



به نام خدا

تمرین دوم ساختمان داده‌ها و الگوریتم

داده ساختارهای پایه

استاد:

دکتر روستایی

استادیار:

عرشیا عموزاد

۱. یک ماتریس اسپارس، ماتریسی است که اکثر عناصر آن صفر هستند. به عبارت دیگر، تعداد عناصر غیرصفر آن در مقایسه با کل عناصر ماتریس بسیار کم است.

ماتریس معمولی (متراکم): همه یا بیشتر خانه‌ها پر از عدد هستند.

ماتریس اسپارس (خلوت): بیشتر خانه‌ها خالی (صفر) هستند.

تبدیل ماتریس اسپارس به متراکم

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

↓

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 9 \\ 3 & 5 & 12 \\ 4 & 3 & 10 \\ 4 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

سطر اول ماتریس متراکم به ترتیب تعداد سطر، تعداد ستون و تعداد درایه های غیرصفر را نشان می‌دهد.
سطر های دیگر نیز به ترتیب شماره سطر، شماره ستون و مقدار درایه های غیر صفر ماتریس اسپارس را نشان می‌دهند.

۱. شبه کدی برای محاسبه‌ی ترانهاده‌ی ماتریس اسپارس $M_{p \times q}$ بنویسید.

۲. متوسط تعداد مقایسه‌های مورد نیاز برای جستجوی دودویی موفق در ماتریس زیر چقدر است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 120 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 101 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 83 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

۲. برای ضرب بهینه ماتریس های زیر، آن ها را پرانتزبندی کنید.

$$A_{10 \times 2} * B_{2 \times 25} * C_{25 \times 3} * D_{3 \times 4}$$

۳. عبارت میانوندی زیر را به پسوندی تبدیل کنید. $A * (B - D) / E - F * (G + H / K)$

۴. سه پشته‌ی S_1, S_2, S_3 هر یک حاوی دو عدد به شکل زیر موجود هستند.

2	4	6
1	3	5

دو عملگر $pop(i)$ و $poppush(i, j)$ بصورت زیر تعریف شده‌اند. $poppush(i, j)$ یک قلم از پشته S_i حذف و به پشته S_j اضافه می‌کند. $pop(i)$ یک قلم از پشته S_i حذف و سپس آن را چاپ می‌کند. برای چاپ اعداد ۱ تا ۶ به صورت ۱ و ۳ و ۵ و ۲ و ۴ و ۶ عملگر $poppush$ بایستی حداقل چند بار مورد استفاده قرار گیرد؟

۵. تابع زیر چه کاری انجام می‌دهد؟ پیچیدگی زمانی آن را پیدا کنید. (ورودی تابع گره آغازین لیست پیوندی یکطرفه است)

```
1 def func(h):
2     if not h or not h.next:
3         return True
4
5     s = f = h
6     l = []
7
8     while f and f.next:
9         l.append(s.value)
10        s = s.next
11        f = f.next.next
12
13    if f:
14        s = s.next
15
16    while s:
17        if l.pop() != s.value:
18            return False
19        s = s.next
20
21    return True
```

۶. الگوریتمی ارائه دهید که بدون تغییر ساختار یک لیست پیوندی تشخیص دهد این لیست دور دارد یا خیر.

۷. فرض کنید صفی داریم که عملیات‌های زیر به ترتیب بر رویش انجام میشوند:

- enqueue(10)
- enqueue(20)
- enqueue(30)
- dequeue()
- enqueue(40)
- enqueue(50)
- dequeue()
- enqueue(60)
- dequeue()

۱. وضعیت نهایی صف و خروجی‌ها را به ترتیب پیدا کنید.

۲. اگر این صف، صفی چرخشی به طول ۵ بوده باشد، مقادیر اندیس‌های front و rear رو مشخص کنید.