

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. И. ГЕРЦЕНА»

**институт информационных технологий и технологического образования  
кафедра информационных технологий и электронного обучения**

Основная профессиональная образовательная программа  
Направление подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника  
Направленность (профиль) «Технологии разработки программного обеспечения»  
форма обучения – очная

**Курсовая работа**  
по дисциплине «Информационные технологии в физике»

## **«Компьютерное моделирование фигур Лиссажу»**

Обучающегося 1 курса  
Величко Арсения Александровича

\_\_\_\_\_

Руководитель:  
к.п.н, доцент  
\_\_\_\_\_ Гончарова С.В.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

Санкт-Петербург  
2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	4
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ: МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИГУР С ЗАДАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.....	5
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	5
ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	6
ОБОБЩЕННАЯ СХЕМА ПРОГРАММЫ.....	7
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ.....	8
ПОЯСНЕНИЕ К ПРОГРАММЕ.....	9
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ.....	10
РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ.....	11
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	14
ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ.....	15

# ВВЕДЕНИЕ

Данная курсовая работа посвящена моделированию так называемых «Фигур Лиссажу» с использованием информационных технологий.

**Актуальность темы исследования** обусловлена тем, что на сегодняшний день в публичном доступе не так просто найти инструмент, позволяющий моделировать фигуры Лиссажу быстро, не вникая в особенности математической модели и не выполняя множество дополнительных действий.

**Объект исследования:** Компьютерное моделирование графиков математических функций.

**Предмет исследования:** Компьютерное моделирование фигур Лиссажу.

**Целью исследования** является разработка компьютерной программы для моделирования фигур Лиссажу.

Фигуры Лиссажу представляют из себя геометрические узоры сложной формы, зависящей от характеристик сигнала, генерирующего их. Так, если график будет отражать два перпендикулярных сигнала колебательных контуров частот  $a$  и  $b$ , то по его форме можно будет определить соотношение частот  $a$  и  $b$ .

Это свойство нашло применение в электротехнике: для того, чтобы узнать частоту неизвестного колебательного контура, можно подключить его и еще один генератор сигнала известной частоты к осциллографу. По форме получаемой фигуры Лиссажу можно судить о том, каково соотношение величин частот этих генераторов.

Так, например, если один генератор будет иметь частоту сигнала равную 300 Гц, а второй — 200 Гц (т. е. Соотношение их частот равно 3:2), то фигура на экране осциллографа будет иметь следующий вид: рис. 1.

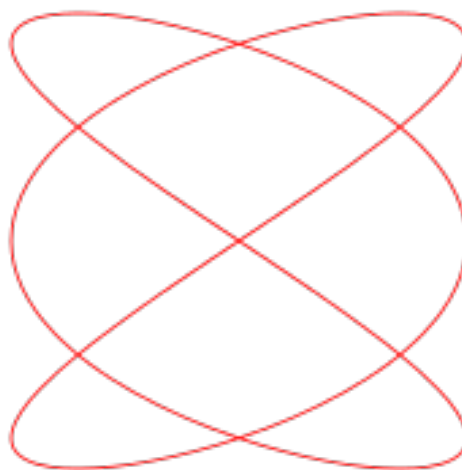


Рисунок 1

Как можно видеть, график имеет три и две общих точки с касательными к нему, параллельными осям ординат и абсцисс соответственно. Это его свойство как раз и указывает нам на соотношение частот генераторов: 3:2. Если бы соотношение было равно, например, 1:2, график имел бы вид знака «бесконечность».

### **ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

1. Изучить теорию по темам «Фигуры Лиссажу» и «Моделирование Фигур Лиссажу»
2. Рассмотреть математическую модель
3. Разработать программу для построения фигур Лиссажу по произвольным значениям частот, вводимым пользователем
4. Построить с помощью разработанной программы несколько разных фигур Лиссажу

# ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ: МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИГУР С ЗАДАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для успешного выполнения поставленной задачи потребуется изучить теорию данной темы. Рассмотрим основные понятия.

**Фигу́ры Лиссажу́** — траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два гармонических колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях.<sup>1</sup>

Впервые это явление было описано французским математиком Жюлем Антуаном Лиссажу.

Жюль Антуа́н Лиссажу́ (фр. Jules Antoine Lissajous; 4 марта 1822, Версаль, Франция — 24 июня 1880) — французский математик, в честь которого названы фигуры Лиссажу. Член-корреспондент Парижской Академии наук (1879).<sup>2</sup>

Для того, чтобы смоделировать фигуру Лиссажу, необходимо понять, как она описывается с точки зрения математики. График представляет из себя множество точек с координатами  $x$ ,  $y$ . Зависимость координат точек от времени задана следующей системой:

$$\begin{cases} x(t) = \sin(at + \delta) \\ y(t) = \sin(bt) \end{cases}, \text{ где } a, b \text{ — частоты колебаний, } \delta \text{ — сдвиг фаз.} \quad (1)$$

Наибольшее влияние на форму графика оказывают частоты колебаний. В целях упрощения работы пользователя с программой зафиксируем значение сдвига фаз  $\delta$  (в программе он будет обозначен переменной  $s$ ) равным  $\frac{\pi}{2}$  радиан. В качестве временного отрезка будем рассматривать значения  $t$  в диапазоне от 0 до 10 секунд с шагом 0,01.

Таким образом, мы избавим пользователя от необходимости вводить значения  $t$  и  $\delta$ .

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

После изучения теоретических материалов по теме нам стала понятна актуальность данной проблемы. Перейдем к написанию компьютерной программы для моделирования фигур Лиссажу с заданными пользователем параметрами.

Для этого воспользуемся языком программирования Python 3<sup>3</sup> и двумя его библиотеками: `math`<sup>4</sup> (для доступа к математическим функциям) и `matplotlib`<sup>5</sup> (для визуализации графиков).

Мной было принято решение разрабатывать программу с консольным интерфейсом. Для этого было несколько причин. Во-первых, программа не требует от пользователя ввода большого количества данных, только двух чисел, поэтому, на мой взгляд, необходимости в добавлении дополнительного слоя абстракции в виде графического интерфейса нет. Во-вторых, добавление графического интерфейса потребовало бы использования дополнительных внешних библиотек и зависимостей, что, в свою очередь, сильно бы усложнило как саму программу, так и её первоначальную настройку.

Для того чтобы сформулировать принцип работы программы и понять, как она будет устроена, составим обобщенную блок-схему программы. Обобщенная схема программы представлена на рисунке 2.

## ОБОБЩЕННАЯ СХЕМА ПРОГРАММЫ



Рисунок 2: Обобщенная схема программы

## ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

**Пояснение:** исходный код разработанной программы представлен в виде снимка экрана в целях повышения удобства восприятия.

```
1  # импортируем в проект необходимые библиотеки
2  from matplotlib import pyplot as plt
3  import math
4
5  # задаем значение сдвига
6  s = math.pi / 2
7
8  # визуализируем вводимые значения
9  while True:
10     # получим ввод и обработаем его
11     inp = input("Введите a, b через пробел или 0 для выхода: ")
12     if inp.strip() == '0':
13         break
14
15     try:
16         values = [float(i) for i in inp.strip().split(" ")]
17         # присвоим переменным введенные значения
18         a, b = values[0:2]
19     except:
20         print("Ввод не распознан, попробуйте ещё раз")
21         continue
22
23     # сгенерируем массив значений X(t) при t от 0 до 10 с шагом 0,01
24     x = [math.sin(a * t / 100 + s) for t in range(1000)]
25     # сгенерируем массив значений Y(t) при t от 0 до 10 с шагом 0,01
26     y = [math.sin(b * t / 100) for t in range(1000)]
27     # нарисуем график из полученных точек
28     plt.plot(x, y, color="navy")
29     plt.title(f"Фигура Лиссажу при a = {a}, b = {b}, s = {str(s)[:6]}", fontsize=14)
30     # выведем полученный график на экран
31     print("График на вашем экране. Для продолжения закройте окно с изображением.")
32     plt.show()
33
34 print("Работа завершена")
35
```

Рисунок 3: Исходный код программы



## ПОЯСНЕНИЕ К ПРОГРАММЕ

В процессе разработки программы было использовано несколько различных типов переменных и видов вычислительных процессов. Пояснения к переменным и список их идентификаторов представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Список идентификаторов

Имя	Тип	Смысл
s	float	Сдвиг фаз $\delta$
inp	string	Вводимые пользователем данные
values	list	Результат обработки ввода в виде списка
a	float	Частота колебательного контура a в Гц
b	float	Частота колебательного контура b в Гц
x	list	Массив x-координат точек графика
y	list	Массив y-координат точек графика
t	float	Значение времени t в отдельно взятый момент
plt	Class „module“	Объект «plot» модуля «matplotlib»

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ

Так как разработанная программа имеет только интерфейс командной строки, то и работа с ней будет происходить в консоли (Windows) или терминале (Linux, MacOS). Алгоритм работы с командной строкой несколько отличается в зависимости от выбранной операционной системы, поэтому опишем обобщенный алгоритм подготовки и запуска программы.

Для работы с программой, написанной на языке программирования Python, на ПК должен быть установлен интерпретатор языка Python 3 и зависимости, используемые программой. Рекомендуется устанавливать стандартный пакет поставки последней версии (на момент написания работы это версия 3.9.1) с официального сайта [python.org](https://python.org). После установки интерпретатора последней версии вместе с его стандартными библиотеками и менеджером пакетов «pip» необходимо установить все требуемые для работы программы внешние зависимости. В разработанной программе такая зависимость только одна: «matplotlib». Её установка может быть выполнена с помощью следующей команды:

Windows: `pip install matplotlib`

MacOS, GNU/Linux: `pip3 install matplotlib`

По завершению подготовки, можно приступить к первому запуску программы. Каждый последующий запуск будет осуществляться тем же образом. Сперва нужно открыть оболочку командой строки. Затем, надо перейти в каталог, содержащий программу. Для этого воспользуемся командой `cd` (от англ. Change directory) и через пробел укажем абсолютный путь к нужному каталогу. После нажатия клавиши «Ввод» рабочая директория будет изменена на указанную.

Теперь можно запускать программу (в примере файл назван «main.py») командой:

Windows: `python main.py`

MacOS, GNU/Linux: `python3 main.py`

После успешного старта программы дальнейшие действия будут общими для всех ОС. Программа предложит ввести значения переменных `a` и `b` (см. раздел «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ») через пробел или `0` для выхода. Вводить числа можно как в целочисленном формате (например: `3 2`), так и в вещественном виде, указывая дробную часть через точку: `3.25 -78.94`. Если ввести «0» и нажать клавишу «Ввод», программа завершится. Программа оснащена обработчиком исключений, связанных с невалидным вводом, поэтому, в случае, если ввод не будет соответствовать ожидаемому формату, программа предложит ввести данные еще раз. После ввода значений будет построен график и выведен на экран в виде отдельного окна. Если график закрыть, выполнение программы продолжится в штатном режиме, программа снова запросит ввод.

Дополнительно, для упрощения работы с программой, она оснащена текстовыми подсказками, выводимыми в консоль.

## РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

С помощью написанной в ходе курсовой работы программы смоделируем некоторые фигуры Лиссажу (рис. 4-9):



Рисунок 4: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

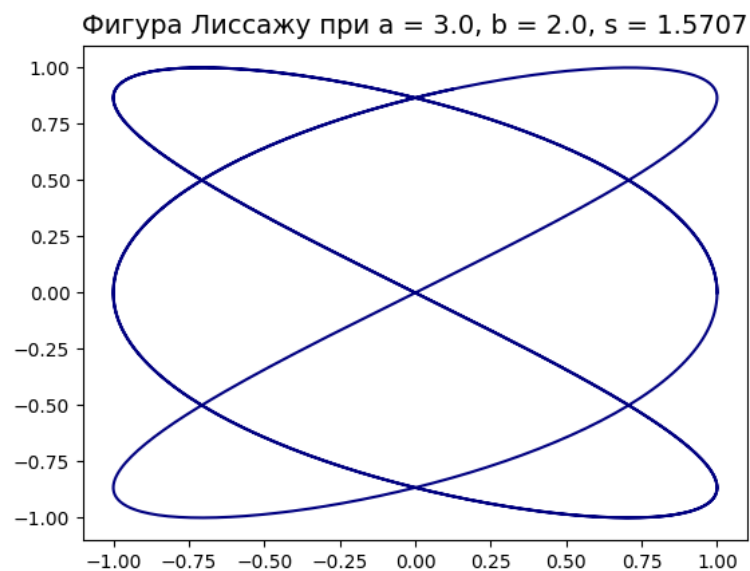


Рисунок 5: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

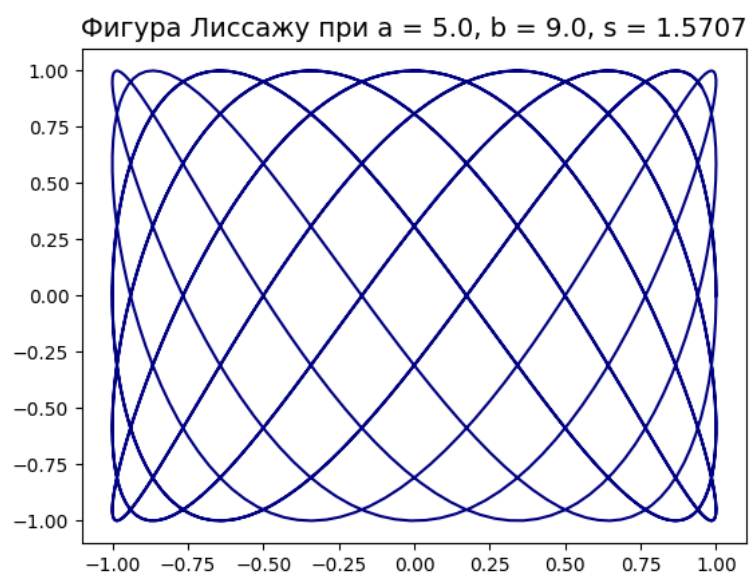


Рисунок 6: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

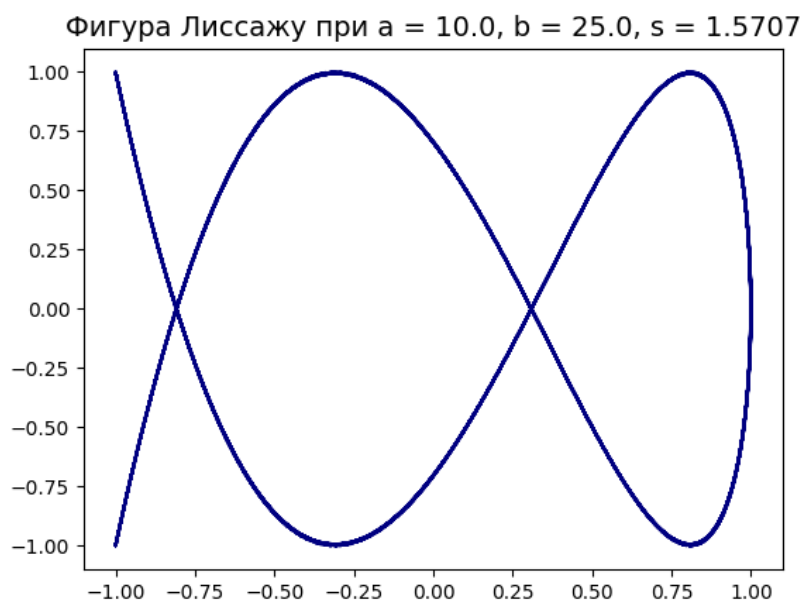


Рисунок 7: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

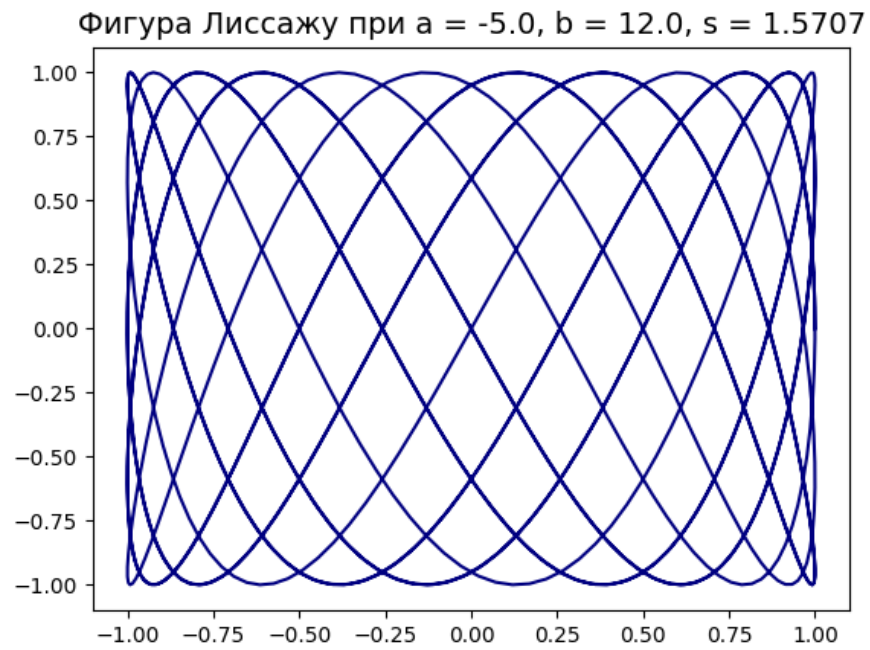


Рисунок 8: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

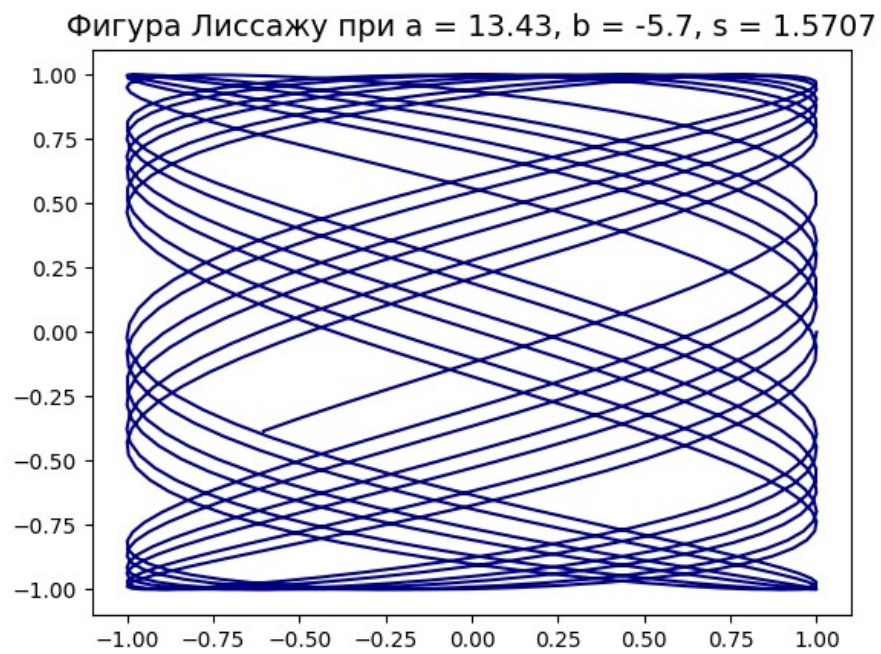


Рисунок 9: Фигура Лиссажу, полученная с помощью программы

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения курсовой работы были выполнены следующие задачи:

1. Была изучена теория по темам «Фигуры Лиссажу» и «Моделирование Фигур Лиссажу»
2. Была рассмотрена и адаптирована под выполняемую задачу математическая модель нахождения координат точек графика фигуры Лиссажу
3. Была разработана программа на языке Python 3, моделирующая график фигуры Лиссажу по задаваемым пользователем произвольным значениям частот колебательных контуров
4. Были смоделированы некоторые графики фигур Лиссажу

Все поставленные задачи были выполнены успешно и в полном объеме. Курсовую работу можно считать выполненной успешно.

## ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Фигуры Лиссажу // Википедия — Свободная энциклопедия URL:  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B3%D1%83%D1%80%D1%8B\\_%D0%9B%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B0%D0%B6%D1%83](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B3%D1%83%D1%80%D1%8B_%D0%9B%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B0%D0%B6%D1%83) (дата обращения: 12.12.2020).
2. Лиссажу, Жюль-Антуан // Википедия — Свободная энциклопедия URL:  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B0%D0%B6%D1%83,\\_%D0%96%D1%8E%D0%BB%D1%8C-%D0%90%D0%BD%D1%82%D1%83%D0%B0%D0%BD](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B0%D0%B6%D1%83,_%D0%96%D1%8E%D0%BB%D1%8C-%D0%90%D0%BD%D1%82%D1%83%D0%B0%D0%BD) (дата обращения: 12.12.2020).
3. Python 3.9.1 documentation // Python 3.9.1 documentation URL:  
<https://docs.python.org/3/index.html> (дата обращения: 12.12.2020).
4. math — Mathematical functions // Python 3.9.1 documentation URL:  
<https://docs.python.org/3/library/math.html> (дата обращения: 12.12.2020).
5. User's Guide // Matplotlib 3.3.3 documentation URL: <https://matplotlib.org/users/index.html> (дата обращения: 12.12.2020).