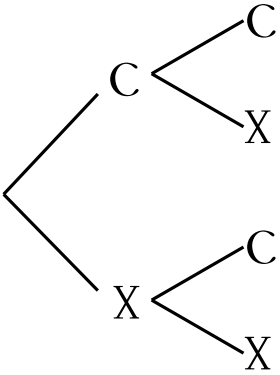


Figura: Lanzamiento de una monada, dos veces consecutivas.

Diagrama de Árbol

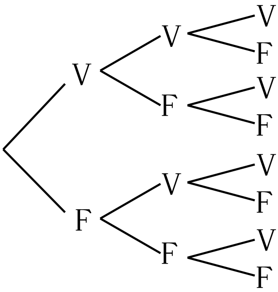


Figura: Posibles respuestas de V o F, en un examen de tres preguntas.

Regla multiplicativa

Regla multiplicativa

Si una operación puede realizarse en n_i formas, y si por cada una de éstas una segunda operación puede llevarse a cabo en n_2 formas, entonces las dos operaciones pueden realizarse juntas en $n_1 n_2$ formas.

Ejemplo

¿Cuantos puntos muetrales hay en una espacio muestral cuando se lanza un par de dados una sola vez?

Regla multiplicativa

Regla multiplicativa

Si una operación puede realizarse en n_i formas, y si por cada una de éstas una segunda operación puede llevarse a cabo en n_2 formas, entonces las dos operaciones pueden realizarse juntas en $n_1 n_2$ formas.

Ejemplo

¿Cuantos puntos muetrales hay en una espacio muestral cuando se lanza un par de dados una sola vez? **Solución**: El primer dado puede caer en cualquiera de $n_1 = 6$ formas. Para cada una de éstas el segundo puede, también, caer en $n_2 = 6$ formas. Por tanto el par de dados pueden caer:

$$n_1 n_2 = (6)(6) = 36$$

Definición de Factorial!

Definición de Factorial!

El **factorial de un entero positivo** n se define como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n.
Por ejemplo:

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120.$$

Propiedades del de Factorial!

$$0! = 1$$

$$(1 + 4)! = 5! = 120$$

$$(6 - 2)! = 4! = 24$$

Propiedades del de Factorial!

Propiedades del de Factorial!

$$\frac{5!}{7!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{\cancel{5!}}{7 \times 6 \times \cancel{5!}} = \frac{1}{7 \times 6} = \frac{1}{42}$$

Otro ejemplo:

Propiedades del de Factorial!

Propiedades del de Factorial!

$$\frac{5!}{7!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1} = \frac{\cancel{5!}}{7\times6\times\cancel{5!}} = \frac{1}{7\times6} = \frac{1}{42}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{4!}{2!} = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{4\times3\times\cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4\times3 = 12$$

Permutación y Combinación

Considérese un grupo de $\boldsymbol{n}$ **individuos u objetos distintos**.
- ¿Cuántas maneras existen de seleccionar un subconjunto de tamaño k del grupo?

Permutación y Combinación

Considérese un grupo de $\boldsymbol{n}$ **individuos u objetos distintos**.
- ¿Cuántas maneras existen de seleccionar un subconjunto de tamaño k del grupo?

Ejemplos

- Si un equipo de ligas menores tiene 15 jugadores registrados, ¿cuántas maneras existen de seleccionar 9 jugadores para una alineación inicial?
- Si en su librero tiene 10 libros de misterio no leídos y desea seleccionar 3 para llevarlos consigo en unas vacaciones cortas, ¿cuántas maneras existen de hacerlo?

Permutación y Combinación

Una respuesta a la pregunta general que se acaba de plantear requiere distinguir entre dos casos.

- El orden de selección importa.
- El orden de selección **NO** importa.

Permutación y Combinación

Una respuesta a la pregunta general que se acaba de plantear requiere distinguir entre dos casos.

- El orden de selección importa.
- El orden de selección **NO** importa.

Ejemplos

- Con Jorge como lanzador y Daniela como receptor se obtiene una alineación diferente de aquella con Daniela como receptor y Jorge como lanzador.
- La selección del libro que va a leer no es importante.

Permutación y Combinación. Definición.

Definición

Un subconjunto ordenado se llama **permutación**. El número de permutaciones de tamaño k que se puede formar con los n individuos u objetos en un grupo será denotado por $P_{k,n}$.

Permutación y Combinación. Definición.

Definición

Un subconjunto ordenado se llama **permutación**. El número de permutaciones de tamaño k que se puede formar con los n individuos u objetos en un grupo será denotado por $P_{k,n}$.
Un subconjunto no ordenado se llama **combinación**. Una forma de denotar el número de combinaciones es $C_{k,n}$, pero en su lugar se utilizará una notación que es bastante común en libros de probabilidad: $\binom{n}{k}$, que se lee "*de n se eligen k*".

Permutación

Ejemplo

Supongamos que tenemos un conjunto de cuatro individuos: a, b, c y d. De ellos solo dos van a ser elegidos para los puestos de *presidente* y *vicepresidente* en cierta junta directiva.
¿Cuantas maneras exciten para seleccionar estos dos cargos?

Permutación

Ejemplo

Supongamos que tenemos un conjunto de cuatro individuos: a, b, c y d. De ellos solo dos van a ser elegidos para los puestos de *presidente* y *vicepresidente* en cierta junta directiva.
¿Cuantas maneras exciten para seleccionar estos dos cargos?

ab	ac	ad
ba	bc	bd
ca	cb	cd
da	db	dc

Total: 12 formas.
NOTA: Uno esta tentado a decir combinaciones sin embargo, el orden importa, por lo que son **permutaciones**.

Permutación

Ejemplo

Supongamos que tenemos un conjunto de cuatro individuos: a, b, c y d. De ellos solo dos van a ser elegidos para los puestos de *presidente* y *vicepresidente* en cierta junta directiva.
¿Cuantas maneras exciten para seleccionar estos dos cargos?

Permutación

Ejemplo

Supongamos que tenemos un conjunto de cuatro individuos: a, b, c y d. De ellos solo dos van a ser elegidos para los puestos de *presidente* y *vicepresidente* en cierta junta directiva.

¿Cuantas maneras exciten para seleccionar estos dos cargos?

ab	ac	ad
ba	bc	bd
ca	cb	cd
da	db	dc

$$P_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$P_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 4 \times 3 = 12$$

Permutación. Ejemplo

Ejemplo

Existen diez asistentes de profesor disponibles para calificar exámenes en un curso. El examen se compone de cuatro preguntas y el profesor desea seleccionar un asistente diferente para calificar cada pregunta (sólo un asistente por pregunta). ¿De cuántas maneras se pueden elegir los asistentes para calificar?

Permutación. Ejemplo

Ejemplo

Existen diez asistentes de profesor disponibles para calificar exámenes en un curso. El examen se compone de cuatro preguntas y el profesor desea seleccionar un asistente diferente para calificar cada pregunta (sólo un asistente por pregunta). ¿De cuántas maneras se pueden elegir los asistentes para calificar?

n = tamaño del grupo = 10
k = tamaño del subconjunto = 4

$$P_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} =$$

Permutación. Ejemplo

Ejemplo

Existen diez asistentes de profesor disponibles para calificar exámenes en un curso. El examen se compone de cuatro preguntas y el profesor desea seleccionar un asistente diferente para calificar cada pregunta (sólo un asistente por pregunta). ¿De cuántas maneras se pueden elegir los asistentes para calificar?

n = tamaño del grupo = 10
k = tamaño del subconjunto = 4

$$P_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} =$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$$

Técnicas de conteo
Combinación

Combinación

Definición

Un subconjunto no ordenado se llama **combinación**. Una forma de denotar el número de combinaciones es $C_{k,n}$, pero en su lugar se utilizará una notación que es bastante común en libros de probabilidad: $\binom{n}{k}$, que se lee "*de n se eligen k*".

Combinación

Definición

Un subconjunto no ordenado se llama **combinación**. Una forma de denotar el número de combinaciones es $C_{k,n}$, pero en su lugar se utilizará una notación que es bastante común en libros de probabilidad: $\binom{n}{k}$, que se lee "*de n se eligen k*".

Considérense ahora las combinaciones (es decir, subconjuntos ordenados). Tomando el ejemplo anterior, el de los cuatro individuos

$$a,\ b,\ c \text{ y } d.$$

Supóngase que dos de los cuatro individuos tienen que ser seleccionados para que asistan a una conferencia. El orden de selección no es importante; lo que importa es cuáles dos son seleccionados.

Combinación

Considérense ahora las combinaciones (es decir, subconjuntos ordenados). Tomando el ejemplo anterior, el de los cuatro individuos

$$a,\ b,\ c \text{ y } d.$$

Supóngase que dos de los cuatro individuos tienen que ser seleccionados para que asistan a una conferencia. El orden de selección no es importante; lo que importa es cuáles dos son seleccionados. Nos percatamos que el orden de selección no es importante, da lo mismo seleccionar a $\boldsymbol{ab}$ que a $\boldsymbol{ba}$.

$$\text{ab} \Leftrightarrow \text{ba}$$

$$\text{ab, ac, ad, bc, bd, cd}$$

Combinación

Combinación

$$\binom{n}{k} = \frac{P_{k,n}}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Del ejemplo anterior tenemos:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2! \times \cancel{2!}} =$$

$$\frac{4 \times 3}{2} = 12/2 = 6$$

Combinación

Combinación

$$\binom{n}{k} = \frac{P_{k,n}}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Del ejemplo anterior tenemos:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2! \times \cancel{2!}} =$$

$$\frac{4 \times 3}{2} = 12/2 = 6$$

ab, ac, ad, bc, bd, cd

Combinación

Conceptos de probabilidad

Probabilidad Condicionada

En numerosas ocasiones, tendremos que modelar una situación en la que se dispone de información adicional, **debiendo condicionarse a sucesos o circunstancias**. Supongamos que estamos interesados en un suceso A; hemos asignado P(A) y nos informan que ha ocurrido el suceso B y queremos saber cómo cambian mis creencias sobre A.

Probabilidad Condicionada

En numerosas ocasiones, tendremos que modelar una situación en la que se dispone de información adicional, **debiendo condicionarse a sucesos o circunstancias**. Supongamos que estamos interesados en un suceso A; hemos asignado P(A) y nos informan que ha ocurrido el suceso B y queremos saber cómo cambian mis creencias sobre A.

Probabilidad Condicionada

Para dos eventos cualesquiera A y B con $P(B) > 0$, la **probabilidad condicional de A dado que B ha ocurrido** está definida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

$$P(A) =$$

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) =$$

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) =$$

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{\;} =$$

Probabilidad Condicionada

Probabilidad Condicionada. Ejemplo

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{\quad} = \frac{\frac{1}{6}}{\quad} = \frac{1}{\quad}$$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Supóngase que de todos los individuos que compran cierta cámara digital, 60 % incluye una tarjeta de memoria opcional en su compra, 40 % incluyen una batería extra y 30 % incluyen tanto una tarjeta como una batería.
Considere seleccionar al azar un comprador y sea A = tarjeta de memoria adquirida y B = batería adquirida Dado que el individuo seleccionado adquirió una batería extra, ¿cual es la probabilidad de haber adquirido una tarjeta opcional?

Solución

- P(A) =

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Supóngase que de todos los individuos que compran cierta cámara digital, 60 % incluye una tarjeta de memoria opcional en su compra, 40 % incluyen una batería extra y 30 % incluyen tanto una tarjeta como una batería.
Considere seleccionar al azar un comprador y sea A = tarjeta de memoria adquirida y B = batería adquirida Dado que el individuo seleccionado adquirió una batería extra, ¿cual es la probabilidad de haber adquirido una tarjeta opcional?

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) =$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Supóngase que de todos los individuos que compran cierta cámara digital, 60 % incluye una tarjeta de memoria opcional en su compra, 40 % incluyen una batería extra y 30 % incluyen tanto una tarjeta como una batería.
Considere seleccionar al azar un comprador y sea A = tarjeta de memoria adquirida y B = batería adquirida Dado que el individuo seleccionado adquirió una batería extra, ¿cual es la probabilidad de haber adquirido una tarjeta opcional?

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) = 0.40$
- P(ambas adquiridas) =

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Supóngase que de todos los individuos que compran cierta cámara digital, 60 % incluye una tarjeta de memoria opcional en su compra, 40 % incluyen una batería extra y 30 % incluyen tanto una tarjeta como una batería.

Considere seleccionar al azar un comprador y sea A = tarjeta de memoria adquirida y B = batería adquirida Dado que el individuo seleccionado adquirió una batería extra, ¿cual es la probabilidad de haber adquirido una tarjeta opcional?

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) = 0.40$
- $P(\text{ambas adquiridas}) = P(A \cap B) = 0.30$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Solución

- $\mathrm{P(A)} =$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) =$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) = 0.40$
- P(ambas adquiridas) =

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Solución

- $P(A) = 0.60$
- $P(B) = 0.40$
- $P(\text{ambas adquiridas}) = P(A \cap B) = 0.30$

Ejemplo de la tienda de cámaras.

Solución

- P(A) = 0.60
- P(B) = 0.40
- P(ambas adquiridas) = P(A ∩ B) = 0.30

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

Es decir, de todos los que adquieren una batería extra, 75 % adquirieron una tarjeta de memoria opcional.

Probabilidad Incondicionada

¿Que sucede cuando los eventos son independientes entre si?

Probabilidad Incondicionada

¿Que sucede cuando los eventos son independientes entre si?

Probabilidad Incondicionada

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido, o no, B.

Por ejemplo: Si lanzamos dos veces una moneda, el segundo resultado que obtengamos no estará influenciado por el primer resultado obtenido.
Como lo calculamos:

Probabilidad Incondicionada

¿Que sucede cuando los eventos son independientes entre si?

Probabilidad Incondicionada

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido, o no, B.

Por ejemplo: Si lanzamos dos veces una moneda, el segundo resultado que obtengamos no estará influenciado por el primer resultado obtenido.
Como lo calculamos:

Probabilidad Incondicionada

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad

- Distribuciones Discretas de Probabilidad
- Distribuciones Continuas de Probabilidad
- Distribuciones Muestrales*

Distribuciones de Probabilidad

Recordando

El **espacio muestral**

Distribuciones de Probabilidad

Recordando

El **espacio muestral** es el conjunto de resultados posibles del experimento aleatorio. Hay una gran variedad de experimentos aleatorios que nos pueden dar resultados tan diversos como: para lanzar una moneda *sol ; águila*; para lanzar un dado *1, 2, 3, 4, 5, 6*; para ver si una unidad cumple o no cumple especificaciones *pasa, no pasa*; ver el pH de una muestra de agua *todo el conjunto de valores entre 6 y 9 digamos*; etc.

Distribuciones de Probabilidad

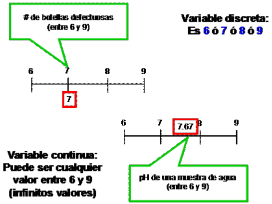
Recordando

El **espacio muestral** es el conjunto de resultados posibles del experimento aleatorio. Hay una gran variedad de experimentos aleatorios que nos pueden dar resultados tan diversos como: para lanzar una moneda *sol ; águila*; para lanzar un dado *1, 2, 3, 4, 5, 6*; para ver si una unidad cumple o no cumple especificaciones *pasa, no pasa*; ver el pH de una muestra de agua *todo el conjunto de valores entre 6 y 9 digamos*; etc.
Esto quiere decir que de los experimentos aleatorios podemos obtener números, textos, valores booleanos (binarios), etc. En correspondencia tendremos variables aleatorias del mismo carácter.

Distribuciones de Probabilidad

Ampliando el concepto previo de variables.

- **Variable aleatoria discreta:** Puede tomar una cantidad finita de valores o infinita pero numerable. Esto quiere decir que sus valores son un número finito de números reales distintos.
- **Variable aleatoria continua:** La cantidad de valores que puede adoptar es una cantidad infinita. Esto quiere decir que sus valores son un intervalo o una unión de intervalos sobre la recta de los números reales.



Función de densidad de probabilidad

- En general, cada uno de los valores posibles de una variable aleatoria puede tener una probabilidad distinta a los demás. Al conjunto de valores posibles, y la relación entre ellos y sus respectivas probabilidades, se lo conoce como distribución de probabilidad.
- Las distribuciones de probabilidad pueden representarse a través de una tabla, una gráfica o una fórmula, en cuyo caso a tal regla de correspondencia se le denomina **función de densidad de probabilidad**.

Propiedades

- Que no puede ser negativa en ningún punto
- La suma de las probabilidades de todos los valores posibles es igual a 1.

Función de densidad de probabilidad

Ejemplo

Consideremos a la variable aleatoria X como suma de los valores que se obtienen al lanzar un dado 2 veces. El espacio muestral es el conjunto 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12.

Función de densidad de probabilidad

Ejemplo

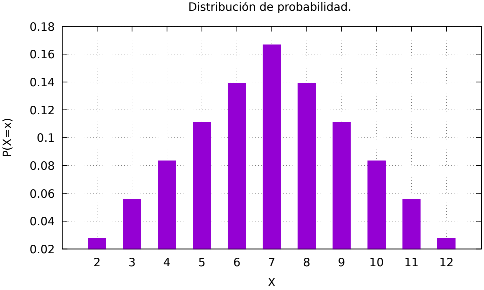
Consideremos a la variable aleatoria X como suma de los valores que se obtienen al lanzar un dado 2 veces. El espacio muestral es el conjunto 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12.

i;j	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Función de densidad de probabilidad

Vea la tabla donde se expone la probabilidad asociada a cada valor y su histograma.

X	P(X=x)
2	0.027
3	0.055
4	0.083
5	0.111
6	0.138
7	0.166
8	0.138
9	0.111
10	0.083
11	0.055
12	0.027



Distribuciones Discretas de Probabilidad

Distribuciones de probabilidad de variables discretas

Existen varias distribuciones discretas con aplicación práctica, pero por el alcance de este curso haremos énfasis en la distribución binomial, pues tiene aplicación posterior en el Control de Calidad.

- La distribución binomial
- Hipergeométrica
- Poisson

Distribución binomial o experimento de Bernoulli

Existen muchos experimentos que se ajustan exacta o aproximadamente a la siguiente lista de requerimientos:

1. El experimento consta de una secuencia de n experimentos más pequeños llamados ensayos, donde n se fija antes del experimento.
2. Cada ensayo puede dar por resultado uno de los mismos dos resultados posibles, los cuales se denotan como éxito (**E**) y falla (**F**).
3. Los ensayos son independientes, de modo que el resultado en cualquier ensayo particular no influye en el resultado de cualquier otro ensayo.
4. La probabilidad de éxito es constante de un ensayo a otro; esta probabilidad se denota por **p**.

En tal caso se tiene lo que se denomina un experimento binomial.

Distribución binomial o experimento de Bernoulli

En este experimento binomial, emplearemos las siguiente notación, el número de ensayos se denota con **n**, la probabilidad de éxito con **p** y la de fracaso con **q**.
Hay que notar que las probabilidades de éxito y de fracaso están relacionadas de la siguiente manera: $p + q = 1$. La función de probabilidad es:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

donde

$$x = 1, 2, 3, \cdots, n$$

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x**

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x** es el número de éxitos, en este ejemplo igual a 3 (en cada éxito decíamos que la variable toma el valor 1, como son 3 aciertos, entonces $x = 3$)
- **n**

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x** es el número de éxitos, en este ejemplo igual a 3 (en cada éxito decíamos que la variable toma el valor 1, como son 3 aciertos, entonces $x = 3$)
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 5.
- **p**

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x** es el número de éxitos, en este ejemplo igual a 3 (en cada éxito decíamos que la variable toma el valor 1, como son 3 aciertos, entonces $x = 3$)
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 5.
- **p** es la probabilidad de éxito, es decir, que salga águila al lanzar la moneda. Por lo tanto $p = 0{,}5$.

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x** es el número de éxitos, en este ejemplo igual a 3 (en cada éxito decíamos que la variable toma el valor 1, como son 3 aciertos, entonces $x = 3$)
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 5.
- **p** es la probabilidad de éxito, es decir, que salga águila al lanzar la moneda. Por lo tanto $p = 0{,}5$.

$$P(X = 3) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} =$$

Distribución binomial. Ejemplo 1

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 águilas al lanzar una moneda 5 veces?

Solución

- **x** es el número de éxitos, en este ejemplo igual a 3 (en cada éxito decíamos que la variable toma el valor 1, como son 3 aciertos, entonces $x = 3$)
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 5.
- **p** es la probabilidad de éxito, es decir, que salga águila al lanzar la moneda. Por lo tanto $p = 0{,}5$.

$$P(X=3) = \frac{n!}{x!(n-x)!}p^x q^{n-x} = \frac{5!}{3!(5-3)!}0{,}5^3(1-0{,}5)^{5-3} = 0{,}3125 \Rightarrow 31{,}$$

Distribución binomial. Ejemplo 2

Ejemplo 2

De acuerdo a una encuesta, **la probabilida**d de que un cliente compre un nuevo producto que se está introduciendo en el mercado, **es de 0.6**. Hallar la probabilidad de que al entrar **10 clientes** a una tienda **lo compren 5 clientes**. ¿Cuál será la probabilidad de que lo compren al menos 5 clientes?
Grafique las probabilidades y vea como se afectan si p = 0.7.

Solución

- **x**

Distribución binomial. Ejemplo 2

Ejemplo 2

De acuerdo a una encuesta, **la probabilida**d de que un cliente compre un nuevo producto que se está introduciendo en el mercado, **es de 0.6**. Hallar la probabilidad de que al entrar **10 clientes** a una tienda **lo compren 5 clientes**. ¿Cuál será la probabilidad de que lo compren al menos 5 clientes?
Grafique las probabilidades y vea como se afectan si p = 0.7.

Solución

- **x** van a ser: 5 y para la gráfica los valores del 1 al 10.
- **n**

Distribución binomial. Ejemplo 2

Ejemplo 2

De acuerdo a una encuesta, **la probabilida**d de que un cliente compre un nuevo producto que se está introduciendo en el mercado, **es de 0.6**. Hallar la probabilidad de que al entrar **10 clientes** a una tienda **lo compren 5 clientes**. ¿Cuál será la probabilidad de que lo compren al menos 5 clientes?
Grafique las probabilidades y vea como se afectan si p = 0.7.

Solución

- **x** van a ser: 5 y para la gráfica los valores del 1 al 10.
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 10.
- **p**

Distribución binomial. Ejemplo 2

Ejemplo 2

De acuerdo a una encuesta, **la probabilida**d de que un cliente compre un nuevo producto que se está introduciendo en el mercado, **es de 0.6**. Hallar la probabilidad de que al entrar **10 clientes** a una tienda **lo compren 5 clientes**. ¿Cuál será la probabilidad de que lo compren al menos 5 clientes?
Grafique las probabilidades y vea como se afectan si p = 0.7.

Solución

- **x** van a ser: 5 y para la gráfica los valores del 1 al 10.
- **n** es el número de ensayos. En nuestro ejemplo son 10.
- **p** es la probabilidad de éxito, 0.6 y 0.7.

Calculemos la tabla de la distribución binomial con Excel.

Distribución binomial. Ejemplo 2

Ejemplo 2

Hallar la probabilidad de que al entrar **10 clientes** a una tienda **lo compren 5 clientes**. ¿Cuál será la probabilidad de que lo compren al menos 5 clientes?

Distribución binomial. Ejemplo 2

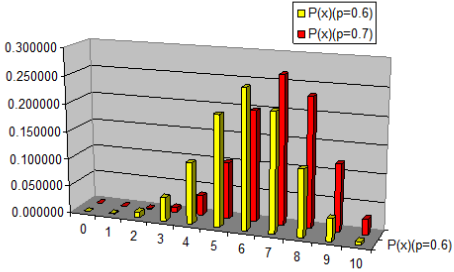
Solución. Tabla

x	F p=0.6	F p=0.7	P(x)(p=0.6)	P(x)(p=0.7)
0	0.00010	0.00001	0.00010	0.00001
1	0.00168	0.00014	0.00157	0.00014
2	0.01229	0.00159	0.01062	0.00145
3	0.05476	0.01059	0.04247	0.00900
4	0.16624	0.04735	0.11148	0.03676
5	0.36690	0.15027	0.20066	0.10292
6	0.61772	0.35039	0.25082	0.20012
7	0.83271	0.61722	0.21499	0.26683
8	0.95364	0.85069	0.12093	0.23347
9	0.99395	0.97175	0.04031	0.12106
10	1.00000	1.00000	0.00605	0.02825

Distribución binomial. Ejemplo 2

Solución

La primera pregunta arroja 0.20066, o sea un 20.1 % de probabilidad de que 5 clientes compren el producto.
La respuesta a la 2da pregunta es muy sencilla, es el valor de lo acumulado hasta 5 clientes que es 0.3669, o sea un 36.7 %.



La gráfica muestra que al aumentar la aceptación, la probabilidad máxima de compra se desplaza de 6 a 7 clientes.

Distribución Hipergeométrica

Es similar a la binomial, pero con un tamaño de muestra grande en relación al tamaño de la población.

Distribución De Poisson

Una variable de tipo Poisson cuenta el número de sucesos por unidad de tiempo, área, volumen, etc. El experimento que la genera debe cumplir las siguientes condiciones:

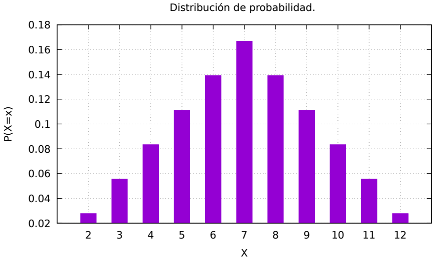
1. El número de éxitos que ocurren en cada región del tiempo o del espacio es independiente de lo que ocurra en cualquier otro tiempo o espacio disjunto del anterior.
2. La probabilidad de un, éxito en un tiempo o espacio pequeño es proporcional al tamaño de este y no depende de lo que ocurra fuera de él.
3. La probabilidad de encontrar uno o más, éxitos en una región del tiempo o del espacio tiende a cero a medida que se reducen las dimensiones de la región en estudio.

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

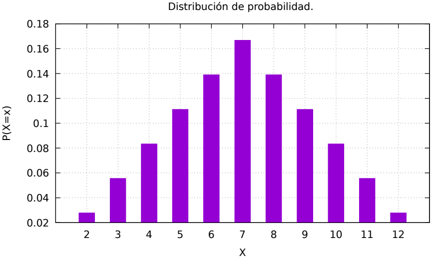
donde $x = 0, 1, 2, 3, ...$

Distribuciones Continuas de Probabilidad

Valores de la variable aleatoria

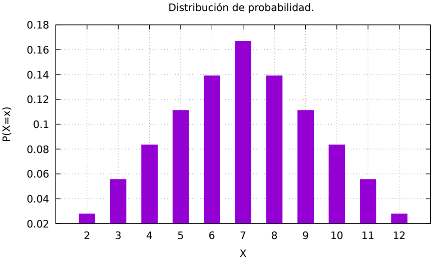


Valores de la variable aleatoria



- Los datos que se colectan no sean completamente exactos
- Datos distribuidos, datos de forma discreta
- Se trabaja en intervalos

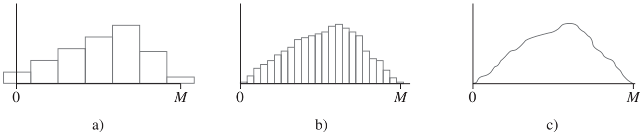
Valores de la variable aleatoria



- Los datos que se colectan no sean completamente exactos
- Datos distribuidos, datos de forma discreta
- Se trabaja en intervalos

Sin embargo, se pueden realizar aproximaciones y describir la probabilidad asociada a los valores de la variable aleatoria utilizando de modelos teóricos de probabilidad cuya gráfica es una línea continua.

Distribuciones Continuas de Probabilidad



Distribuciones Continuas de Probabilidad

Distribuciones Continuas de Probabilidad

- Normal
- Chi cuadrada
- F de Fisher
- Uniforme *
- Exponencial *

´

DCP. Distribución Normal

La distribución normal es la más importante en toda la probabilidad y estadística. Muchas poblaciones numéricas tienen distribuciones que pueden ser representadas muy fielmente por una curva normal apropiada.

DCP. Distribución Normal

La distribución normal es la más importante en toda la probabilidad y estadística. Muchas poblaciones numéricas tienen distribuciones que pueden ser representadas muy fielmente por una curva normal apropiada.

Distribución Normal

Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una distribución normal con parámetros μ y σ (o μ y σ^2), donde $-\infty < \mu < \infty$ y $\sigma > 0$ o, si la función de densidad de probabilidad de X es:

DCP. Distribución Normal

La distribución normal es la más importante en toda la probabilidad y estadística. Muchas poblaciones numéricas tienen distribuciones que pueden ser representadas muy fielmente por una curva normal apropiada.

Distribución Normal

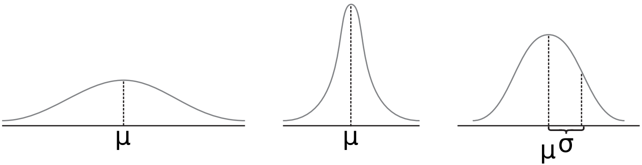
Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una distribución normal con parámetros μ y σ (o μ y σ^2), donde $-\infty < \mu < \infty$ y $\sigma > 0$ o, si la función de densidad de probabilidad de X es:

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$e : 2{,}71828$$

$$\pi : 3{,}14159$$

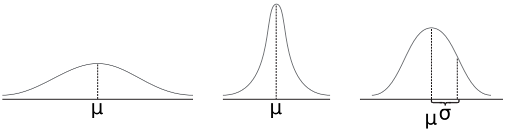
DCP. Distribución Normal. Propiedades



Distribución Normal

- μ: es el valor medio de la distribución y es precisamente donde se sitúa el centro de la curva (de la campana de Gauss).
- σ^2: es la varianza. Indica si los valores están más o menos alejados del valor central: si la varianza es baja los valores están próximos a la media; si es alta, entonces los valores están muy dispersos.

DCP. Distribución Normal. Propiedades



Distribución Normal

1. Los valores de la curva son positivos.
2. La curva es simétrica con respecto al valor de la media.
3. La curva tiene un valor máximo en el valor de la media.
4. La curva tiene puntos de inflexión en aquellos valores de x para los cuales a la media se le suma o se le resta una desviación estándar.
5. La curva, en sus extremos izquierdo y derecho, tiende a acercarse infinitamente al valor cero, es decir, el eje de las abscisas es asíntota horizontal.
6. El área bajo la curva es la unidad.

Distribución normal estándar o Distribución normal tipificada

Distribución normal estándar

La distribución normal con valores de parámetro $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ se llama **distribución normal estándar**. Una variable aleatoria que tiene una distribución normal estándar se llama **variable aleatoria normal estándar** y se denotará por Z. La función de densidad de probabilidad de Z es:

$$f(z; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{\dfrac{-z^2}{2}}, \quad -\infty < z < \infty$$

La gráfica de $f(z; 0, 1)$ se llama ***curva normal estándar***. La función de distribución acumulativa de Z es $P(Z \leq z) = \Phi(z)$.

Con esta expresión se calculó de forma numérica la tabla de frecuencias, con la cual vamos a trabajar a continuación.

Distribución normal estándar o Distribución normal tipificada

¿Cómo utilizar la tabla?

La columna de la izquierda indica el valor cuya probabilidad acumulada queremos conocer (x). La primera fila nos indica el segundo decimal del valor que estamos consultando, tolerancia para el calculo de error, vamos a tomar 0.05 (pues es el más común).

Ejemplo

Determínense las siguientes probabilidades normales estándar:

a $P(Z \leq 1{,}25)$

b $P(Z > 1{,}25)$

c $P(Z \leq -1{,}25)$

d $P(-0{,}38 \leq Z \leq 1{,}25)$

El ejemplo

Ejemplo

Determínense las siguientes probabilidades normales estándar:

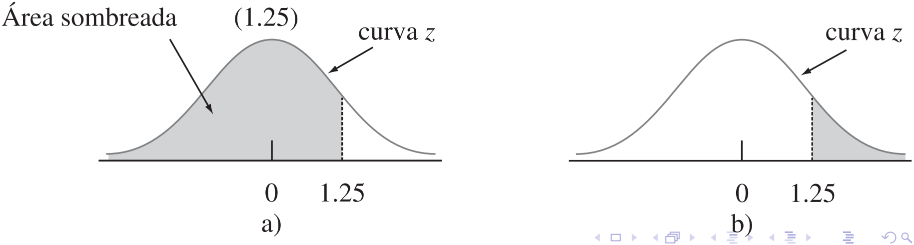
a $P(Z \leq 1{,}25)$

b $P(Z > 1{,}25)$

c $P(Z \leq -1{,}25)$

d $P(-0{,}38 \leq Z \leq 1{,}25)$

a, b



El ejemplo

Ejemplo

Determínense las siguientes probabilidades normales estándar:

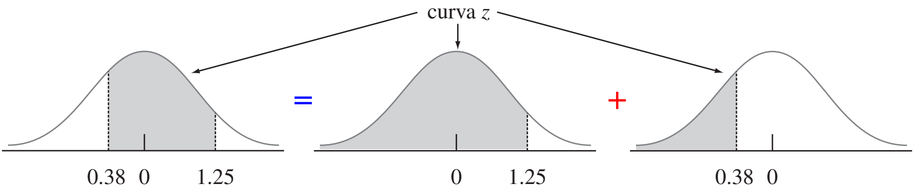
a $P(Z \leq 1{,}25)$

b $P(Z > 1{,}25)$

c $P(Z \leq -1{,}25)$

d $P(-0{,}38 \leq Z \leq 1{,}25)$

c, d



Ejercicio 1

Ejercicio 1

- Busque en la tabla las probabilidades acumuladas hasta los valores 0.71, 1.83, 2.25
- Halle los valores de X que corresponden a probabilidades acumuladas de 0.75, 0.80, 0.90 y 0.95.

Distribución "ji cuadrada"

Definición importante

Función Gamma(Γ)

$$\Gamma = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x}\, \mathrm{d}x$$

La **función Gamma**: Es una integral impropia, que no tiene solución analítica directa, con propiedades especiales que permiten su utilización en la generalización de la función factorial y el desarrollo de la transformada de Laplace. También se utiliza en estadísticas para el cálculo de funciones de distribución de probabilidad.

Distribución "**ji cuadrada**"

Definición

Sea un entero positivo. Se dice entonces que una variable aleatoria X tiene una distribución **ji cuadrada** con parámetro si la función de densidad de probabilidad de X es la densidad gama con $\alpha = \nu/2$ y $\beta = 2$. La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria ji cuadrada es por lo tanto:

Distribución "**ji cuadrada**"

Definición

Sea un entero positivo. Se dice entonces que una variable aleatoria X tiene una distribución **ji cuadrada** con parámetro si la función de densidad de probabilidad de X es la densidad gama con $\alpha = \nu/2$ y $\beta = 2$. La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria ji cuadrada es por lo tanto:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} x^{(\nu/2)-1} e^{-x/2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

donde: ´ν representa los grados de libertad.

Nos interesa esta distribución para estudiar la variabilidad de los datos en una población.

Distribución "**ji cuadrada**"

Distribuciones F-Fisher

Distribuciones F-Fisher

Se emplea para probar si dos muestras provienen de poblaciones que poseen varianzas iguales. Lo cual es útil para determinar si una población normal tiene una mayor variación que otra.

Distribuciones F-Fisher

Se emplea para probar si dos muestras provienen de poblaciones que poseen varianzas iguales. Lo cual es útil para determinar si una población normal tiene una mayor variación que otra.

Distribuciones F-Fisher

Sea $X_1, ..., X_m$ una muestra aleatoria de una distribución normal con varianza σ_1^2 , sea $Y_1, ..., Y_n$ otra muestra aleatoria (independiente de las X_i) de una distribución normal con varianza σ_2^2 , y sean S_1^2 y S_2^2 las dos varianzas muestrales. Entonces la variable aleatoria

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$$

tiene una distribución F con $\nu_1 = m - 1$ y $\nu_2 = m - 1$. Siendo ν los grados de libertad y m el tamaño de la muestra.

Distribuciones F-Fisher

Prueba F para igualdad de varianzas

Distribuciones F-Fisher

Prueba F para igualdad de varianzas Hipótesis nula: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Distribuciones F-Fisher

Prueba F para igualdad de varianzas Hipótesis nula: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ Valor estadístico de prueba: $f = s_1^2/s_2^2$ Siendo α el grado insignificancia, por lo tanto $1 - \alpha$ cuantificaría el nivel de confianza.

Distribuciones F-Fisher

Prueba F para igualdad de varianzas Hipótesis nula: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ Valor estadístico de prueba: $f = s_1^2/s_2^2$ Siendo α el grado insignificancia, por lo tanto $1 - \alpha$ cuantificaría el nivel de confianza.

Hipótesis alternativa	Región de rechazo para una prueba de nivel α
$H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
$H_a : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$f \leq F_{1-\alpha,m-1,n-1}$
$H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	o $f \geq F_{\alpha/2,m-1,n-1}$ o $f \leq F_{1-\alpha/2,m-1,n-1}$

Como los valores críticos se tabulan sólo para $\alpha = 0.10$, 0.05, 0.01 y 0.001. Con software estadístico se obtienen otros valores críticos F.

Distribuciones F-Fisher. Ejemplo

Ejemplo

La variabilidad en la cantidad de grasa presente en un lote de un complemento dietético, utilizada para un proceso de fabricación de un alimento, depende del origen del complemento. Un fabricante que recibe el complemento de dos proveedores **1** y **2**, hizo una comparación analizando muestras de ambos proveedores. Muestras de $n_1 = 10$ y $n_2 = 16$ mediciones de dos lotes produjeron las varianzas:
$S_1^2 = 1{,}25$ y $S_2^2 = 0{,}5$
¿Presentan los datos evidencia suficiente para indicar que la variabilidad en el contenido de grasa es menor para el producto que se recibe del proveedor 2? Realice una prueba con un a o $\alpha = 0.05$.

Distribuciones F-Fisher. Ejemplo

Solución

Tenemos nuestras hipótesis nula, la cual aceptamos a priori:
$H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \quad : \quad f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Y rechazamos si:
$f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Luego, debemos buscar en tablas con una exactitud de 0.05 el valor de F_{tabla}.

Distribuciones F-Fisher. Ejemplo

Solución

Tenemos nuestras hipótesis nula, la cual aceptamos a priori:
$H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \quad : \quad f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Y rechazamos si:
$f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Luego, debemos buscar en tablas con una exactitud de 0.05 el valor de F_{tabla}. $f \geq 2{,}5876$
$f_{calculado} = \frac{1{,}25}{0{,}5} = 2{,}5$

Distribuciones F-Fisher. Ejemplo

Solución

Tenemos nuestras hipótesis nula, la cual aceptamos a priori:
$H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \quad : \quad f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Y rechazamos si:
$f \geq F_{\alpha,m-1,n-1}$
Luego, debemos buscar en tablas con una exactitud de 0.05 el valor de F_{tabla}. $f \geq 2{,}5876$
$f_{calculado} = \dfrac{1{,}25}{0{,}5} = 2{,}5$
Como 2.5 < 2.5876 no se rechaza H_0, y se concluye con un $\alpha = 0{,}05$ que no existe suficiente evidencia para decir que la variabilidad del contenido de grasa del complemento del proveedor 2 es menor que la del complemento suministrado por el proveedor 1.

Distribuciones F-Fisher. La Tabla

Tabla VALORES F DE LA DISTRIBUCIÓN F DE FISHER

$1 - \alpha = 0.9$ ν_1 = grados de libertad del numerador

$1 - \alpha = P(F \leq f_{\alpha,\nu_1,\nu_2})$ ν_2 = grados de libertad del denominador

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	39.864	49.500	53.593	55.833	57.240	58.204	58.906	59.439	59.857	60.195	60.473	60.705
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392	9.401	9.408
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230	5.222	5.216
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920	3.907	3.896
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297	3.282	3.268
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937	2.920	2.905
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703	2.684	2.668
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538	2.519	2.502
9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416	2.396	2.379
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323	2.302	2.284
11	3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248	2.227	2.209
12	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188	2.166	2.147
13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138	2.116	2.097

La columna indica el grado de libertad del numerador y la fila el grado de libertad del denominador. La Figura83 muestra una sección de la tabla de la distribución F para el caso de un nivel de significancia de 10 %, es decir $\alpha = 0{,}1$. Aparece resaltado el valor de **F** cuando $\nu_1 = 3$ y $\nu_2 = 6$ con nivel de confianza $1 - \alpha = 0{,}9$ es decir 90 %.

Distribución T

Distribución T