Справочник по формулам Maxima, используемых при выполнении действий с матрицами.

Простейшие операции с матрицами

В Maxima на матрицах определены обычные операции умножения на число, сложения и матричного умножения. Последнее реализуется с помощью бинарной операции "." (точка). Размерности матриц сомножителей должны быть согласованы.

Примеры :

Создание двух прямоугольных матриц:

(%i1) a:matrix([1,2,3],[4,5,6]);

$$(\%o1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

(%i2) b:matrix([2,2],[3,3],[4,4]);

$$(\%o2) \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Функция *transpose* транспонирует матрицу:

(%i1) a:matrix([1,2,3]); transpose(a);

$$(\%o1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad (\%o2) \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Умножение матрицы на число:

(%i2) c:b*2;

$$(\%o2)\quad \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 6 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Сложение матриц (естественно, матрицы должны быть одинаковой формы, иначе возникает ошибка):

(%i4) b+c;

$$(\%o4)\quad \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 9 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$$

Умножение матриц (в данном случаем исходные матрицы a и b согласованы по размерам):

(%i6) f:a.b;

$$(\%o6)\quad \begin{pmatrix} 20 & 20 \\ 47 & 47 \end{pmatrix}$$

Обращение матриц и вычисление определителей

Для **обращения матриц** используется **функция *invert***. <u>*Пример:*</u>

```
(%i1) a:matrix([1,2],[3,4]);
      b:invert(a);
      b.a;
```

$$(\%o1)\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad (\%o2)\quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad (\%o3)\quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Определитель вычисляется функцией *determinant*:

(%i4) determinant(a);

$$(\%o4) \quad -2$$

Преобразование матрицы к треугольной форме

Преобразование матрицы к треугольной форме осуществляется методом исключения Гаусса посредством **функции *echelon(M)*** (аналогичный результат дает **функция *triangularize(M)***):

(%i1) a:matrix([1,2,3],[4,5,x],[6,7,y]);

$$(\%o1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & x \\ 6 & 7 & y \end{pmatrix}$$

(%i2) b:echelon(a);

$$(\%o2) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{x-12}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Отличия рассматриваемых функций в том, что *echelon* нормирует диагональный элемент на 1, а *triangularize*— нет. Обе функции используют алгоритм исключения Гаусса.

Вычисление ранга и миноров матрицы

Для расчёта **ранга матрицы** (порядка наибольшего невырожденного минора матрицы) используется **функция *rank***.

<u>*Пример:*</u>

(%i1) a:matrix([1,2,3,4],[2,5,6,9]);

Матрица *a* — невырожденная (две строки, ранг равен 2). Вычислим ранг вырожденной матрицы, содержащей линейно-зависимые строки.

(%i1) a:matrix([1,2,3,4],[2,5,6,9]);

$$(\%o1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

(%i2) rank(a);

$$(\%o2) \quad 2$$

(%i3) b:matrix([1,1],[2,2],[3,3],[4,5]);

$$(\%o3) \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

(%i4) rank(b);

$$(\%o4) \quad 2$$

Минор матрицы вычисляется при помощи **функции *minor(M, i, j)***, где *M* — матрица, *i, j* — индексы элемента, для которого вычисляется минор.