Велико Арсений
ИВТ 2-2-3

ТКМ. Численные методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса последовательного исключения.

- Одним из наиболее популярных методов решения СЛАУ является метод Гаусса последовательного исключения (классический метод Гаусса).
- Кл. метод Гаусса — прямой численный метод решения СЛАУ.
- Суть метода заключается в том, чтобы на основе коэффициентов при переменных в СЛАУ составить расширенную матрицу, и, с помощью эл-ых. преобразований, привести м-цу к треугольному виду: $AX = B \Rightarrow \tilde{A}X = \tilde{B}$
- Ход решения условно делится на два этапа: прямой и обратный ход.
- Прямой ход.

К матрице коэф-ов A присоединяют столбец свободных членов. Затем, с помощью эл. преобразований, её приводят к эквивалентной треугольной м-це $\tilde{A}$ с ед-ыми диаг. эл-ми

- Обратный ход.

На этом этапе производится обратная подстановка полученных коэф-ов в СЛАУ и находятся корни ур-ий.

- Для преобразования эл-ов на этапе прямого хода используют формулы:

1) $\tilde{a}_{1j} = a_{1j}/a_{11}$ $(j = 1 \div (n+1))$;

2) $\tilde{a}_{kj} = a_{kj} - \tilde{a}_{1j} \cdot a_{k1}$ $\begin{pmatrix} k = 2 \div n \\ j = 1 \div (n+1) \end{pmatrix}$;

3) $i = 1 \div (n-1)$;

Или в общем виде:

$\tilde{a}_{ij} = a_{ij}/a_{ii}$; $\tilde{a}_{kj} = a_{kj} - \tilde{a}_{ij} \cdot a_{ki}$;

$i = 1 \div (n-1)$; $k = (i+1) \div n$; $j = i \div (n+1)$;

где $\tilde{a}$ - текущее зн-ие a;

a - предыдущее зн-ие a;

a_{ii} - ведущий эл-т; a_{ki} - коэфф. преобразования; i ведущая строка опр-ся индексом.

- На этапе обр. хода сначала находят корень X_n, используя формулу:

$$X_i = \tilde{a}_{i(n+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \tilde{a}_{ij} X_j \text{, где}$$

i изм-ся в обр. порядке $i = (n-1) \div 1$

- Используя метод Гаусса, можно также найти расчёт м-цы, определить совместность системы.

- К минусам этого метода можно отнести вычислительную неустойчивость для плохо обусловленных матриц коэфф-ов. Однако, такие матрицы встречаются нечасто. Кроме того, проблема частично решается модификациями метода Гаусса.