

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Курсовая работа
Часть 1
Вариант: 64

Выполнил:
Студент группы Р3106(поток 1)
Рубцов Арсений Дмитриевич
Принял:
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург
2023

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значения 1 при $x_2x_4 + x_5 < x_1x_3$ и неопределенное значение при $x_2x_4 = 3$.

Таблица истинности

| № | $x_1x_2x_3x_4x_5$ | x_2x_4 | x_5 | x_1x_3 | x_2x_4 | f |
|----|-------------------|----------|-------|----------|----------|-----|
| 0 | 0 0 0 0 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 0 0 0 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 0 0 1 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 0 0 1 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 0 1 0 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 0 0 1 0 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 0 1 1 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 0 1 1 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | 0 1 0 0 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 |
| 9 | 0 1 0 0 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 10 | 0 1 0 1 0 | 3 | 0 | 0 | 3 | d |
| 11 | 0 1 0 1 1 | 3 | 1 | 0 | 3 | d |
| 12 | 0 1 1 0 0 | 2 | 0 | 1 | 2 | 0 |
| 13 | 0 1 1 0 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 14 | 0 1 1 1 0 | 3 | 0 | 1 | 3 | d |
| 15 | 0 1 1 1 1 | 3 | 0 | 1 | 3 | d |
| 16 | 1 0 0 0 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 |
| 17 | 1 0 0 0 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 18 | 1 0 0 1 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 |
| 19 | 1 0 0 1 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 |
| 20 | 1 0 1 0 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 |
| 21 | 1 0 1 0 1 | 0 | 1 | 3 | 0 | 1 |
| 22 | 1 0 1 1 0 | 1 | 0 | 3 | 1 | 1 |
| 23 | 1 0 1 1 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 24 | 1 1 0 0 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 |
| 25 | 1 1 0 0 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 26 | 1 1 0 1 0 | 3 | 0 | 2 | 3 | d |
| 27 | 1 1 0 1 1 | 3 | 1 | 2 | 3 | d |
| 28 | 1 1 1 0 0 | 2 | 0 | 3 | 2 | 1 |
| 29 | 1 1 1 0 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 0 |
| 30 | 1 1 1 1 0 | 3 | 0 | 3 | 3 | d |
| 31 | 1 1 1 1 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | d |

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5})$$

Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

| $K^0(f)$ | | | | |
|-------------|------------------|-----------------|--------------|---------|
| $\cup N(f)$ | $k^1(f)$ | $K^2(f)$ | $K^3(f)$ | $Z(f)$ |
| 1) 00100 | 1) 1000X(2-3) | 1) 10X0X(1-7) | 1)X1X1X(3-9) | 1)X0100 |
| 2) 10000 | 2) 100X0(2-4) | 2) 10XX0(2-8) | | 2)10X0X |
| 3) 10001 | 3) 10X00(2-5) | 3)01X1X(5-14) | | 3)10XX0 |
| 4) 10010 | 4) X0100(1-5) | 4)101XX(7-16) | | 4)101XX |
| 5) 10100 | 5) 0101X(6-10) | 5)1X1X0(8-19) | | 5)1X1X0 |
| 6) 01010 | 6) 01X10(6-11) | 6)1XX10(10-20) | | 6)1XX10 |
| 7) 10101 | 7) 1010X(5-7) | 7)X101X(5-18) | | 7)1X11X |
| 8) 10110 | 8) 101X0(5-8) | 8)X1X10(6-20) | | 8)X1X1X |
| 9) 11100 | 9) 10X01(3-7) | 9)11X1X(18-24) | | |
| 10) 01011 | 10) 10X10(4-8) | 10)1X11X(16-24) | | |
| 11) 011100 | 11) 1X010(4-12) | 11)X111X(14-24) | | |
| 12) 11010 | 12) 1X100(5-9) | 12)X1X11(15-25) | | |
| 13) 10111 | 13) X1010(6-12) | | | |
| 14) 01111 | 14) 0111X(11-13) | | | |
| 15) 11011 | 15) 01X11(10-2) | | | |
| 16) 11110 | 16) 1011X(8-13) | | | |
| 17) 11111 | 17) 101X1(7-13) | | | |
| | 18) 1101X(12-15) | | | |
| | 19) 111X0(9-16) | | | |
| | 20) 11X10(12-16) | | | |
| | 21) 1X110(8-16) | | | |
| | 22) X1011(10-15) | | | |
| | 23) X1110(11-16) | | | |
| | 24) 1111X(16-17) | | | |
| | 25) 11X11(15-17) | | | |
| | 26) 1X111(13-17) | | | |
| | 27) X1111(14-17) | 3 | | |

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

| Простые импликанты | | 0-кубы | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------|--------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | | 2 | 3 | 6 | 7 | 11 | 12 | 15 | 17 | 18 | 19 | 22 | 23 | 26 | 27 | 30 | 31 |
| | 010X0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| A | 01X00 | | | | | | X | | | | | | | | | | |
| B | X1100 | | | | | | X | | | | | | | | | | |
| | 111X0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | X00X1 | | X | | | | | | X | | X | | | | | | |
| D | 10XX1 | | | | | | | | X | | X | | X | | | | |
| | X0X1X | X | X | X | X | | | | X | X | X | X | X | | | | |
| E | XX01X | X | X | | | X | | | X | X | | | | X | X | | |
| F | 1XX1X | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | XXX11 | | X | | X | X | | X | | X | | X | | X | X | X | |

Ядро покрытия:

$$T = \begin{Bmatrix} X0100 \\ 10X0X \\ 1X110 \end{Bmatrix}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

| Простые импликанты | | 0-кубы | | |
|--------------------|-------|--------|----|----|
| | | 0 | 1 | 1 |
| | | 1 | 0 | 1 |
| | | 1 | 0 | 0 |
| | | 0 | 0 | 1 |
| | | 0 | 1 | 0 |
| | | 12 | 17 | 26 |
| A | 01X00 | X | | |
| B | X1100 | X | | |
| C | X00X1 | | X | |
| D | 10XX1 | | X | |
| E | XX01X | | | X |
| F | 1XX1X | | | X |

Метод Петрика:

Условия покрытия всех вершин: $Y = (A \vee B)(C \vee D)(E \vee F)$

Приведем выражение в ДНФ: $Y = ACE \vee ACF \vee ADE \vee ADF \vee BCE \vee BCF \vee BDE \vee BDF$

Возможные покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X0100 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ 10XX0 \\ 101XX \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X0100 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ 10XX0 \\ 1X11X \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X0100 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ 101XX \\ 1XX10 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_1^a &= 16 \\ S_1^b &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2^a &= 16 \\ S_2^b &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3^a &= 16 \\ S_3^b &= 21 \end{aligned}$$

$$C_4 = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X0100 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ 1XX10 \\ 1X11X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_4^a &= 16 \\ S_4^b &= 21 \end{aligned}$$

Минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} X0100 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ 10XX0 \\ 101XX \end{array} \right\}$$

$$S^a = 16$$

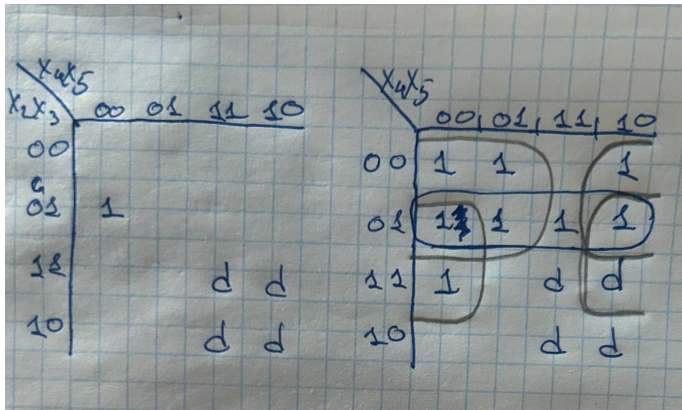
$$S^b = 21$$

Этому покрытию соответствует следующая МНДФ:

$$f = \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \vee x_1 x_3 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

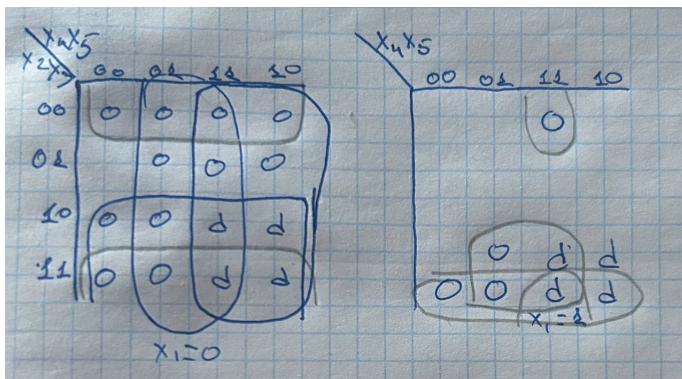
МДНФ



$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} X0X1X \\ XXX11 \\ 01X00 \\ X00X1 \\ XX01X \end{array} \right\} S^a = 13 S^b = 18$$

$$f = \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \vee x_1 x_3 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3$$

МКНФ



$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 0X0XX \\ 0XXX1 \\ 0XX1X \\ XX011 \\ 01XXX \\ X10XX \\ X1XX1 \end{array} \right\} S^a = 15 S^b = 22$$

$$f = (x_1 \vee x_3)(x_1 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_4})(x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2})(\overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_5})$$

Преобразование булевых функций

МДНФ

$$f = \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \vee x_1 x_3 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \quad S_Q = 22 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция не имеет смысла.

$$f = x_1 \overline{x_2} (x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \vee x_3 \overline{x_5} (x_1 \vee \overline{x_2} \overline{x_4}) \quad S_Q = 15 \quad \tau = 3$$

МКНФ

$$f = (x_1 \vee x_3)(x_1 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_4})(x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2})(\overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 22 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция не имеет смысла.

$$f = (x_1 \vee x_3 \overline{x_4} \overline{x_5})(\overline{x_2} \vee x_1 x_3 \overline{x_5})(x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 16 \quad \tau = 3$$

Синтез комбинационных схем

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = x_1 \overline{x_2} (x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \vee x_3 \overline{x_5} (x_1 \vee \overline{x_2} \overline{x_4}) \quad (S_Q = 15, \tau = 4)$$

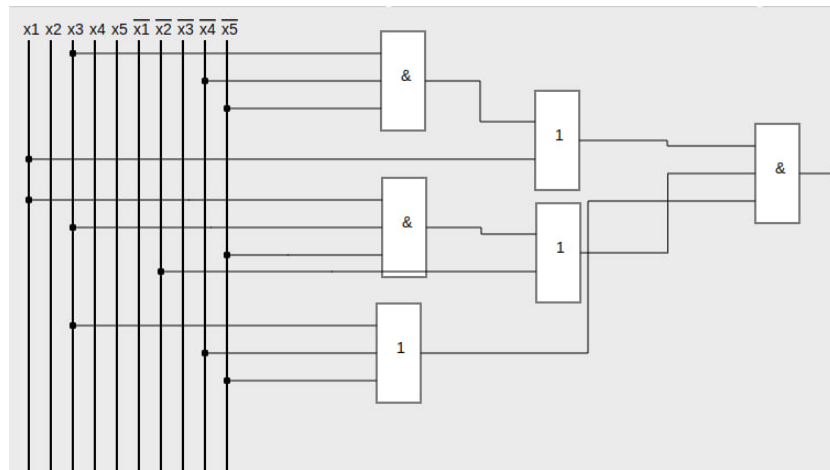
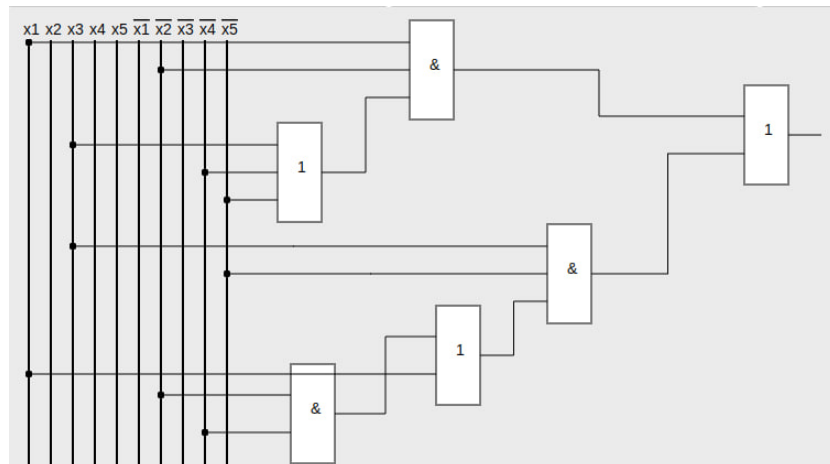


Схема по упрощенной Максиальной Нормальной Форме (МКНФ):

$$f = (x_1 \vee x_3 \overline{x_4} \overline{x_5})(\overline{x_2} \vee x_1 x_3 \overline{x_5})(x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 16, \tau = 3)$$



Сокращенный булев базис(И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ

$$f = \overline{\overline{\overline{x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5} \overline{x_1 x_3 \overline{x_5} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}}}} \quad (S_Q = 21, \tau = 6)$$

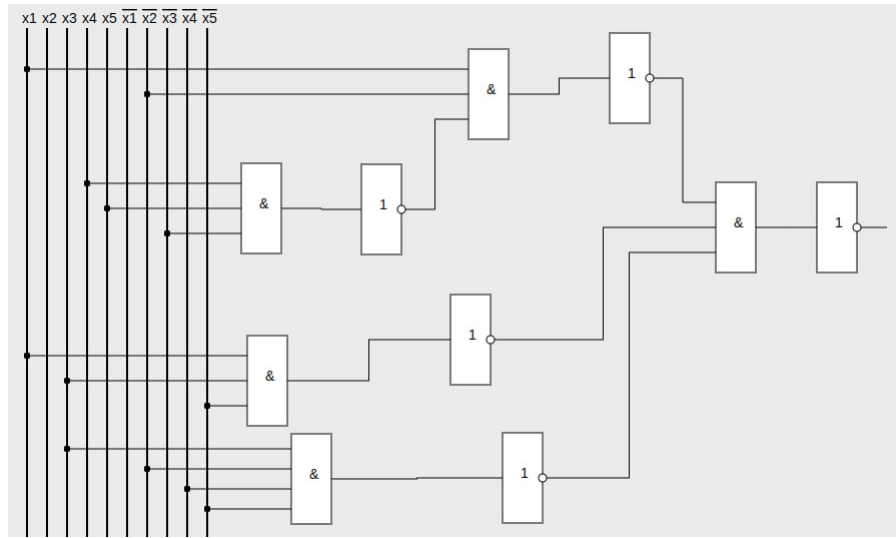
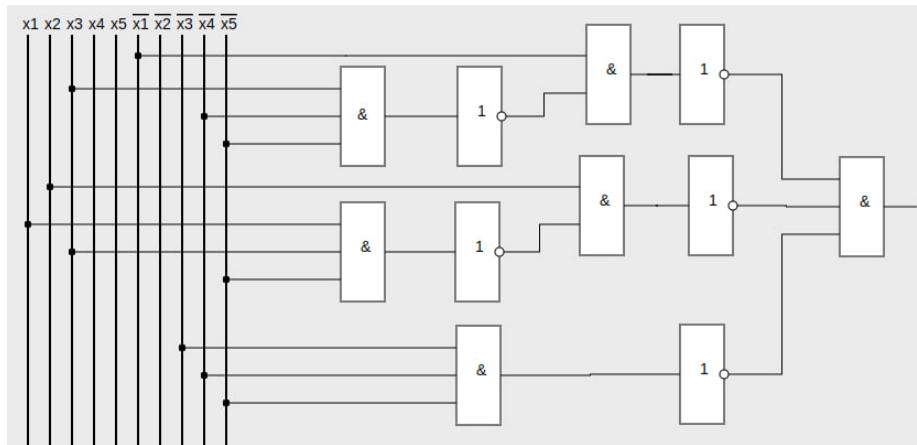


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ

$$f = \overline{\overline{\overline{x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \overline{x_2} x_1 x_3 \overline{x_5} \overline{x_3} x_4 x_5}}}} \quad (S_Q = 21, \tau = 5)$$



Универсальный базис(И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{\overline{\overline{x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4}}}}}} \quad (S_Q = 24, \tau = 7)$$

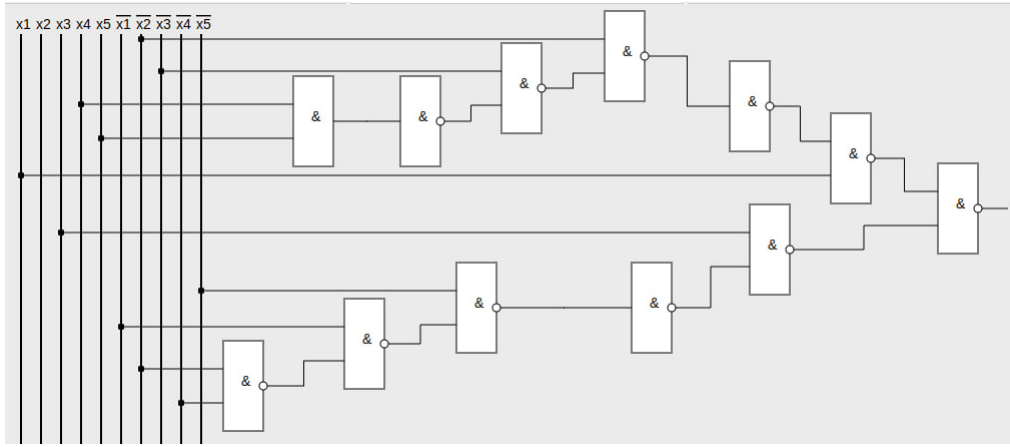


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_5}} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_2} \quad (S_Q = 22, \tau = 7)$$

