

Задача 1

Мн-во: $\{a, b, c, d\}$

①

•	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	b	d
c	c	b	c	d
d	d	d	d	d

Проверим $\forall a, x, z \in T_0$:

$$x \cdot (a \cdot z) = (x \cdot a) \cdot z$$

1) $(a \cdot a) \cdot a = a \cdot a = a$

5) $(b \cdot a) \cdot a = b \cdot a = b$
 $b \cdot (a \cdot a) = b \cdot a = b$

2) $(a \cdot b) \cdot a = b \cdot a = b$
 $a \cdot (b \cdot a) = a \cdot b = b$

6) $(b \cdot b) \cdot a = c \cdot a = c$
 $b \cdot (b \cdot a) = b \cdot b = c$

3) $(a \cdot c) \cdot a = c \cdot a = c$
 $a \cdot (c \cdot a) = a \cdot c = c$

7) $(b \cdot c) \cdot a = b \cdot a = b$
 $b \cdot (c \cdot a) = b \cdot c = b$

4) $(a \cdot d) \cdot a = d \cdot a = d$
 $a \cdot (d \cdot a) = a \cdot d = d$

8) $(b \cdot d) \cdot a = d \cdot a = d$

~~9)~~ $b \cdot (d \cdot a) = b \cdot d = d$

Программа машинным образом проверит всевозможные комбинации 3-х а-ов из мн-ва на удовлетворение равенства.

В ходе проверки не было найдено ни одно слага, в котором равенство бы не выполнялось.

Операция ассоциативна.

Задача 2

$$\lambda = 4\%6 = 4$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти:

$$A^2 + (10 - \lambda/2) \cdot A + \frac{\lambda}{2} E$$

$$1) A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -10 \\ -15 & 22 \end{pmatrix}$$

$$2) (10 - 4/2) \cdot A = 8A = 8 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ -24 & 32 \end{pmatrix}$$

$$3) \frac{\lambda}{2} E = 2E = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 7 & -10 \\ -15 & 22 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ -24 & 32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -26 \\ -39 & 54 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 15 & -26 \\ -39 & 54 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -26 \\ -39 & 56 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 17 & -26 \\ -39 & 56 \end{pmatrix}$

Задача 3

Вычислить AB , где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \lambda & 3 \\ \lambda/3 & 2 & 8 - \lambda/3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -\lambda & 2 \\ 1 & 10 - \lambda/2 \\ -3 & \lambda \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1/3 & 2 & 20/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 8 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \cdot (-4) + 4 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) & -2 + 32 + 12 \\ -\frac{16}{3} + 2 + \frac{(-60)}{3} & \frac{8}{3} + 16 + \frac{80}{3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 42 \\ 20/3 & 136/3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} -1 & 42 \\ 20/3 & 136/3 \end{pmatrix}$