Задание 1

④ $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$f^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = f$

$g^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $g^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = g$

$gf = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = f$

$fg = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ $fgg = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$fggg = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = fg$

Таблица Кэли:

$\cdot$	f	g	g^2	fg	fgg
f	f	fg	fgg	fg	fgg
g	f	g^2	g	fg	fgg
g^2	f	g	g^2	fg	fgg
fg	f	fgg	fg	fg	fgg
fgg	f	fg	fgg	fg	fgg

Задание 2

4) $a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ $aa = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $aaa = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{matrix}$

$aaaa = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \end{matrix}$

Видно, что $aaaa \Rightarrow aa$, то есть на 4 преобразовании наблюдается цикличность. Тогда, если считать элементы, начиная с 2-х, то каждый $2k$-й элемент будет иметь преобразование $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \end{matrix}$, где $k \in N$, т.е. $T = 2$

Индекс: $\boxed{2}$, ~~[illegible]~~

Период: 2

Задание 3

$S = \langle x, y : xy = yx, x^2 = y, y^3 = y \rangle$

Выделим полную систему представителей классов конъюгации ε, которая опр. соотношениями данного копредставления. Для этого последовательно рассмотрим слова данной длины и выделим те, которые не будут экв. м/д. собой отн. конг. ε.

Сначала расм. слова длины 1: x, y – не экв. м/д собой отн. конг. ε.

Длины 2: $x^2 = y$, xy, $yx = xy$, y^2, только слова y^2, xy не экв. отн. конг. ε и др. ранее выделенным словам.

Длины 3: $x^3 = x^2x = yx$, $xyx = x^2y = y^2$, $x^2y = y^2$, xy^2

Из этих слов только слово xy^2 не экв отн конг ε и ранее выд. сл.

Длины 4: $xy^2x = x^2y^2 = yy^2 = y^3 = y$, $xy^2y = xy^3 = xy$ – все эти слова экв. отн. конг ε ранее выделенным словам.

Значит $S = \{x, y, y^2, xy, xy^2\}$ – полная сист. предст. классов конг. ε. Операция • полных слов опр. с точностью до конг. ε по след. табл. Кэли: