



به نام خدا

# پاسخ تمرین دوم ساختمان داده‌ها و الگوریتم

داده ساختارهای پایه

استاد:

دکتر روستایی

استادیار:

عرشیا عموزاد

۱. پیدا کردن تعداد مقایسه های مورد نیاز به کمک امید ریاضی:

$$\sum_{i=1}^{\log n} \frac{i \cdot 2^{i-1}}{n} \Rightarrow \frac{3+2+3+4+1+3+4+2+3+4}{10} = \frac{29}{10}$$

۲. یادآوری: در ضرب ماتریس ها اگر ابتدا ماتریس هایی را ضرب کنیم که بعد وسط آن ها بزرگتر و بعد کناری آن ها کوچکتر است، تعداد ضرب ها کمتر می شود.  
در این مثال بهترین حالت میشود:

$$A * ((B * C) * D)$$

با مجموع تعداد ضرب های:

$$(2 * 25 * 3) + (2 * 3 * 4) + (10 * 2 * 4) = 254$$

۳. شرح مرحله به مرحله:

$$token = start, stack = [], output = [] \quad ۱.$$

$$token = A, stack = [], output = [A] \quad ۲.$$

$$token = *, stack = [*], output = [A] \quad ۳.$$

$$token = (, stack = [(, *], output = [A] \quad ۴.$$

$$token = B, stack = [(, *], output = [A, B] \quad ۵.$$

$$token = -, stack = [-, (, *], output = [A, B] \quad ۶.$$

$$token = D, stack = [-, (, *], output = [A, B, D] \quad ۷.$$

$$token = ), stack = [*], output = [A, B, D, -] \quad ۸.$$

$$token = /, stack = [/], output = [A, B, D, -, *] \quad ۹.$$

$$token = E, stack = [/], output = [A, B, D, -, *, E] \quad ۱۰.$$

$$token = -, stack = [-], output = [A, B, D, -, *, E, /] \quad ۱۱.$$

$$token = F, stack = [-], output = [A, B, D, -, *, E, /, F] \quad ۱۲.$$

$$token = *, stack = [*], output = [A, B, D, -, *, E, /, F] \quad ۱۳.$$

$$token = (, stack = [(, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F] \quad ۱۴.$$

$$token = G, stack = [(, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G] \quad ۱۵.$$

$$token = +, stack = [+, (, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G] \quad ۱۶.$$

$$token = H, stack = [+, (, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G, H] \quad ۱۷.$$

$$token = /, stack = [/+, (, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G, H] \quad ۱۸.$$

$$token = K, stack = [/+, (, *, -], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G, H, K] \quad ۱۹.$$

$$token = ), stack = [*], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G, H, K, /, +] \quad ۲۰.$$

$$token = end, stack = [], output = [A, B, D, -, *, E, /, F, G, H, K, /, +, *, -] \quad ۲۱.$$

خروجی نهایی:  $ABD - *E / FGHK / + * -$

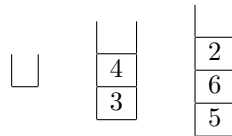
۴. شرح مرحله به مرحله:

2	4	6
1	3	5

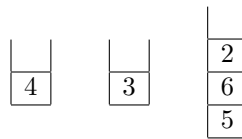
$\Downarrow poppush(1,3)$

	4	2
1	3	6
		5

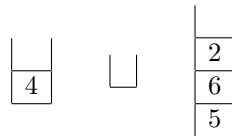
$\Downarrow pop(1)$



↓  $(poppush(2, 1))$



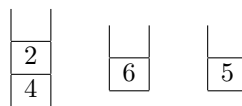
↓  $pop(2)$



↓  $poppush(3, 1)$



↓  $poppush(3, 2)$



↓  $pop(3), pop(1), pop(1), pop(2)$

$Output = 1, 3, 5, 2, 4, 6$   
number of poppush calls: 4

۵. الگوریتم ذکر شده آینه‌ای بودن (palindrome) یک لیست پیوندی یک طرفه را بررسی می‌کند. در این الگوریتم از یک پشته جهت ذخیره سازی و معکوس کردن نیمه اول لیست استفاده شده؛ به این صورت که با روش نشانگر تند و کند وسط لیست پیدا می‌شود. سپس عناصر نیمه اول لیست به به پشته می‌روند. if بررسی میکند که آیا لیست طولش فرد است یا خیر که اگر فرد باشد باید برای بررسی آینه‌ای بودن لیست عنصر میانی را در نظر نگیریم. در بخش انتهایی تابع هم عناصر نیمه دوم لیست پیوندی با معکوس نیمه اول لیست مقایسه میشوند تا آینه‌ای بودن یا نبودن لیست مشخص شود.

۶. دو اشاره‌گر به ابتدای لیست نگه دارید. در هر مرحله، با استفاده از تابع next اولی را یک واحد افزایش دهید و دومی را ۲ واحد. سپس این دو اشاره‌گر را مقایسه کنید. اگر یکسان بودند، دور وجود دارد. برای اثبات درستی، دقت کنید که اگر دور نباشد، هرگز این دو اشاره‌گر یکی نمی‌شوند و در نهایت، در زمان خطی، یکی از آن‌ها به ته لیست می‌رسد (اولی اشاره‌گر دوم می‌رسد). اگر دور وجود داشته باشد، پس از زمان خطی، هر دو اشاره‌گر وارد دور می‌شوند. هنگامی که درون دور قرار گرفتند، چون در هر مرحله، یکی با سرعت ۲ و دیگری با سرعت ۱ حرکت می‌کند، مثل این است که یکی ثابت است و دیگری با سرعت ۱- حرکت می‌کند. پس در زمان خطی به هم می‌رسند.

۷. ۱. تغییرات صف:

$[] \rightarrow [10] \rightarrow [10, 20] \rightarrow [10, 20, 30] \rightarrow [20, 30] \rightarrow [20, 30, 40]$   
 $\rightarrow [20, 30, 40, 50] \rightarrow [30, 40, 50] \rightarrow [30, 40, 50, 60] \rightarrow [40, 50, 60]$

۲. بررسی مرحله به مرحله:

*start : front = -1, rear = -1*  
*enqueue(10) : front = 0, rear = 0*  
*enqueue(20) : front = 0, rear = 1*  
*enqueue(30) : front = 0, rear = 2*  
*dequeue() : front = 1, rear = 2*  
*enqueue(40) : front = 1, rear = 3*  
*enqueue(50) : front = 1, rear = 4*  
*dequeue() : front = 2, rear = 4*  
*enqueue(60) : front = 2, rear = 0*  
*dequeue() : front = 3, rear = 0*

پاسخ نهایی:  
*rear = 0, front = 3*