



دانشگاه صنعتی شریف  
دانشکده مهندسی برق

پایان نامه کارشناسی  
مهندسی برق

# مقایسه روش‌های آموزش گراف در سیگنال‌های چندکاناله مغزی

نگارش  
ارشاك رضوانى

استاد راهنما

محمد باقر شمس‌اللهی

اردیبهشت ۱۴۰۲

## سپاس

از استاد بزرگوارم که با کمک‌ها و راهنمایی‌های بی‌دriegشان، مرا در به سرانجام رساندن این پایان‌نامه یاری داده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم. همچنین از همکاران عزیزی که با راهنمایی‌های خود در بهبود نگارش این نوشتار سهیم بوده‌اند، صمیمانه سپاسگزارم.

## چکیده

در این مستند، روش‌های مختلف یادگیری گراف<sup>۱</sup> از روی سیگنال‌های مغزی مقایسه شده است، این گزارش مروری بر ادبیات و جمع‌بندی مقالات در این حوزه با دیدگاه‌های مختلف به پردازش گرافی سیگنال‌ها<sup>۲</sup> است. برای یادگیری گراف از روی سیگنال‌های مغزی دو روش وجود دارد، یکی یادگیری درایه‌های ماتریس لایپلینگ گراف به صورت معجزاً و تک به تک است و دیگری یادگیری ماتریس به صورت کامل و توأم است که هر دو روش در این گزارش بررسی شده‌اند. در نهایت یک روش نوین برای طبقه‌بندی گراف‌ها بدون استخراج ویژگی گرافی بررسی شده است. این روش که شبکه‌های نورونی گرافی<sup>۳</sup> است، اولین بار در این پژوهش به منظور طبقه‌بندی گراف‌های یادگرفته شده استفاده شده است. در ساختار یک گراف برای مغز به دنبال محاسبه ارتباطات مغزی هستیم که معیاری از وصل بودن نواحی مختلف مغز به ما بدهد. بررسی ساختارهای ارتباط مغزی چند کاربرد عمده و مهم دارد. با ساختن یک گراف از روی سیگنال مغزی و بررسی تغییرات ساختار این گراف می‌توان بر روی سیگنال طبقه‌بندی با دقیقیت زیاد انجام داد که در زمینه‌های مختلف کاربرد دارد مانند رابطه‌های مغز و رایانه<sup>۴</sup> و یا تشخیص و درمان بیماری‌های مغزی مانند الزمایر یا اختلال سواسی-جبری<sup>۵</sup>.

**کلیدواژه‌ها:** رابطه‌های مغز و رایانه، الکتروانسفالوگرافی، پردازش سیگنال، یادگیری عمیق، یادگیری گراف، پردازش سیگنال گرافی، ارتباطات مغزی

<sup>1</sup>Graph Learning

<sup>2</sup>Graph Signal Processing

<sup>3</sup>Graph Neural Network

<sup>4</sup>Brain Computer Interface

<sup>5</sup>Obsessive Compulsive Disorder

# فهرست مطالب

۱	۱	مقدمه
۱	۱-۱	پیش درآمد
۱	۲-۱	چالش
۲	۳-۱	اهداف
۲	۴-۱	ساختار گزارش
۳	۲	مفاهیم کلی
۳	۱-۲	مقدمه
۳	۲-۲	سیگنال های حیاتی
۴	۳-۲	سیگنال های چند کاناله معزی الکتروانسفالوگرام
۵	۱-۳-۲	منشأ سیگنال
۵	۲-۳-۲	سیستم های ثبت بین المللی
۵	۴-۲	پیش پردازش
۶	۱-۴-۲	نویز و آرتیفیکت ها
۷	۲-۴-۲	روش های معمول پیش پردازش
۸	۵-۲	گراف
۸	۶-۲	ارتباطات معزی
۹	۱-۶-۲	ارتباطات ساختاری

۹	.....	۲-۶-۲ ارتباطات کارکردی
۱۰	.....	۳-۶-۲ ارتباطات مؤثر
۱۰	مشکلات استفاده از داده‌های الکتروانسفالوگرام برای تخمین ارتباطات معزی	۷-۲
۱۰	.....	۱-۷-۲ اثر رسانایی حجمی
۱۱	.....	۲-۷-۲ اثر مرجع مشترک فعال
۱۲	.....	۸-۲ جمع‌بندی
۱۳	.....	۳ مفاهیم ریاضی
۱۳	.....	۱-۳ مقدمه
۱۳	.....	۲-۳ سیگنال الکتروانسفالوگرام به عنوان
۱۳	.....	۱-۲-۳ توصیف محدود یک فرایند تصادفی
۱۴	.....	۲-۲-۳ ایستا بودن یک فرایند تصادفی
۱۴	.....	۳-۲-۳ فرایند ارگادیک به مفهوم متوسط و همبستگی
۱۴	.....	۳-۳ تخمین‌گرهای ارتباط الکتروانسفالوگرام
۱۵	.....	۱-۳-۳ تخمین‌گرهای ارتباط کارکردی [۲، ۱]
۱۵	.....	۱-۱-۳-۳ ضریب همبستگی پیرسون
۱۵	.....	۲-۱-۳-۳ اطلاعات متقابل
۱۶	.....	۳-۱-۳-۳ همدلوسی
۱۶	.....	۴-۱-۳-۳ مقدار قفل‌شدگی فاز
۱۷	.....	۴-۳ سیگنال‌های گرافی
۱۷	.....	۱-۴-۳ عملگرهای سیگنال گرافی
۱۸	.....	۱-۱-۴-۳ شیفت گرافی
۱۹	.....	۲-۱-۴-۳ تبدیل فوریه گرافی
۲۰	.....	۳-۱-۴-۳ فیلترها و کانولوشن گرافی
۲۰	.....	۴-۱-۴-۳ اعمال دیگر گرافی

۲۰	.....	۵-۳ جمع‌بندی
۲۱	.....	۴ مرواری بر ادبیات
۲۱	.....	۱-۴ مقدمه
۲۱	.....	۲-۴ ساخت ماتریس لاپلاسین به صورت تک‌به‌تک [۳]
۲۲	.....	۳-۴ گراف رأس مشترک [۱]
۲۴	.....	۴-۴ یادگیری گراف از یک مسئله بهینه‌سازی و به صورت توأم [۵، ۴]
۲۴	.....	۱-۴-۴ تعریف هموار بودن روی گراف
۲۵	.....	۱-۱-۴-۴ قیود دیگر
۲۵	.....	۲-۱-۴-۴ بهینه‌سازی
۲۵	.....	۲-۴-۴ ساختن ماتریس فاصله دو به دو [۶]
۲۶	.....	۱-۲-۴-۴ استفاده از اتوانکو در
۲۹	.....	۵-۴ روش مورفولوژیکال
۲۹	.....	۱-۵-۴ گراف مشاهده [۷]
۲۹	.....	۴-۶ استخراج ویژگی‌های گرافی و استفاده از طبقه‌بندی‌های کلاسیک
۳۰	.....	۱-۶-۴ معیارهای ارزیابی
۳۰	.....	۲-۶-۴ ویژگی‌های گرافی
۳۰	.....	۱-۲-۶-۴ بایزی کردن گراف
۳۱	.....	۲-۲-۶-۴ استخراج ویژگی [۸]
۳۱	.....	۳-۲-۶-۴ نظریه تفکیک کارکردی
۳۲	.....	۴-۲-۶-۴ نظریه یکپارچگی کارکردی
۳۳	.....	۵-۲-۶-۴ معیارهای سنجش مرکزیت
۳۴	.....	۶-۲-۶-۴ ویژگی‌های فرکانسی
۳۵	.....	۷-۴ استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی گرافی [۹]
۳۵	.....	۱-۷-۴ شبکه نورونی عادی و کانولوشنی

۳۶	.....	۲-۷-۴ جزییات شبکه نورونی کانولوشنی گرافی
۳۷	.....	۱-۲-۷-۴ تحلیل یک لایه از شبکه
۳۸	.....	۲-۲-۷-۴ طبقه‌بندی گراف نه گره!
۳۹	.....	۸-۴ جمع‌بندی
۴۰	.....	<b>۵ پیاده‌سازی و نتایج</b>
۴۰	.....	۱-۵ مقدمه
۴۰	.....	۲-۵ مجموعه دادگان
۴۱	.....	۳-۵ معیارهای ارزیابی
۴۱	.....	۴-۵ نتایج ساختن ماتریس لاپلاسین به صورت تک به تک
۴۲	.....	۵-۵ نتایج یادگیری گراف از یک مسئله بهینه‌سازی و به صورت توأم
۴۲	.....	۱-۵-۵ حالت اول
۴۳	.....	۲-۵-۵ حالت دوم (استفاده از مدل پارامتری AR)
۴۴	.....	۱-۲-۵-۵ مرتبه مدل
۴۶	.....	۶-۵ نتایج روش مورفولوژیکال
۴۸	.....	۷-۵ نتایج استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی گرافی
۴۹	.....	۸-۵ مقایسه روش‌ها و جمع‌بندی
۵۱	.....	<b>۶ جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادات</b>
۵۲	.....	<b>مراجع</b>

# فصل ۱

## مقدمه

### ۱-۱ پیش درآمد

با پیشرفت چشمگیر تکنولوژی و ابداع روش‌های تصویربرداری پزشکی<sup>۱</sup> نوین به‌ویژه تصویربرداری کارکردی مغز<sup>۲</sup> حوزه پردازش این اطلاعات و تفسیر و تحلیل آن‌ها یکی از قطب‌های توجه پژوهش‌های حوزه مهندسی پزشکی است، از طرفی درک کارکرد مغز مسئله‌ای دیرینه و در عین حال بسیار مورد توجه در حوزه علوم اعصاب سیستم<sup>۳</sup> است. از بین تکنیک‌های مختلف تصویربرداری کارکردی مغز، الکتروانسفالوگرام به دلیل، دردسترس بودن، کم حجم بودن و ارزان بودن مناسب‌ترین گزینه برای تخمین ارتباطات کارکردی و مؤثر مغزی است، همچنین این داده‌ها به دلیل رزولوشن زمانی بالا (از مرتبه میلی‌ثانیه) ساختار دینامیکی فعالیت‌های مغزی را به خوبی ثبت می‌کنند و از این حیث نیز داده‌های مناسبی برای بررسی ارتباطات کارکردی و مؤثر مغزی هستند. به فرایند ساخت گراف از روی داده‌ها، یادگیری گراف می‌گویند. حال در این پژوهش سعی شده است که با استفاده و مقایسه چند روش یادگیری گراف، این ارتباطات را پیدا کرد و با استفاده از این ارتباطات سیگنال‌ها را طبقه‌بندی کرد.

### ۲-۱ چالش

محدودیت اساسی سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام این است که از طریق آنها برآیند فعالیت‌های الکتریکی سیستم عصبی در کانال‌ها ثبت می‌شود. در نتیجه امکان تشخیص دقیق و قطعی محل

<sup>1</sup>Medical Imaging

<sup>2</sup>Functional Brain Imaging

<sup>3</sup>System Neuroscience

منابع فعال مغز و دامنه فعالیت آنها امکان‌پذیر نیست. در یادگیری گراف به علت نویز زیادی که به صورت ذاتی در سیگنال الکتروانسفالوگرام وجود دارد پیدا کردن الگوهای متمایزکننده<sup>۴</sup> در گراف یادگیری شده مبتنی بر این است که اثر نویز را در نظر گرفته باشیم و گرنه گراف‌هایی تصادفی بدون اطلاعات متمایزکننده خواهیم داشت، همچنین دو چالش دیگر که بر یادگیری وزن‌ها تأثیر خواهد داشت، اثر هدایت حجمی<sup>۵</sup> و اثر مرجع مشترک فعال<sup>۶</sup> خواهد بود که در ادامه گزارش با جزئیات توضیح داده خواهند شد.

## ۳-۱ اهداف

در گذشته، بر پایه نظریه تفکیک کارکردی مغز<sup>۷</sup>، بسیاری از تحقیقات حوزه علوم اعصاب به دنبال یافتن نواحی مجزای مغزی بودند که هر یک مسئول انجام فعالیت‌های متمایزی هستند. پیدایش نظریه مکملی با عنوان نظریه یکپارچگی کارکردی مغز<sup>۸</sup> بسیاری از تحقیقات اخیر در حوزه علوم اعصاب را به سمت حوزه ارتباطات مغزی سوق داده است. بر پایه نظریه یکپارچگی کارکردی مغز، حتی در ساده‌ترین فعالیت‌های مغزی مانند وضعیت استراحت مغز<sup>۹</sup>، ارتباطاتی میان فعالیت نواحی مجزای مغزی وجود دارد تا سیستم مغزی عملکرد هماهنگ و یکپارچه‌ای داشته باشد. هدف این پژوهش بررسی و سنجش روش‌های ارائه شده برای تبدیل سیگنال‌های مغزی الکتروانسفالوگرام به یک گراف به منظور درک و بررسی این ساختارهای ارتباط مغزی و مروری بر ادبیات این حوزه است.

## ۴-۱ ساختار گزارش

ساختار این گزارش به این صورت است که در فصل اول مفاهیم کلی و سپس در فصل دوم مفاهیم ریاضی و اصطلاحات پردازش سیگنال، گراف و ارتباطات مغزی را توضیح می‌دهد و در فصل سوم با جزئیات به مروری بر ادبیات و کارهای انجام شده در حوزه یادگیری گراف از روی سیگنال‌های چندکاناله مغزی می‌پردازد و سپس در فصل پنجم نتایج پژوهش‌های انجام شده و نوواری این پژوهش ارائه خواهند شد، درنهایت در فصل ششم جمع‌بندی و پیشنهادات برای ادامه دادن این پژوهش آورده شده است.

<sup>4</sup>Discriminative Patterns

<sup>5</sup>Volume Conduction Effect

<sup>6</sup>Active Common Reference Effect

<sup>7</sup>Brain Function Segregation

<sup>8</sup>Brain Functional Integration

<sup>9</sup>Brain Resting State

## فصل ۲

### مفاهیم کلی

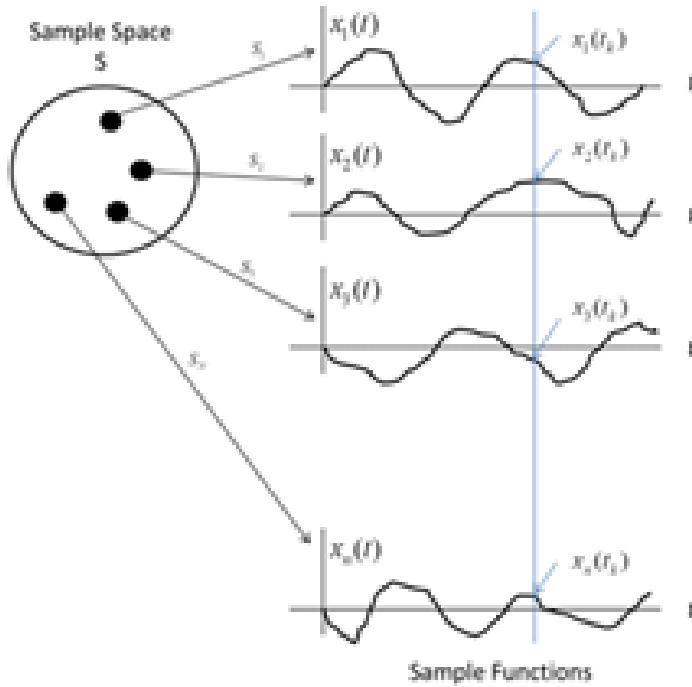
#### ۱-۲ مقدمه

در این بخش به معرفی مفاهیم کلی حوزه پردازش سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام و گراف می‌پردازیم. این پژوهش بر مبنای نگاه آماری و تصادفی به پردازش سیگنال‌های حیاتی است، یعنی سیگنال‌ها را به صورت یک تابع نمونه از یک فرایند تصادفی<sup>۱</sup> در نظر می‌گیریم، همانطور که در شکل ۱-۲ مشاهده می‌شود این نمونه‌ها از نظر توصیف زمانی مشابه نیستند اما دارای خواص آماری یکسانی هستند. این سیگنال‌ها با توابع ریاضی قابل بیان نیستند و معمولاً از روش‌های آماری برای تجزیه و تحلیل این سیگنال‌ها استفاده می‌شود. خود مقدار سیگنال در یک نقطه مهم نیست بلکه اطلاعات دیگر شن نظری هیستوگرام آن مهم است و می‌توان به هر لحظه زمانی از آن یک تابع چگالی احتمال نسبت داد. در ادامه فصل با تکنیک‌های ثبت و پیش‌پردازش سیگنال آشنا می‌شویم و در نهایت بستر مورد استفاده از این پژوهش، یعنی گراف معرفی خواهد شد و به معرفی چالش‌های پردازش گرافی سیگنال‌های مغزی خواهیم پرداخت.

#### ۲-۲ سیگنال‌های حیاتی

سیگنال‌های ثبت شده زمانی، مکانی و یا زمانی-مکانی از یک فرایند بیولوژیکی را سیگنال حیاتی می‌نامند مانند تپش قلب، فعالیت‌های الکتریکی مغز یا انقباض ماهیچه‌ای. فعالیت‌های الکتریکی، شیمیایی که در یک فرایند بیولوژیکی پدید می‌آیند، سیگنالی تولید می‌کنند که معمولاً قابل اندازه‌گیری

<sup>1</sup>Stochastic Process



شکل ۱-۲: فضای تمونه از یک فرایند تصادفی [۱۰]

و تجزیه و تحلیل است. بنابراین سیگنال‌های حیاتی برای توجیه مکانیسم فیزیولوژیکی یک فرایند بیولوژیکی اطلاعات مفیدی در اختیار ما قرار می‌دهند.

### ۳-۲ سیگنال‌های چندکاناله مغزی الکتروانسفالوگرام

نوار مغزی، الکتروانسفالوگرافی<sup>۲</sup> ثبت فعالیت الکتریکی مغز از طریق نصب الکترودهای سطحی بر روی سر و به صورت غیرتهاجمی می‌باشد. در حالت کلی در یک سیستم الکتروانسفالوگراف، اثر الکتریکی فعالیت نورون‌های مغز از طریق الکترودهای نصب شده بر روی سر به دستگاه انتقال داده شده و پس از تقویت و حذف نویز به صورت سیگنال زمانی ثبت و نمایش داده می‌شود. سیگنال ثبت شده می‌تواند مستقیماً و یا پس از پردازش کامپیوتری توسط پزشک و یا متخصص علوم اعصاب مورد تحلیل قرار بگیرد.

ثبت سیگنال الکتروانسفالوگرام کاربردهای بالینی بسیاری از جمله کمک به تشخیص و تعیین محل آسیب مغزی، کمک به تشخیص و مطالعه صرع، کمک به تشخیص اختلالات روانی، مطالعه خواب و آنالیز پاسخ مغز به حرکت‌های سنسوری را دارد؛ بنابراین، غیرتهاجمی بودن و پربار بودن و همچنین

<sup>2</sup>Electroencephalography

ارزان و کوچک بودن دستگاه ثبت آن را تبدیل به یکی از مهم‌ترین روش‌های تصویربرداری مغزی کرده است. همچنین سیگنال الکتروانسفالوگرام دارای رزولوشن زمانی بالا و رزولوشن مکانی کم است.

### ۱-۳-۲ منشأ سیگنال

فعالیت الکتریکی موجود در مغز، توسط میلیاردها نورون در حال کنترل هست. نورون‌ها با استفاده از کanal‌های یونی و انتقال یون بین یکدیگر، باعث به وجود آمدن پتانسیل عمل<sup>۳</sup> در نورون گیرنده می‌شوند که باعث می‌شود نورون گیرنده افزایش ولتاژی از ولتاژ استراحت در حدود ۱۰۰ میلی‌ولت داشته باشد. در اثر پدیده رسانایی حجمی<sup>۴</sup>، فعالیت الکتریکی نورون‌ها به سطح سر می‌رسد و الکترودهای قرار داده شده در سطح سر این فعالیت‌ها را به صورت ولتاژ اخذ می‌کنند و به تقویت کننده‌هایی منتقل می‌کنند.

### ۲-۳-۲ سیستم‌های ثبت بین‌المللی

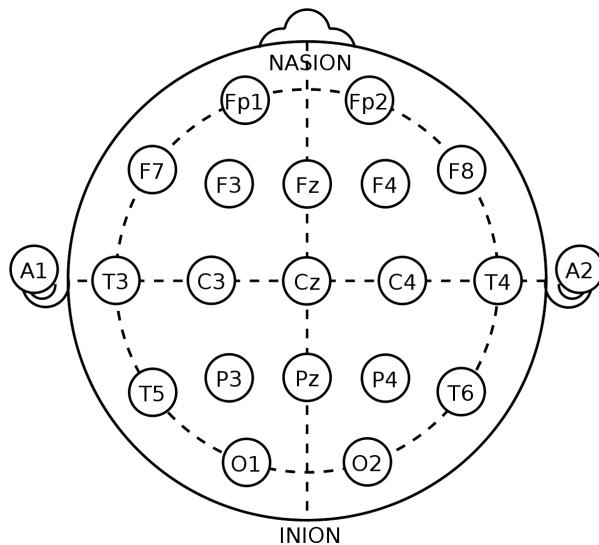
دستگاه‌های ثبت الکتروانسفالوگرام، اصولاً شامل ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۲۵۶ یا ... کanal هستند. در استفاده‌های عادی و معمولی، اصولاً از ۱۹ الکترود استفاده می‌شود. نحوه قرارگیری این الکترودها چندین استاندارد جهانی دارد که معروف‌ترین آن‌ها سیستم ۱۰-۲۰ (شکل ۲-۲) است. در شکل ۳-۲ تصویر یک ثبت واقعی سیگنال الکتروانسفالوگرام دیده می‌شود.

## ۴-۲ پیش‌پردازش

سیگنال ثبت شده قبل از پردازش نیاز به پیش‌پردازش دارد تا اطلاعات معنی‌دار و متعلق به فعالیت مغزی از آن استخراج شود. در شکل ۴-۲ تمامی مراحل پردازش سیگنال نشان داده شده است.

<sup>3</sup>Action Potential

<sup>4</sup>Volume Conduction



شکل ۲-۲: استاندارد ۱۰-۲۰ ثبت سیگنال الکتروانسفالوگرام [۱۱]

## ۲-۴-۱ نویز و آرتیفکت‌ها

سیگنال پس از ثبت آلوده به نویز و آرتیفکت خواهد بود که ممکن است منشأ فیزیولوژیک یا غیرفیزیولوژیک داشته باشند. آرتیفکت‌های الکتروانسفالوگرام:

- فیزیولوژیک

- نویز ماهیچه یا الکترومایوگرام<sup>۵</sup>

- الکتروکاردیوگرام<sup>۶</sup> (شکل ۲-۲)

- حرکات چشم

- پلک زدن

- عرق پوست سر

- غیرفیزیولوژیک

- برق شهر<sup>۷</sup>

- حرکت الکترودها و رسانایی ضعیف آنها

---

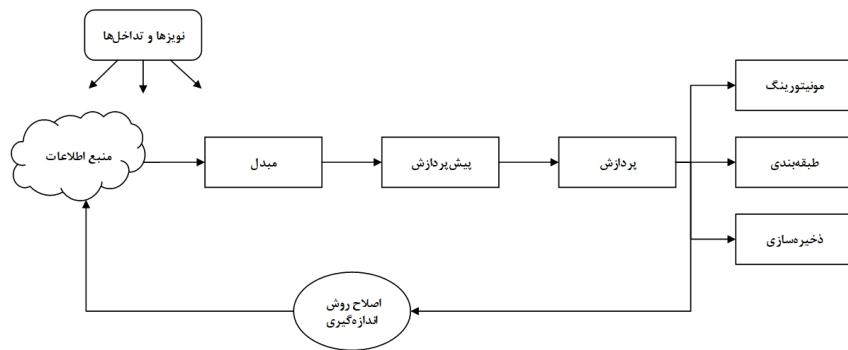
<sup>5</sup>Electromyogram

<sup>6</sup>Electrocardiogram

<sup>7</sup>Line Noise



شکل ۳-۲: تصویر ثبت واقعی از سیگنال الکتروانسفالوگرام با استفاده از سیستم استاندارد



شکل ۴-۲: شماتیک فرایند پردازش سیگنال الکتروانسفالوگرام

## ۲-۴-۲ روش‌های معمول پیش‌پردازش

برای پیش‌پردازش سیگنال‌های مغزی الکتروانسفالوگرام باید ابتدا آن‌ها را به یک محیط پردازش مانند مطلب<sup>۸</sup> وارد کنیم، سپس باید مرجع دهی مجدد<sup>۹</sup> انجام دهیم، یعنی تمام کانال‌ها را از یک سیگنال مرجع کم کنیم، این نکته که به اطلاعات کدام بخش از مغز نیاز داریم در انتخاب مرجع تأثیرگذار است و مرجع نباید نویزی باشد یا اینکه در نزدیکی بخش شامل اطلاعات موردنظر باشد. بهترین انتخاب‌ها برای سیگنال مرجع عضلات ماستوئید<sup>۱۰</sup>، لاله گوش<sup>۱۱</sup> یا میانگین کل کانال‌ها می‌باشد.

<sup>8</sup>MATLAB

<sup>9</sup>Re-referencing

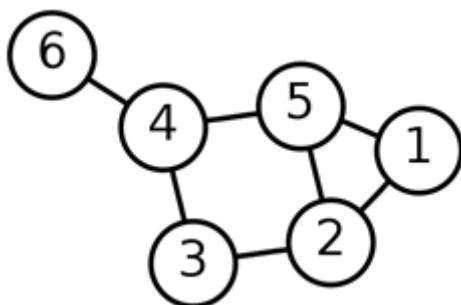
<sup>10</sup>Mastoids Muscles

<sup>11</sup>Earlobes

مرحله بعدی پیش‌پردازش فیلترکردن داده‌ها است. از فیلتر بالاگذر (۵۰ هرتز) برای حذف تغییرات آهسته<sup>۱۲</sup> و مؤلفه دی‌سی<sup>۱۳</sup> سیگنال استفاده می‌شود و از یک فیلتر ناچ<sup>۱۴</sup> ۵۰ هرتز برای حذف نویز برق شهر استفاده می‌شود. پس انجام این مراحل به مرحله اصلی پیش‌پردازش یعنی جداسازی منابع می‌رسیم که منابع مطلوب را از نامطلوب تشخیص دهیم و فقط منابع مطلوب را نگه داریم، این کار با استفاده از دو روش جداسازی منابع کور<sup>۱۵</sup> و نیمه‌کور<sup>۱۶</sup> انجام می‌شود، روش اصلی جداسازی منابع کور، آنالیز مولفه‌های مستقل<sup>۱۷</sup> است که با فرض حداقل وجود یک منبع گوسی سعی جداسازی منابع می‌کند که جزئیات آن در این مقال نمی‌گنجد.

## ۵-۲ گراف

در واقع گراف مدلی ریاضی برای یک مجموعه گستره است که اعضاش به گونه‌ای با هم پیوند دارند. اعضای این مجموعه می‌توانند چند انسان باشند و ارتباط میان آن‌ها دست دادن با یکدیگر باشد. اعضا می‌توانند اتم‌ها در یک مولکول باشند و ارتباطشان پیوندهای شیمیایی باشد یا این که اعضا می‌توانند بخش‌های گوناگون یک زمین و ارتباط میانشان، پلهایی باشد که آن‌ها را به هم می‌بینندند. شکل ۵-۲ نمونه یک گراف را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۲: نمایشی از یک گراف برچسب‌دار ۶ رأسی با ۷ یال

## ۶-۲ ارتباطات مغزی

ارتباطات مغزی سه شاخه اصلی دارند:

<sup>12</sup>Slow Drift

<sup>13</sup>DC

<sup>14</sup>Notch Filter

<sup>15</sup>Blind Source Separation

<sup>16</sup>Semi-Blind Source Separation

<sup>17</sup>Independent Component Analysis

- ارتباطات ساختاری<sup>۱۸</sup>: شبکه فیبرهای عصبی که نواحی مغزی را به هم مرتبط می‌کنند.
  - ارتباطات کارکردی<sup>۱۹</sup>: وابستگی‌های آماری بدون جهت بین فعالیت نواحی مغزی.
  - ارتباطات مؤثر<sup>۲۰</sup>: ارتباطات علی و جهت‌دار بین فعالیت نواحی مغزی.
- که در ادامه به جزئیات این ارتباطات می‌پردازیم.

## ۱-۶-۲ ارتباطات ساختاری

ارتباطات ساختاری (آناتومیکی) به مجموعه‌ای از ارتباطات فیزیکی یا ساختاری (سیناپسی) اطلاق می‌شود که نورون‌های شبکه عصبی را به یکدیگر مرتبط می‌کنند. ارتباطات ساختاری را می‌توان در مقیاس‌های مختلفی مورد بررسی قرار داد، از ارتباطات ساختاری بین شبکه‌های محلی مغز تا ارتباطات ساختاری بین شبکه‌های بزرگ مغزی و در واقع ارتباطات آناتومیکی بین نواحی مغزی. همچنین این ارتباطات در مقیاس‌های زمانی کوتاه (از مرتبه ثانیه تا دقیقه) غالباً استاتیک در نظر گرفته شوند درحالی‌که در مقیاس‌های زمانی بزرگ (از مرتبه ساعت تا روز برای مثال طی یک فرایند یادگیری) ممکن است پلاستیک یا دینامیک باشند. یکی از ابزارهایی که برای بررسی ارتباطات ساختاری مورداستفاده قرار می‌گیرد تصویربرداری تانسور انتشار<sup>۲۱</sup> (شکل ۶-۲) است که به کمک آن مسیر فیبرهای عصبی تخمین زده می‌شود.

## ۲-۶-۲ ارتباطات کارکردی

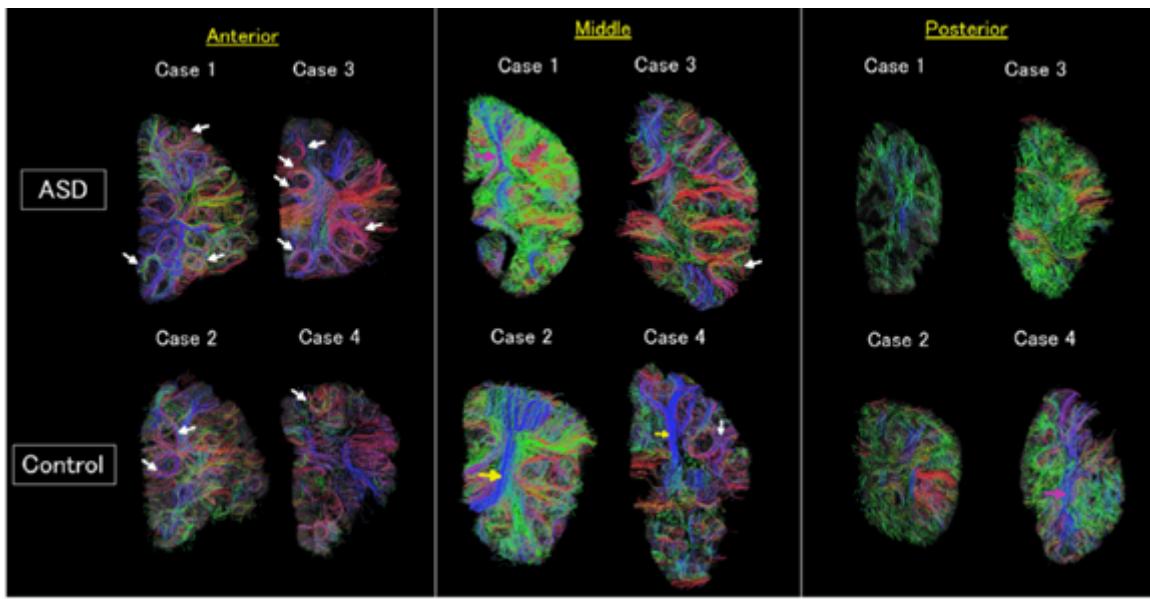
ارتباطات کارکردی به الگوهای وابستگی آماری بین فعالیت واحدهای نورونی توزیع شده در مغز اطلاق می‌شود. یکی از ساده‌ترین ابزارهای مورداستفاده در این زمینه، بررسی همبستگی بین فعالیت واحدهای نورونی است. ارتباطات کارکردی معمولاً بهشدت وابسته به زمان هستند (از مقیاس چند صد میلی‌ثانیه) و هیچ اطلاعاتی در زمینه ارتباطات علی و معمولی فعالیت نواحی مغزی فراهم نمی‌کنند.

<sup>18</sup>Structural Connectivity

<sup>19</sup>Functional Connectivity

<sup>20</sup>Effective Connectivity

<sup>21</sup>Diffusion Tensor Imaging



شکل ۶-۲: یک نمونه از تصویر تانسور انتشار [۱۲]

### ۳-۶-۲ ارتباطات مؤثر

ارتباطات مؤثر به شبکه ارتباطات علت و معلولی در یک سیستم عصبی اطلاق می‌شود. در واقع این ارتباطات به بررسی تأثیرات علت و معلولی نواحی مغزی بر هم می‌پردازد و به دنبال تعیین این است که کدام سیستم عصبی کدام سیستم دیگر را راهاندازی و فعال می‌کند. اگرچه بررسی ارتباطات مؤثر نسبت به ارتباطات کارکردی غالباً نیازمند روش‌های پیچیده‌تر با حجم محاسباتی بالاتری است ولی به نحوی اطلاعات سطح بالاتری نسبت به ارتباطات کارکردی فراهم می‌کند.

## ۷-۲ مشکلات استفاده از داده‌های الکتروانسفالوگرام برای تخمین

### ارتباطات مغزی

استفاده از سیگنال الکتروانسفالوگرام برای تخمین ارتباطات مغزی دو مشکل عمده دارد.

### ۱-۷-۲ اثر رسانایی حجمی

با توجه به این که سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام عمدهاً توسط فعالیت الکتریکی نورون‌های قشر مخ ایجاد می‌شوند، معمولاً سیگنال هر کanal را معرف فعالیت منابع نورونی ناحیه قشری زیر آن در نظر

می‌گیرند و مستقیماً ارتباطات کارکردی یا مؤثر بین کانال‌ها را تخمین می‌زنند. با این وجود یک پخش شدگی میدان الکتریکی وجود دارد که معمولاً از آن با عنوان اثر هدایت حجمی یاد می‌شود. در نتیجه، ممکن است سیگنال هر کانال برآیندی از فعالیت الکتریکی چندین منبع نورونی مغز باشد به خصوص هنگامی که منابع مغزی<sup>۲۲</sup> نزدیک‌تر به کانال‌ها باشند. این امر می‌تواند منجر به تعبیر نادرست وجود ارتباط بین نواحی قشری زیر این کانال‌ها شود. حتی در حالتی که فعالیت منابع نورونی زیر کانال‌ها از هم مستقل باشند، یا حتی منابع مذکور فعالیتی نداشته باشند، ممکن است ارتباط کارکردی/مؤثر نامطلوبی بین کانال‌های روی آنها مشاهده شود. در نتیجه ممکن است ارتباط تخمینی بین کانالی به جای آنکه نشانگر ارتباطات منابع مغزی نزدیک آنها باشند، تنها به دلیل آرتیفیکت هدایت حجمی ایجاد شده باشند.

اثر هدایت حجمی به صورت یک برهمنهی خطی و لحظه‌ای (بدون تأخیر زمانی یا به طور معادل بدون شیفت فازی در حوزه فرکانس) فعالیت منابع نورونی مغز می‌باشد. سیگنال کانال  $i$ -ام با فرض وجود  $M$  منبع مغزی و با صرف نظر از نویز اندازه‌گیری:

$$x_i(t) = \sum_{m=1}^M a_{im} \cdot s_m(i); i = 1, \dots, N \quad (1-2)$$

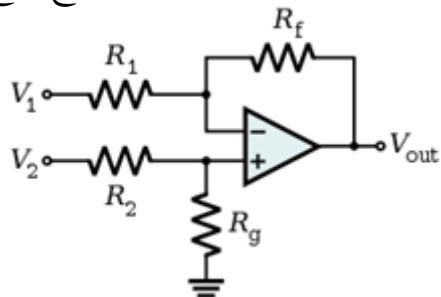
ضرایب  $a_{im}$  معرف اثر هدایت حجمی از منبع  $m$ -ام به کانال  $i$ -ام هستند. راهکار کاهش اثرات نامطلوب هدایت حجمی در تخمین ارتباطات مغزی استفاده از تخمین‌گرهای ارتباطی مقاوم به آرتیفیکت هدایت حجمی است. این تخمین‌گرهای به صورت نظری هرگز به خاطر هدایت حجمی منابع مستقل تخمین‌های معنی‌داری نمی‌دهند. در نتیجه، هر ارتباط تخمینی معنی‌دار آنها ناشی از اندرکنش‌های تأخیری مغزی و نشانگر ارتباطات واقعی بین منابع مغزی است. اثر هدایت حجمی، به صورت ترکیب خطی بوده و برای باندهای فرکانسی معمول الکتروانسفالوگرام (کوچک‌تر از ۱۰۰ هرتز) ماهیت لحظه‌ای دارد. در نتیجه، برای این که تخمین‌گری مقاوم به اثر هدایت حجمی باشد کافی است که ترکیب خطی لحظه‌ای منابع مستقل هرگز تخمین‌های ارتباطی معنی‌داری بین کانال‌ها ایجاد نکند. به بیان دیگر، برای مقاوم‌بودن یک تخمین‌گر به آرتیفیکت هدایت حجمی کافی است به هرگونه ترکیب خطی لحظه‌ای مؤلفه‌های مستقل، مقاوم باشد.

## ۲-۷-۲ اثر مرجع مشترک فعال

ثبت سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام از طریق تقویت‌کننده‌های تفاضلی که دو ورودی هر یک از آنها سیگنال یک کانال و سیگنال یک مرجع مشترک می‌باشد، انجام می‌گیرد. شکل ۲-۲ یک تقویت‌کننده

<sup>22</sup>Brain Sources

تفاضلی را نشان می‌دهد. مطلوب این است که سیگنال مرجع هیچ فعالیت مغزی را ثبت نکند و



شکل ۷-۲: تقویت‌کننده تفاضلی

تنها آرتیفیکت‌های ناشی از سیگنال‌های قلبی و ... را که در سایر کانال‌ها تقریباً مشترک است در بر داشته باشد تا بدین‌وسیله حذف آرتیفیکت انجام شود. اگر سیگنال مرجع مشترک، فعالیت مغزی قابل توجهی را ثبت کند و در واقع اگر مرجع مشترک فعال باشد، می‌تواند منجر به ظهور ارتباطات کارکردی/مؤثر نادرستی بین سیگنال‌های ثبت شده شود. راهکارهای کاهش اثرات نامطلوب مرجع مشترک فعال در تخمین ارتباطات مغزی:

- انتخاب یک کانال به عنوان مرجع مشترک از بین کانال‌هایی که در ثبت مورد نظر فعالیت مغزی خاصی را ثبت نمی‌کنند (کانال‌های غیرفعال).
- انتخاب کانال‌هایی که روی استخوان ماستوئید گوش نصب شده باشند؛ چون معمولاً ضخامت بیشتر استخوان زیر آنها، فعالیت مغزی ضعیف‌تری ثبت می‌کنند و در عین حال روی سر قرار دارند و آرتیفیکت‌های مشترک را ثبت می‌کنند.
- عدم استفاده از مرجع مشترک میانگین (متوسط همه کانال‌ها به عنوان مرجع مشترک) مگر در حالتی که تعداد کانال‌ها حداقل ۶۴ باشد.
- استفاده از تخمین‌گرهای ارتباطی که حساسیت کمتری به اثر مرجع مشترک فعال داشته باشند.

## ۸-۲ جمع‌بندی

در این بخش به معرفی مفاهیم اولیه پردازش سیگنال‌های حیاتی و چالش‌های مسئله یادگیری گراف پرداختیم، در ادامه به جزئیات ریاضی می‌پردازیم.

## فصل ۳

# مفاهیم ریاضی

### ۱-۳ مقدمه

برای مرور بر ادبیات، توضیح پیاده‌سازی‌ها و نتایج جدید نیاز است فروض و تعریفات ریاضی لازم برای نوشتن روابط ریاضی یادگیری گراف بیان شوند که در این فصل به این مورد می‌پردازیم. پردازش سیگنال‌های حیاتی به ویژه سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام به صورت یقینی ممکن نیست؛ زیرا سیگنال ثبت شده امروز از مغز هر فرد از لحاظ آماری با سیگنالی که دیروز فرضًا ثبت شده تفاوت چشمگیری دارد؛ اما با یک سری فروض می‌توان پردازش‌های معتبر انجام داد.

### ۲-۳ سیگنال الکتروانسفالوگرام به عنوان

نمونه‌هایی از یک فرایند تصادفی<sup>۱</sup> سیگنال الکتروانسفالوگرام به عنوان نمونه‌هایی از یک فرایند تصادفی در نظر گرفت و می‌توان آن با یک سری فروض آماری آن را توصیف کرد.

### ۱-۲-۳ توصیف محدود یک فرایند تصادفی

توصیف فرایند تصادفی یعنی سیگنالی که در هر لحظه زمانی یک متغیر تصادفی باشد. ولی ما هرگز چنین توصیف کاملی از یک فرایند تصادفی نخواهیم داشت و فقط توصیفات آماری محدود داریم؛ مانند توصیف مرتبه اول، یعنی متوسط را در تمامی لحظات داشته باشیم و یا توصیف مرتبه دوم که

<sup>1</sup>Stochastic Process

تابع همبستگی بین دو نقطه دلخواه زمانی را بدانیم.

### ۲-۲-۳ ایستا بودن یک فرایند تصادفی

در یک فرایند ایستا<sup>۲</sup>، پارامترهایی مثل میانگین و واریانس برای آن در طول زمان تغییر نمی‌کند. ایستا بودن یک فرایند تصادفی می‌تواند به مفهوم وسیع<sup>۳</sup> باشد که وسیع بودن یعنی متوسط مستقل از زمان است و همبستگی تابعی از تفاضل دو لحظه است.

### ۳-۲-۳ فرایند ارگادیک به مفهوم متوسط و همبستگی

برای پردازش سیگنال‌های حیاتی آن‌ها را در بازه‌های کوچک زمان ارگادیک در نظر می‌گیریم و این ارگادیک بودن دو مفهوم دارد:

- ارگادیک به مفهوم متوسط:

$$E\{X(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (1-3)$$

- ارگادیک به مفهوم همبستگی:

$$E\{X(t)X^*(t - \tau)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x^*(t - \tau) dt \quad (2-3)$$

این دو مفهوم و فرض به ما کمک می‌کنند که توصیف‌های آماری محدود فرایند تصادفی را به نمونه‌های زمانی تخمین بزنیم و در واقع سازوکار پردازش آماری سیگنال‌های حیاتی هستند.

### ۳-۳ تخمین‌گرهای ارتباط الکتروانسفالوگرام

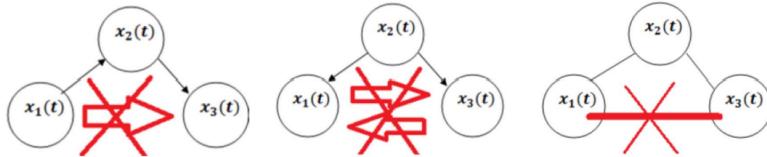
مهم‌ترین قابلیت‌های مطلوب تخمین‌گرهای ارتباطات کارکردی/مؤثر:

- قابلیت تخمین کلیه ارتباطات خطی و غیرخطی

- قابلیت حذف ارتباطات غیرمستقیم (شکل ۱-۲)

<sup>2</sup>Stationary Process

<sup>3</sup>Wide Sense Stationary



شکل ۱-۳: توضیح ارتباط حذف ارتباطات غیرمستقیم

- قابلیت تخمین شبکه ارتباطات داده‌های با بعد بالا یا دارای تأخیر طولانی
- حساسیت بالا به ارتباطات منابع مغزی در حضور اثر هدایت حجمی

### ۱-۳-۳ تخمین‌گرهای ارتباط کارکردی [۱، ۲]

در این بخش به معروفی تعدادی از تخمین‌گرهای ارتباط کارکردی می‌پردازیم.

#### ۱-۱-۳-۳ ضریب همبستگی پیرسون

$$R^r = \max_{\tau} \frac{\text{cov}^r(x(t), y(t + \tau))}{\text{var}(x(t)) \cdot \text{var}(y(t + \tau))} \quad (3-3)$$

در معادله بالا،  $x$  و  $y$  سری زمانی ثبت شده از دو کanal هستند. این معیار وابستگی خطی بین کanal‌های  $x$  و  $y$  را اندازه‌گیری می‌کند. قدرمطلق ضریب همبستگی عددی کوچکتر یا مساوی یک است. عدد صفر نشان‌دهنده این است که ارتباط خطی بین دو متغیر وجود ندارد و عدد یک بیان‌گر این است که دو متغیر کاملاً به هم وابسته خطی‌اند. اشکال عمده موجود در معیار ضریب همبستگی این است که اثر بعد زمان در این معیار دیده نمی‌شود. به عبارتی اگر سری‌های زمانی را درهم بریزیم و همبستگی را محاسبه کنیم، حاصل تغییری نخواهد کرد.

#### ۲-۱-۳-۳ اطلاعات متقابل

اطلاعات متقابل (مشترک) دو متغیر تصادفی گسته  $X$  و  $Y$ :

$$MI(X, Y) = D(p(x, y) \| p(x) \cdot p(y)) = \sum_{x,y} p(x, y) \cdot \log \left( \frac{p(x, y)}{p(x) \cdot p(y)} \right) \quad (4-3)$$

منظور از  $D(m, n)$ ، دیورژانس اطلاعات<sup>۴</sup> دو متغیر تصادفی  $n$  و  $m$  است. میزان اطلاعاتی را که با مشاهده هر یک از متغیرهای تصادفی  $X$  یا  $Y$  نسبت به دیگری به دست می‌آید، اندازه‌گیری می‌کند. این معیار همواره نامنفی و کراندار است. این معیار هنگامی برابر صفر است که  $X$  و  $Y$  از هم مستقل باشند. این معیار می‌تواند برآیند وابستگی‌ها خطی و غیرخطی بین متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  را اندازه‌گیری کند و مناسب برای بررسی کلیه ارتباطات کارکردی خطی و غیرخطی دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  است.

### ۳-۱-۳-۳ همدوسي

$$|\rho_{xy}(f)|^{\star} = \frac{|S_{xy}(f)|^{\star}}{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f)} \quad (5-3)$$

$$S_{xy}(f) = E \left[ \tilde{X}(f) \cdot \tilde{Y}^*(f) \right] \quad (6-3)$$

دو معادله بالا طیف مقابله سیگنال‌های  $X(t)$  و  $Y(t)$  به ترتیب تبدیل فوریه این سیگنال‌ها است. می‌توان امید ریاضی را با میانگین‌گیری روی تعداد به قدر کافی زیاد از قسمت‌های داده تخمین زد. این معیار تخمین ارتباط خطی بین کانال‌های  $X$  و  $Y$  در فرکانس  $f$  است.

### ۴-۱-۳-۳ مقدار قفل‌شدگی فاز

این معیار با تصویرکردن اختلاف فاز لحظه‌ای دو سیگنال بر روی دایره واحد و محاسبه میانگین طول بردار برآیند حساب می‌شود. در قدم اول باید فاز هر کدام از سیگنال‌ها محاسبه شود، این فاز با استفاده از تبدیل هیلبرت محاسبه خواهد شد:

$$Z_x(t) = x(t) + iH[x(t)] = A_x^H(t) \cdot e^{i\phi_x^H(t)} \quad (7-3)$$

جمله  $\phi_x^H(t)$  فاز محاسبه شده است، در گام بعدی باید اختلاف فاز دو سیگنال محاسبه شود:

$$\phi = (\phi_x - \phi_y) \bmod 2\pi \quad (8-3)$$

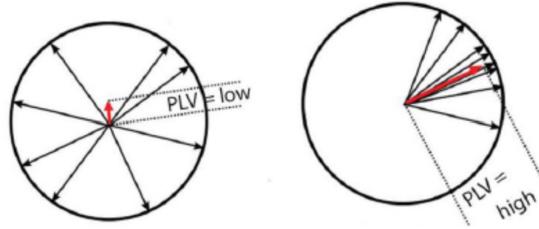
حال مقدار قفل‌شدگی فاز دو سیگنال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = |E [e^{i\phi}]| \quad (9-3)$$

---

<sup>4</sup>Kullback-Leibler Divergence

همانطور که در شکل ۲-۳ مشخص است این شاخص در صورت قفل شدگی کامل فاز دو سیستم برابر با یک و در حالت توزیع تصادفی اختلاف فاز بر روی دایره واحد به صفر میل خواهد کرد (غیر سنکرون بودن دو سیگنال).



شکل ۲-۳: توضیح مقدار قفل شدگی فاز زیاد و کم [۱۳]

### ۴-۳ سیگنال‌های گرافی

همانطور که در شکل ۳-۳ مشاهده می‌شود، هر گراف را با ماتریس لاپلاسین می‌توان توصیف کرد، در گراف  $G$  با  $n$  رأس  $v_1, \dots, v_n$  ماتریس لاپلاسین  $L_{n \times n}$  به صورت درایه به درایه<sup>۵</sup> با رابطه زیر تعریف می‌شود:

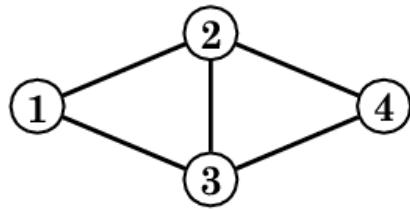
$$\begin{cases} \deg(v_i) & \text{if } i = j \\ -1 & \text{if } i \neq j \text{ and } v_i \text{ to adjacent is } v_j \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10-3)$$

توجه شود که اگر گراف وزن دار باشد به جای مقادیر باینری ۰ و ۱، وزن‌ها را قرار می‌دهیم و تعاریف فرقی نخواهند کرد. درجه هر رأس در این حالت، جمع وزن‌های متصل به آن خواهد بود. حال یک سیگنال گرافی به صورت یک بردار روی رأس‌های یک گراف تعریف می‌شود، به صورت شکل ۴-۳.

### ۱-۴-۳ عملگرهای سیگنال گرافی

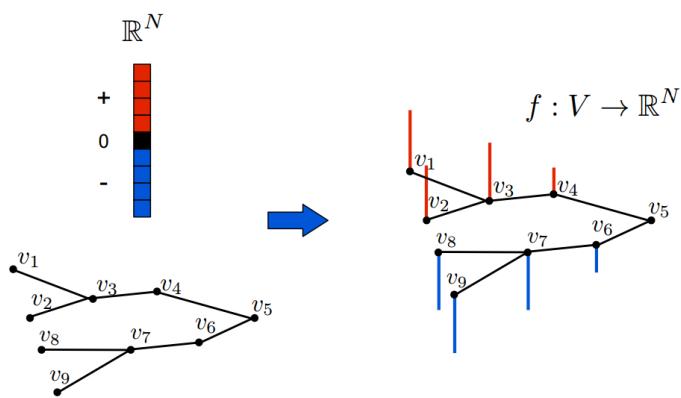
سیگنال گرافی مانند یک سیگنال عادی (سری زمانی) عملگرهای معمول مانند اسکیل، شیفت، تبدیل فوریه، فیلتر، نمونه‌برداری و تبدیل ویولت را دارد که تعاریف دقیق ریاضی دارند.

<sup>5</sup>Element Wise



$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

شکل ۳-۳: نمونه‌ای از یک گراف و ماتریس لاپلاسین

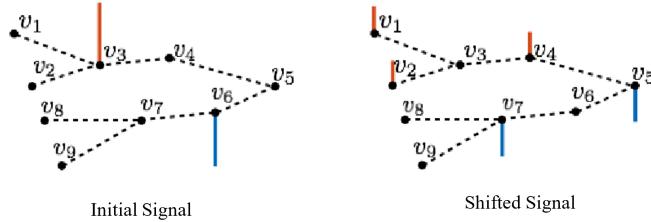


شکل ۴-۳: نمونه‌ای از یک سیگنال گرافی [۱۴]

### ۱-۱-۴-۳ شیفت گرافی

مانند سیگنال‌های زمانی که هنگام شیفت (به اندازه یک واحد) هر نقطه در زمان مقدار خود را به نقطه کنار می‌دهد، در سیگنال‌های گرافی هر رأس مقدار خود را به رأس‌های مجاور منتقل می‌کند که میزان اتصال به رأس‌های مجاور با ماتریس لاپلاسین مشخص می‌شود، پس شیفت گرافی یعنی ضرب سیگنال گرافی که یک بردار است در ماتریس لاپلاسین گراف. نمونه‌ای از این عملیات در شکل ۵-۳ مشخص است و معادله توصیف ریاضی آن است:

$$x_{shifted} = Lx \quad (11-3)$$



شکل ۳-۵: سیگنال گرافی و شیفت یافته آن [۱۴]

### ۲-۱-۴-۳ تبدیل فوریه گرافی

تبدیل فوریه گرافی از روی تعریف سیستم خطی تغییرناپذیر<sup>۶</sup> در زمان بیان می‌شود، به این صورت که توابع ویژه برای یک سیستم عادی تغییرناپذیر با زمان، توابعی بودند که در خروجی سیستم خودشان ضرب در یک ضریب پدید بیاید و می‌دانستیم که توابع به فرم:

$$e^{j\omega t} \quad (12-3)$$

چنین ویژگی‌ای دارند، حال معادله برای یک سیستم گرافی از روی تعریف شیفت گرافی (منظور ضرب در لaplاسین) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Lx = \lambda x \quad (13-3)$$

که یعنی اگر سیگنال  $x$  را به سیستم گرافی با تابع شیفت  $L$  بدهیم و انتظار داشته باشیم که فقط اندازه سیگنال تغییر کند، پاسخ بردارهای ویژه  $L$  خواهد بود که یعنی تجزیه مقادیر ویژه<sup>۵</sup> ماتریس لaplاسین پایه‌های فضای تبدیل فوریه را برای ما می‌سازند. بردارهای ویژه همان پایه‌های هستند و مقادیر ویژه (مقادیر روی قطر اصلی  $D$ ) فرکانس‌های گرافی هستند. معادله زیر این تجزیه را نشان می‌هد:

$$L = UDU^T \quad (14-3)$$

پس تبدیل فوریه هر سیگنال گرافی ضرب داخلی این سیگنال بر روی پایه‌های فضا است که یعنی:

$$\hat{x} = U^T x \quad (15-3)$$

$\hat{x}$  تبدیل فوریه گرافی سیگنال  $x$  است.

---

System Invariant Time Liner<sup>۶</sup>

<sup>۷</sup>Eigen Value Decomposition

### ۳-۱-۴-۳ فیلترها و کانولوشن گرافی

حال که تعریف فوریه گرافی را می‌دانیم، فیلتر گرافی را به راحتی می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$y = h(L)x = \sum_i u_i h(\lambda_i) u_i^T x = \sum_i u_i h(\lambda_i) \hat{x} \quad (16-3)$$

که یعنی هر فرکانس موجود در سیگنال ورودی را با یک ضربی که تابع فرکانس است تغییر دهیم، ابتدا تبدیل فوریه گرفته می‌شود، سپس تغییر در هر فرکانس اتفاق می‌افتد و در نهایت عکس تبدیل فوریه. به عبارت نوشته شده کانولوشن گرافی نیز می‌گویند.

### ۴-۱-۴-۳ اعمال دیگر گرافی

اعمال دیگر گرافی مانند تبدیل ویولت، نمونه‌برداری و ... در حوزه گراف وجود دارد که در این مقال نمی‌گنجند. البته در ادامه اشاره‌ای به این موارد به منظور توضیح شبکه نورونی گرافی خواهیم کرد.

## ۵-۳ جمع‌بندی

در این بخش ریاضیات اولیه پردازش سیگنال‌های حیاتی، ارتباطات مغزی و پردازش سیگنال گرافی معرفی شد، چالش‌هایی که در انتخاب معیار ارتباط مغزی وجود دارد بررسی شد و برای از بین بردن این موانع نیز راه حل‌هایی تشریح شد. در ادامه با استفاده از این مفاهیم به مرور بر ادبیات یادگیری گراف از سیگنال الکتروانسفالوگرام می‌پردازیم.

## فصل ۴

### مروری بر ادبیات

#### ۱-۴ مقدمه

برای ساخت یک گراف از روی سیگنال‌های مغزی سه رویکرد وجود دارد:

- یادگیری عناصر ماتریس لaplاسین به صورت تک‌به‌تک
- یادگیری توأم ماتریس لaplاسین در یک مسئله بهینه‌سازی
- روش مورفولوژیکال

درنهایت پس از ساخت گراف‌ها نیاز است به طبقه‌بندی آن‌ها بپردازیم که به دو صورت می‌توان این کار را انجام داد:

- استخراج ویژگی‌های گرافی و استفاده از طبقه‌بندهای کلاسیک
- استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی گرافی

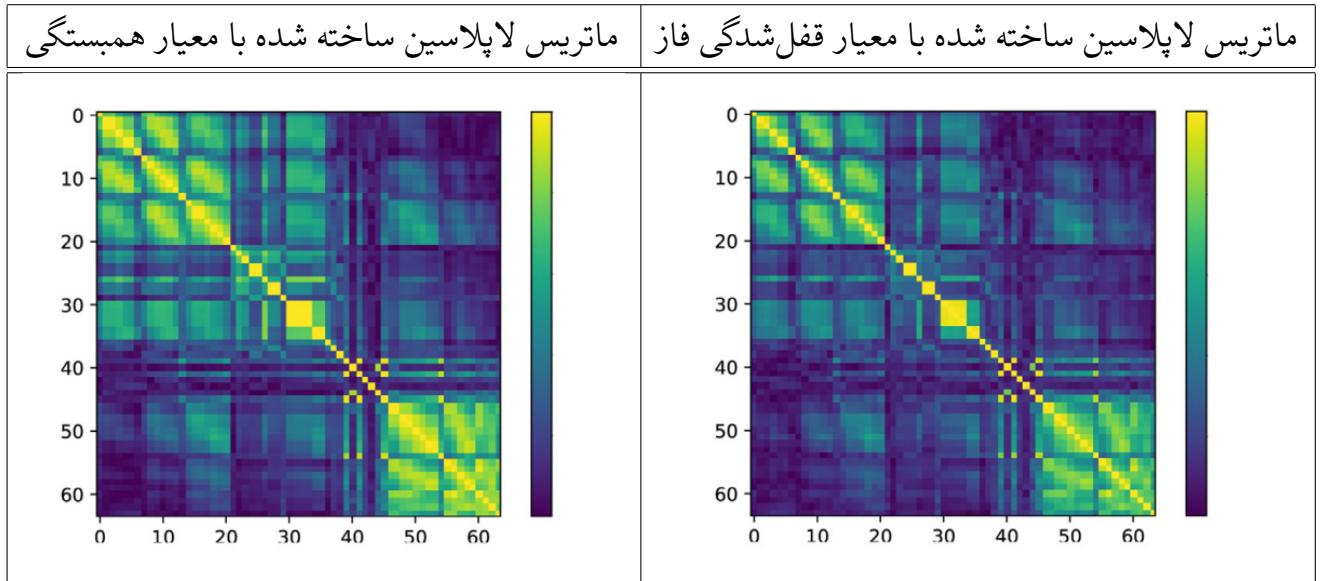
#### ۲-۴ ساخت ماتریس لaplاسین به صورت تک‌به‌تک [۳]

در این دیدگاه یکی از معیارهای ارتباط مغزی معرفی شده در قسمت قبل را انتخاب کرده و درایه‌های ماتریس لaplاسین را پر می‌کنیم به این صورت:

$$L_{ij} := f(x_i(t), x_j(t)) \quad (1-4)$$

که تابع  $f$  معيار ارتباط انتخاب شده و  $x_i(t)$  سری زمانی الکترود  $i$ -ام است. جدول ۱-۴ دو نمونه از گراف‌های ساخته شده را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۴: نمونه‌ای از ماتریس‌های ساخته شده [۱۵]



### ۳-۴ گراف رأس مشترک [۱]

قراردادن مقادیر دوبهدو یک معیار از کانال‌ها در ماتریس لایل‌سین، گراف‌هایی بسیار شلوغ و نویزی می‌سازد که نمی‌توان الگوهای متمايزکننده از آن‌ها استخراج کرد، حال در یک دیدگاه به دنبال هرس‌کردن گراف و حذف اتصالات اضافه هستیم، گویی دنبال گرافی با رئوس مشترک بین سیگنال‌های مغزی از یک کلاس هستیم. برای ساخت چنین گرافی مراحل زیر طی خواهند شد:

۱. تقسیم‌کردن سیگنال ورودی به پنج باند فرکانسی رایج ( $\delta, \theta, \alpha, \beta, \gamma$ ) سیگنال الکتروانسفالوگرام
۲. حساب‌کردن یک معیار ارتباطی معرفی شده در هر باند فرکانسی (فرض‌اً همبستگی) برای تمامی جفت کانال‌ها
۳. ساخت گراف به روش قبلی و مرتب‌کردن یال‌ها بر حسب وزن برای هر باند فرکانسی:

$$\text{Nodes} : V(G_j^M(\omega)) = V(K_n) \quad (2-4)$$

$$\text{Edges} : E(G_j^M(\omega)) = \{e \in K_n : ch_j[\omega](e) \geq ch_j[\omega](e_M)\} \quad (3-4)$$

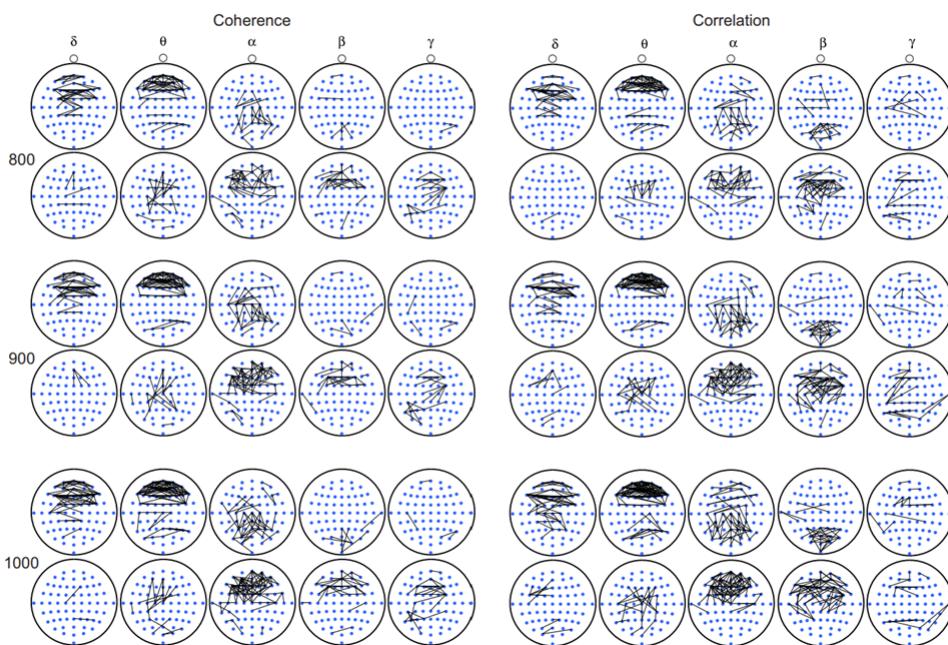
$$V_{K_N} = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}, \text{Where } m = \binom{n}{2} \quad (4-4)$$

$$ch_j [e_1] (\omega) \leq \dots \leq ch_j [e_m] (\omega) \quad (5-4)$$

ابتدا مجموعه یال‌ها و رأس‌های گراف‌ها در هر باند فرکانسی تعریف شده و سپس یال‌ها بر حسب وزن در باند فرکانسی و کanal مرتب شده‌اند، حال گراف رأس مشترک به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$\text{Edges : } E(G_S^M(\omega)) = \bigcap_j^{|S|} E(G_j^M(\omega)) \quad (6-4)$$

که در واقع با همان مجموعه رأس، برای هر باند فرکانسی یک گراف با تعداد S یال به صورت بالا تعریف خواهد شد.



شکل ۱-۴: نمونه‌ای از تعدادی گراف رأس مشترک از دو کلاس [۱]

در شکل ۱-۴ ردیف‌های فرد مربوط به سیگنال‌های چشم باز و ردیف‌های زوج مربوط به سیگنال‌های با چشم بسته هستند، گراف‌ها با دو معیار همدوستی و همبستگی در پنج باند فرکانسی با انتخاب ۸۰۰، ۹۰۰ و ۱۰۰۰ رأس اول ساخته شده‌اند.

## ۴-۴ یادگیری گراف از یک مسئله بهینه‌سازی و به صورت توأم [۴]

[۵]

در قسمت قبل درایه‌های ماتریس را به صورت تک‌به‌تک و بدون نگاه به هموار بودن سیگنال روی نمونه‌های زمانی و الکترودها ساختیم که یعنی مقدار زیادی اطلاعات بالارزش و معنی‌دار استفاده نکردیم و گرافی شلوغ محاسبه کردیم و مجبور به هرس آن شدیم، حال می‌خواهیم یک تعریف از هموار بودن سیگنال‌های چندکاناله مغزی روی گراف بدھیم و کل ماتریس را از جواب یک مسئله بهینه‌سازی محاسبه کنیم.

### ۱-۴-۴ تعریف هموار بودن روی گراف

برداری‌های  $x_1, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$  که همان سری‌های زمانی کانال‌های الکتروانسفالوگرام  $m$ -کاناله هستند را در نظر بگیرید، حال ماتریس  $X \in \mathbb{R}^{m \times n} = [x_1, \dots, x_m]^T$  کل سیگنال دریافتی ما است. هموار بودن این سیگنال روی گراف با ماتریس لاپلاسین  $L$  به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} \|x_i - x_j\|^2 = \text{tr}(X^T L X) \quad (7-4)$$

که  $W$  ماتریس وزن گراف و  $\text{tr}$  همان تریس ماتریس است، این معیار به ما می‌گویید که چقدر سیگنال چندکاناله  $X$  روی گراف همواره است به این صورت که اگر کانال‌های  $i$ -ام و  $j$ -ام فاصله کمی داشته باشند و  $W_{ij}$  بزرگ باشد، یعنی این دو سری زمانی در گراف به هم نزدیک هستند و از لحاظ فاصله اقلیدسی نیز نزدیک هستند، پس به دنبال این هستیم که وزن بین کانال‌های مشابه را زیاد و وزن بین کانال‌ها متفاوت و دور از هم را کم کنیم تا کل معیار کوچک شود، حال مسئله یادگیری گراف به صورت یک مسئله بهینه‌سازی درخواهد آمد:

$$\min_{L \in \mathcal{L}} \text{tr}(X^T L X) + f(L) \quad (8-4)$$

حال یک ماتریس جدید به نام فاصله دوبه‌دو به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$Z_{ij} = \|x_i - x_j\|^2 \quad (9-4)$$

با کمی ریاضیات و ساده‌سازی به معادله زیر می‌رسیم:

$$\text{tr}(X^T L X) = \frac{1}{2} \text{tr}(W Z) = \frac{1}{2} \|W \circ Z\|_{1,1} \quad (10-4)$$

که در واقع نرم بودن به صورت یک نرم  $L_1$  از ماتریس  $W$  ظاهر شده است که برای ما تنک بودن را کد می‌کند. اما جمله تنک بودن ماتریس  $W$ ، یعنی:

$$\gamma \|W\|_{1,1} \quad (11-4)$$

را نیز به صورت مسئله اضافه می‌کنیم؛ زیرا رایگان است و بار محاسباتی به ما اضافه نمی‌کند، پس به مسئله زیر می‌رسیم:

$$\text{tr}(X^T L X) + \gamma \|W\|_{1,1} = \frac{1}{2} \|W \circ Z\|_{1,1} + \gamma \|W\|_{1,1} = \frac{1}{2} \|W \circ (2\gamma + Z)\|_{1,1} \quad (12-4)$$

که این مسئله نسبت به قبلی یک مزیت بزرگ دارد و آن این است که در عین اینکه تنک بودن را داریم، می‌توانیم از هر نوع فاصله دیگری برای ماتریس  $Z$  استفاده کنیم.

#### ۱-۴-۱ قیود دیگر

قیود دیگری به مسئله بهینه‌سازی اضافه می‌کنیم تا بتوانیم تنک بودن گراف را به طور کامل کنترل کنیم، در این حالت ممکن است جواب‌هایی با رأس‌های ایزوله داشته باشیم:

$$\min_{W \in W_m} \|W \circ Z\|_{1,1} - \alpha \mathbf{1}^T \log(W \mathbf{1}) + \frac{\beta}{2} \|W\|_F^2 \quad (13-4)$$

در این حالت جمله لگاریتمی کنترل می‌کند که در صورتی که درجه یک رأس صفر بود مقدار بینهایت بگیرد، پس جواب بهینه از رئوسی با درجه صفر دور خواهد شد.

#### ۲-۱-۴-۴ بهینه‌سازی

مسئله معرفی شده یک راه حل تکرارشونده دارد و با مسئله دوگان حل شده است و شکل ۲-۴ الگوریتم حل آن را نشان می‌دهد.

#### ۲-۴-۴ ساختن ماتریس فاصله دوبه‌دو [۶]

برای ساخت این ماتریس می‌توان از یکی از معیارهای معرفی شده استفاده کرد و سپس پاسخ بهینه را پیدا کرد، اما مشکلی که این معیارها و خود ماتریس ساخته شده از این روش دارد دلیل اصلی ارائه راه حل دوم برای یادگیری گراف است و آن شلوغ بودن و نویزی بودن این معیارها است که الگوهای معنی‌دار برای ما ایجاد نمی‌کنند، حال برای رفع این مشکل می‌توان از مدل‌های پارامتری استفاده کرد

---

**Algorithm 1** Primal dual algorithm for model (12).

---

```
1: Input:  $z, \alpha, \beta, w^0 \in \mathcal{W}_v, d^0 \in \mathbb{R}_+^m, \gamma$ , tolerance  $\epsilon$ 
2: for  $i = 1, \dots, i_{max}$  do
3:    $y^i = w^i - \gamma(2\beta w^i + S^\top d^i)$ 
4:    $\bar{y}^i = d^i + \gamma(Sw^i)$ 
5:    $p^i = \max(0, y^i - 2\gamma z)$ 
6:    $\bar{p}^i = (\bar{y}^i - \sqrt{(\bar{y}^i)^2 + 4\alpha\gamma})/2$             $\triangleright$  elementwise
7:    $q^i = p^i - \gamma(2\beta p^i + S^\top p^i)$ 
8:    $\bar{q}^i = \bar{p}^i + \gamma(Sp^i)$ 
9:    $w^i = w^i - y^i + p^i;$ 
10:   $d^i = d^i - \bar{y}^i + \bar{q}^i;$ 
11:  if  $\|w^i - w^{i-1}\|/\|w^{i-1}\| < \epsilon$  and
12:     $\|d^i - d^{i-1}\|/\|d^{i-1}\| < \epsilon$  then
13:      break
14:    end if
15: end for
```

---

شکل ۲-۴: الگوریتم حل مسئله بهینه‌سازی پیدا کردن لاپلاسین هموار روی سیگنال ورودی [۴]

که یک ویژگی بیان‌کننده سری‌های زمانی هستند، مثلاً مدل خودهمبسته که به صورت زیر تعریف می‌شود:

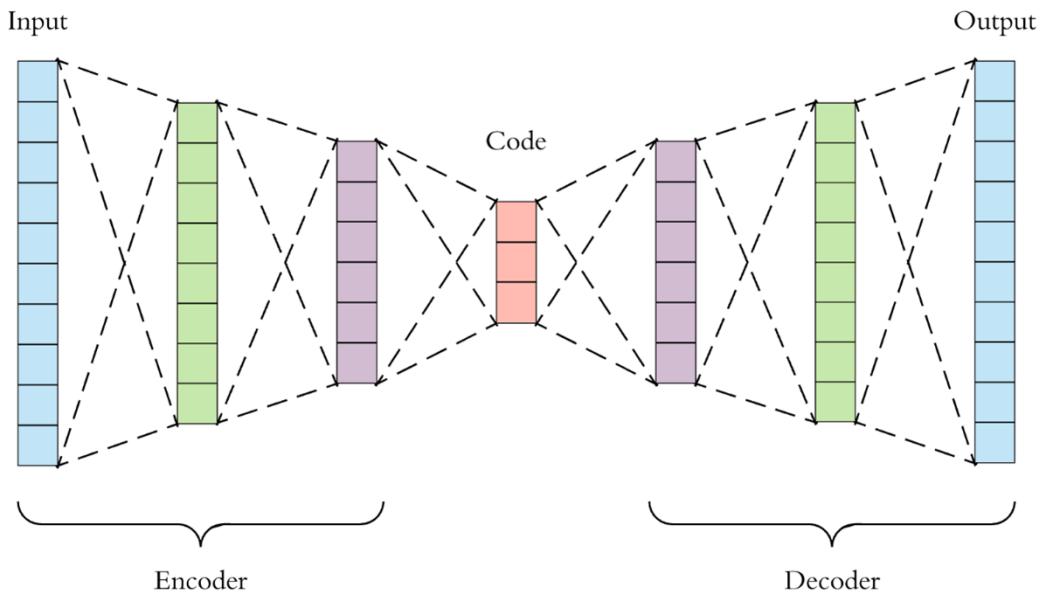
$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (14-4)$$

که یعنی مقدار سیگنال در لحظه زمانی فعلی به صورت جمع یک مقدار ثابت و یک نویز سفید گوسی و ضربی از نمونه‌های قبلی بیان می‌شود، مرتبه مدل ( $p$ ) تعداد نمونه‌های قبلی‌ای است که در محاسبه در نظر می‌گیریم، فاصله اقلیدسی یا گوسی این بردارها برای کانال‌ها را می‌توان در ماتریس فاصله دوبه‌دو قرار داد و مسئله را حل کرد. از آنجایی می‌توانیم بگوییم که این مدل خوب عمل می‌کند که در واقع ضرایب یک مدل تمام قطب برای تولید سیگنال از روی نویز سفید است را پیدا می‌کند که یعنی با اعدادی محدود توصیف خوبی از سیگنال می‌دهد.

#### ۴-۲-۱ استفاده از اتوانکودر

به دنبال ویژگی بیان‌کننده سری زمانی هستیم که عاری از نویز باشد، یکی از بهترین روش‌های استخراج ویژگی اتوانکود است، اتوانکودر یک شبکه نورونی عمیق است که به صورت بدون سرپرست آموزش می‌بیند، به این صورت که هر چه که در ورودی به شبکه می‌دهیم در خروجی می‌خواهیم، این روش به شدت غیرخطی است به دلیل وجود توابع فعال‌سازی غیرخطی نورون‌ها و ساختار شبکه به شکل ۳-۴ است:

معماری شبکه از سه بخش اصلی تشکیل شده است:



شکل ۳-۴: ساختار یک اتوانکودر

- انکودر
- لایه کد
- دیکودر

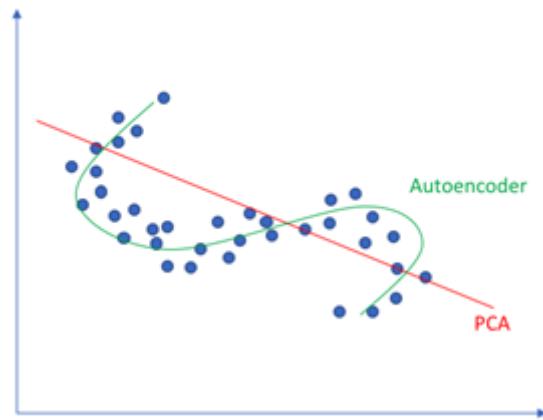
که تعداد نورون‌های لایه کد به طور قابل توجهی از لایه ورودی کمتر است و تابع هزینه شبکه در صورتی که ورودی  $x$  و خروجی  $\hat{x}$  باشد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \|x - \hat{x}\|_2^2 \quad (15-4)$$

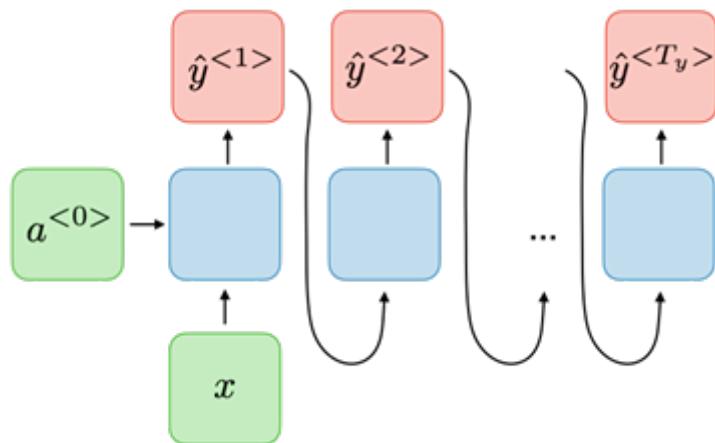
در واقع این شبکه به دنبال عصاره داده ورودی است و همانطور که در شکل ۴-۴ دیده می‌شود برای ما عمل کاهش ویژگی را به نحو احسن انجام خواهد داد. این شبکه به صورت غیرخطی کاهش بعد انجام می‌دهد و در صورت خطی بودن تابع فعال‌سازی عملکرد شبکه آنالیز مولفه‌های اصلی خواهد بود.

داده‌های ما سری‌های زمانی هستند پس ترتیب دارند که یعنی برای عملکرد خوب شبکه نیاز است از ساختارهای خودبازگشته مانند شکل ۴-۵ استفاده کنیم، یعنی از بلوک LSTM (شکل ۴-۶)، استفاده از این بلوک‌ها در ساختار اتوانکودر به ما قابلیت استخراج ویژگی بی‌نقص و قدرتمندی را می‌دهد.

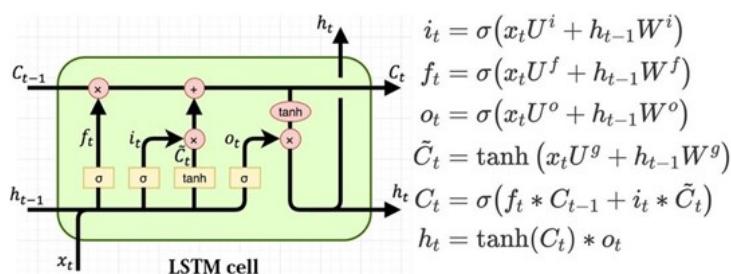
Linear vs nonlinear dimensionality reduction



شکل ۴-۴: مقایسه آنالیز مولفه‌های اصلی و اتوانکودر [۱۶]



شکل ۴-۵: معماری یک شبکه خودبازگشته



شکل ۴-۶: معماری و معادلات یک بلوک LSTM [۱۷]

## ۵-۴ روش مورفولوژیکال

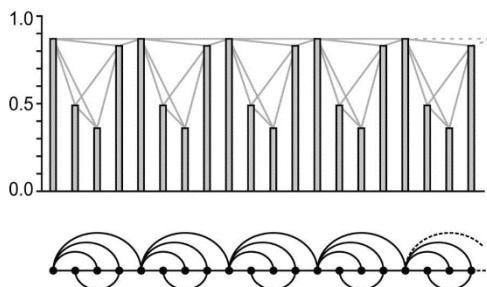
در این روش به جای نگاه به مقادیر در راستای کانال‌ها و ساخت گراف از روی داده‌های آماری به شکل سیگنال نگاه می‌کنیم و سعی می‌کنیم در هر ترایال ببینیم که چه خصوصیات هندسی از شکل سیگنال می‌تواند ما را در طبقه‌بندی یاری دهد.

### ۱-۵-۴ گراف مشاهده [۷]

گراف مشاهده یک الگوریتم حریصانه برای ساخت گراف به صورت موفولوژیک از روی شکل سیگنال است، در این روش ملاک اصلی دیده‌شدن (مشاهده) یک نمونه از روی جایگاه بقیه نمونه‌ها است که می‌توان به صورت ریاضی آن را بیان کرد، برای دو نمونه دلخواه زمانی  $(t_a, y_a)$  و  $(t_b, y_b)$  در صورت وجود یک نقطه  $(t_c, y_c)$  که رابطه زیر برقرار باشد یال وجود دارد:

$$y_c < y_b + (y_a - y_b) \frac{t_b - t_c}{t_b - t_a} \quad (16-4)$$

این روش گراف‌هایی بدون جهت، متصل (بدون نود ایزوله) و تغییر با ترسورمیشن‌های آفین ایجاد می‌کند. شکل ۷-۴ نمونه‌ای از یک گراف مشاهده را برای یک سیگنال پریودیک نشان می‌دهد.



شکل ۷-۴: یک نمونه گراف مشاهده [۷]

## ۶-۴ استخراج ویژگی‌های گرافی و استفاده از طبقه‌بندهای کلاسیک

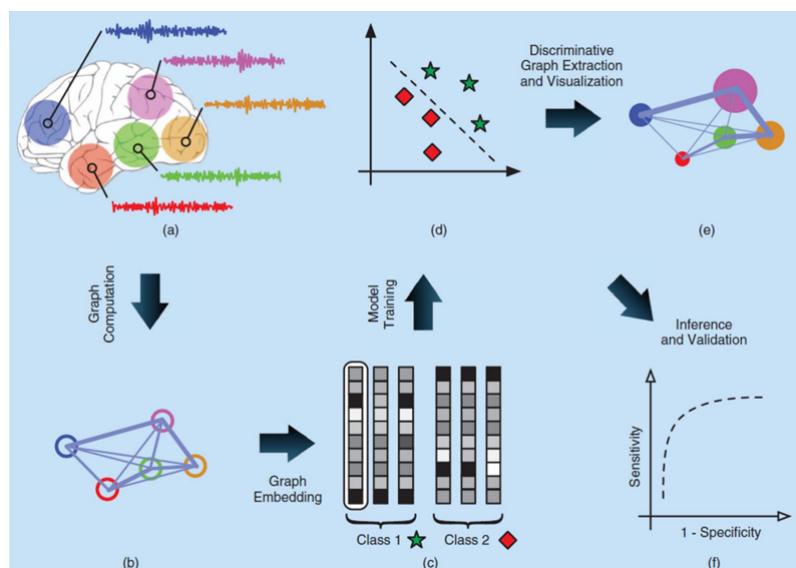
در این بخش به طبقه‌بندی گراف‌ها به صورت کلاسیک می‌پردازیم؛ یعنی ویژگی‌ها که نماینده گراف‌های ساخته‌شده هستند را استخراج کرده و به طبقه‌بندها می‌دهیم.

## ۱-۶-۴ معیارهای ارزیابی

معیارهای ارزیابی گراف ساخته شده دقت طبقه‌بندی مختلط مثل ماشین بردار پشتیبان، درخت تصمیم و شبکه نورونی روی گراف‌های حاصل از داده‌ها از کلاس‌های مختلف است. برای ارزیابی روش یادگیری گراف نیاز به ویژگی‌های گرافی داریم که در ادامه مفصل توضیح داده خواهند شد.

## ۲-۶-۴ ویژگی‌های گرافی

برای ارزیابی با استفاده از دقت طبقه‌بند باید اعدادی را به عنوان ویژگی‌هایی که کمیت‌هایی از گراف یادگرفته هستند را به مدل‌ها بدهیم، یعنی نیاز داریم بردار ویژگی‌ها را برای هر گراف تشکیل دهیم، برای این کار روش‌هایی وجود دارد. در واقع ما یک مسئله طبقه‌بندی گراف داریم که شکل ۸-۴ روند کلی آن را نشان می‌دهد.



شکل ۸-۴: روند کلی طبقه‌بندی گراف ساخته شده از سیگнал مغزی [۱۸]

البته ویژگی‌های ساده مانند خود درایه‌های ماتریس لاپلاسین می‌توانند خوب عمل کنند؛ ولی توصیفی از عملکرد اتصالات و خود گراف ندارند.

## ۱-۲-۶-۴ باینری کردن گراف

با استفاده از یک آستانه‌گذاری روی وزن‌های گراف یا با اضافه کردن یال‌ها با وزن بیشتر تا زمانی که گراف همبند شود، می‌توان یک گراف باینری ساخت و سپس ویژگی‌ها را بر این مبنای استخراج کرد.

## ۲-۲-۶-۴ استخراج ویژگی [۸]

ویژگی‌های گرافی را دو شکل می‌توان دسته‌بندی کرد:

- ویژگی‌های محلی: ویژگی‌های گره‌های گراف (یک بردار به بعد تعداد گره‌های گراف).
- ویژگی‌های سراسری: بیان‌کننده ویژگی‌های کلی یک گراف.

و روش دیگری دسته‌بندی:

- کمی‌سازی تفکیک کارکردن
- کمی‌سازی یکپارچگی کارکردن
- تعیین اهمیت مناطق مختلف مغز

## ۳-۲-۶-۴ نظریه تفکیک کارکردن

برای انجام عملیات و فرایندهای مشخص، نواحی جداگانه‌ای از مغز فعال می‌شوند. یک تخصیص کارکردن وجود دارد که هر ناحیه مغز تنها در حین فعالیت‌های خاصی که به آن تخصیص یافته است، فعال می‌شود. ویژگی‌های سنجش تفکیک‌پذیری به دنبال تعیین حضور گروه‌هایی هستند که به عنوان خوشه یا مازول در داخل شبکه گرافی شناخته می‌شوند. حضور خوشه‌ها در شبکه‌های ساختاری نشان‌دهنده این است که پتانسیل تفکیک کارکردنی در این شبکه‌ها وجود دارد، در حالی که وجود خوشه‌ها در شبکه‌های کارکردنی بیانگر پردازش‌های عصبی جدا از هم است. متداول‌ترین این ویژگی‌ها:

• ضریب خوشبندی:  
ضریب خوشبندی، درجه تمایل گره‌ها به ایجاد یک خوشه را نشان می‌دهد، در گراف‌های بدون جهت باینری، ضریب خوشبندی گره  $i$  به صورت نسبت تعداد مثلث‌هایی که در اطراف گره  $i$  وجود دارد به تمام یال‌های ممکن میان گره‌های همسایه گره  $i$  تعریف می‌شود:

$$c_i = \frac{2t_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (17-4)$$

تعداد مثلث‌های موجود در اطراف گره  $i$  را نشان می‌دهد:

$$t_i = \frac{1}{2} \sum_{i \rightarrow j \rightarrow k} a_{ij}a_{ik}a_{jk} \quad (18-4)$$

درجه گره  $i$  است:

$$k_i = \sum_{i \neq j} a_{ij} \quad (19-4)$$

$a_{ij}$  بیانگر وجود یا عدم وجود یال بین دو گره  $i$  و  $j$  در گراف است. ضریب خوشبندی کلی شبکه، میانگین ضریب خوشبندی تمام گرهها است:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{2t_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (20-4)$$

• بازده محلی:

$$E_{loc,i} = \sum_{i \rightarrow j \rightarrow k} \frac{a_{ij}a_{ik} [d_{jh}(N_i)]^{-1}}{k_i(k_i - 1)} \quad (21-4)$$

طول کوتاهترین مسیر بین گره  $j$  و  $h$  که در همسایگی گره  $i$  قرار دارند.

#### ۴-۲-۶ نظریه یکپارچگی کارکردی

نواحی مجزا و تخصیص یافته مغزی در حین انجام عملیات و فرایندهای مشخص با یکدیگر ارتباط و هماهنگی دارند به نحوی که در نتیجه این ارتباطات، همگی این نواحی در قالب سیستمی یکپارچه و هماهنگ فعالیت می‌کنند. منظور از یکپارچگی کارکردی در مغز توانایی ترکیب سریع اطلاعات از نواحی مجزای مغز است. ویژگی‌های سنجش یکپارچگی معمولاً مبنی بر مسیر تعریف می‌شوند، مخصوصاً طول کوتاهترین مسیر که دو گره مختلف را به هم وصل می‌کند. به طور کلی مسیرهای کوتاهتر به صورت مطلوب‌تری اطلاعات را انتقال می‌دهند. متداول‌ترین این ویژگی‌ها:

• طول مسیر مشخصه:

نشانگر میزان اتحاد و یکپارچگی شبکه است و به وسیله آن مشخص می‌شود که اطلاعات درون شبکه تا چه اندازه می‌توانند به راحتی و با سرعت جابه‌جا شوند.

طول مسیر (یا کوتاهترین مسیر) یا فاصله بین دو گره  $i$  و  $j$  ( $d_{ij}$ ) که کمترین تعداد یال‌های متصل‌کننده گره  $i$  به  $j$  است. طول مسیر مشخصه گراف ( $L$ ) میانگین فاصله میان همه زوج راس‌ها:

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij} \quad (22-4)$$

$N$  تعداد رأس‌های گراف است.

• بازده عمومی:

اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی شبکه و کارایی کلی آن برای انتقال اطلاعات است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_{global} = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}} \quad (23-4)$$

• شعاع و قطر شبکه:

معیار خروج از مرکز برای گره  $i$  است، فاصله گره  $i$  با تمام گره‌های موجود در گراف محاسبه می‌شود. بیشترین این مقادیر محاسبه شده برای گره  $i$ ، خروج از مرکز گره  $i$  را نشان می‌دهد.

$$ecc(v_i) = \max_{v_j \in V, i \neq j} d(v_i, v_j) \quad (24-4)$$

شعاع شبکه:

$$\text{radius} = \min_{v_i \in V} ecc(v_i) \quad (25-4)$$

قطر شبکه:

$$\text{diameter} = \max_{v_i \in V} ecc(v_i) \quad (26-4)$$

باذه تغییرات هر سه معیار بین صفر تا بی‌نهایت است.

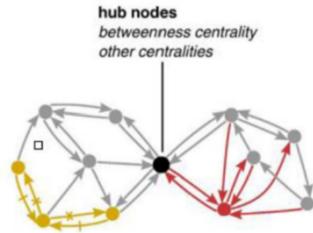
## ۵-۲-۶-۴ معیارهای سنجش مرکزیت

این معیار برای اندازه‌گیری اهمیت گره‌ها در یک شبکه مغزی و شناسایی رأس‌های مهم درون گراف است و هرچه مرکزیت یک گره بیشتر باشد، آن گره در انتقال اطلاعات شبکه مغزی مؤثرتر است. مناطق مهم مغز (قطب‌ها) اغلب با بسیاری از مناطق دیگر مغز ارتباط دارند، یکپارچگی کارکردی را تسهیل می‌کنند و نقش اساسی در مقاومت شبکه به تخریب‌ها دارند. همانطور که در شکل ۹-۴ مشخص است گره‌های مرکزی در بسیاری از مسیرهای کوتاه درون یک شبکه شرکت می‌کنند و در نتیجه به عنوان یک جزء مهم در کنترل جریان اطلاعات عمل می‌کنند.

ویژگی‌های متداول:

• درجه گره:

$$C_d(i) = k_i = \sum_{i \neq j} a_{ij} \quad (27-4)$$



شکل ۹-۴: نمونه‌ای از یک گره مرکزی در گراف [۱۹]

- نزدیکی:

برابر با معکوس میانگین فاصله طول مسیر مشخصه گره  $i$  تا همه گره‌های دیگر است.

$$C_c(i) = \frac{N - 1}{\sum_{i \neq j} l_{ij}} \quad (28-4)$$

- مابینی:

برابر با تعداد دفعاتی است که یک گره در طول کوتاهترین مسیر بین دو گره دیگر به عنوان یک پل عمل کرده است.

$$C_b(i) = \frac{2}{(N - 1)(N - 2)} \sum_{j \neq h \neq i} \frac{n_{hj}(i)}{n_{hj}} \quad (29-4)$$

$n_{hj}(i)$ : تعداد کوتاهترین مسیرها بین گره  $h$  و  $j$  که از  $i$  می‌گذرند.

$n_{hj}$ : تعداد کل کوتاهترین مسیرها بین گره  $h$  و  $j$  است.

## ۶-۲-۶-۴ ویژگی‌های فرکانسی

دسته دیگر ویژگی‌ها، ویژگی‌هایی هستند که مبنای فرکانس در گراف را دارند و از تبدیل فوریه گرافی معرفی شده تعریف می‌شوند. یکی از معروف‌ترین آن‌ها TNTV است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_{\Delta u} = \left\| u - \frac{\lambda u}{\lambda_{\max}} \right\|_2^2 = \left\| 1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\max}} \right\|^2 \quad (30-4)$$

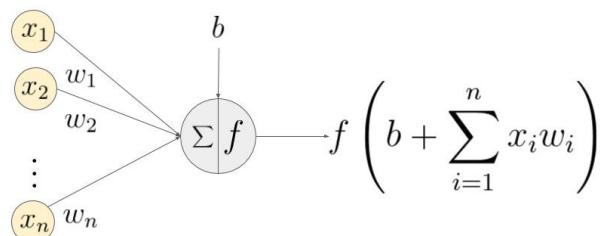
که میزان پراکندگی فرکانس‌های گرافی را نشان می‌دهد.  $u$  و  $\lambda$  جفت‌بردار و مقدار ویژه ماتریس لالپاسین و همان‌پایه فضای فرکانسی و خود فرکانس گرافی هستند.

## ۷-۴ استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی گرافی [۹]

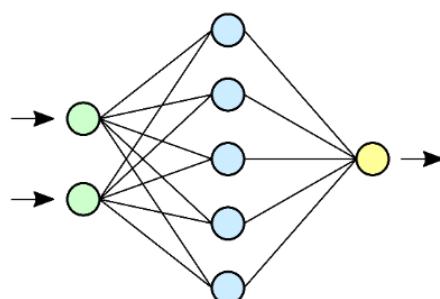
شبکه‌های نورونی سالیان طولانی است که در داده‌های جدولی و غیر جدولی (منظور فیلم و تصویر است) مورد استفاده قرار می‌گیرند، ولی اخیراً این فریم‌ورک برای استفاده در داده‌های گرافی توسعه یافته است.

### ۱-۷-۴ شبکه نورونی عادی و کانولوشنی

شبکه‌های نورونی عادی با استفاده از ضرب ماتریسی و یک تابع غیرخطی کار می‌کند، عمل یادگیری در این شبکه یعنی وزن‌های شبکه را جوری تنظیم کنیم که پس انجام ضرب و اعمال تابع غیر خطی در لایه‌های مختلف، خروجی مورد نظر ایجاد شود، این عملیات با استفاده از الگوریتم back-propagation انجام می‌شود. عملیات ضرب ماتریسی و اعمال تابع غیرخطی (feed-forward propagation) را در یکی از نورون‌ها در شکل ۱۰-۴ نشان داده شده است. و در شکل ۱۱-۴ معماری این شبکه را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۴: یک نورون با ورودی‌های آن

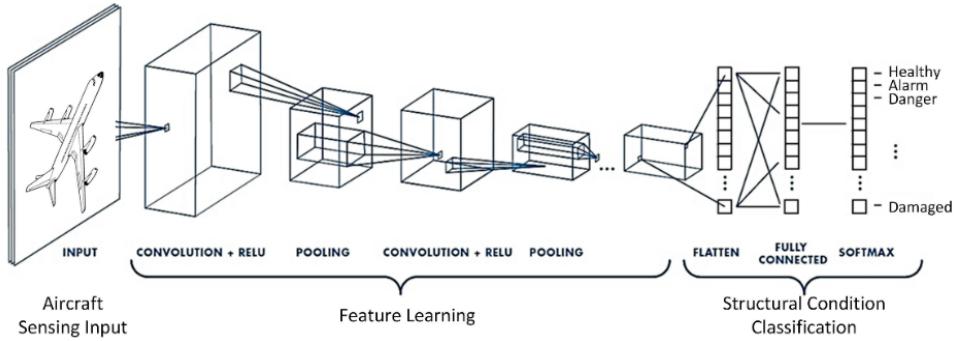


شکل ۱۱-۴: معماری کلاسیک شبکه‌های نورونی

حال می‌توان در یک معماری شبکه به صورت پیچشی مانند شکل ۱۲-۴ به جای ضرب وزن‌ها، یک کانولوشن و فیلترینگ انجام داد و ضرایب فیلتر را بهینه کرد. اما برای استفاده از معماری کانولوشنی نیاز به یک شبکه نورونی کانولوشنی گرافی داریم در قسمت قبل کانولوشن گرافی را به صورت زیر

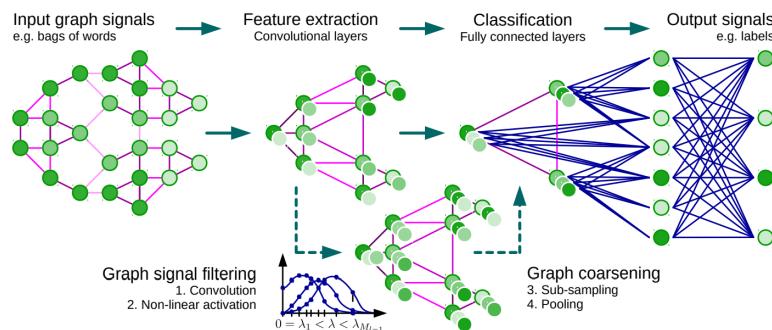
تعریف کردیم:

$$y = h(L)x = \sum_i u_i h(\lambda_i) u_i^T x = \sum_i u_i h(\lambda_i) \hat{x} \quad (31-4)$$



شکل ۱۲-۴: معماری شبکه نورونی کانولوشنی [۲۰]

که می‌توان مطابق شکل ۱۳-۴ با استفاده از معماری شبکه کانولوشنی و گرددیان کاهاشی ضرایب فیلتر یعنی  $(\lambda_i)h(\lambda_i)$  را یاد گرفت و بهنیه کرد.



شکل ۱۳-۴: معماری شبکه نورونی کانولوشنی گرافی [۹]

اما برای اجرا الگوریتم back-propagation و گرفتن مشتق‌های زنجیره‌ای این رابطه کافی نیست و نیاز به جزئیات بیشتری دارد که در ادامه آن‌ها توضیح داده شده‌اند.

## ۲-۷-۴ جزئیات شبکه نورونی کانولوشنی گرافی

کانولوشن گرافی را می‌توان به صورت ماتریسی نوشت:

$$g_\theta * x = U g_\theta U^T x \quad (32-4)$$

در رابطه بالا سیگنال  $x \in \mathbb{R}^N$  (یک اسکالر به ازای هر گره) و فیلتر  $g_\theta = diag(\theta)$  در حوزه فوریه به

صورت  $\theta \in \mathbb{R}^N$  تعریف می‌شود،  $U$  نیز ماتریس بردارهای ویژه لاپلاسین نرمالایزه است، ماتریس لاپلاسین نرمالایزه از رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$L = I_N - D^{-1/2} A D^{-1/2} \quad (33-4)$$

حساب کردن رابطه ۴-۴ از لحاظ محاسباتی هزینه‌بر است ( $O(N^4)$ ) و همچنین برای گراف‌های بزرگ تجزیه مقادیر ویژه نیز هزینه‌بر است، پس تقریب زیر را به جای  $g_\theta(\Lambda)$  استفاده می‌کنیم (منظور از  $\Lambda$  ماتریس قطری مقادیر ویژه لاپلاسین نرمالایزه است):

$$g_{\theta'}(\Lambda) \approx \sum_{k=0}^K \theta'_k T_k(\tilde{\Lambda}) \quad (34-4)$$

این تقریب با استفاده از چندجمله‌ای‌های چبیشف ( $T_k(x)$ ) تا مرتبه  $K$  است. که در آن  $\tilde{\Lambda}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\Lambda} = \frac{2}{\lambda_{\max}} \Lambda - I_N \quad (35-4)$$

بزرگترین مقدار ویژه  $L$  است، حال  $\theta' \in \mathbb{R}^K$  یک بردار شامل ضرایب چبیشف است، چندجمله‌ای‌های چبیشف به صورت بازگشتی از رابطه زیر تعریف می‌شوند (با شروط اولیه  $T_0(x) = 1$  و  $T_1(x) = x$ ):

$$T_k(x) = 2xT_{k-1}(x) - T_{k-2}(x) \quad (36-4)$$

حال با جایگذاری و کمی ساده‌سازی به رابطه زیر می‌رسیم (جزیيات بیشتر محاسبات به عهده خواننده است):

$$g_{\theta'} * x \approx \sum_{k=0}^K \theta'_k T_k(\tilde{\Lambda}) x \quad (37-4)$$

با در نظر گرفتن  $\tilde{\Lambda} = \frac{2}{\lambda_{\max}} \Lambda - I_N$ ، توجه شود که رابطه ۴-۶ به علت استفاده از چندجمله‌ای درجه  $K$  تنها تا شعاع  $K$  گره از گره مرکزی را در نظر می‌گیرد (K-localized). توجه شود که تقریب هزینه محاسباتی خطی نسبت به تعداد گره‌ها را دارد.

## ۱-۲-۷-۴ تحلیل یک لایه از شبکه

یک شبکه نورونی مبتنی کانولوشن گرافی تعریف شده را می‌توان با پشت هم گذاشتن تعدادی از این لایه‌ها و تابع غیر خطی (ReLU) ساخت. حال فرض کنید که این عملیات کانولوشن را به

$K = 1$  محدود کنیم، این محدودیت باعث می‌شود که عملیات کانولوشن به یک عملیات خطی نسبت به  $L$  تبدیل شود. به این ترتیب، ما هنوز هم می‌توانیم فیلترهای کانولوشنی مرتبه بالاتر را با انباشتن چندین تا از این لایه‌ها بسازیم. چنین لایه‌هایی نیاز به حساب کردن مجدد چندجمله‌ای‌های چبیشف ندارند و انباشتن این لایه‌ها هزینه محاسبات را نیز به صورت خطی افزایش می‌دهد. در این فرمولاسیون می‌توان  $\lambda_{max}$  را تقریباً با ۲ تقریب زد، و در نهایت عبارت کانولوشن اولیه به عبارت زیر ساده می‌شود:

$$g_{\theta^*} x \approx \theta'_* x + \theta'_1 (L - I_N) x = \theta'_* x - \theta'_1 D^{-\frac{1}{2}} A D^{-\frac{1}{2}} x \quad (38-4)$$

$\theta'_*$  و  $\theta'_1$  پارامترهای آزادی هستند که می‌توانند در سرتاسر شبکه یکسان باشند، تعداد مناسبی از این لایه‌های درجه یک می‌توانند عمل کانولوشن را تا  $K$  درجه انجام دهند. در عمل محدود کردن تعداد پارامترها و لایه‌ها می‌تواند از بیش‌برازش مدل جلوگیری کند، می‌توان با یکی کردن پارامترها به صورت  $\theta = \theta'_* = -\theta'_1$  عبارت را به صورت زیر ساده‌تر کند:

$$g_\theta * x \approx \theta \left( I_N + D^{-\frac{1}{2}} A D^{-\frac{1}{2}} \right) x \quad (39-4)$$

عبارت  $I_N + D^{-\frac{1}{2}} A D^{-\frac{1}{2}}$  دارای مقادیر ویژه در بازه  $[0 - 2]$  است، ضرب متواالی این ماتریس در بردار ورودی ممکن است از لحاظ عددی مشکل ایجاد کند که در ادبیات یادگیری ماشین به گرادیان منفجرشونده/ پوچ‌شونده معروف است، برای حل این مشکل می‌توان از این نرمالیزیشن استفاده کرد:  $\tilde{D}^{-\frac{1}{2}} \tilde{A} \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} \tilde{A} \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} = \sum_j \tilde{A}_{ij} = A + I_N + D^{-\frac{1}{2}} A D^{-\frac{1}{2}}$  و  $\tilde{D}_{ii} = \tilde{A}_{ii} = 1$  است. می‌توان تعریف سیگنال ورودی را از یک اسکالر به ازای هر نمونه زمانی به تعدادی فیچر در هر نمونه زمانی تعمیم داد ( $X \in \mathbb{R}^{N \times C}$ ) و به رابطه زیر رسید:

$$Z = \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} \tilde{A} \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} X \Theta \quad (40-4)$$

در رابطه بالا  $\Theta \in \mathbb{R}^{C \times F}$  است که یعنی  $F$  فیلتر داریم که باید ترین شوند، ماتریس  $Z \in \mathbb{R}^{N \times F}$  نیز خروجی کانولوشن است.

## ۴-۷-۲-۲ طبقه‌بندی گراف نه گره!

فرمولاسیون معرفی شده در قسمت در لایه آخر به ازای هر گره تعدادی فیچر ترین شده می‌دهد که حالا می‌توان با گذاشتن یک لایه کاملاً متصل عمل طبقه‌بندی گره را انجام داد. پیشنهاد می‌شود که تعداد فیلترها در لایه اخر یکی باشد که لایه کاملاً متصل دقیقاً معنی طبقه‌بندی گراف از روی ویژگی‌های ترین شده گره‌ها را بدهد و از فرم گرافی خارج نشود.

## ۸-۴ جمع‌بندی

در بخش مرور بر ادبیات ابتداء مقالاتی که بر روی تخمین ارتباطات مغزی با استفاده از معیارهای متفاوت پرداخته بودند و به دنبال محاسبه لاپلاسین گراف به صورت درایه‌به‌درایه بودند، پرداخته شد. در ادامه روش‌هایی برای هرسکردن گراف شلوغ بررسی شد. سپس یک چهارچوب برای یادگیری گراف به صورت توأم با در نظر گرفتن هموار بودن سینگال روى گراف با استفاده از تعریف همواری سیگنال‌های گرافی ارائه شد و روش‌های غیرخطی استخراج ویژگی از یک سیگنال با در نظر گرفتن ترتیب برای استخراج ویژگی مورد مطالعه قرار گرفت. در نهایت مقالاتی که بر روی طبقه‌بندی گراف با استفاده از ویژگی‌های گرافی بررسی شدند که خود این ویژگی‌ها از دو دید گراف به معنای یک شبکه ارتباطات و گراف به معنای یک بستری برای سیگنال بررسی شدند. در نهایت نیز یکی از روش‌های تعریف شبکه نورونی کانولوشنی گرافی با جزئیات زیاد بیان شد. در ادامه به بررسی نتایج پیاده‌سازی‌ها خواهیم پرداخت.

## فصل ۵

### پیاده‌سازی و نتایج

#### ۱-۵ مقدمه

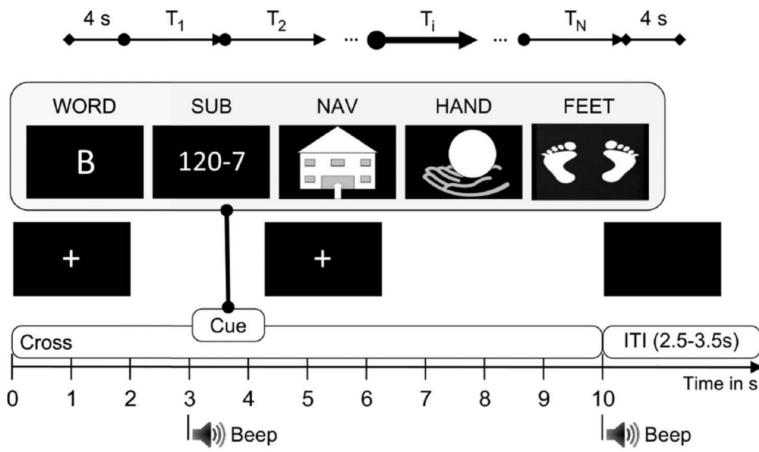
در این فصل به بررسی پیاده‌سازی‌ها و نتایج روش‌های معرفی شده می‌پردازیم، در ابتدا روش‌های کلاسیک یادگیری گراف بررسی می‌شوند و سپس نتایج مدل شبکه نورونی گرافی بررسی خواهد شد.

#### ۲-۵ مجموعه دادگان

برای پیاده‌سازی‌ها مجموعه دادگان دو کلاسی تصور حرکت پا و انجام عملیات ریاضی ساده استفاده شده است (شکل ۱-۵) تسلیک مورد استفاده را توضیح می‌دهد)، دیتابست برای مسابقه BCI Competition IV petition برگزار شده در سال ۲۰۰۸ است که مسابقه طبقه‌بندی سیگنال‌های مغزی است و توسط مجله NIPS برگزار می‌شود، دیتابست ده کلاسه بوده که تنها دو کلاس آن برای این پژوهش استفاده شده است، سیگنال‌ها با استفاده از استاندارد ۱۰-۲۰ ضبط شده‌اند، سوزه ثبت یک شخص بیمار با سابقه سکته در نیمکره سمت چپ مغز است و از سیستم GAMMAsys g.tec برای ثبت استفاده شده است و سپس سی کانال برای انجام پردازش جدا شده است.

کانال‌های مورد استفاده:

AFz, F7, F4, Fz, F4, F8, FC3, FCz, FC4, T7, C3, Cz, C4, T8, CP3, CPz, CP4, P7, P5, P3, P1, Pz, P2, P4, P6, P8, PO3, PO4, O1 and O2.



شکل ۱-۵: توضیح تsek ثبت سیگنال (مرجع تصویر در متن است)

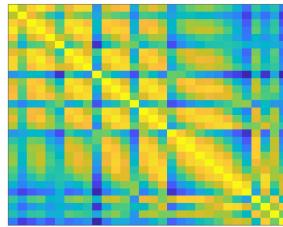
### ۳-۵ معیارهای ارزیابی

معیارهای ارزیابی در این پژوهش دقت طبقه‌بندی با استفاده از cross-validation است. روش cross-validation استفاده شده 5-fold cross-validation است، یعنی داده‌ها را به پنج دسته مساوی تقسیم می‌کنیم و پنج بار مدل را ترین می‌کنیم که هر بار یک دسته را به عنوان داده تست استفاده می‌کنیم و در نهایت میانگین و انحراف معیار، دقت این پنج بار ارزیابی را گزارش می‌کنیم.

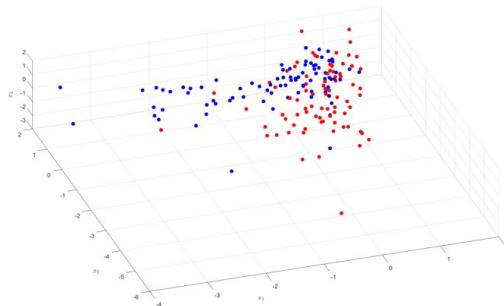
### ۴-۵ نتایج ساختن ماتریس لاپلاسین به صورت تک به تک

در این روش همبستگی بین کانال‌ها را در درایه‌های ماتریس وزن گراف قرارگرفته‌اند (شکل ۲-۵) و سپس به استخراج ویژگی‌های گرافی پرداخته‌ایم. خود درایه‌های ماتریس و فرکانس‌های گرافی (بردار ویژه‌های ماتریس وزن) به عنوان ویژگی استخراج شده‌اند. سپس با استفاده از الگوریتم حداقل افزونگی-حداکثر ارتباط ده ویژگی انتخاب شده است، با استفاده از طبقه‌بند Ada-Boost طبقه‌بندی صورت گرفته است.

شکل ۳-۵ فضای سه ویژگی اول را نشان می‌دهد و شکل ۴-۵ ماتریس درهم ریختگی طبقه‌بندی را نشان می‌دهد



شکل ۲-۵: ماتریس وزن حساب شده از یکی از ترایال‌ها



شکل ۳-۵: فضای ویژگی‌های سه‌بعدی

## ۵-۵ نتایج یادگیری گراف از یک مسئله بهینه‌سازی و به صورت توأم

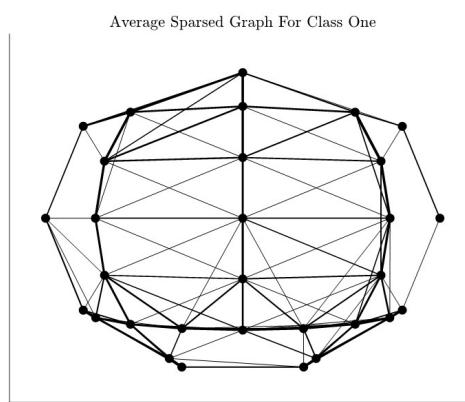
### ۱-۵-۵ حالت اول

در فصل مرور بر ادبیات با جزئیات زیاد مسئله بهینه‌سازی بررسی شد و حال به بررسی نتایج آن می‌پردازیم، در ابتدا فاصله اقلیدسی کانال‌ها را در ماتریس  $Z$  قرار گرفته و سپس مسئله بهینه‌سازی حل شده است، شکل ۵-۵ و ۵-۶ میانگین گراف‌های خروجی مسئله را برای دو کلاس نشان می‌دهد، گراف‌ها حرص شده‌اند به این صورت که وزن‌های کوچک‌تر از نصف وزن ماکسیمم موجود رسم نشده‌اند. مشاهده می‌شود که گراف‌های دو کلاس تفاوت چشمگیری ندارند و انتظار داریم که نتوان طبقه‌بندی با دقت بالا انجام داد در ادامه این گزاره را با نتایج طبقه‌بندی تایید می‌کنیم.

ویژگی‌ها، روش انتخاب ویژگی و طبقه‌بند مانند قسمت قبل است و در شکل ۷-۵ ماتریس درهم‌ریختگی این روش را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که عملکرد طبقه‌بندی خیلی خوب نیست، در ادامه راه حلی برای بهبود کیفیت گراف‌ها ارائه می‌کنیم.

5 Fold Crossvalidation Confusion Matrix			
		Output Class	
		0	1
		0	1
0	61 37.0%	24 14.8%	71.8% 28.2%
1	21 12.7%	59 35.8%	73.8% 26.2%
	74.4% 25.6%	71.1% 28.9%	72.7% 27.3%

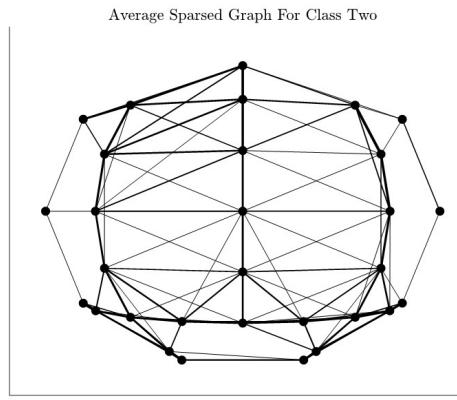
شکل ۴-۵: ماتریس درهم ریختگی



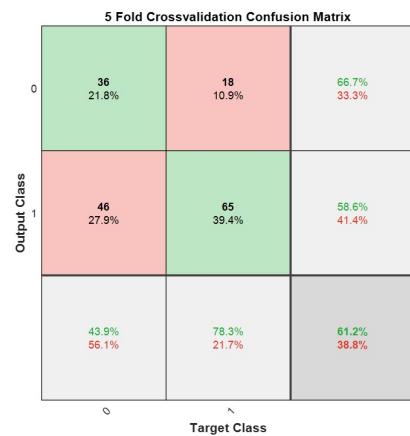
شکل ۵: گراف میانگین برای کلاس اول

## ۲-۵-۵ حالت دوم (استفاده از مدل پارامتری AR)

در مسئله بهینه‌سازی تنها ماتریس  $Z$  نماینده اطلاعات سیگنال است و الگوریتم حل آن تلاش به فیت کردن ماتریس وزن با توجه به  $Z$  می‌کند که یعنی تمام نقاط سیگنال را در نظر می‌گیرد و این امر باعث می‌شود که جواب به اندازه کافی بهینه (هموار) نباشد، حال اگر به جای ۲۵۶ نقطه سیگنال یک نماینده با تعداد نقاط کمتری به مسئله بدهیم انتظار می‌رود که به جواب بهینه‌تری برسیم، حال در این روش ضرایب مدل پارامتری AR را به عنوان نماینده‌ای با تعداد نقاط کمتر از سیگنال به مسئله می‌دهیم، فاصله اقلیدسی ضرایب AR را در ماتریس  $Z$  قرار می‌دهیم.



شکل ۵-۶: گراف میانگین برای کلاس دوم



شکل ۷-۵: ماتریس درهم ریختگی

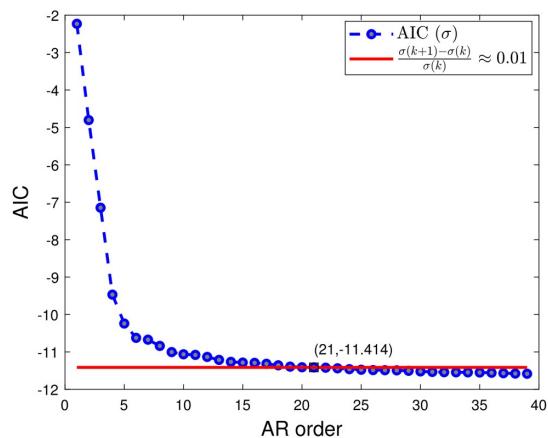
### ۱-۲-۵-۵ مرتبه مدل

به طور متداول مدلی با مرتبه ۵ الی ۲۰ برای سیگنال الکتروانسفالوگرام حساب می‌شود، اما می‌توان با استفاده از معیار AIC<sup>۱</sup> این ابرپارامتر<sup>۲</sup> را بهینه کرد، به این صورت که این معیار را روی همه کانال‌های همه‌ی ترایال‌ها حساب کرد به ازای مرتبه‌های مختلف حساب کرد و جایی که تغییرات قابل چشم‌پوشی است را مرتبه بهینه در نظر گرفت، اما حساب کردن مورد گفته شده نیاز به توان پردازشی بسیار بالایی دارد که در این پژوهش از خودداری شده است اما یک نمونه از آن در شکل ۸-۵ آورده شده است.

پس از حساب کردن ضرایب مدل و تعریف مجدد ماتریس  $Z$  بر حسب فاصله اقلیدسی ضرایب مدل

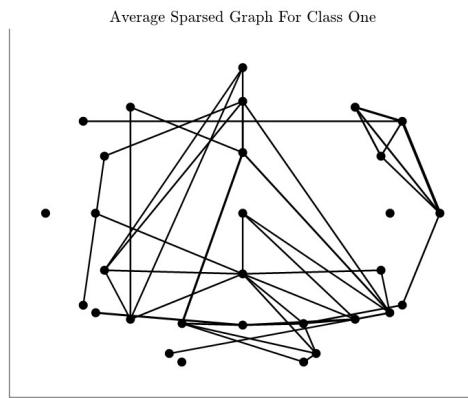
<sup>۱</sup>Akaike Information Criterion

<sup>۲</sup>Hyper-parameter

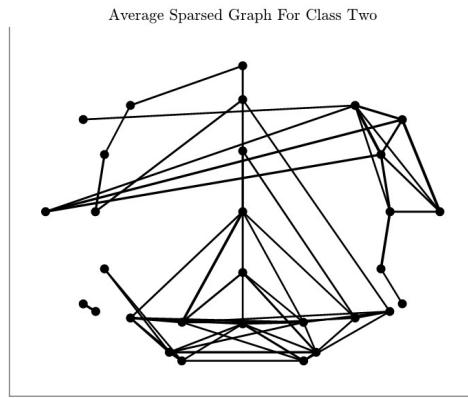


شکل ۸-۵: معیار AIC بر حسب مرتبه مدل AR

کانال‌ها، شکل ۹-۵ و ۱۰-۵ میانگین گراف‌های خروجی را برای دو کلاس نشان می‌دهند (گراف‌ها مانند قسمت قبل حرص شده‌اند). مشاهده می‌شود که در این حالت گراف‌ها تفاوت متمایزکننده‌ای دارند و انتظار می‌رود که نتیجه طبقه‌بندی بهبود یافته باشد.

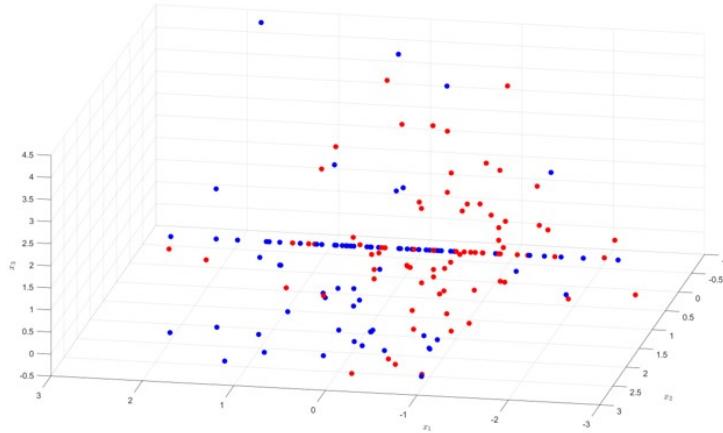


شکل ۹: گراف میانگین برای کلاس اول با استفاده از مدل AR



شکل ۱۰-۵: گراف میانگین برای کلاس دوم با استفاده از مدل AR

شرایط طبقه‌بندی مانند قسمت قبل است و شکل ۱۱-۵ فضای ویژگی را برای این حالت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که کلاس‌ها در دو قسمت متفاوت فضا جمع شده‌اند ولی کاملاً تفکیک‌پذیر نیستند (شکل ۱۲-۵ نتیجه طبقه‌بندی است)، در ادامه با استفاده از مدل‌های یادگیری عمیق سعی به حل این مشکل کرده‌ایم.



شکل ۱۱-۵: فضای ویژگی‌های سه‌بعدی

5 Fold Crossvalidation Confusion Matrix			
Output Class	Target Class		
	0	1	2
0	62 37.6%	22 13.3%	73.8% 26.2%
1	20 12.1%	61 37.0%	75.3% 24.7%
2	75.6% 24.4%	73.5% 26.5%	74.5% 25.5%

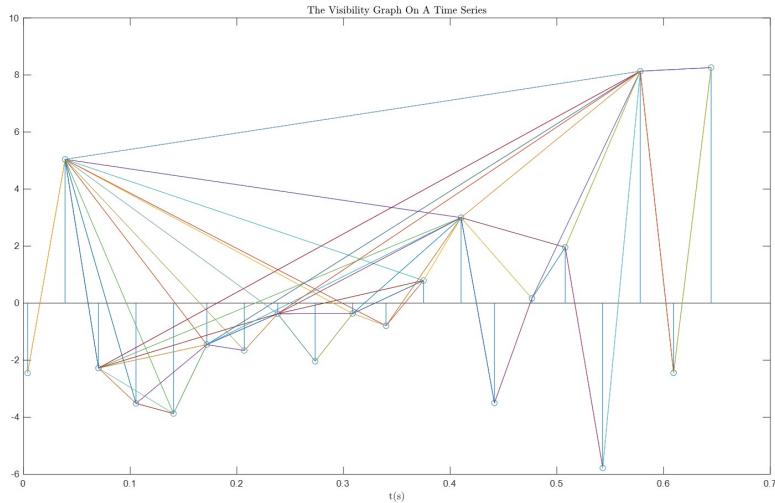
شکل ۱۲-۵: ماتریس درهم ریختگی

نتایج اتوانکود خودبازگشته (RNN Auto-encoder) اصلاً خوب نبودند (طبقه‌بند تصادفی) پس خروجی آن‌ها در گزارش آورده‌نشده است.

## ۶-۵ نتایج روش مورفولوژیکال

پس از ساخت گراف مطابق روشنی که در مروری بر ادبیات (۷-۴) گفته شد، خود مقدار نمونه‌های سیگنال را، یک سیگنال گرافی روی گراف ساخته شده در نظر می‌گیریم، شکل ۱۳-۵ یک نمونه

گراف ساخته شده روی سری زمانی واقعی را نشان می دهد، توجه شود که سیگنال داون سمپل شده تا از شلوغی بیش از حد شکل جلوگیری شود، در عمل با تمامی نمونه ها این گراف ساخته شده است. این

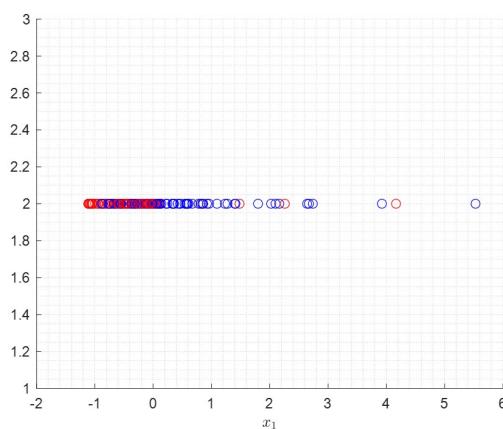


شکل ۱۳-۵: گراف ساخته شده روی سیگنال واقعی

گراف برای تمامی کانال ها ساخته شد و تنها یک ویژگی استخراج شد، ویژگی استخراج شده چگالی طیف توان گرافی با رابطه زیر است:

$$X_{GDFT} = U^H X, PSD = \frac{(\sum_{i=1}^N |X_{GDFT}(i)|^2)}{N} \quad (1-5)$$

در رابطه بالا  $U$  ماتریس بردارهای ویژه لایپلاسین گراف است. پس از استخراج سی ویژگی (سی کانال داریم) تنها یکی که بهترین نتیجه طبقه بندی را داشت انتخاب شد (توجه شود که انتخاب یک کانال برای طبقه بندی بسیار با ارزش است)، شکل ۱۴-۵ این ویژگی را نشان می دهد و شکال ۱۵-۵ نتیجه طبقه بندی را با طبقه بندی ماشین بردار پشتیبان با کرنل RBF نشان می دهد.



شکل ۱۴-۵: فضای ویژگی یک بعدی

Confusion Matrix			
		0	1
Output Class	0	68 41.2%	36 21.8%
	1	14 8.5%	47 28.5%
0	82.9% 17.1%	56.6% 43.4%	69.7% 30.3%
1			
Target Class		0	1

شکل ۱۵-۵: ماتریس درهم ریختگی

## ۷-۵ نتایج استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی گرافی

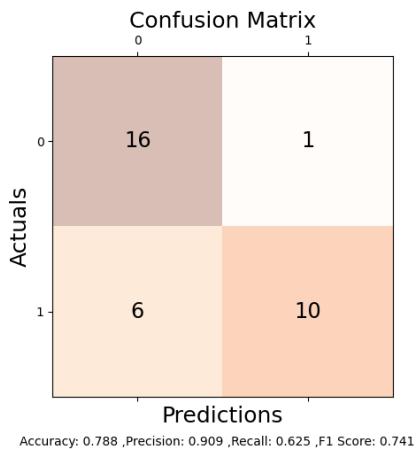
این نوع شبکه اولین بار است که برای طبقه‌بندی سیگنال‌های الکتروانسفالوگرام با استفاده از یادگیری گراف برای تعریف اتصالات استفاده می‌شود. برای استفاده از شبکه نورونی کانولوشنی، پیاده‌سازی معرفی شده (تقریب کانولوشن‌های گرافی با چندجمله‌ای‌های چیشیده درجه یک) کتابخانه Pytorch Geometric استفاده شده است. این کتابخانه برای یادگیری ماشین در گراف‌ها طراحی شده است. پیاده‌سازی مورد نظر، برای هر ترایال (که یک گراف است)، دو ورودی دارد:

- تعدادی ویژگی به ازای هر گره
- ماتریس وزن که اتصالات بین گره‌ها را مشخص می‌کند.

حال ما با توجه به موارد بحث شده و گراف‌های ساخته شده تعدادی انتخاب برای ویژگی‌ها و ماتریس وزن داریم. می‌توانیم خود نقاط زمانی سیگنال را به ازای هر کanal (گره) به مدل بدهیم، یا از یک امبدینگ استفاده کنیم، با توجه به اینکه دقیق‌ترین طبقه‌بندی با استفاده از امبدینگ ضرایب مدل AR در قسمت‌های قبلی از بقیه موارد بهتر (خود سیگنال) بود، در اینجا نیز ویژگی‌های هر گره را ضرایب مدل AR (مرتبه بیست و یک) هر کanal قرار دادیم (با خود سیگنال مدل اصلاً نتیجه خوبی نداد). برای ماتریس وزن نیز چندین انتخاب وجود دارد:

- فاصله فیزیکی الکترودها (سر را مسط فرض می‌کنیم و فواصل اقلیدسی الکترودها را به مدل به عنوان وزن می‌دهیم)
- ماتریس وزن بهترین گراف ساخته شده در قسمت قبل (منظور ماتریس وزن خروجی مسئله بهینه‌سازی که با ضرایب AR حل شده بود است)

داده‌های ما گراف‌هایی با بیست و یک ویژگی به ازای هر گره هستند و تعداد گره‌ها نیز سی عدد است، استفاده از فاصله الکترودها تمامی فلسفه استفاده از گراف به جای داده جدولی را از زیر سوال می‌برد زیرا این فاصله برای تمامی ترایال‌ها و کلاس‌ها یکسان است، پس به عنوان ماتریس وزن، ماتریس بهینه‌شده با استفاده از ضرایب AR را استفاده می‌کنیم، نتیجه طبقه‌بندی بهترین دسته در شکل ۱۶-۵ نشان داده شده است و دقت میانگین ۷۱.۵ درصد با انحراف معیار ۱۰.۹ درصد است.



شکل ۱۶-۵: نتایج طبقه‌بندی با استفاده از شبکه گرافی کانولوشنی

## ۸-۵ مقایسه روش‌ها و جمع‌بندی

در جدول ۱-۵ دقت تمامی روش‌ها با هم مقایسه شده است و در ادامه نیز به مقایسه روش‌ها با هم پرداخته‌ام. مشاهده می‌شود که روش بهینه‌سازی با ضرایب AR بهترین نتیجه را دارد و ولی

جدول ۱-۵: دقت روش‌های مختلف طبقه‌بندی گراف

روش	دقت (%)	انحراف معیار (%)
ساخت ماتریس با همبستگی کانال‌ها	۷۲.۷	۹.۳
بهینه‌سازی با خود سیگنال	۶۱.۲	۱۰.۶
بهینه‌سازی با ضرایب AR	۷۵.۲	۹.۵
روش مورفولوژیکال	۶۹.۷	۱۱.۳
شبکه نورونی کانولوشنی گرافی	۷۱.۵	۱۰.۹

انتظار می‌رفت که روش شبکه نورونی کانولوشنی گرافی بهترین نتیجه را بدهد، گمان می‌رود که دلیل این اتفاق این است که شبکه‌های نورونی نیاز به داده‌ی زیادی برای بهینه‌سازی وزن‌ها دارند و اصلاً

تضمینی وجود ندارد که به بهینه سرتاسری همگرا شویم، اگر با یک دیتاست که داده‌های بیشتری دارد مدل را آموزش می‌دادیم انتظار می‌رفت به نتیجه خوبی برسیم، البته همین الان این نتیجه برای سیگنال الکتروانسفالوگرام (به علت ماهیت نویزی سیگنال) نتیجه مناسبی است. می‌توان روش‌های معرفی شده ساخت گراف را روی مدل‌های دیگر تصاویر حیاتی (مخصوصاً fMRI) به علت اینکه می‌توان سیگنال روی وکسل‌ها را یک سری زمانی در نظر گرفت) پیاده کرد. در نهایت در این پژوهش تلاش شد که مرور جامعی بر روش‌های ساخت گراف از سیگنال‌های چندکاناله مغزی داشته باشیم و همچنین روشی نوین برای ساخت گراف را ارائه بدھیم.

## فصل ۶

# جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این گزارش روش‌های یادگیری گراف از روی سیگنال‌های مغزی به طور کامل و جامع بررسی شد و تک‌تک مراحل یعنی ثبت داده، پیش‌پردازش، ساخت گراف، استخراج ویژگی‌های گرافی و طبقه‌بندی گراف با جزئیات کامل توضیح داده شد و در نهایت یک روش نوین برای طبقه‌بندی گراف‌های ساخته شده معرفی و بررسی شد. بر روی این مجموعه دادگان یک پژوهش برمبنای استخراج کلاسیک ویژگی‌ها از سیگنال‌های مغزی و انتخاب ویژگی‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک نیز انجام شده که به دقیق ۸۰٪ رسیده است ولی مرحله استخراج ویژگی‌ها به قدری سنگین و زمان‌بر است که مسئله را از حالت برخط بودن خارج ساخته است و کاربردی برای سیستم‌های رابط مغز و رایانه ندارد. روش‌های ارائه شده در این پژوهش می‌توانند روی داده‌های چندکلاسی نیز پیاده شوند و یکی از پیشنهادات برای ادامه این پژوهش انجام دادن مراحل بر روی دادگان کامل این پژوهش (منظور طبقه‌بندی ده کلاسه) است، البته می‌توان نتایج را با استفاده از هر مجموعه دادگان Motor Imaginary سیگنال‌های مغزی انجام داد و نتایج را تصدیق کرد. پیشنهاد دیگر استفاده از مدل‌های دیگر لایه‌های گرافی کانولوشنی است، لایه‌های مختلفی با استفاده از برداشت‌ها و توضیحات کانولوشن گرافی تعریف شده‌اند که می‌توان عملکرد آن‌ها را نیز موزد بررسی فرار داد.

# References

- [1] R. L. Lopez, C. G. Galvan, I. O. A. Martinez, C. B. Ramos, and I. M. Balbuena, “Graph Theory for Brain Connectivity Characterization from EEG,” in *2020 10th International Symposium on Signal, Image, Video and Communications (ISIVC)*, (Saint-Etienne, France), pp.1–5, IEEE, Apr. 2021.
- [2] F. Wendling, K. Ansari-Asl, F. Bartolomei, and L. Senhadji, “From EEG signals to brain connectivity: A model-based evaluation of interdependence measures,” *Journal of Neuroscience Methods*, vol.183, pp.9–18, Sept. 2009.
- [3] P. Mathur and V. K. Chakka, “Graph Signal Processing Based Cross-Subject Mental Task Classification Using Multi-Channel EEG Signals,” *IEEE Sensors Journal*, vol.22, pp.7971–7978, Apr. 2022.
- [4] V. Kalofolias and N. Perraudin, “Large Scale Graph Learning from Smooth Signals,” May 2019. arXiv:1710.05654 [cs, stat].
- [5] S. S. Saboksayr, G. Mateos, and M. Cetin, “EEG-Based Emotion Classification Using Graph Signal Processing,” in *ICASSP 2021 - 2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, (Toronto, ON, Canada), pp.1065–1069, IEEE, June 2021.
- [6] A. Einizade, M. Mozafari, S. Jalilpour, S. Bagheri, and S. Hajipour Sardouie, “Neural decoding of imagined speech from EEG signals using the fusion of graph signal processing and graph learning techniques,” *Neuroscience Informatics*, vol.2, p.100091, Sept. 2022.
- [7] L. Lacasa, B. Luque, F. Ballesteros, J. Luque, and J. C. Nuño, “From time series to complex networks: The visibility graph,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol.105, pp.4972–4975, Apr. 2008.
- [8] M. Rubinov and O. Sporns, “Complex network measures of brain connectivity: Uses and interpretations,” *NeuroImage*, vol.52, pp.1059–1069, Sept. 2010.
- [9] T. N. Kipf and M. Welling, “Semi-Supervised Classification with Graph Convolutional Networks,” Feb. 2017. arXiv:1609.02907 [cs, stat].

- [10] L. Razdolsky. *Probability-based structural fire load*. New York, NY: Cambridge University Press, 2014.
- [11] S. Nagel and M. Spüler, “Asynchronous non-invasive high-speed BCI speller with robust non-control state detection,” *Scientific Reports*, vol.9, p.8269, June 2019.
- [12] M. Wilkinson, R. Wang, A. Kouwe, and E. Takahashi, “White and gray matter fiber pathways in autism spectrum disorder revealed by ex vivo diffusion MR tractography,” *Brain and Behavior*, vol.6, July 2016.
- [13] Y. Yao, Y. Wu, T. Xu, and F. Chen, “Mining Temporal Dynamics With Support Vector Machine for Predicting the Neural Fate of Target in Attentional Blink,” *Frontiers in Systems Neuroscience*, vol.15, p.734660, Oct. 2021.
- [14] X. Dong, D. Thanou, M. Rabbat, and P. Frossard, “Learning Graphs From Data: A Signal Representation Perspective,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol.36, pp.44–63, May 2019.
- [15] T. Behrouzi and D. Hatzinakos, “Graph variational auto-encoder for deriving EEG-based graph embedding,” *Pattern Recognition*, vol.121, p.108202, Jan. 2022.
- [16] H. Nugroho, M. Susanty, A. Irawan, M. Koyimatu, and A. Yunita, “Fully Convolutional Variational Autoencoder For Feature Extraction Of Fire Detection System,” *Jurnal Ilmu Komputer dan Informasi*, vol.13, p.9, Mar. 2020.
- [17] G. Van Houdt, C. Mosquera, and G. Nápoles, “A review on the long short-term memory model,” *Artificial Intelligence Review*, vol.53, pp.5929–5955, Dec. 2020.
- [18] B.-H. Kim and J. C. Ye, “Understanding Graph Isomorphism Network for rs-fMRI Functional Connectivity Analysis,” *Frontiers in Neuroscience*, vol.14, p.630, June 2020.
- [19] M. Cao, H. Huang, Y. Peng, Q. Dong, and Y. He, “Toward Developmental Connectomics of the Human Brain,” *Frontiers in Neuroanatomy*, vol.10, Mar. 2016.
- [20] I. Tabian, H. Fu, and Z. S. Khodaei, “A Convolutional Neural Network for Impact Detection and Characterization of Complex Composite Structures,” *Sensors*, vol.19, p.4933, Nov. 2019.