matematik - Limit - Çözümler

# Soru 1

lim (x→2) (x² + 3x - 4) ifadesinin değeri kaçtır?

A) 6

B) 8

C) 10

D) 12

## Çözüm Adımları:

* Verilen fonksiyon bir polinom fonksiyondur.
* Polinom fonksiyonlarda bir noktadaki limit, o noktanın fonksiyondaki görüntüsüne eşittir. Yani x değeri doğrudan yerine yazılabilir.
* x = 2 değerini fonksiyonda yerine yazalım: f(x) = x² + 3x - 4
* f(2) = (2)² + 3(2) - 4
* f(2) = 4 + 6 - 4 = 6
* Dolayısıyla, limitin değeri 6'dır.

Doğru Cevap: 6

# Soru 2

lim (x→3) (x² - 9) / (x - 3) limitinin değeri kaçtır?

A) 0

B) 3

C) 6

D) Limit yoktur

## Çözüm Adımları:

* İlk olarak, x = 3 değerini doğrudan fonksiyonda yerine koymayı deneriz.
* Pay: (3)² - 9 = 9 - 9 = 0
* Payda: 3 - 3 = 0
* Sonuç 0/0 belirsizliğidir. Bu durumu çözmek için çarpanlara ayırma yöntemi kullanılır.
* Paydaki ifade (x² - 9), iki kare farkı özdeşliğidir ve (x - 3)(x + 3) olarak çarpanlarına ayrılır.
* Limiti yeniden yazalım: lim (x→3) [(x - 3)(x + 3)] / (x - 3)
* x, 3'e yaklaştığı için x ≠ 3'tür. Bu nedenle (x - 3) terimleri sadeleştirilebilir.
* Sadeleştirme sonrası ifade: lim (x→3) (x + 3)
* Şimdi x yerine 3 yazarak limiti hesaplayabiliriz: 3 + 3 = 6.

Doğru Cevap: 6

# Soru 3

lim (x→∞) (4x² - 5x + 1) / (2x² + 3x) limitinin değeri kaçtır?

A) 0

B) 1/2

C) 2

D) ∞

## Çözüm Adımları:

* x sonsuza giderken rasyonel ifadelerin limitini bulmak için pay ve paydadaki en yüksek dereceli terimlerin dereceleri karşılaştırılır.
* Payın derecesi 2'dir (4x² teriminden dolayı).
* Paydanın derecesi de 2'dir (2x² teriminden dolayı).
* Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğunda, limit en yüksek dereceli terimlerin katsayılarının oranına eşittir.
* Limit = (4x²'nin katsayısı) / (2x²'nin katsayısı) = 4 / 2 = 2.
* Alternatif bir yöntem olarak, pay ve paydadaki her terimi en yüksek derece olan x²'ye bölebiliriz:
* lim (x→∞) (4 - 5/x + 1/x²) / (2 + 3/x)
* x → ∞ iken, 5/x, 1/x² ve 3/x terimleri 0'a yaklaşır.
* Limit = (4 - 0 + 0) / (2 + 0) = 4/2 = 2.

Doğru Cevap: 2