02_Martingala

Alicia Gil Matute

2024-09-18

Contents

La estrategia de la martingala es la siguiente:

1. Apuestas a Rojo o Negro x dinero (por ejemplo 1 €)
2. Si ganas, sigues apostando a Rojo o Negro (al que haya elegido en el paso anterior) x dinero (sigues apostando 1 €)
3. Si pierdes, la siguiente vez apuestas x = 2 * x (apuestas 2 €)
4. Se repiten los pasos de 1 a 3 hasta ser millonario (o perder todo el dinero)

Con este procedimiento da la sensación de que a largo plazo la esperanza matemática te lleva a ganar dinero (o al menos a no perder), ya que se intercalan secuencias de pérdidas (que al final recuperas al doblar la apuesta) y otras secuencias de ganancias; sin embargo esto no es así, el valor esperado de la martingala es negativo. La cuestión clave es que en el juego siempre hay límites:

• El límite de dinero del jugador • El límite de apuesta máxima para una mesa que establecen los casinos

TAREA 1

Modeliza el proceso de la martingala y empaquétalo en una función llamada martingala que reciba como argumentos de entrada:

• Cantidad de dinero que tiene el jugador (bolsa) • Cantidad de dinero que se juega en cada apuesta (apuesta) • Límite máximo de apuesta de la mesa (limite) • Probabilidad de ganar en cada jugada (prob), esta probabilidad la incluimos porque esta estrategia se podría aplicar a otros juegos similares en los que la probabilidad sea distinta.

Y que la función te devuelva:

- Dinero que hay en la bolsa del jugador (resultado)

Estas son las condiciones por defecto de nuestro juego: • bolsa = 100 • apuesta = 10 • limite = 500 • prob = 18/37 (37 casillas, 18 casillas de cada color)

```
set.seed(1)


martingala <- function(bolsa=100,apuesta=10,limite=500,prob=18/37){

  apuesta1 <- apuesta

  repeat{

    resultado <- rbinom(1,1,prob)

    if (resultado==1){

      bolsa <- bolsa+apuesta

      apuesta <- apuesta1}

    else{

      bolsa <- bolsa-apuesta

      apuesta <- apuesta*2}

    if (bolsa>limite | bolsa<apuesta) break
  }

  return (bolsa)
}


martingala()
```

```
## [1] 80
```

Una vez diseñada, y si estamos seguros de que funciona correctamente, es el momento de experimentar con ella para aprender sobre el juego de la martingala y contestar a preguntas relevantes como por ejemplo: cuál es el valor esperado para este juego (con las condiciones por defecto que hemos puesto). Para ello voy a ejecutar 1000 veces (repeticiones = 1000, o 10000 o 100000 veces, recuerda la ley débil de los grandes números) y calcular la media de los resultados obtenidos. Si hemos ejecutado 1000 veces la función martingala habremos obtenido 1000 números (que sensatamente habremos ido almacenando en algún sitio, como un vector o una data frame), y ahora con esos 1000 números podemos utilizar simplemente las funciones mean(), y sd() para estimar el valor esperado con su intervalo de confianza.

$$IC = \bar{X} \pm 1.95 \frac{\sigma}{\sqrt{(n)}}$$

```
x <- c()

n <- 1000
```

```r
for (i in 1:n){

  x[i] <- martingala(100,10,500,18/37)
}

media_x <- mean(x)

sd_x <- sd(x)

IC_s <- media_x+1.95*((sd_x)/(sqrt(n)))
IC_i <- media_x-1.95*((sd_x)/(sqrt(n)))

cat("El íntervalo de confianza al 95% se construye desde el límite inferior", IC_i, "y el superior", IC_
```

```
## El íntervalo de confianza al 95% se construye desde el límite inferior 77.06627 y el superior 91.5737
```

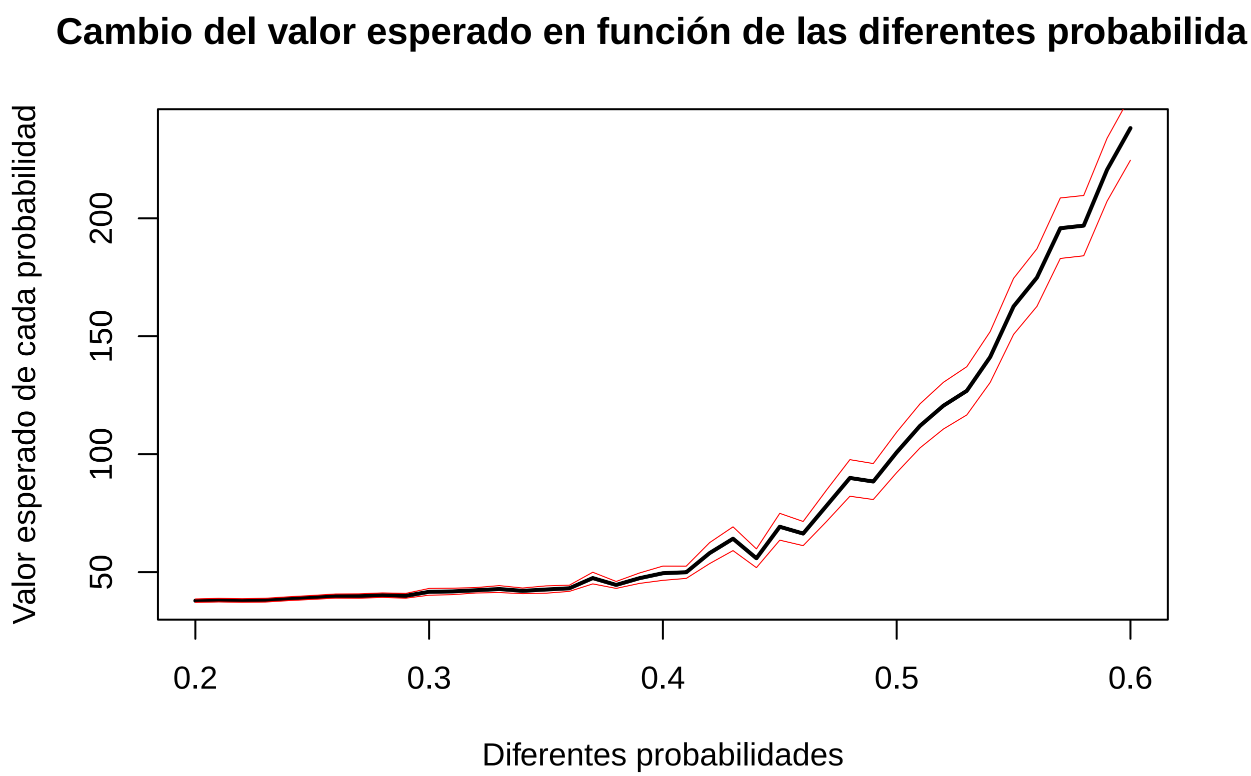
TAREA 2

Si mantenemos en las condiciones por defecto el resto de los elementos y vamos sistemáticamente cambiando el valor de la probabilidad podemos crear un gráfico que represente cómo cambia el valor esperado al cambiar la probabilidad de ganar el juego. Por ejemplo, en el eje x representamos los distintos valores de probabilidad y en el eje y representamos los valores medios obtenidos tras 1000 repeticiones del juego (con sus intervalos de confianza).

En esto consiste esta tarea, crea ese gráfico, utiliza las condiciones por defecto pero analiza los valores de probabilidad entre 0.2 y 0.6 con intervalos de 0.01. Como el objetivo es sacar algún tipo de conclusión analiza en gráfico y extrae las conclusiones pertinentes.

```r
set.seed(1)

n <- 1000

probs <- seq(0.2,0.6,0.01)


medias_sim <- c()
sd_sim <- c()
lim_i_sim <- c()
lim_s_sim <- c()

for (i in 1:length(probs)){

  eje_x <- c()

  for (j in 1:n){

    eje_x[j] <- martingala(100,10,500, probs[i])}

  medias_sim[i] <- mean(eje_x)

  sd_sim[i] <- sd(eje_x)
```

```
  lim_i_sim[i] <- medias_sim[i]-1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))
  lim_s_sim[i] <- medias_sim[i]+1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))

}

plot(probs, medias_sim, type="l", lwd=2,
     xlab="Diferentes probabilidades", ylab="Valor esperado de cada probabilidad", main="Cambio del valo

lines(probs,lim_s_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
lines(probs,lim_i_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
```

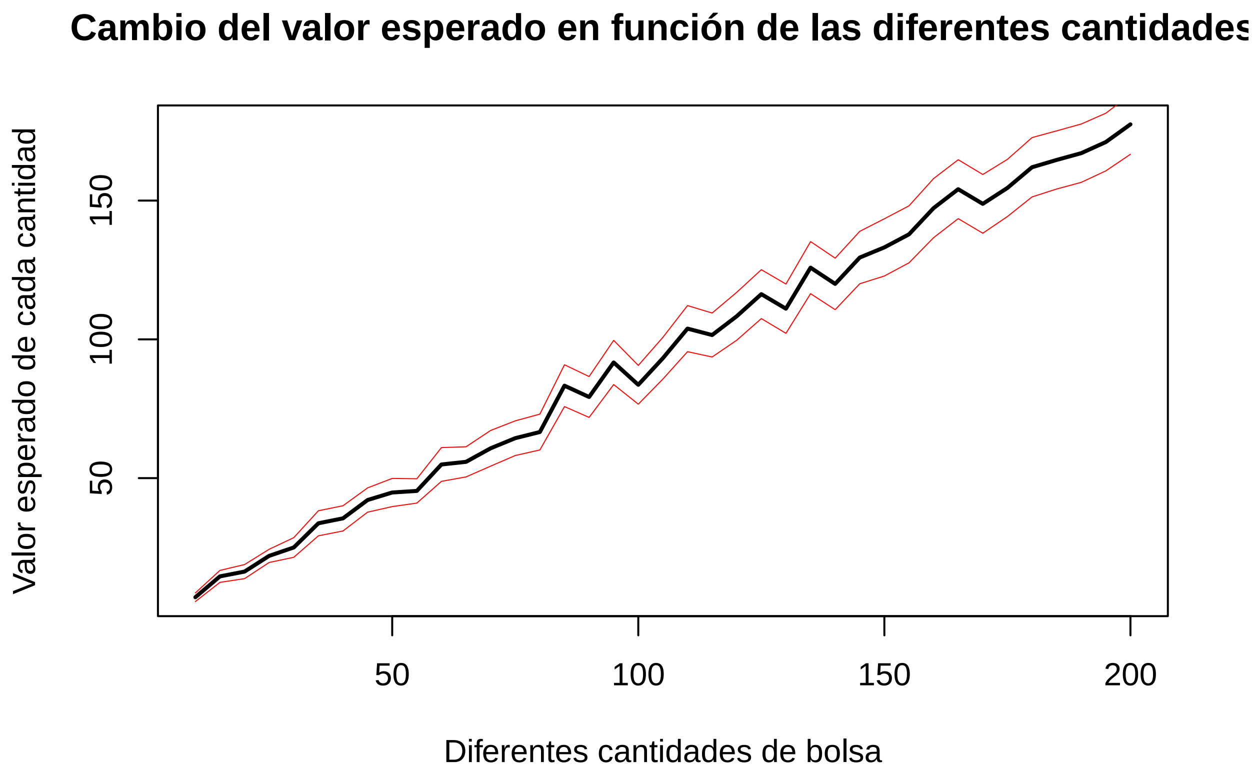


TAREA 3

Haz el mismo gráfico para el valor esperado, pero ahora manteniendo constantes todos los valores excepto la bolsa del sujeto, que variará entre 10€ y 200€ en intervalos de 5. Interprétalo.

```
set.seed(1)

n <- 1000

bolsas <- seq(10,200,5)
```

```r
medias_sim <- c()
sd_sim <- c()
lim_i_sim <- c()
lim_s_sim <- c()

for (i in 1:length(bolsas)){

  eje_x <- c()

  for (j in 1:n){

    eje_x[j] <- martingala(bolsas[i],10,500, 18/37)}

  medias_sim[i] <- mean(eje_x)

  sd_sim[i] <- sd(eje_x)

  lim_i_sim[i] <- medias_sim[i]-1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))
  lim_s_sim[i] <- medias_sim[i]+1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))

}

plot(bolsas, medias_sim, type="l", lwd=2,
     xlab="Diferentes cantidades de bolsa", ylab="Valor esperado de cada cantidad", main="Cambio del val

lines(bolsas,lim_s_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
lines(bolsas, lim_i_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
```

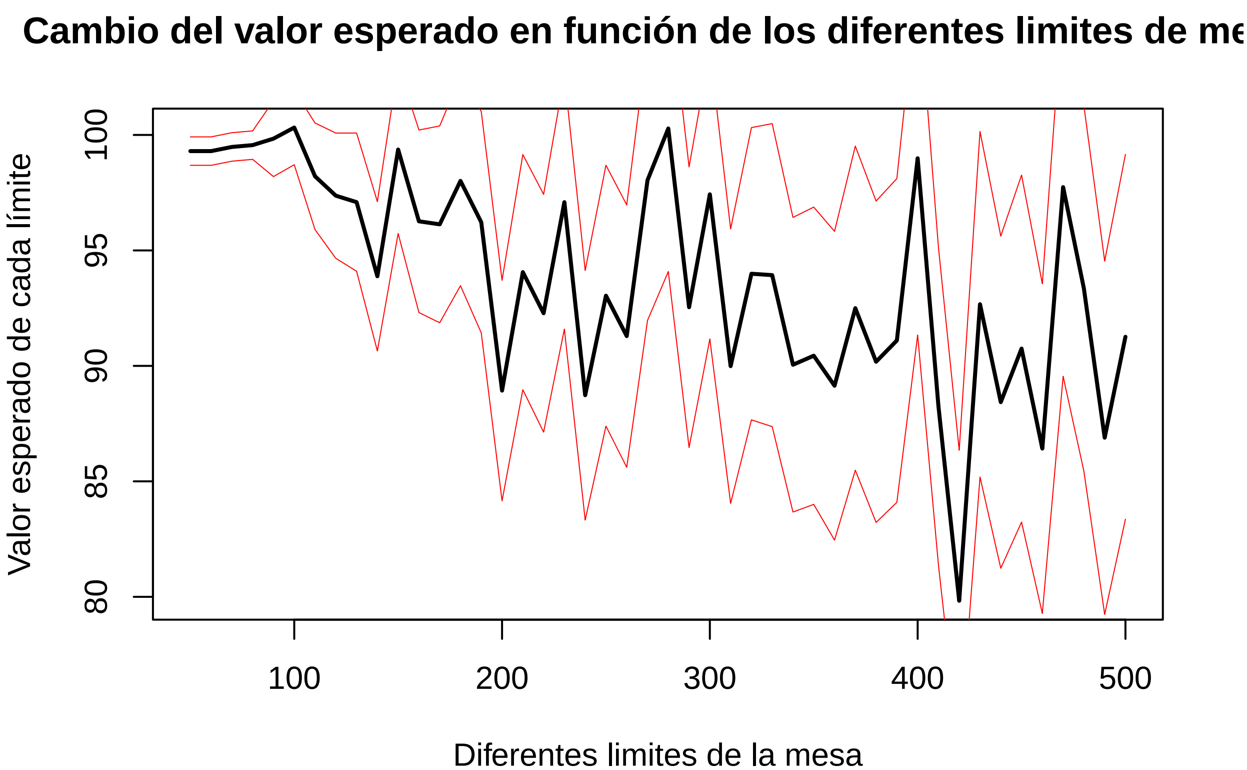


TAREA 4

Mismo ejercicio pero para la el limite de la mesa, que variará entre 50€ y 500€ en intervalos de 10. Interprétalo.

```
set.seed(1)


n <- 1000

limites <- seq(50,500,10)


medias_sim <- c()
sd_sim <- c()
lim_i_sim <- c()
lim_s_sim <- c()

for (i in 1:length(limites)){

  eje_x <- c()

  for (j in 1:n){
```

```
    eje_x[j] <- martingala(100,10,limites[i], 18/37)}

  medias_sim[i] <- mean(eje_x)

  sd_sim[i] <- sd(eje_x)

  lim_i_sim[i] <- medias_sim[i]-1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))
  lim_s_sim[i] <- medias_sim[i]+1.95*((sd_sim[i])/(sqrt(n)))

}

plot(limites, medias_sim, type="l", lwd=2,
     xlab="Diferentes limites de la mesa", ylab="Valor esperado de cada límite", main="Cambio del valor

lines(limites,lim_s_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
lines(limites, lim_i_sim, type="l", lwd=0.5, col="red")
```



TAREA 5

Ahora tienes perfectamente simulado el juego y tres gráficos que te indican cómo cambia el valor esperado en función de la probabilidad, la bolsa y el límite de la mesa. ¿A qué conclusión se podría llegar?

La primera conclusión a la que llego es que los diferentes límites de apuesta en la mesa supone acabar con menos dinero del que comenzaste. Con un limite de apuesta de 50 tenemos la posibilidad de ganar 100, pero con un limite de apuesta de 500, tenemos la posibilidad de ganar 90-95 euros. Además, las posibilidades de beneficio a medida que aumenta el limite de mesa, no es lineal, es muy irregular.

El resto de simuaciones donde se aumentan las probabilidades y la cantidad de la bolsa se obtiene un beneficio ascendente positivo. Aumentando las probabilidades obtenemos un crecimiento curvo y más suavizado que aumentando la cantidad de bolsa, donde las posibilidades de beneficio aumentan linealmente cuanto más dinero tengamos al empezar el juego.